F 1736

PETRALVA

04

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom. 21, Nr. 1, p. 1—284, Bucureşti, 1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Intreprinderea de comerț exterior — LIBRI", Căsuța poștală 134—135 (Calea Victoriei 126), București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 21, nr. 1 1971

SUMAR

Pag

Economie energetică

V. CARACUDOVICI, CS. NAGY, S. MANEA, Îmbunătăţirea calităţii prognozelor energetice prin modificarea exponenţilor funcţiilor de modelare 3
V. CARACUDOVICI, Separarea influenţei factorilor climatici asupra seriilor temporale care servesc la fundamentarea prognozelor statistice în domeniul consumului casnic de energie 13
V. NITU, Factorii care determină siguranţa centralelor termoelectrice 19

Termoenergetică şi termotehnică

C. HAIDUC, L. CONSTANTINESCU, D. MIHAI, Model matematic pentru analiza uniformizării repartiţiei fluxului de neutroni în reactoare nucleare energetice cu reflector radial MODUNIF—1. 39
N. DĂNILĂ, A. NABIJOVICI, Determinarea consumului specific de abur la centralele nucleare-electrice cu abur saturat 55
B. POPA, Compararea procesului de retur realizat printr-un orificiu central şi orificiile multiple la injectoarele cu cameră de turbionare 73
V. PIMSNER, ST. ŞTEFAN, Dependenţa dintre mărimea stratului limită şi soluţia constructivă a reţelei de palete 85
ST. PETRESCU, Consideraţii cinetice privind presiunea pe un piston mobil 93

Electroenergetică şi electrotehnică

R. RĂDULEŢ, A. ŢUGULEA, AL. TIMOTIN, Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale cîmpului electromagnetic 109
G. DRĂGAN, Asupra utilizării teoriei similitudinii pentru studiul descărcării corona . . 129
C. FLUERAŞU, Studiul unui concentrator de cîmp pentru formarea electromagnetică . . 145
I. PONNER, Contribuţii privind calculul circuitelor de curent alternativ care conţin un singur element neliniar simetric ohmic sau reactiv 167

St. cerc. energ. electr., Tom 21, Nr. 1, p. 1—284, Bucureşti, 1971

Pag

A. CRISTOVICI, M. STAADECKER, Model matematic pentru calculul numeric al supratensiunilor interne în rețelele trifazice 181

EMILIA CONSTANTIN, Influența conectărilor nesimultane asupra valorii supratensiunilor la punerea sub tensiune a unei linii de transport trifazate 191

A. MORARU, Oscilații liniare și neliniare ale armăturii motorului electromagnetic . . . 203

ADELAIDA MATEESCU, Cîteva criterii cu privire la prescrierea eroiii de aproximare de tip Cebîșev în corectarea distorsiunilor de timp de propagare de grup 223

ED. RĂDĂCEANU, Un tip de senzitivitate a indicelui de performanță și problema conducerii suboptimale a unei clase de sisteme neliniare 247

M. PORȚEANU, Circuitele logice cu tranzistoare în schemele de comandă din centralele și stațiile electrice 265

Material documentar 281

ÎMBUNĂTĂȚIREA CALITĂȚII PROGNOZELOR ENERGETICE PRIN MODIFICAREA EXPONENȚILOR FUNCȚIILOR DE MODELARE

DE

V. CARACUDOVICI, CS. NAGY şi S. MANEA

620.09

Plecînd de la importanţa pe care o are alegerea funcţiei de modelare pentru realizarea prognozelor statistice obţinute prin extrapolare, se analizează îmbunătăţirile ce pot fi aduse funcţiilor de modelare prin modificarea exponenţilor termenilor şi se exemplifică cu rezultatele obţinute în domeniul consumului total şi casnic de energie electrică.

Printre factorii care determină calitatea prognozelor obişnuite prin extrapolarea seriilor temporale sau a corelaţiilor simple dintre mărimea studiată şi alte mărimi caracteristice dezvoltării economiei, alegerea funcţiei cu care se aproximează evoluţia şi pe baza căreia se face extrapolarea are un rol esenţial.

Din analiza unui mare număr de cazuri practice a rezultat că evoluţia consumului de energie primară, de energie electrică sau de alte forme de energie, în mărimi globale sau specifice, poate fi încadrată într-una din situaţiile prezentate în figura 1, analizate mai jos [1].

a. În primul caz, mărimea a cărei variaţie o urmărim este monoton crescîndă şi se măreşte mai repede sau în acelaşi ritm cu mărimea în funcţie de care se studiază evoluţia ei (timpul t pentru seriile temporale sau indicatorul economic x pentru corelaţii). În această categorie intră, în general, evoluţia consumului total de energie electrică E în funcţie de timp, evoluţia consumului total de energie primară W în funcţie de timp şi evoluţia consumului total de energie electrică corelată cu producţia industrială. Pentru modelarea acestui tip de evoluţie se folosesc de obicei polinomul de gradul 1, 2 sau 3 şi uneori şi funcţia exponenţială.

b. În al doilea caz, mărimea studiată creşte de asemenea monoton, însă mai încet decît mărimea în funcţie de care se analizează evoluţia ei (t sau x). Aici se încadrează, în general, evoluţia consumului de energie primară în funcţie de producţia industrială şi, în anumite situaţii, evoluţia

consumului de energie primară în funcţie de timp. Fenomenul se modelează de obicei cu funcţii logaritmice.

c. În cazul al treilea, mărimea studiată creşte la început mai încet şi apoi din ce în ce mai repede pînă se atinge un ritm maxim după care creşterea începe să se atenueze, dar continuă să crească nelimitat. Este cazul tipic variaţiei consumului de energie electrică şi de energie primară în funcţie de timp dacă se are în vedere un interval de timp mai mare şi deci prognoze de termen mai lung. Modelarea matematică poate fi realizată în bune condiţii printr-o funcţie logistic-logaritmică. [2].

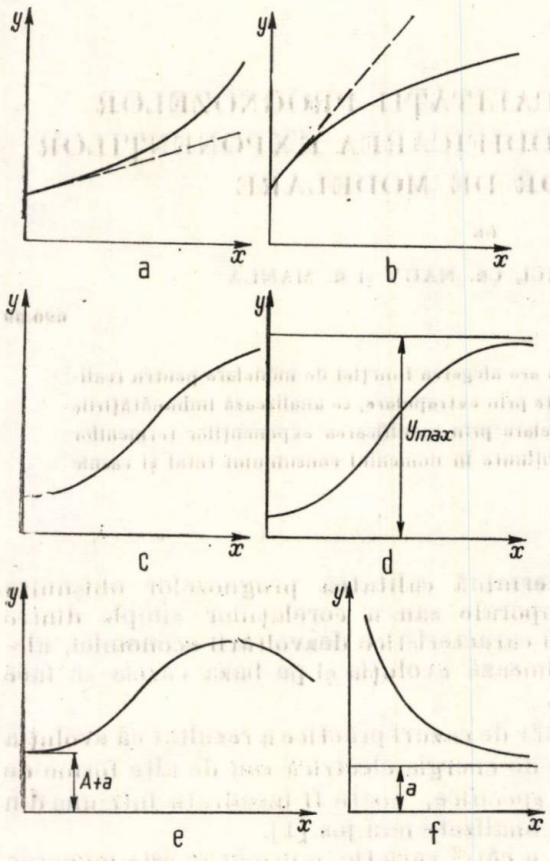


Fig. 1. — Tipuri de evoluţie a consumului total şi specific de energie.

d. În cazul al patrulea, variaţia este similară cu cea din cazul precedent numai că creşterea din partea a doua a intervalului, după punctul de inflexiune, tinde către o valoare maximă (plafon). În această situaţie se încadrează variaţia unui mare număr de consumuri specifice de energie, mărimile caracteristice pentru structura consumului (ponderi faţă de consumul total) şi înzestrarea cu aparate utilizatoare de energie, toate în funcţie de timp. Această evoluţie se poate modela cu funcţii logistice clasice [3].

e. Evoluţia de forma prezentată în figura 1 *e*, în care forma precedentă se prelungeşte cu o zonă unde mărimea studiată scade după ce a atins plafonul maxim către o valoare minimă, este caracteristică pentru modelarea consumului specific de energie electrică şi primară în funcţie de timp dacă se iau în consideraţie intervale de timp mai lungi şi poate fi modelată matematic printr-o funcţie exponenţială cu creştere limitată [4].

f. Ultima evoluţie, continuu scăzătoare, tinzînd către o valoare minimă diferită de zero, este de asemenea caracteristică unor consumuri specifice de energie electrică sau de combustibil şi poate fi modelată cu hiperbole.

După cum a rezultat din îndelungata experienţă acumulată de autori în acest domeniu [5], [6], determinarea tipului de funcţie de aproxi-

mație a trendului șirurilor statistice nu poate fi realizată numai prin analiza imaginii geometrice a punctelor prin care se descrie evoluția perechilor de valori considerate, pentru că existența factorilor accidentali uneori cu influență perturbatoare puternică asupra consumului de energie, îngreuiază scoaterea în evidență a trendului, mai ales dacă se au în vedere șiruri relativ scurte.

De un real folos în alegerea principială a modelului s-a dovedit analiza calitativă a fenomenelor tehnice și economice care determină mărimea și structura consumului de energie, analiză extrastatistică din care se pot obține indicații prețioase asupra modului de variație, asupra existenței și mărimii plafoanelor maxime sau minime, asupra punctelor de inflexiune și asupra altor elemente care caracterizează modul de evoluție.

După alegerea clasei funcțiilor de modelare pe baza analizei statistice și extrastatistice a seriilor consumurilor de energie, se mai pot aduce funcțiilor respective anumite îmbunătățiri pentru a le da și mai mare elasticitate în descrierea fenomenului în perioada cunoscută. Pe această cale, autorii au analizat variația calității modelării matematice a șirurilor statistice prin modificarea exponenților funcțiilor de modelare clasice.

Esența acestei modificări este introducerea în funcțiile de modelare matematică a unui exponent (α) care poate lua valori neîntregi. Această modificare lungește într-adevăr calculul statistic, ceea ce însă nu contează la utilizarea unui calculator modern, însă dă o elasticitate mult mai mare în ceea ce privește înscrierea funcției de modelare în punctele reale a unui șir statistic. Așa, de exemplu, prin introducerea exponentului α abaterea standard se poate reduce cu 20 — 80%. Această sensibilitate este deosebit de mare la funcția logistică, care are un caracter destul de rigid, dar prezintă un interes principial foarte mare pentru modelarea unor evoluții energetice (ponderi, structuri și șiruri temporale lungi).

Această modificare (prin exponentul α) acționează sensibil asupra unuia dintre cei trei factori principali care influențează calitatea unei prognoze statistice, și anume asupra abaterii standard în perioada de bază, și are influență și asupra factorului: alegerea funcției de modelare. Experiența a dovedit justificarea introducerii acestor modificări a funcțiilor matematice utilizate în prognoză.

În cazul polinomului cu care se descrie evoluția din figura 1*a* s-a analizat forma

$$Y = a + bX + c\,X^2, \tag{1}$$

respectiv modificată

$$Y = a + b\,X + c\,X^{\alpha}, \tag{1'}$$

unde s-a notat cu Y mărimea energetică cercetată (considerată variabilă dependentă) și cu X variabila independentă (timpul t, respectiv indicatorul economic de corelație x), a, b și c sînt coeficienți constanți, iar α un parametru care poate lua orice valori cuprinse între 1 și 4. Prin faptul că parametrului α i se pot stabili și valori neîntregi, această relație se pretează la o modelare mai fină și deci, în general, și la prognoza de calitate mai bună,

cu observaţia că la extrapolarea seriilor de timp cu un număr mic de elemente, din cauza posibilităţii de a se obţine şi rezultate total eronate, trebuie să se compare şi cu rezultate obţinute pe alte căi (vezi tabela 1).

Tabela 1

Comparaţia rezultatelor prognozelor *ex-post* pentru consumul de energie din R.S.România, care au fost determinate cu relaţiile (1), (1') şi (3), (3')

Nr. crt.	Relaţia	Abaterea standard %	Abaterea de la valoarea reală, respectiv planificată %		
			1965	1970	1975
1.	$E = -19{,}86+1{,}083\ I + 0{,}00022 I^2$	3,6	— 4,0	— 0,5	—
2.	$E = 12{,}79-0{,}307\ I+0{,}793\ I^{1{,}1}$	3,0	— 3,4	— 2,7	—
3.	$E = 56{,}48+6{,}81\ t + 1{,}076\ t^2$	1,2	—28,9	—43,3	
4.	$E =40{,}6+13{,}58\ t+0{,}139\ t^{2{,}6}$	1,1	—26,4	—38,8	
	$t=0$ pt. 1946				
5.	$E = \dfrac{20.000\ \lg(t+30)}{1+285.10^{-0{,}054\ t}}$	6,5	—	— 7,2	— 3,5
6.	$E = \dfrac{20.000\ \lg(t+30)}{1+272{,}3.10^{-0{,}041\ t^{1{,}1}}}$	5,1	—	+ 2,9	+15,2
	$t = 0$ pentru 1950				

$E = I = 100$ în 1950.

Perioada de bază pentru relaţiile 1, 2, 3, 4: 1950 — 1960; pentru relaţiile 5 şi 6: 1950 — 1965.

În cazul al doilea s-a propus funcţia

$$Y = a \cdot \lg\ X, \tag{2}$$

respectiv înlocuirea ei cu

$$Y = a + b\ X^{\alpha}, \tag{2'}$$

în care parametrul α ia valori cuprinse între 0 şi 1. Faptul că s-a introdus un exponent fracţionar dă posibilitatea modelării evoluţiei consumului de energie în condiţii mai bune decît prin curba logaritmică, care este mai rigidă, utilizată frecvent în literatura de specialitate pentru cazurile de acest gen.

Pentru cel de-al treilea caz s-a propus funcţia

$$Y = \frac{A \lg (30 + x)}{1 + b \cdot 10^{-\gamma t}}, \tag{3}$$

unde γ este un parametru în general neîntreg, respectiv relația modificată

$$Y = \frac{A \lg (x+30)}{1 + b\, 10^{-\gamma t^{\alpha}}}, \tag{3'}$$

care a mai fost analizată de autori într-o publicație anterioară [2] fără exponentul α și care avea dezavantajul unei rigidități destul de mari ce nu-i permitea adaptarea la toate cazurile întîlnite în practică. Prin introducerea exponentului α neîntreg se îmbunătățește înscrierea curbei în punctele reale și crește deci calitatea prognozelor ce se pot realiza pe această cale.

Pentru funcția logistică de forma

$$Y = \frac{Y_{max}}{1 + b\ 10^{-\gamma t}}, \tag{4}$$

respectiv modificată

$$Y = \frac{Y_{max}}{1 + b\, 10^{-\gamma t^{\alpha}}}, \tag{4'}$$

introducerea exponentului neîntreg α duce de asemenea la mărirea adaptabilității funcției la situațiile destul de variate întîlnite în practică (vezi tabela 2).

Pentru cazul din figura 1*e* s-a propus funcția

$$Y = A + a\, 10^{(bX - cX^2)}, \tag{5}$$

respectiv modificată

$$Y = A + a\, 10^{(b \cdot X^{\alpha} - cX^{2\alpha})}, \tag{5'}$$

la care, prin introducerea exponentului α neîntreg, se obține nu numai avantajul unei adaptabilități mai mari, ci și introducerea unei asimetrii care apropie și mai mult funcția de situațiile întîlnite în practică.

În ultimul dintre cazurile analizate s-a propus funcția

$$Y = a + b\ X^{-1}, \tag{6}$$

respectiv modificată

$$Y = a + b\ X^{-c}, \tag{6'}$$

care prin variația parametrului α funcția se poate adapta la toate cazurile întîlnite în practică.

Tabela 2

Comparaţia prognozelor făcute cu relaţiile (3) şi (3') pentru înzestrarea gospodăriilor casnice cu aparate electrice în R. S. România

Nr.crt.	Obiectul prognozei	Relaţia	Perioada de bază	Abaterea standard %	Prognoza ponderii gospodăriilor în %		
					1970	1975	1980
1.	Televizoare	$I = \frac{1}{1 + 485{,}1 \cdot 10^{-0{,}21t}}$	1957—1968	40,0	0,53	0,93	0,99
2.		$I = \frac{1}{1+1230 \cdot 10^{-0{,}79t^{0{,}5}}}$		7,2	0,27	0,65	0,81
3.	Aparate radio	$I = \frac{1}{1+5{,}24 \cdot 10^{-0{,}049t}}$	1955—1968	18,4	0,51	0,64	0,76
4.		$I = \frac{1}{1+7{,}42 \cdot 10^{-0{,}2 \cdot t^{0{,}5}}}$		4,2	0,45	0,51	0,58
5.	Frigidere	$I = \frac{1}{1+227 \cdot 10^{-0{,}224t}}$	1960—1968	13,2	0,31	0,82	0,98
6.		$I = \frac{1}{1+573 \cdot 10^{-0{,}716 \cdot t^{0{,}5}}}$		0,7	0,24	0,51	0,73
7.	Maşini de spălat	$I = \frac{1}{1+46 \cdot 10^{-0{,}16t}}$	1960—1968	2,1	0,23	0,42	0,49
8.		$I = \frac{1}{1+175 \cdot 10^{-0{,}49t^{0{,}5}}}$		0,4	0,17	0,30	0,47

t = o pentru primul an al perioadei de bază.
Limita superioară s-a admis $I_{max} = 1$.

Este de menţionat că introducerea parametrului α în toate relaţiile analizate îngreuiază calculul coeficienţilor numerici a, b, c şi α, întrucît determinarea valorii optime a lui α nu se poate face decît prin încercări şi deci trebuie să se repete calculul de un număr oarecare de ori. În condiţiile folosirii calculatoarelor electronice, această dificultate este însă depăşită şi deci metoda poate fi aplicată cu succes deplin.

Pentru exemplificarea diferenţelor care apar în cele două sisteme de calcul se prezintă în tabela 1 compararea modelării matematice a evoluţiei consumului total de energie electrică în R. S. România în funcţie de timp

și de producția industrială în perioada 1950 — 1960, care se încadrează în primele patru cazuri analizate, gradul de adaptabilitate fiind apreciat într-o primă aproximație prin abaterea standard. În relațiile 5 și 6, perioada de bază este 1950 — 1965. În aceeași tabelă se compară și valorile prognozelor obținute prin extrapolarea funcțiilor analizate cu cele realizate (anul 1965) sau planificate în Planul de Stat (anii 1970 și 1975).

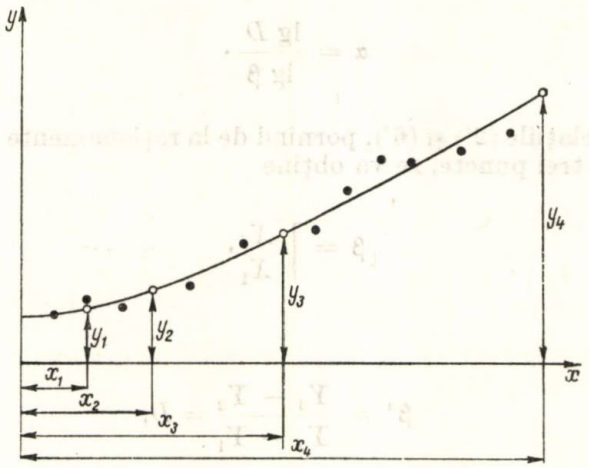


Fig. 2. — Determinarea aproximativă a exponentului.

Este de remarcat că la relațiile 3 și 4 din tabela 2 abaterile sînt excesive față de valorile reale sau planificate, cu toate că abaterile standard în perioada de bază sînt mici. Acest fapt demonstrează încă o dată că seriile temporale trebuie tratate cu mult discernămînt în cazul prognozelor statistice.

În tabela 2 se compară calitatea modelării matematice a seriilor temporale referitoare la înzestrarea cu aparatele electrocasnice în R.S. România, realizată cu cele două tipuri de funcții logistice, apreciată tot cu abaterea standard, și se prezintă valorile ce se pot obține prin extrapolare în viitor pînă în 1980, spre a se vedea mărimea erorilor posibile.

Pentru a ușura determinarea parametrului α se dau în cele ce urmează cîteva procedee practice care pot servi în primă aproximație la aprecierea valorii optime care dă abaterea minimă a funcției și care permit aplicarea metodei fără a se dispune de un calculator electronic.

Aproximarea are la bază trasarea directă, cu ochiul liber, prin punctele cunoscute a unei curbe de variație și determinarea lui α pe baza a trei sau patru puncte alese după o regulă pe această curbă aproximativă (fig. 2).

Pentru prima dintre relațiile studiate, notînd cu Y_1, Y_2, Y_3 și Y_4 valorile corespunzătoare ale funcției în punctele X_1, X_2, X_3 și X_4 și făcînd înlocuirea $X_2 = X_1\beta$; $X_3 = X_1\beta^2$; $X_4 = X_1\beta^3$, unde

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{X_4}{X_1}},$$

se poate demonstra că

$$\beta^{\alpha} = \frac{(Y_2 - Y_3)\,\beta + Y_4 - Y_3}{(Y_1 - Y_2)\,\beta + Y_3 - Y_2} = D, \tag{7}$$

unde

$$\alpha = \frac{\lg D}{\lg \beta}. \tag{8}$$

Pentru relaţiile (2′) şi (6′), pornind de la raţionamente asemănătoare, însă numai cu trei puncte, se va obţine

$$\beta = \sqrt{\frac{X_3}{X_1}},$$

iar

$$\beta^{\alpha} = \frac{Y_3 - Y_2}{Y_2 - Y_1} = D, \tag{9}$$

de unde α se determină cu relaţia (8).

Pentru relaţiile (3′) şi (4′), curba aproximativă se trece tot printre punctele reale, iar dacă se introduc notaţiile

$$Z = \frac{A \lg (t + 30)}{Y} - 1 \tag{10}$$

pentru funcţiile de tipul (3′) şi

$$Z = \frac{Y_{\max}}{Y} - 1 \tag{10′}$$

pentru funcţiile de tipul (4′), se obţine

$$\beta^{\alpha} = \frac{\lg Z_3 - \lg Z_2}{\lg Z_2 - \lg Z_1} = D, \tag{11}$$

din care se pot obţine de asemenea valorile aproximative ale lui α.

La relaţia de tipul (5′), dacă se fac înlocuirile

$$Z = \frac{Y - A}{a}; \quad \beta = \sqrt{\frac{X_3}{X_1}}$$

și se notează $U = \lg Z$ și $\beta^x = D$, se obține

$$U_1 D^3 - U_2(D^2 + D) + U_3 = 0, \tag{12}$$

din care se pot determina valoarea lui D și apoi calcularea lui α se face tot cu relația (8).

După prima aproximație a parametrului α se determină celelalte constante din relațiile cercetate pentru cîteva valori ale lui α în jurul valorii aproximative și se alege pentru calculul final valoarea α care a condus la abaterile standard minime.

Această metodă a dat rezultate bune în practică, reducînd numărul încercărilor necesare pentru determinarea lui α care dă abaterea minim-minimorum.

Din cele expuse rezultă că, după alegerea tipului de funcție pe baza unor considerente extrastatistice, introducerea exponentului α neîntreg contribuie la îmbunătățirea calității prognozelor energetice în special și a celor economice în general.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Metode de prognoză aplicate în energetică*, Comunicare la Sesiunea Acad. R. S. România din 2 — 4 iulie 1970.
2. Cs. Nagy, V. Caracudovici, *Beitrag zur mathematischen Modellierung des Wachstuns im Gebiet, der Energiebedarfsprognose.* Rev. Roum. Sci. Techn., Ser. Electrotechn. Energ., **15**, *1*, 151 — 156 (1970).
3. Cs. Nagy, V. Caracudovici, *Trendberechnung der energetischen Geräteausstattungmittels der logistischen Funktion*, Rev. Roum. Sci. Techn. Ser. Electrotechn. Energ., **14**, *3*, 473 — 483 (1969).
4. D. Berbece, V. Caracudovici, P. Dan, Cs. Nagy, G. Panaitescu, *Mathematische Modellierung der Entwieklung des spezifischen Energieverbrauches zum Zwecke der mathematisch — statistischen Energiebedarfsprognose*, Rev. Roum. Sci. Techn. Ser. Electrotechn. Energ., 1969, **14**, *2*, 321 — 333 (1969).
5. Cs. Nagy, S. Manea, *Beitrag zur Auswahl der entsprechenden mathematischen Beziehungen und des wirtschaftlichen Korrelationsfaktors für Energiebedarfsprognosen*, Rev. Roum. Sci. Techn. Ser. Electrotechn. Energ., 1970, **15**, *4* (1970).
6. Cs. Nagy, *Mathematiche Modellierung der Entwicklung des Energiebedarfs.* Rev. Roum. Sci. Techn., Ser. Electrotechn. Energ., 1968, **13**, *1*, 139 — 151 (1968).

SEPARAREA INFLUENȚEI FACTORILOR CLIMATICI ASUPRA SERIILOR TEMPORALE CARE SERVESC LA FUNDAMENTAREA PROGNOZELOR STATISTICE ÎN DOMENIUL CONSUMULUI CASNIC DE ENERGIE

DE

VICTOR CARACUDOVICI

620.09

Se prezintă două procedee pentru determinarea influenței factorilor climatici asupra seriilor temporale care servesc la fundamentarea prognozelor statistice sub forma unor relații de corecție și se exemplifică aplicarea lor pe seria consumurilor specifice de energie primară pe locuitor în sectorul gospodăriilor casnice.

1. Folosirea seriilor temporale ale unor mărimi caracteristice pentru dezvoltarea energetică a întregii economii sau a unui sector din economia națională la studiile de prognoză are la bază extrapolarea tendințelor de evoluție manifestate într-o perioadă din trecut, considerîndu-se că se permanetizează ansamblul de condiții tehnice și economice care au determinat variația consumului de energie cercetat.

2. Dezvoltarea continuă a sistemelor social-economice atît ca mărime, cît și ca complexitate se datorește unui număr mare de factori înlănțuiți prin interdependențe multiple într-un ansamblu unitar, care nu permite, în general, studierea mai amănunțită a fiecăruia dintre ei. Analiza atentă a acestor factori sub aspectul naturii influenței pe care o au asupra procesului de dezvoltare duce la concluzia că ei pot fi grupați în două categorii : factori de bază, care determină tendințele de bază ale evoluției și au o acțiune de creștere mai constantă și mai lentă, influența lor perpetuîndu-se relativ uniform în procesul reproducției sociale, și factorii auxiliari, care au o acțiune neregulată și de cele mai multe ori imprevizibilă, fiind determinați de schimburi bruște politice sau economice, de considerente climatice sau de alte cauze.

3. În domeniul consumului casnic de energie, dintre factorii cuprinși în a doua categorie rolul esențial îl are influența factorilor climatici și, dintre aceștia, temperatura mediului ambiant, pentru că influențează în mod direct consumul de energie pentru încălzirea încăperilor, capitol foarte important în structura consumului total de energie al gospodăriilor casnice.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 13—18, 1971

4. Problema influenței condițiilor climatice asupra consumului de energie, și în special asupra consumului de energie electrică, este tratată destul de frecvent în literatura de specialitate, cu referire îndeosebi la analiza variației cererii de putere (electrică) și debit (de gaze combustibile sau de abur) în vederea exploatării raționale a sistemelor energetice. În aceste lucrări însă, partea din consumul de energie determinată de variația factorilor climatici formează obiectul principal al studiului, pentru că se urmărește satisfacerea optimă a consumului de energie atît la variații bruște de sarcină, cît și la valorile lui extreme, și de aceea se caută să se izoleze cota aferentă influenței factorilor climatici, filtrîndu-se seriile respective de influența factorilor permanenți.

5. Aici, urmărindu-se extrapolarea trendului de evoluție al șirului statistic, problema se pune invers : pentru îmbunătățirea calității rezultatelor se caută să se elimine influența perturbatoare a factorilor auxiliari, păstrîndu-se ca obiectiv numai cota de consum influențată de factorii de bază care determină în ultima instanță trendul.

6. Practic în această lucrare se caută să se determine influența temperaturii medii anuale pentru sezonul de încălzit asupra consumului de energie primară în sectorul gospodăriilor casnice cu scopul de a se corecta valorile actuale ale șirului statistic corespunzător unor temperaturi medii pe sezonul de iarnă diferite față de media multianuală respectivă și a se scoate în evidență trendul statistic.

7. În literatura de specialitate, pentru acest obiectiv se indică fie corecții constante, stabilite global prin interpretarea datelor statistice, fie metode mai exacte care se bazează pe stabilirea unor relații de corecție. Astfel, de exemplu, pentru Franța, unde au existat preocupări mai deosebite în această direcție, s-au stabilit relații de corecție de forma

$$w_{\text{corectat}} = \frac{1}{r^a} w_{\text{real}}, \tag{1}$$

în care r reprezintă un coeficient de corecție, determinat față de media pe întreaga perioadă analizată considerată ca unitate, și a un alt coeficient care depinde de tipul combustibilului sau de forma de energie studiată.

8. Pentru stabilirea influenței variației temperaturii mediului asupra consumului de energie, autorul propune două procedee : primul, constînd principial în stabilirea unei corelații între abaterile consumurilor specifice de energie, pe de o parte, și abaterile temperaturilor medii realizate, pe de altă parte, cu scopul de a fundamenta în acest fel o relație de corecție, iar cel de al doilea în stabilirea unei corelații duble între consumul specific de energie și cele două mărimi de bază care determină evoluția consumului, respectiv timpul, care determină tendința generală de creștere, și temperatura mediului, care determină fluctuațiile anuale.

9. În stabilirea corelației dintre abaterile celor două mărimi, abaterile temperaturilor medii se stabilesc față de media pe întreaga perioadă analizată : $\Delta T_i = T_i - T_{\text{med.}}$, iar abaterile consumurilor specifice de energie care au o tendință generală de creștere, față de valorile calculate pe baza unei funcții de aproximație a trendului, fixată inițial $[\Delta w_1 = w_i - f(t_i)]$.

10. Funcția de regresie, care modelează matematic corelația dintre abaterile consumului specific de energie și temperaturii medii, de forma

$$\Delta w = \varphi(T), \tag{2}$$

reprezintă de fapt relația de corecție căutată prin care se determină direct valorile cu care trebuie să se corecteze consumurile specifice realizate în fiecare an.

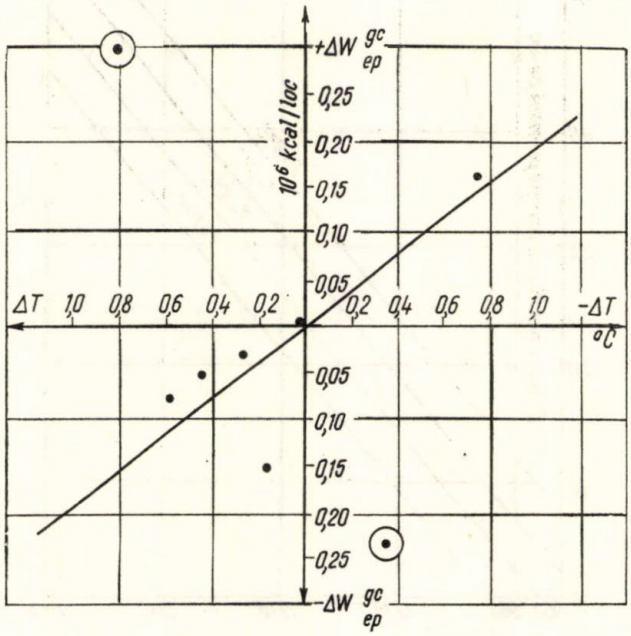


Fig. 1. — Corelația dintre abaterile consumului specific de energie primară pe locuitor (10^6 kcal/loc.) și abaterile temperaturilor medii anuale față de media pe întregul interval (°C) pentru România în intervalul 1955—1962.

11. Pentru exemplificarea primului procedeu, în figura 1 s-a reprezentat corelația dintre abaterile consumului specific de energie primară pe locuitor pentru țara noastră în intervalul 1955 — 1962 (ΔW_{ep}^{9c}) exprimate în milioane de kilocalorii, și abaterile temperaturii medii anuale față de media pe interval în grade Celsius (ΔT). Aproximarea evoluției consumului specific de energie față de care s-au calculat abaterile s-a făcut printr-o curbă logistică de forma

$$W(t) = \frac{W_{\max}}{1 + b\, e^{-\alpha t}}, \tag{3}$$

unde b și α sînt parametrii de calcul care modelează optim seriile temporale de acest gen. Considerînd pentru simplificare o regresie liniară, prin aplicarea metodei pătratelor minime pentru stabilirea coeficienților s-a obținut relația de corecție

$$(\Delta W)_{\text{corectat}} = 0{,}19\ \Delta\ T, \tag{2'}$$

care duce la valorile corectate, prezentate comparativ în tabela 2.

12. Corelația dublă care poate fi stabilită între consumul specific de energie și timpul, respectiv temperatura mediului poate fi rezolvată prin aplicarea teoriei regresiilor multiple cînd există un număr de observații experimentale asupra variabilelor mai mare decît numărul necunoscutelor. Dacă se admite pentru ecuația de regresie forma liniară, ipoteză accepta-

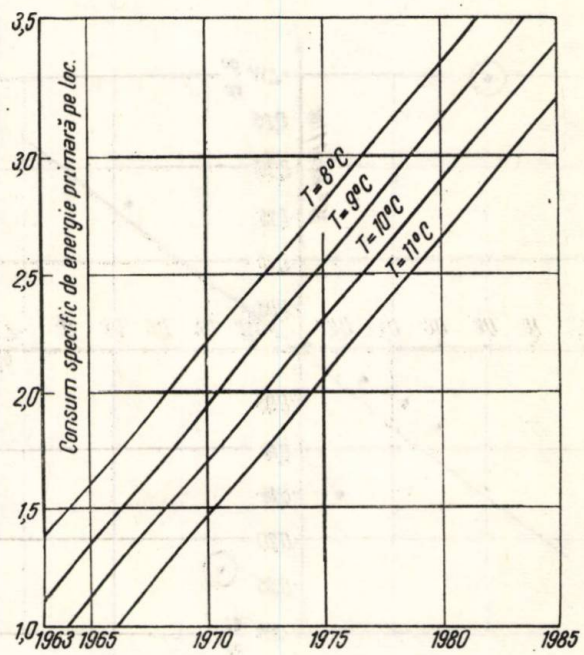


Fig. 2. — Consumul specific de energie primară pe locuitor în funcție de temperatura medie anuală și de timp, regresie dublă, pentru România în intervalul 1955—1962.

bilă în problema pusă dacă se iau în considerație perioade mai lungi de timp, se obține forma

$$w = a + b\,t + c\,T, \tag{4}$$

în care a, b și c sînt parametrii de calcul ce pot fi determinați tot prin metoda pătratelor minime, în care se evidențiază printr-un termen separat influența temperaturii asupra consumului specific cercetat.

13. Exemplificarea celui de-al doilea procedeu pe aceeași serie de date statistice duce la o regresie de forma

$$w_{\text{corectat}} = 3{,}32 + 0{,}82\,t - 0{,}246\,T, \tag{4'}$$

reprezentată grafic în figura 2, din care rezultă și valorile prezentate pentru comparație în tabela 2.

14. Aproximînd şirurile statistice din tabela 1 tot cu funcţii de tip logistic, se obţin abateri standard de ordinul 7,5% pentru primul procedeu de corecţie şi 6,5% pentru cel de-al doilea procedeu, faţă de circa 10,2% cît reprezenta aceeaşi mărime în varianta iniţială, ceea ce tinde către recomandarea procedeului prin intermediul corelaţiilor multiple. O hotărîre clară în acest sens nu poate fi luată decît după analiza unui număr mai mare de cazuri şi, ca atare, autorul recomandă deocamdată ambele procedee.

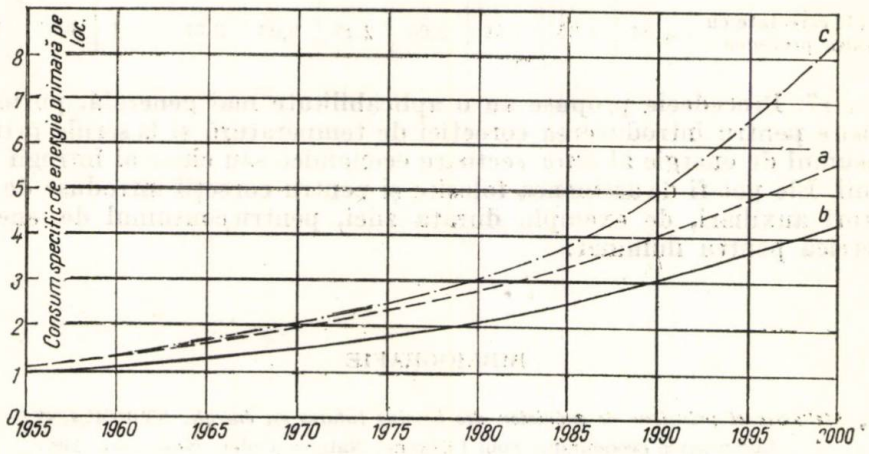


Fig. 3. — Prognozele obţinute prin extrapolarea seriilor temporale : *a* — necorectată ; *b* — corectată cu primul procedeu şi *c* — corectată cu al doilea procedeu, modelate cu funcţii de tip logistic.

15. Pentru reliefarea diferenţelor care apar la extrapolarea seriilor de acest gen şi deci a ordinului de mărime a erorilor care se pot face la fundamentarea prognozelor pe această bază, în tabela 2 şi în figura 3 se reprezintă prognozele pentru termene medii şi lungi, determinate pe această cale tot prin considerarea aproximării cu funcţii de tip logistic.

16. Rezultatele obţinute atît din cercetările teoretice, cît şi din exemplele practice arată în mod clar necesitatea corectării şirurilor statistice care stau la baza prognozelor prin extrapolare în domeniul consumului casnic de energie, aceasta fiind o cale deosebit de eficientă pentru creşterea calităţii prognozelor realizate.

Tabela 1

Consum specific 10^6 Kcal/loc.	1955	1956	1957	1958	1960	1961	1962	1966
Valori reale	1,23	1,26	1,12	1,06	1,24	1,32	1,44	1,83
Valori corectate cu primul procedeu	1,21	1,12	1,17	1,09	1,35	1,40	1,44	1,67
Valori corectate cu al doilea procedeu.	1,04	1,20	1,12	1,23	1,29	1,40	1,44	1,72

Tabela 2

Consum specific calculat 10^6Kcal/loc.	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
cu valori reale	1,07	1,30	1,58	1,91	2,31	2,79	3,35	4,01	4,78	5,66
cu val. corectate cu primul procedeu	0,83	1,00	1,21	1,46	1,76	2,12	2,78	3,04	3,62	4,30
cu val. corectate cu al doilea procedeu	1,04	1,30	1,61	2,00	2,47	3,03	3,71	4,91	6,67	8,36

17. Procedeele propuse au o aplicabilitate mai generală, putînd fi folosite pentru introducerea corecției de temperatură și la seriile privind consumul de energie al altor sectoare economice sau chiar al întregii economii. Ele pot fi de asemenea folosite și pentru corecții introduse de alți factori auxiliari, de exemplu durata zilei, pentru consumul de energie electrică pentru iluminat.

BIBLIOGRAFIE

* * * *Méthodes et principes de prévision des besoins futures en énergie.* ST/ECE/ENERGY/2, Commission économique pour l'Europe, Nations Unies, New York, 1964.

CHEVET M., *La demande d'énergie du secteur domestique. Structure et essais de prévision*, teză pentru obținerea doctoratului în economie energetică, Université de Grenoble, 1968.

NAGY C., CARACUDOVICI V., ELEFTERESCU M., PANAITESCU G., *Folosirea corelațiilor multiple pentru planificarea consumului de energie în întreprinderile industriale*, Energetica, **15**, 2.

CARACUDOVICI V., *Folosirea corelațiilor multiple pentru fundamentarea prognozelor în domeniul consumului casnic de energie*, St. cerc. energ. electr. **19**, 2 (1969).

CARACUDOVICI V., *Contribuții la prognoza necesarului de energie în sectorul gospodăriilor casnice*, teză pentru obținerea titlului de doctor inginer în specialitatea energetică generală, Academia R. S. România, 1970.

FACTORII CARE DETERMINĂ SIGURANȚA CENTRALELOR TERMOELECTRICE

DE

V. NITU

În articol se arată că asigurarea menținerii nivelului de siguranță calculat pentru sistem, se poate realiza prin stabilirea indicatorilor de siguranță care trebuie realizați de centrale sau componente ale centralei. De asemenea trebuie studiată influența evenimentelor rare, cu probabilitate foarte mică de apariție, ca de exemplu incendii, avarii ale instalațiilor comune ca baraje, turnuri de răcire, coșuri de fum, inundații etc., asupra indicatorilor de siguranță admiși pentru centrală. Se prezintă în articol un exemplu de calcul.

1. INTRODUCERE

Siguranța funcționării sistemului energetic este determinată de modul în care funcționează instalațiile producătoare de energie electrică și de căldură. Menținerea unui ritm ridicat în producția de energie electrică și de căldură și în puterea instalată (fig. 1, 2 și 3) ne obligă la corelarea permanentă a rezervelor de putere cu structura sistemului.

În calculele de stabilire a mărimii rezervei de avarie din sistemul energetic se pleacă de la indicatorii de siguranță ai fiecărui grup în parte.

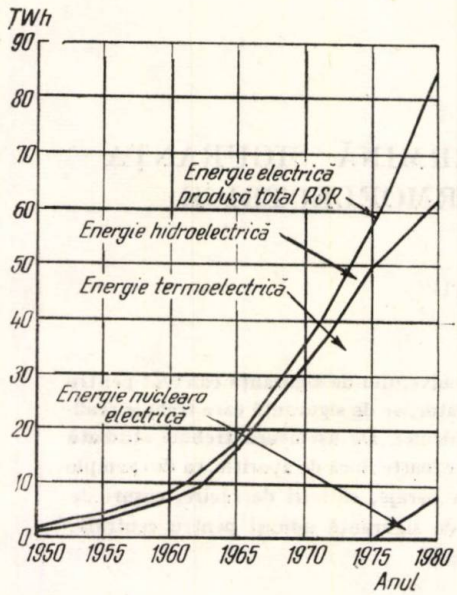
Exprimarea prin indicatori sintetici ai siguranței grupurilor care compun centralele electrice nu redă toate intercondiționările care apar la funcționarea grupurilor și influențele pe care le au instalațiile comune, ca alimentări cu apă, instalații de combustibil sau de evacuare a zgurii și cenușii, surse unice de curent continuu, gospodărie comună de cabluri etc.

Proiectarea centralelor electrice se realizează într-o fază ulterioară elaborării studiilor de planificare a sistemului și, respectiv, de stabilire a structurii centralelor electrice și a mărimii optime a agregatelor.

Pentru a realiza o tratare unitară a problemelor de siguranță atît la nivelul sistemului, cît și al fiecărei unități în parte, este necesar ca la proiectarea centralelor electrice să se urmărească realizarea indicatorilor de siguranță care au stat la baza dimensionării sistemului energetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 19–38, 1971

Diversitatea condiţiilor de amplasare, ale alimentării cu combustibil şi apă de răcire, precum şi legăturile la sistem, mai puţin cunoscute la faza



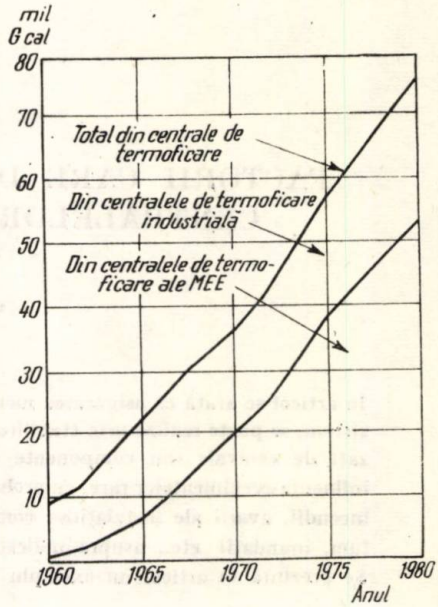


Fig. 2. — Evoluţia căldurii livrate în termoficare în R. S. România.

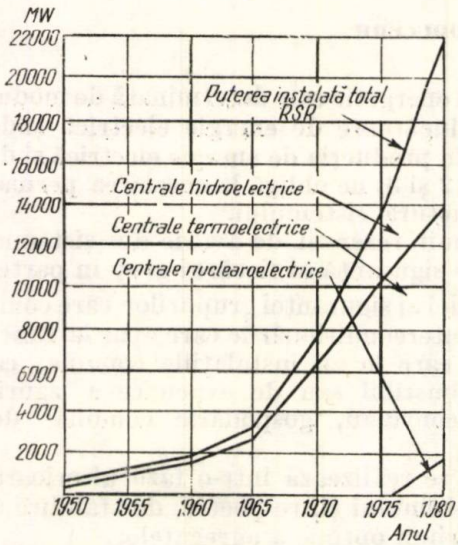


Fig. 1. — Dinamica producţiei de energie electrică în R.S.România.

Fig. 3. — Evoluţia puterii instalate în centralele electrice din R.S. România.

studiului de dezvoltare a sistemului, pot determina importante abateri ale indicatorilor de siguranţă luaţi în calcul pentru ansamblul centralei.

Aceste abateri pot influenţa negativ siguranţa funcţionării sistemului prin micşorarea puterii de rezervă la dispoziţia sistemului. De asemenea trebuie avute în vedere influenţele pe care durata de funcţionare le are

asupra indicatorilor economici ai centralei, ca (L—1) costul energiei electrice, costul căldurii livrate etc. (fig. 4).

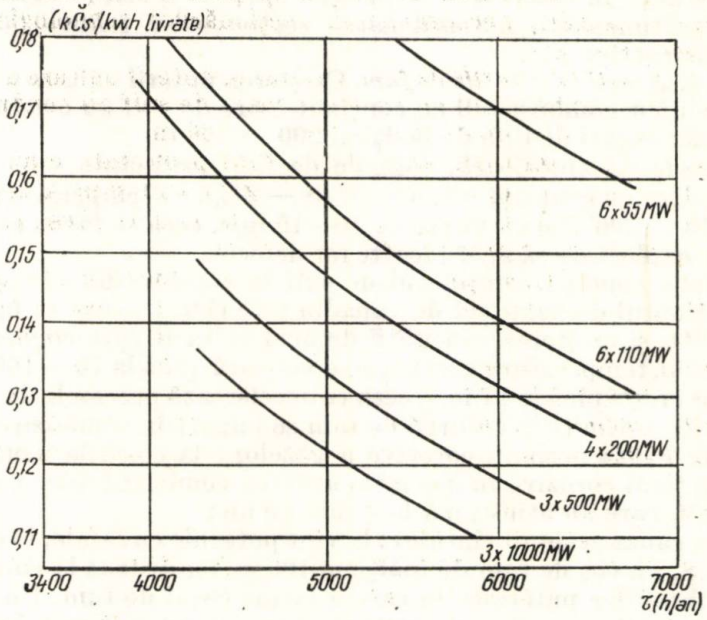


Fig. 4. — Cheltuieli specifice pentru energie electrică livrată (coroane CS/kw h livrată) în funcție de durata anuală de utilizare τ (h/an) în cazul coeficientului mediu de încărcare a blocurilor în perioada de exploatare $\xi = 0{,}85$.

Totodată trebuie avute în vedere ponderea și poziția din punct de vedere electric a centralei în cadrul sistemului la stabilirea indicatorilor de siguranță.

2. CLASIFICAREA AVARIILOR ÎNTÎLNITE LA CENTRALELE ELECTRICE

2.1. Avarii cu probabilitate de apariție foarte redusă, dar cu efecte importante pentru instalații și consumatori

2.1.1. *Incendii în centrale.* Prin creșterea volumului de automatizare și extinderea acționărilor electrice practic la toate mecanismele, are loc o importantă creștere a volumului de cabluri, ajungîndu-se la circa 300—400 km de cabluri pentru un bloc. Condițiile din centralele termoelectrice favorizează apariția incendiilor, cu consecințe foarte grave pentru funcționarea grupului respectiv sau chiar a centralei în ansamblu.

Este semnificativă din acest punct de vedere avaria care a avut loc la centrala La Spezia din Italia (8.VI.1967) ca urmare a unui incendiu apărut în gospodăria de cabluri a grupului de 600 MW și propagat în camera de comandă (L—2). Incendii similare au fost întîlnite și la alte centrale și au

condus la scoaterea grupurilor sau chiar a centralei în întregime din funcţiune pe durate mari de timp.

Aceste avarii au scos în evidenţă insuficienta aprofundare a aspectelor de siguranţă în rezolvarea dispoziţiei spaţiale a echipamentelor, lipsa unor compartimentări, necoordonarea secţionărilor tehnologice cu cele spaţial-constructive etc.

2.1. 2. *Avarii la coşurile de fum.* Creşterea puterii unitare a blocurilor şi folosirea unor combustibili cu conţinut mare de sulf au condus la construcţia unor coşuri de fum de înălţimi 200 — 300 m.

În perioada anterioară, coşurile de fum proiectate erau destinate combustibililor cu conţinut mic de sulf (S — 2%), cu temperaturi a gazelor arse de 120 — 200°C şi cu viteze de 10—15 m/s, ceea ce făcea ca în aceste condiţii de exploatare să apară foarte rar defecte.

În noile condiţii, conţinutul de sulf în combustibil ajunge pînă la 4,5%, conţinutul de pentoxid de vanadiu este ridicat, ceea ce favorizează formarea SO_3 şi creşterea cantităţii de acid sulfuric care condensează pe pereţii coşului, temperatura gazelor arse coboară pînă la 70 — 160°C, iar viteza gazelor creşte pînă la 27 m/s, ceea ce accelerează procesele de coroziune

Avariile întîlnite la coşurile de fum se împart în următoarele grupe :

a) din cauza acţiunii corozive a gazelor : la coşurile metalice s-au observat acţiuni corozive în special la arderea combustibililor cu conţinut mare de sulf, care au atins pînă la 3 mm pe an ;

b) din cauza acţiunii vîntului : la vînt puternic cu rafale, la o centrală din U.R.S.S. un coş de fum de înălţime 100 m s-a distrus la cota 22,5 m, datorită vibraţiilor puternice în care a intrat coşul de fum. Un alt coş de fum (100 m înălţime şi 6 m diametru) al unui combinat metalurgic aflat în exploatare de 11 ani, sub acţiunea vîntului, a cărui viteză nu depăşise 25 m/s, s-a distrus la cota 25—30 m. Analiza acestei avarii a arătat că la turnarea betonului nu se respectaseră condiţiile de calitate impuse de proiectant.

Acest gen de avarii poate conduce, în cazurile centralelor pe un singur coş, la scoaterea întregii centrale din funcţiune, iar în cazul mai multor coşuri a cotei-părţi de putere.

2.1. 3. *Avariile la turnurile de răcire.* Funcţionarea centralelor termoelectrice este condiţionată şi de alimentarea în condiţii sigure cu apă de răcire. Creşterea puterii totale instalate într-o sigură centrală necesită importante calităţi de apă, care pot fi satisfăcute fie în circuit deschis, fie folosind turnuri de răcire de mare capacitate.

Aspectele legate de siguranţa alimentării în circuit deschis au fost elucidate în numeroase studii de specialitate.

Răcirea în circuit închis a centralelor de mare putere a condus la turnuri de foarte mare capacitate. Pentru a sublinia complexitatea acestor turnuri şi riscurile pe care le incumbă, vom prezenta avaria care a avut loc la centrala Ferrybridge (L — 3) cu o putere de 2 000 MW, aparţinînd CEGB (Anglia). Pentru centrală s-au construit opt turnuri cu o înălţime de 114 m, diametrul la bază 92 m, iar coaja cu o grosime de 12,5 cm, amplasate în şiruri paralele distanţate la 107 m (fig. 5).

La 1 noiembrie 1965, în condiţiile unui vînt puternic, s-au prăbuşit trei dintre cele opt turnuri de răcire. Turnul 1 B s-a prăbuşit la ora 10,30, turnul 1 A după circa 10 min, iar turnul 2 A la ora 11,20.

Cercetarea turnurilor rămase a descoperit fisuri verticale apreciabile iar la unele turnuri s-au observat fisuri orizontale situate imediat deasupra inelului inferior al pînzei.

Comisia de analiză a arătat că avaria s-a datorat în primul rînd subestimării sarcinii date de vînt introduse în calcul de proiectanți. Aceasta a

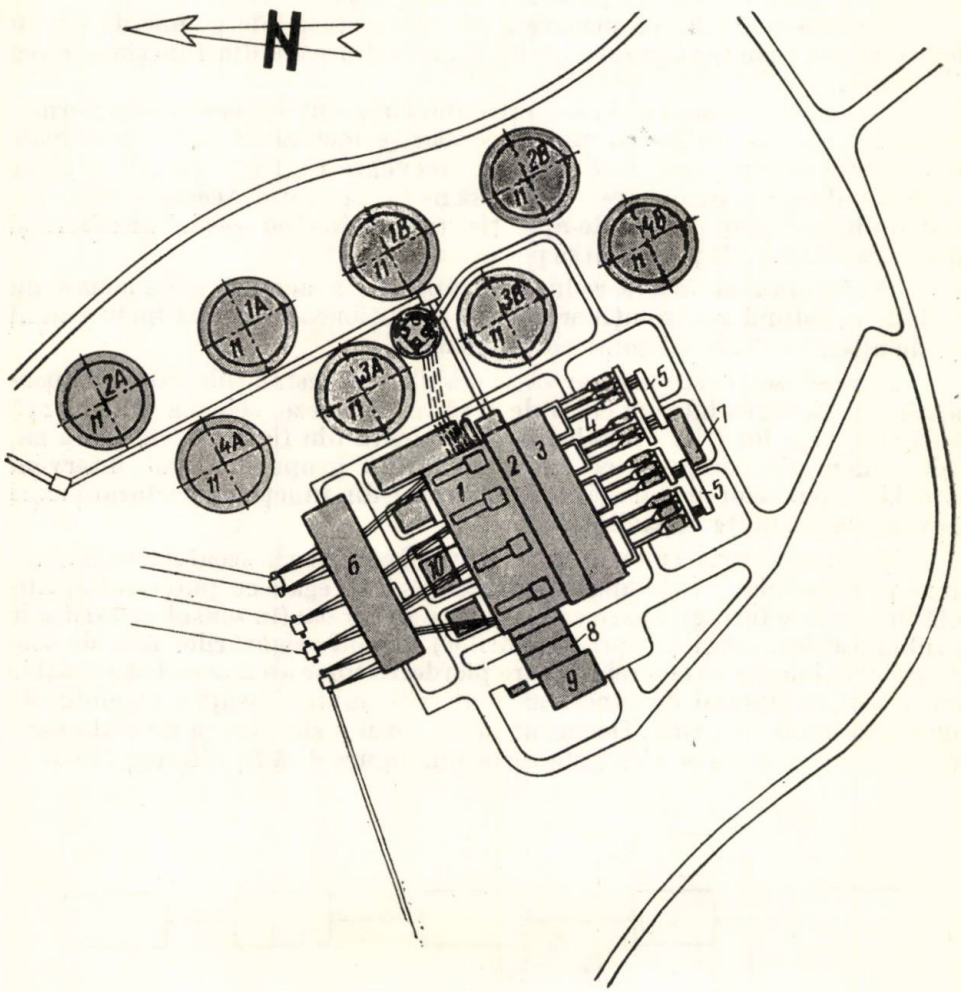


Fig. 5. — Centrala electrică Ferrybridge „C" 2 000 MW. Vedere în plan: *1*—sala mașinilor; *2*—sala buncărelor; *3*—sala cazanelor; *4*—electrofiltre; *5*—coșuri de fum; *6*—stație electrică 275 kv; *7*—centrală cu turbină pe gaze; 8—ateliere; *9*—birouri; *10*—camera de comandă; *11* — turnuri de răcire.

provocat ruperea fiarelor tensionate din partea inferioară a cojii turnurilor. La subestimarea sarcinii date de vînt s-au adăugat greșita interpretare a distribuției presiunilor și neluarea în considerare a efectului de grupare a turnurilor și a clădirilor centralei.

2.1.4. *Opriri ale centralelor ca urmare a inundațiilor.* Fenomenele meteorologice care au avut loc în România în mai 1970, constînd în ploi extrem de abundente, au condus la inundarea a numeroase localități, printre care și platforme industriale. Deși centralele electrice au fost foarte puțin afectate, merită reținută situația CTE Luduș, cu o putere totală de 800 MW și avînd o pondere în sistem de circa 12%, valoare care depășește mărimea puterii de rezervă de avarie la dispoziția sistemului.

Această centrală, ca urmare a inundării stației de pompe de rîu cu debite care aveau o asigurare de 0,1%, a fost scoasă din funcțiune circa 50 de ore.

Trebuie menționat că la alegerea amplasamentelor centralelor termoelectrice se are în vedere ca nivelul cotelor $\pm$ 0,00 al clădirilor principale să fie astfel stabilit, încît la debite cu frecvențe 1 : 1 000 de ani și chiar 1 : 10 000 de ani centralele respective să nu fie afectate. Aceste avarii, cu o probabilitate foarte redusă de apariție, trebuie în mod special analizate și evidențiate măsurile prin care se pot evita.

Probabilitatea foarte redusă de apariție a acestor evenimente nu exclude aprofundarea soluțiilor care le condiționează, astfel încît gradul lor de apariție să fie micșorat corespunzător.

În acest scop este necesar să se stabilească instalațiile care condiționează funcționarea întregii centrale și să se elaboreze schema echivalentă de siguranță a lor (fig. 6). Schema echivalentă din figura 6 ne arată că, independent de comportarea în exploatare a grupurilor, pot interveni avarii de tipul celor arătate și care pot scoate din funcțiune pe durate mari de timp importante capacități.

Deoarece apariția unor asemenea avarii conduce la scoaterea din funcțiune pe timp relativ îndelungat a unor capacități egale cu puterea disponibilă în centrale întregi, apare ca necesar a se corela (în sensul evitării atît a subunităților, cît și a supraestimărilor) nivelul asigurărilor față de asemenea evenimente cu efectele pe care pierderea unor asemenea capacități le are asupra regimului de funcționare al sistemului și asupra nivelului de siguranță impus acestuia. De aici ar putea rezulta situația că nivelul asigurărilor pentru diverse elemente-serie din figura 6 să fie diferențiate de la

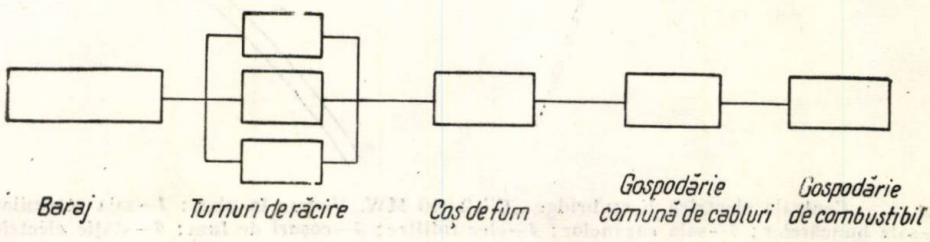


Fig. 6. — Schema echivalentă de calcul al siguranței instalațiilor comune ale unei termocentrale.

centrală la centrală pe considerente tehnice-economice în funcție de mai mulți factori, ca, de exemplu, puterea centralei, raportul dintre puterea disponibilă în centrală și puterea sistemului la un moment dat, locul de amplasare a centralei în sistem, regimul ei de funcționare etc.

2.2. AVARII CU FRECVENȚĂ MARE DE APARIȚIE

Schemele electromecanice care alcătuiesc centralele electrice reprezintă conexiuni complexe cu elemente dispuse în serie și elemente dispuse în paralel. Comportarea în timp a elementelor componente este descrisă de historiograme de tipul indicat în figura 7 :

Fig. 7. — Histograma funcționării unui element.

Făcînd abstracție pentru un moment de reparațiile planificate ale elementelor schemei, deci ale schemei, se poate spune că succesiunea alternativă a perioadelor de funcționare neîntreruptă $\overline{Tf}$ și a perioadelor de defect $\overline{Td}$ descrie stările prin care trec elementele componente ale schemei și schema în ansamblu.

Din punct de vedere matematic, această succesiune poate fi asemuită cu traiectoria unui proces stohastic omogen de tip Markov.

Comportarea fiecărui element al schemei poate fi caracterizată prin următorii parametri :

— λ, denumit intensitatea de avariere și care se poate estima prin

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} T_f^{(i)}};$$

— μ, denumit intensitatea de reparare și care se poate estima prin

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} T_a^{(i)}};$$

$p = \dfrac{\lambda}{\lambda + \mu}$, denumit coeficient de avariere.

Pentru fiecare element în parte, acești parametri variază în funcție de faza în care se găsește elementul respectiv :perioada imediată terminării montajului, perioada de maturitate sau perioada de îmbătrînire. În special pentru blocurile generatoare se impune luarea în considerare a evoluției în timp a acestor indicatori, dată fiind influența pe care o are asupra indicatorilor sintetici de siguranță a acestora, respectiv asupra siguranței sistemului. Aproximațiile pe care le introducem în calcule adoptînd o repartiție exponențială pot fi considerate acceptabile pentru cele mai multe situații.

Experiența de pînă acum ne-a condus la următoarele date statistice.

Trebuie subliniat că progresul tehnic rapid impune perfecționarea continuă a echipamentelor, marcată prin creșterea puterilor unitare, îmbunătățirea parametrilor etc. Aceasta face ca datele statistice determinate pe baza observării agregatelor aflate în funcțiune să aibă un caracter orientativ, ele trebuind să fie adaptate mereu la noile scheme tehnologice.

Problema devine mult mai complicată, de exemplu, atunci cînd trebuie să calculăm siguranţa funcţionării unei centrale nucleare prevăzute cu un nou tip de reactor sau a unei centrale clasice prevăzute cu un tip de cazan de construcţie specială sau un alt agregat al schemei-bloc.

2.2.1. *Metodologia de calcul a siguranţei schemelor tehnologice ale centralelor electrice.* Un element la un moment oarecare t se poate găsi fie în

Tabela 1

Elemente de scheme	λ [ore^{-1}]	μ [ore^{-1}]
DIN INSTALAŢII ELECTRICE DE CONEXIUNI ŞI DISTRIBUŢIE 220 KW		
Bare colectoare	$0{,}036\times10^{-4}$	0,12000
Separatoare	$0{,}036\times10^{-4}$	0,13680
Întreruptoare	$0{,}288\times10^{-4}$	0,08280
Transformatoare	$0{,}313\times10^{-4}$	0,00134
Autotransformatoare	$0{,}600\times10^{-4}$	0,00085
Linii electrice aeriene	$0{,}0414\times10^{-4}$/Km	0,36720/Km
DIN INSTALAŢII ELECTRICE DE CONEXIUNI ŞI DISTRIBUŢIE 110 KV		
Bare colectoare	$0{,}12132\times10^{-4}$	0,12000
Separatoare	$0{,}15800\times10^{-4}$	0,14000
Întreruptoare	$0{,}36000\times10^{-4}$	0,05436
Transformatoare	$0{,}09100\times10^{-4}$	0,00139
Linii electrice aeriene	$0{,}04860\times10^{-4}$/Km	0,73800/Km
DIN INSTALAŢIILE CENTRALELOR ELECTRICE		
Transformator bloc	$0{,}9100\times10^{-5}$	0,0033
Generator 60 MW	$0{,}2289\times10^{-3}$	0,0830
Generator 330 MW	$0{,}1000\times10^{-4}$	0,0100
Turbina 60 MW	$0{,}1175\times10^{-2}$	0,0400
Turbina 330 MW	$0{,}1100\div0{,}3470\times10^{-3}$	0,0250
Cazan 420 t/h	$0{,}4000\div0{,}9345\times10^{-3}$	0,0400
Cazan 1000 t/h	$0{,}6000\times10^{-3}$	0,0166
E.P.A. grup 60 MW (100%)	$0{,}9216\times10^{-3}$	0,1000
E.P.A. grup 330 MW (50%)	$0{,}5710\times10^{-3}$	0,5000
Pompe de condensat grup 60 MW	$0{,}4600\times10^{-3}$	0,0625
Pompe de condensat grup 330 MW	$0{,}3000\times10^{-4}$	0,0330
Pompe de circulaţie grup 60 MW	$0{,}2293\times10^{-3}$	0,0500
Pompe de circulaţie grup 330 MW	$0{,}3436\times10^{-3}$	0,1000
Condensator grup 60 MW	$0{,}4587\times10^{-3}$	0,1000
Condensator grup 330 MW	$0{,}1600\div0{,}1940\times10^{-3}$	0,1430
Degazor grup 60 MW	$0{,}1144\times10^{-3}$	0,0500
Degazor grup 330 MW	$0{,}1000\times10^{-4}$	$0{,}1600\times10^{-2}$
Ventilatoare	$0{,}2300\times10^{-3}$	0,0830

stare de funcţionare, fie în stare de nefuncţionare. Simbolic se notează cu 0 starea de funcţionare şi cu 1 starea de nefuncţionare. Se notează cu $\xi(t)$ starea în care se găseşte elementul la momentul t. Este evident că $\xi(t)$ va lua valoarea 0 sau 1 în mod aleator, deci $\xi(t)$ este o variabilă aleatoare.

Considerînd totalitatea valorilor pe care le poate lua t, se obţine o familie de variabile aleatoare $\xi(t)$ $(0\leqslant t<\infty)$. O astfel de familie de variabile

aleatoare poartă denumirea în termeni probabilistici de proces stochastic. Se consideră că acest proces stochastic este de tip Markov dacă pentru o succesiune de timpi $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$, starea în care se găsește elementul la momentul t_n depinde decît de starea în care s-a aflat elementul la momentul t_{n-1} și nu de stările în care s-a găsit elementul în momentele anterioare lui t_{n-1} $(t_1, t_2, \ldots, t_{n-2})$.

Unui proces Markov i se asociază probabilitățile de trecere $p_{ij}(t; s)$, care reprezintă probabilitatea ca procesul să fie în starea j la momentul t, știind că la momentul s a fost în starea i.

Se consideră că procesul pe care îl studiem noi este omogen (staționar), adică $p_{ij}(u; s)$ nu depinde decît de intervalul de timp $(u-s)$. Se notează în continuare probabilitățile de trecere dintr-o stare în alta $p_{ij}(t)$, unde t este intervalul de timp scurs între momentul la care elementul se află în starea i și momentul în care elementul a trecut în starea j.

Atunci cînd se studiază siguranța unor complexe formate din mai multe elemente, este necesară considerarea unor procese Markov cu mai multe stări. De exemplu, funcționarea unui complex alcătuit din două elemente în paralel se poate găsi într-una din stările :

— starea 0 : funcționează ambele elemente ;
— starea 1 : unul din elemente este defect ;
— starea 2 : ambele elemente sînt defecte.

Procesului stochastic de tip Markov cu n stări i se asociază probabilitățile absolute $P_i(t)$, care reprezintă probabilitatea ca la momentul t elementul să fie în starea i.

$P_i(t)$ se calculează din următorul sistem de ecuații diferențiale :

$$P_i'(t) = \sum_{j=1}^{n} P_j(t)\, q_{ij} \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{1}$$

unde $q_{ij} = p_{ij}'(0)$, care se rezolvă în condițiile în care $P_i(0)$ (adică starea în care se găsea procesul la momentul inițial) sînt date.

Matricea q_{ij} satisface condițiile

$$q_{ij} \geqslant 0 \quad (i \neq j); \quad q_{ii} = 0; \quad \sum_{j=1}^{n} q_{ij} = 0. \tag{2}$$

În figura 8 se poate urmări trecerea unui element din starea 0 (de funcționare) în starea 1 (de nefuncționare) cu intensitatea de defectare λ și din starea 1 în starea 0 cu intensitatea de reparație μ.

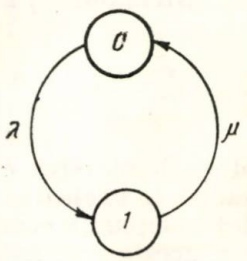


Fig. 8. — Reprezentarea grafică a stărilor unei scheme de un singur element.

Pentru cazul acesta, matricea q_{ij}, ţinînd seama de reprezentarea din figura 8 şi de relaţiile (2), este

$$q = \begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ \hline 0 & -\lambda & \mu \\ 1 & \lambda & -\mu \end{array}.$$

Sistemul de ecuaţii diferenţiale (1) se scrie în acest caz

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t),$$

$$P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t),$$

care, prin rezolvare, conduce la soluţiile

$$P_0(t) = P_0(0)\, e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right],$$

$$P_1(t) = 1 - P_0(t).$$

Dacă la momentul iniţial elementul a fost în funcţiune, adică $P_0(0) = 1$, atunci

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}\left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right],$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda + \mu e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu}.$$

După cum s-a mai spus, funcţionarea instalaţiilor complexe este descrisă de un proces Markov cu mai multe stări, probabilităţile absolute ale procesului, verificînd sistemul de ecuaţii diferenţiale (1).

Pentru timpi de observaţie îndelungată (de ordinul de mărime a celor care apar real la analiza celor mai multe dintre problemele de siguranţă), probabilităţile absolute ale procesului tind să devină independente de starea iniţială a procesului şi anumite considerente de calcul operaţional reduc rezolvarea sistemului (1) la un sistem algebric

$$\sum_{j=1}^{n} P_j\, q_{ij} = 0 \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{3}$$

P_j reprezentînd probabilitatea ca procesul să se găsească în starea j.

În mod practic, în unele dintre stările i ($i = 1, \ldots, n$) în care se poate găsi procesul sînt îndeplinite condiţiile de funcţionare impuse instalaţiei. Să presupunem că aceste stări sînt stările $1,2, \ldots, s$, iar stările în care nu

sînt îndeplinite condițiile de funcționare impuse instalației sînt $s+1$, $s+2, \ldots, n$.

Dacă instalația se găsește într-una din stările $1, 2, \ldots, s$, se zice că se găsește în stare de succes (a cărei probabilitate se notează P_s), iar dacă se găsește într-una din stările $s+1, s+2, \ldots, n$ se zice că se găsește în stare de refuz (a cărei probabilitate se notează P_R).

Calculul lui P_s și P_R se face după formulele

$$P_s = P_1 + P_2 + \ldots + P_s,$$
$$P_R = P_{s+1} + P_{s+2} + \ldots + P_n. \tag{4}$$

Pentru aprecierea siguranței unei instalații se calculează o serie de indicatori de siguranță care ne dau o imagine asupra funcționării instalației. În funcție de scopul pe care-l deservește instalația se urmărește îmbunătățirea unuia sau altuia dintre acești indicatori în principal, prin

— îmbunătățirea funcționării anumitor elemente,

— instalarea de rezerve pentru anumite elemente mai nesigure.

Indicatorii de siguranță cei mai uzuali care ne dau o imagine suficient de exactă asupra funcționării unei instalații sînt :

— durata medie de funcționare neîntreruptă $M(T_f) = \frac{1}{\lambda}$;

— durata medie de defect $M(T_d) = \frac{1}{\mu}$;

— durata totală medie de succes într-un interval $(0, t)$:

$$M[\alpha(t)] \simeq P_s \cdot t;$$

— durata totală medie de defect într-un interval $(0, t)$:

$$M[\beta(t)] \simeq P_R \cdot t;$$

— numărul mediu al defectărilor într-un interval $(0, t)$:

$$M[\nu(t)] \simeq \frac{t}{M(T_f) + M(T_d)}.$$

2.2.2. *Siguranța unui complex format din două elemente care funcționează în serie.* Un astfel de sistem se defectează o dată cu defectarea oricăreia dintre componentele sale. Se presupune că numai o singură componentă poate fi în stare de defect la un moment oarecare t (celelalte componente nu se pot defecta cînd sistemul nu funcționează.

Modelul matematic asociat fenomenului fizic este un lanț Markov cu trei stări, și anume

— starea 0 : ambele componente funcționează ;

— starea 1 : componenta 1 este defectă ;

— starea 2 : componenta 2 este defectă.

Dacă presupunem că intensităţile de defectare şi de reparaţie pentru cele două elemente sînt, respectiv, (λ_1, μ_1) şi (λ_2, μ_2), urmărind figura 9 se poate scrie matricea q ataşată lanţului Markov considerat :

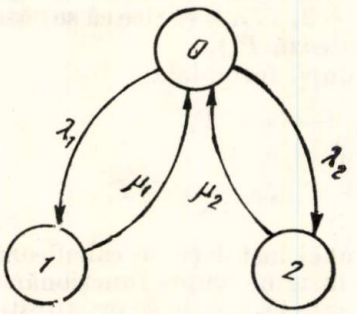


Fig. 9 — Reprezentarea grafică a stărilor unei scheme cu două elemente conectate în serie.

$$q = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & -(\lambda_1 + \lambda_2) & \mu_1 & \mu_2 \\ 1 & \lambda_1 & -\mu_1 & \\ 2 & \lambda_2 & & -\mu_2 \end{array}.$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (1) corespunzător, obţinem valorile probabilităţilor $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$, din care deducem apoi valorile λ_s, μ_s, care caracterizează complexul format din cele două elemente în serie :

$$\begin{cases} \lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2, \\ \mu_s = \dfrac{\lambda_s}{\dfrac{\lambda_1}{\mu_1} + \dfrac{\lambda_2}{\mu_2}}. \end{cases} \tag{5}$$

Formulele (5) pot fi generalizate pentru un complex alcătuit din n elemente care funcţionează în serie :

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,$$

$$\mu_s = \frac{\lambda_s}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{\lambda_i}{\mu_i}}. \tag{6}$$

2.2.3. *Siguranţa unui complex format din două elemente care funcţionează în paralel.* Se consideră că este suficientă o singură componentă în funcţiune pentru a asigura funcţionarea (starea de succes) a ansamblului.

Stările în care se poate găsi complexul sînt :

— starea 0 : ambele componente sînt în funcţiune ;

— starea 1 : componenta 1 este defectă;
— starea 2 : componenta 2 este defectă;
— starea 3 : ambele componente defecte.

Dacă λ_1, μ_1 și λ_2, μ_2 sînt intensitățile de defectare și de reparație pentru cele două componente și dacă se urmărește și figura 10, se poate scrie matricea q :

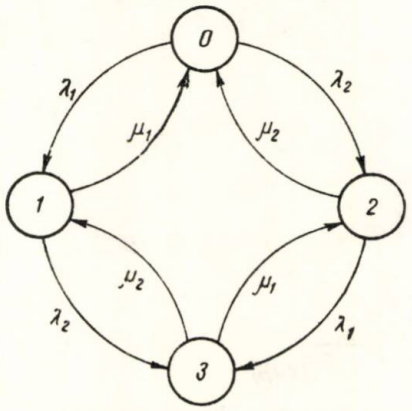


Fig. 10. — Reprezentarea grafică a stărilor unei scheme formate din două elemente conectate în paralel.

$$q = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & -(\lambda_1 + \lambda_2) & \mu_1 & \mu_2 & \\ 1 & \lambda_1 & -(\lambda_2 + \mu_1) & & \mu_2 \\ 2 & \lambda_2 & & -(\lambda_1 + \mu_2) & \mu_1 \\ 3 & & \lambda_2 & \lambda_1 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{array}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (1) corespunzător acestui caz, se găsesc valorile λ_p, μ_p, care caracterizează funcționarea complexului :

$$\lambda_p = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1}, \qquad \mu_p = \mu_1 + \mu_2. \tag{7}$$

În cazul particular cînd cele două componente sînt identice, adică $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, formulele (7) devin

$$\lambda_p = \frac{2\lambda^2}{2\lambda + \mu}, \qquad \mu_p = 2\mu. \tag{8}$$

Aplicarea acestei metodologii la calculul schemelor electromecanice ale centralelor electrice ne permite să determinăm indicatorii de siguranță necesari optimizării soluțiilor privind alegerea schemelor electromecanice.

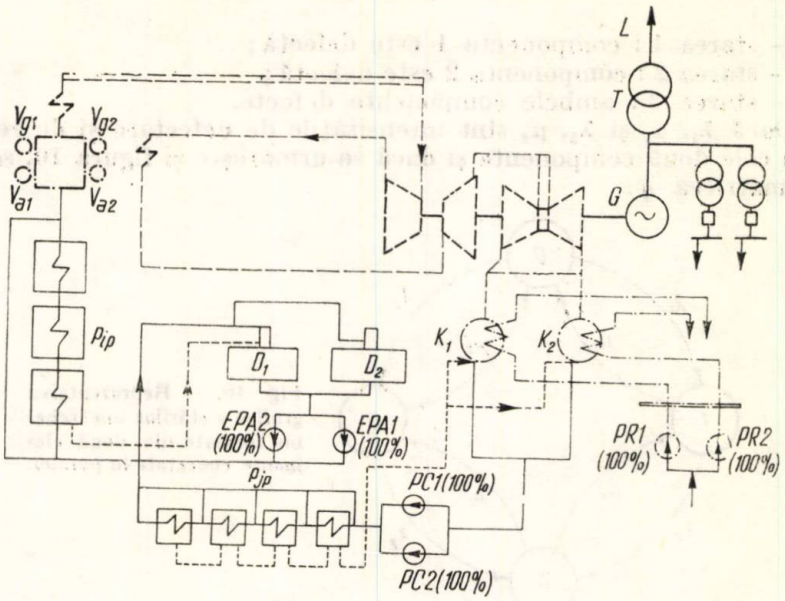


Fig. 11. — Schema electromecanică a unui bloc de mare putere:
——— instalaţiile electrice principale;
— — — turbine şi auxiliarele;
—·—·— cazanul, ventilatoarele de aer, gaze auxiliare;
——— circuitul de alimentare;
— — — circuitul de abur viu;
—·—·— circuitul de răcire.

În (L—4) s-a arătat metodica de calcul a siguranţei în funcţionare a blocurilor de mare putere. Schema electromecanică a unui bloc de mare putere (fig. 11) poate fi prezentată ca schemă echivalentă de calcul, după cum se arată în figura 12. Rezultatele calculului sînt arătate în tabela 2, atît global, cît şi pe circuitele componente.

Tabela 2 [1)]

Nr.	Denumirea circuitului	$\overline{p}$	$M[\nu(t)]$	$M[\alpha(t)]$	$M[\beta(t)]$	$M[T_d]$
1.	Circuit de alimentare	0,9999435	0,24	99994	6	25,00
2.	Circuit de răcire	0,9999767	0,68	99997	3	4,40
3.	Circuitul cazanului	0,9952452	33,10	99524	476	14,38
4.	Circuitul aburului viu	0,9999859	0,50	99998	2	4,00
5.	Circuitul turbinei	0,995600	11,00	99560	440	40,00
6.	Circuitul electric	0,984414	3,34	98471	1529	460,00
	Indicatori globali pe bloc	0,9753307	49	97533	2467	50,30

[1)] Circuitele cu un indice foarte bun de siguranţă, cum sînt circuitele 1 şi 2, sînt în general prevăzute cu rezerve tehnologice. Trebuie avut însă în vedere că în practică utilajele de rezervă nu intră în 100% din cazuri în funcţionare atunci cînd sînt necesare. De aceea în calcule reale va trebui presupus că din n solicitări ale rezervelor, numai kn sînt reuşite, k fiind un coeficient subunitar, obţinut tot pe baze statistice.

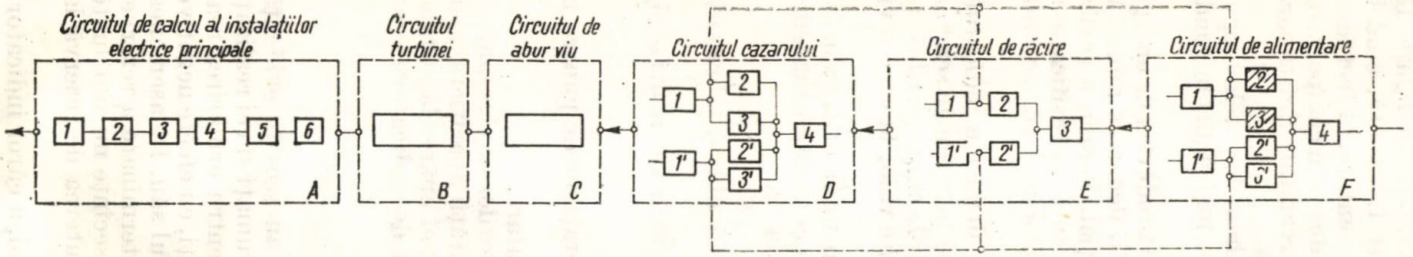


Fig. 12. — Schema echivalentă de calcul al siguranței unui bloc de mare putere.

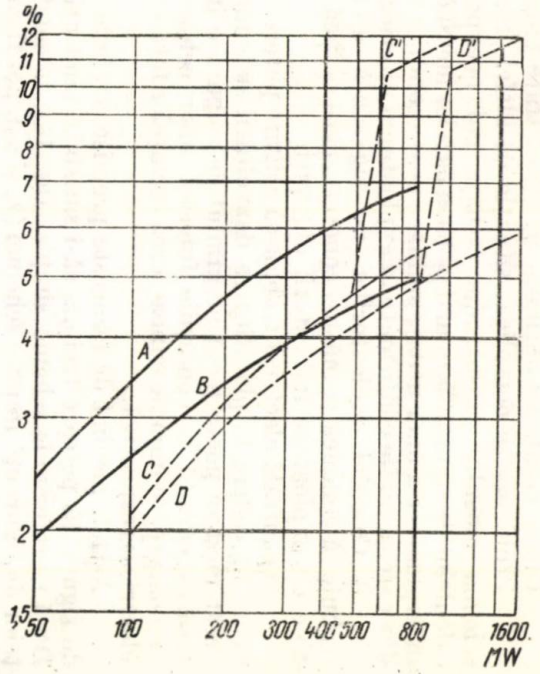


Fig. 13. — Variația indicelui de indisponibilitate funcție de puterea blocului. Indicele de indisponibilitate p (din cauza avariilor) în funcție de puterea blocului

$$p(\%) = \frac{\text{durata opririlor datorită avariei} \times 100}{\text{durata de funcționare} + \text{durata de oprire datorită avariilor}}$$

A și B — conform materialelor UNIPEDE pentru combustibili inferiori și pentru cei superiori;
C și D — conform NATIONAL POWER SURVEY în anii 1970 și 1980;
C' și D' valorile corespund cu primii doi ani de exploatare.

Unele rezultate obținute în străinătate sînt arătate în figura 13.

Problema se complică, situație de altfel foarte frecventă, cînd în schema blocului se introduc utilaje noi neexperimentate. Efectuarea calculelor de siguranță numai pe baza datelor medii deduse din comportarea în exploatare a unor utilaje similare poate conduce la rezultate liniștitoare, dar care să nu fie confirmate în exploatarea ulterioară.

3. Calculul indicatorilor de siguranță a schemelor tehnologice trebuie să conducă la măsuri concrete, care să facă cît mai siguri în condițiile de exploatare indicatorii obținuți.

O centrală electrică trebuie să asigure puterea și producția de energie avute în vedere la planificarea dezvoltării sistemului, deoarece numai în acest mod se poate menține gradul de asigurare inițial. Pentru a realiza această cerință în condițiile folosirii unor echipamente neverificate în exploatare, se impune cunoașterea cerințelor față de blocul sau de centrala electrică respectivă.

Astfel, plecînd de la aceste premise, trebuie să deducem indicatorii de siguranță pe care trebuie să-i satisfacă noul utilaj introdus în schemă. Dacă ne referim la scheme simple (fig. 14), în condițiile cunoașterii cerințelor de siguranță impuse schemei (λ_0 și μ_0), pot fi găsite valorile care revin elementelor haşurate.

Cunoașterea condițiilor de siguranță ce se impun unui utilaj nou sau cu importante perfecționări poate conduce implicit la cunoașterea măsurilor practice ce trebuie luate (vezi exemplul din anexa 1).

Aceste măsuri se referă la :

— introducerea unor clauze contractuale care să oblige fabricanții la luarea unor măsuri suplimentare ;

— controlul riguros al fabricației și introducerea unor verificări suplimentare pentru elementele cele mai solicitate ;

— întărirea operațiilor de recepție ;

— controlul mai exigent al montajului și al operațiilor de punere în funcțiune ;

— specializarea atentă a personalului de exploatare.

Dacă acest mod de tratare a calculului indicatorilor de siguranță a schemelor tehnologice este cuplat cu calculul probabilității apariției avariilor așa-zise rare (cu frecvență de apariție redusă) care pot apărea la instalațiile comune, putem obține indicatori foarte apropiați de indicatorii reali de siguranță ai întregii instalații.

3. CONCLUZII

Studiile de siguranță a instalațiilor energetice au scos în evidență insuficiente corelări între indicatorii de siguranță prezumați și cei realizați în perioada exploatării și o insuficientă preocupare pentru urmărirea realizării în practică a indicatorilor de siguranță prezumați, cu efecte negative asupra nivelului de siguranță a sistemului în ansamblul său. De asemenea s-a constatat că, cu ocazia efectuării calculelor de determinare a rezervei în funcționarea sistemului, avarii cu importante consecințe nu sînt luate în considerare, deși unele dintre acestea depășesc puterea de rezervă la dispoziția sistemului.

La acestea trebuie adăugate efectele utilajelor noi, a căror indicatori de siguranță pot fi inferiori celor prezumați la dimensionarea sistemului.

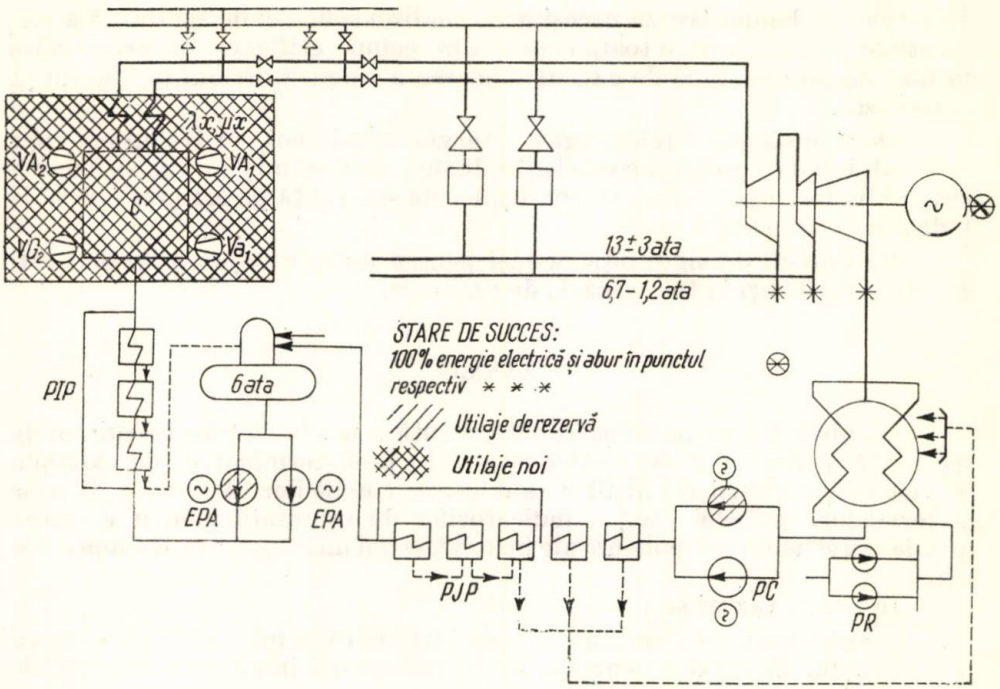


Fig. 14. — Schema electromecanică a unui bloc de termoficare.

1	Elemente în serie 1 2 n	$\lambda_0 = \sum_1^n \lambda_i$ $\mu_0 = \frac{\lambda_0}{\sum_1^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}$
2	Elemente în paralel	
2a	$\lambda_1 \mu_2$ $\lambda_2 \mu_2$	$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1}$ $\mu_0 = \mu_1 + \mu_2$
2b	$\lambda_1 \mu_1$ $\lambda_2 \mu_2$ $\lambda_3 \mu_3$	$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 + \lambda_1 \mu_2 (\lambda_3 + \mu_3) + \lambda_2 \mu_3 (\lambda_1 + \mu_1) + \lambda_3 \mu_1 (\lambda_2 + \mu_2)}$ $\mu_0 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$
		$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) + \lambda_1 \lambda_2 \mu_3 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_2 \lambda_3 \mu_1 (\mu_2 + \mu_3) + \lambda_3 \lambda_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_3)}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_2 \mu_3 + \lambda_2 \lambda_3 \mu_1 + \lambda_3 \lambda_1 \mu_2}$ $\mu_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) + \lambda_1 \lambda_2 \mu_3 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_3 \lambda_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_3) + \lambda_2 \lambda_3 \mu_1 (\mu_2 + \mu_3)}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_2 \mu_3 + \lambda_2 \lambda_3 \mu_1 + \lambda_3 \lambda_1 \mu_2}$

Fig. 15. — Formulele de calcul al indicatorilor de siguranță a schemelor serie și paralel.

În articol se demonstrează necesitatea analizei schemei de siguranţă a elementelor comune pentru toată centrala în scopul verificării măsurilor luate în faza de proiectare şi de execuţie pentru a asigura nivelul de siguranţă preconizat.

Dacă în schemele tehnologice intervin utilaje noi, va trebui efectuat calculul, luînd ca premisă coeficienţii de siguranţă admişi la dimensionarea sistemului în scopul deducerii condiţiilor de siguranţă pe care trebuie să le îndeplinească noile utilaje.

Indicatorii de siguranţă daduşi pentru noile utilaje vor trebui asiguraţi şi verificaţi la toate fazele de realizare.

ANEXĂ

O aplicare directă şi foarte interesantă a posibilităţilor calculului de siguranţă a blocurilor energetice constă în predeterminarea (de exemplu în vederea stabilirii condiţiilor tehnice, a condiţiilor deosebite impuse materialelor, probelor etc.) a indicatorilor de siguranţă pentru anumite utilaje sau scheme componente ale instalaţiei noi introduse sau de concepţie nouă.

În aceste cazuri se porneşte de la :

a) indicatorii de siguranţă necesari pe întreaga instalaţie tehnologică (de exemplu, în cazul blocurilor, de la indicatorii impuşi de necesităţile sistemului sau consumatorilor);

b) indicatorii de siguranţă ai elementelor componente cunoscute.

Calculul constă, în esenţă, în predeterminarea intensităţilor de avarie şi reparaţii λ_x, respectiv μ_x.

Pentru exemplificare se va considera cazul unui bloc turbogenerator căreia i se impune un grad de siguranţă caracterizat de indicatorii $\lambda = 0{,}0060$ şi $\mu = 0{,}057$. Schema tehnologică este aceea din figura 14, iar schema echivalentă de calcul este reprezentată în figura 16.

Se cunosc indicatorii de siguranţă λ şi μ pentru toate elementele schemei, cu excepţia cazanului. Problema care se pune este de a determina gradul de siguranţă pe care trebuie să-l aibă cazanul pentru ca întregul bloc turbogenerator să aibă gradul de siguranţă impus.

Din calculele efectuate pe baza metodologiei elaborate, rezultă pentru cazan următorii indicatori :

$$\lambda_x = 0{,}0028,$$

$$\mu_x = 0{,}056.$$

În figura 16 sînt arătaţi indicatorii (λ_i şi μ_i) pentru elementele componente şi care au servit la determinarea lui λ_x şi μ_x.

Se observă că utilajul căruia i se predetermină indicatorii de siguranţă, în cazul de faţă cazanul, s-a considerat intenţionat ca un complex compus din utilajul de bază (cazanul propriu-zis) şi anexele sale (ventila-

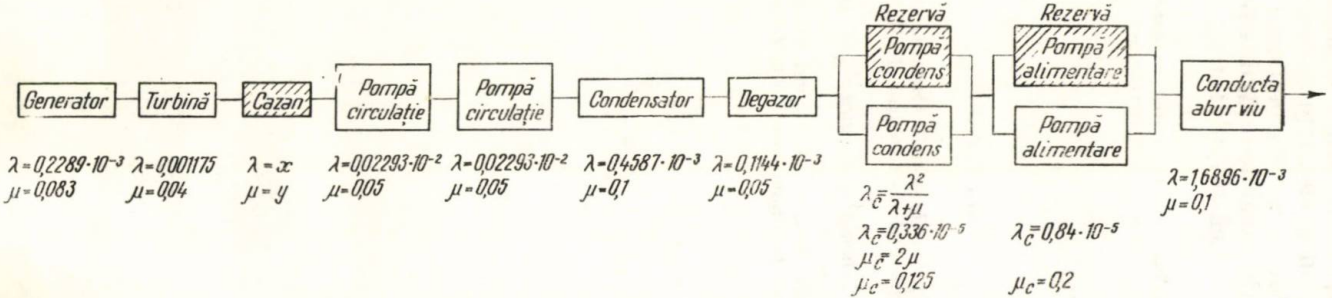


Fig. 16. — Schema echivalentă de calcul al blocului de termoficare.

toarele de aer şi de gaze). Aceasta s-a făcut pentru a scoate în evidenţă faptul că, o dată determinaţi indicatorii de siguranţă totali pe utilaj, pot fi, la rîndul lor, examinaţi prin aceleaşi procedee indicatorii de siguranţă necesari pentru subansamble, această examinare putînd fi extinsă pînă la limitele de detaliere dorite (în cazul de faţă, de exemplu pînă la indicatorii ventilatoarelor, ţevilor, supraîncălzitorului etc.).

Notă. Calulul s-a efectuat pentru starea de succes de 100% pentru furnizarea de energie electrică şi de abur la prizele turbinei.

BIBLIOGRAFIE

1. FRANTIŞEK CERNI, *Observaţii cu privire la avariile blocurilor energetice în funcţie de puterea lor*, comunicare la Simpozionul de la Zakopane, R. P. Polonă, mai, 1970.
2. * * * Centrala la Spezzia.
3. CEGB, London, *Raport of the Comanitte of Inquiry iuto Colapsse of Cooling Towers at Ferrybridge*, Monday 1 November 1965.
4. V. NITU, G. OPRIŞAN, A. PETRESCU, M. STEIN, C. TRIFU, *Metodă de calcul al siguranţei centralelor electrice*, comunicare la Simpozionul de la Zakopane, R. P. Polonă, mai 1970.

MODEL MATEMATIC PENTRU ANALIZA UNIFORMIZĂRII REPARTIŢIEI FLUXULUI DE NEUTRONI ÎN REACTOARE NUCLEARE ENERGETICE CU REFLECTOR RADIAL MODUNIF – 1

DE

C. HAIDUC, L. CONSTANTINESCU, D. MIHAI

621.039.51.134

În lucrare se prezintă modelul matematic MODUNIF-1 de analiză a uniformizării fluxului de neutroni rapizi şi termici în reactoare nucleare energetice cu reflector radial şi programul de calcul în limbaj Fortran-IV pentru calculatorul electronic IBM-360-30. Se dau rezultatele obţinute pe calculator asupra cîmpurilor de neutroni, coeficienţilor de neuniformitate şi necesarului minim de D_2O la reactoarele PHWR studiate.

Problemele legate de analiza repartiţiei şi a uniformizării fluxului de neutroni în reactoarele nucleare energetice prezintă o importanţă deosebită în optimizarea parametrilor zonelor active şi în ridicarea puterilor unitare şi a economicităţii acestora. Avînd în vedere analogia care există între repartiţia fluxului de neutroni şi repartiţia degajării termice, uniformizarea repartiţiei fluxului de neutroni conduce nemijlocit la uniformizarea repartiţiei degajării de energie pe volumul zonei active. Uniformizarea fluxului de neutroni conduce, evident, şi la o repartiţie mai uniformă a arderii combustibilului în zona activă.

Căile de uniformizare a repartiţiei fluxului de neutroni în reactoarele nucleare energetice sînt următoarele:

1) utilizarea reflectorilor de neutroni;

2) variaţia îmbogăţirii combustibilului nuclear pe raza şi pe înălţimea zonei active;

3) permutarea radială şi axială a combustibilului în zona activă;

4) profilarea repartiţiei materialelor absorbante pe raza şi înălţimea zonei active;

5) variaţia pasului reţelei zonei active.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 39–54, 1971

Ţinînd seama de aceste posibilităţi multiple de a influenţa repartiţia fluxului de neutroni, evident că optimizarea structurii zonelor active şi ale parametrilor geometrici, fizici, termici şi hidrodinamici ai acestora nu poate fi făcută fără luarea în consideraţie a factorilor menţionaţi.

În lucrările [1], [2] am prezentat metoda de analiză a repartiţiei şi uniformizării fluxului de neutroni în reactoarele nucleare bizonale (zonă de fierbere şi zonă de supraîncălzire nucleară a aburului). În acest caz a fost dedusă ecuaţia pentru determinarea laplaceanului radial care asigură o repartiţie radială practic constantă a fluxului de neutroni în zona de supraîncălzire nucleară a aburului.

În lucrarea [3] se prezintă căile de uniformizare a repartiţiei fluxului de neutroni şi rezultatele obţinute la reactorul VVER nr. 1 de la centrala nucleară-electrică Novo-Voronej.

În lucrarea de faţă se prezintă modelul matematic MODUNIF-1 destinat analizei uniformizării fluxului de neutroni în reactoarele nucleare energetice prin intermediul reflectorilor radiali elaborat în 1969 în cadrul Sectorului de energetică nucleară al Institutului de energetică al Academiei R. S. România [4].

Modelul MODUNIF-1 a fost elaborat prin rezolvarea ecuaţiilor de difuzia neutronilor rapizi şi termici pentru următoarele ipoteze :
— reactor energetic de formă cilindrică cu reflector radial ;
— reactorul se consideră în starea critică.

Pentru aceste ipoteze şi rezolvînd ecuaţiile de difuzie a neutronilor rapizi şi termici au fost obţinute ecuaţiile constantelor în soluţiile de difuzie. Modelul a fost elaborat utilizînd două grupe de neutroni pornind de la considerentul că în acest caz se obţine o precizie suficient de bună pentru scopul propus la diferite tipuri de reactoare cu neutroni termici, precum şi datorită faptului că metodele de calcul termic a reactoarelor nucleare energetice nu permit obţinerea unei precizări mai bune de 10—15%.

În cazul cînd se iau în consideraţie două grupe de neutroni (rapizi şi termici), ecuaţiile diferenţiale de difuzia neutronilor în zona activă cilindrică şi în reflectorul radial se pot scrie sub forma [5].

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} - \left(\frac{\Sigma_1}{D_1}\right)\varphi_1 + \left(\frac{K_\infty \Sigma_{a2}}{p D_1}\right)\Phi_1 = 0,\\
&\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} - \left(\frac{\Sigma_{a1}}{D_2}\right)\Phi_1 + \left(p\frac{\Sigma_1}{D_2}\right)\varphi_1 = 0,\\
&\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} - \left(\frac{\Sigma_{1r}}{D_{1r}}\right)\varphi_2 = 0,\\
&\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} - \left(\frac{\Sigma_{2r}}{D_{2r}}\right)\Phi_2 + \left(\frac{\Sigma_2}{D_{2r}}\right)\varphi_2 = 0,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

unde

φ_1, φ_2 — reprezintă fluxul de neutroni rapizi în zona activă şi în reflector,
Φ_1, Φ_2 — fluxul de neutroni termici în zona activă şi în reflector,
r, z — variabilele şi raza şi înălţimea zonei active;
D_1, D_{1r} — coeficienţii de difuzie a neutronilor rapizi în zona activă şi în reflector;
D_2, D_{2r} — coeficienţii de difuzie a neutronilor termici în zona activă şi în reflector,
Σ_{a1} — secţiunea macroscopică de absorbţie a neutronilor rapizi în zona activă,
Σa_2, Σ_{2r} — secţiunile macroscopice de absorbţie a neutronilor termici în zona activă şi în reflector,
K_∞ — coeficientul de multiplicare a neutronilor în mediu ∞ din zona activă,
p — probabilitatea de a evita captura de rezonanţă a neutronilor,
Σ_1, Σ_{1r} — secţiunile macroscopice de trecere a neutronilor din grupa rapidă în grupa termică pentru zona activă şi respectiv reflector.

Sistemul de ecuaţii diferenţiale (1) admite soluţii de forma

$$\varphi_1 = (AX + CY)\ \mathrm{Cos}\ (\beta z),$$

$$\Phi_1 = (S_1 AX + S_2 CY)\ \mathrm{Cos}\ (\beta z),$$

$$\varphi_2 = FZ_1\ \mathrm{Cos}\ (\beta z),$$

$$\Phi_2 = (S_3 FZ_1 + GZ_2)\ \mathrm{Cos}\ (\beta z),$$

în care

A, C, F, G reprezintă constante de integrare, X, Y, Z_1 şi Z_2 — diferite funcţii Bessel, S_1, S_2, S_3 — funcţii caracteristice zonei active şi reflectorului;

$$\beta = \frac{\pi}{H_0 + 2\delta}$$

H_0, δ fiind înălţimea şi adaosul efectiv al zonei active.

Pentru determinarea constantelor de integrare punem următoarele condiţii la limită:

— pentru $r = R_1$ şi $z = 0$:

$$\varphi_1 = \varphi_2,$$

$$\Phi_1 = \Phi_2,$$

$$-D_1 \varphi_1' = -D_{1r} L_2'; \qquad (4)$$

— pentru $r = 0$ şi $Z = 0$:

$$\varphi_1 = \varphi_{1\max}.$$

În acest caz, din sistemele de ecuaţii (2) şi (4) şi introducînd expresiile funcţiilor Bessel X, Y, Z_1, Z_2 pentru reactorii cilindrici, obţinem următoarele ecuaţii pentru constante

$$A = \varphi_{1max} - \left\{ \frac{|Z_1|}{b} \left[\frac{D_1 \bar{\mu}\, \varphi_{1max} I_1(\bar{\mu} R_1)}{(|Z_1| - a)\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'|} \right] - \frac{a}{b} \right\}, \tag{5}$$

$$C = \frac{|Z_1|}{b} \left[\frac{D_1 \bar{\mu}\, \varphi_{1max} I_1(\bar{\mu} R_1)}{(|Z_1| - a)\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'|} \right] - \frac{a}{b}, \tag{6}$$

$$F = \frac{D_1 \bar{\mu}\, \varphi_{1max} I_1(\bar{\mu} R_1)}{|(Z_1| - a)|\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'|)}, \tag{7}$$

$$G = \frac{1}{|Z_2|} \left[S_1 \varphi_{1max} I_0(\bar{\mu} R_1) - \frac{ad}{b} \right] + \tag{8}$$

$$+ \frac{|Z_1|}{|Z_2|} \left(\frac{d}{b} - S_3 \right) \frac{D_1 \bar{\mu}\, \varphi_{1max} I_1(\bar{\mu} R_1)}{\left[(|Z_1| - a)\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'| \right]}$$

în care

$$a = \varphi_{1max} I_0(\bar{\mu} R_1), \tag{9}$$

$$b = I_0(\bar{\nu} R_1) - I_0(\bar{\mu} R_1), \tag{10}$$

$$e = D_1 \bar{\nu} I_1(\bar{\nu} R_1) + D_1 \bar{\mu} I_1(\bar{\mu} R_1), \tag{11}$$

$$d = S_2 I_0(\bar{\nu} R_1) - S_1 I_0(\bar{\mu} R_1), \tag{12}$$

$$\bar{\mu} = \sqrt{\mu^2 - \beta^2}, \tag{13}$$

$$\bar{\nu} = \sqrt{\nu^2 + \beta^2}. \tag{14}$$

În relaţia (13) parametrul de material μ al zonei active se exprimă

$$\mu^2 = \mu_0^2 (1 - \varepsilon + 2\varepsilon^2 - 5\varepsilon^3), \tag{15}$$

iar

$$\mu_0^2 = \frac{K_\infty - 1}{L_2^2 + \tau}, \tag{16}$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_0^2}{a}, \tag{17}$$

$$a = \frac{1}{L_2^2} + \frac{1}{\tau}, \tag{18}$$

$$\nu^2 = \mu^2 + a, \tag{19}$$

unde τ, L_2 reprezintă vîrsta și lungimea de difuzie medii ale neutronilor în zona activă.

În expresiile constantelor de integrare A, C, F, G, valoarea maximă a fluxului de neutroni rapizi $\varphi_{1\max}$ se determină din condițiile la limită:

— pentru $Z = 0$ și $r = 0$ din ecuația (2) obținem

$$\varphi_{1\max} = A + C,$$

$$\Phi_{1\max} = S_1 A + S_2 C. \tag{20}$$

Valoarea fluxului mediu de neutroni termici în zona activă $\overline{\Phi}_1$ se determină din expresia

$$\overline{\Phi}_1 = \frac{c P_t}{\Sigma_f \cdot V}, \tag{21}$$

unde

P_t este puterea termică a zonei active,

V — volumul zonei active;

Σ_f — secțiunea macroscopică de fisiune a combustibilului mediată pe zona activă,

c — $3{,}2 \cdot 10^{10}$ fisiuni/*w. s.*

Fluxul mediu de neutroni în zona activă mai poate fi exprimat sub forma

$$\overline{\Phi}_1 = \frac{1}{\pi R_1^2 H'} \int_0^{R_1} \Phi_1 (r) \cdot 2\pi r \, dr \int_{-\frac{H'}{2}}^{+\frac{H'}{2}} \cos (\beta z) \, dz, \tag{22}$$

unde

$$H' = H_0 + 2\delta, \tag{23}$$

R_1 — raza zonei active,
iar pentru reactoarele de dimensiuni mari

$$\int_{-\frac{H'}{2}}^{+\frac{H'}{2}} \cos(\beta z)\,dz = \frac{2\sin\beta\frac{H'}{2}}{\beta} \simeq \frac{2\beta\frac{H'}{2}}{\beta} = H' \tag{24}$$

şi deci

$$\overline{\Phi}_1 = \frac{2}{R_1^2}\int_0^R \Phi_1(r)\,r\,dr. \tag{25}$$

Introducînd în ecuaţia (25) expresia funcţiei $\Phi_1(r)$ din sistemul de ecuaţii (2) şi funcţiile Bessel X şi Y şi egalînd cu $\overline{\Phi}_1$ din (21), obţinem

$$\frac{cP_t}{\Sigma_f V} = \frac{2}{R_1^2}\int_0^{R_1} [S_1 A I_0(\overline{\mu}r) + S_2 C I_0(\overline{\nu}r)]\,rdr. \tag{26}$$

Înlocuind în ecuaţia (26) constantele A şi C în care intervine φ_{1max} şi integrînd, obţinem ecuaţia de gradul al doilea în φ_{1max}

$$(\varphi_{1max})^2 [Y^* u + (u - v) X^*] + \varphi_{1max} [u(U - V) - fY^* + vV] = 0, \tag{27}$$

unde

$$u = \frac{S_1 I_1(\overline{\mu}R_1)}{\overline{\mu}}, \tag{28}$$

$$v = \frac{S_2 I_1(\overline{\nu}R_1)}{\overline{\nu}}, \tag{29}$$

$$f = \frac{\Sigma_f V \overline{\Phi}_1 R_1}{c}, \tag{30}$$

$$g = \frac{|Z_1|}{b} D_1 \overline{\mu} I_1(\overline{\mu}R_1), \tag{31}$$

$$V = gb - I_0(\overline{\mu}R_1)\,|Z_1|\,\frac{e}{b} + I_1(\overline{\mu}R_1)\,D_{1r}\,|Z_1'|, \tag{32}$$

$$U = D_{1r}\,|Z_1|\,b + |Z_1|\,e, \tag{33}$$

$$X^* = \frac{e}{b} I_0^2(\overline{\mu}R_1), \tag{34}$$

$$Y^* = -e\,I_0(\overline{\mu}R_1), \tag{35}$$

$$Z_1 = I_0(\overline{K}_{1r}\cdot r) - \frac{I_0(\overline{K}_{1r}R_2)}{K_0(\overline{K}_{1r}R_2)} K_0(\overline{K}_{1r}\cdot r), \tag{36}$$

$$|Z_1'| = \overline{K}_{1r} I_1(\overline{K}_{1r}R_1) + \overline{K}_{1r} K_1(\overline{K}_{1r}R_1)\,\frac{I_0[\overline{K}_{1r}(R_1 + T)]}{K_0[\overline{K}_{1r}(R_1 + T)]}, \tag{37}$$

unde

$$\overline{K}_{1r} = \sqrt{\beta^2 + \frac{1}{\tau_r}}, \tag{38}$$

$$\overline{K}_{2r} = \sqrt{\beta^2 + \frac{1}{L_r^2}}, \tag{39}$$

R_2 este raza zonei active plus grosimea reflectorului,
τ_r, L_r — vîrsta neutronilor și lungimea de difuzie a neutronilor în reflector.

Din ecuația (27) obținem expresia lui φ_{1max} sub forma

$$\varphi_{1max} = \frac{[fY^* + (u-v)V - uU] \pm \sqrt{[fY^* + (u-v)V - uU]^2 + 4fu[Y^*u + X^*(v-u))}}{2[uY^* + (v-u)X^*]}. \tag{40}$$

Din cele două soluții ale ecuației (40) se adoptă valoarea pozitivă pentru φ_{1max}.

Avînd această valoare și ținînd seama de ecuația lui Φ_{1max} din (20), obținem corelația dintre Φ_{1max} și φ_{1max} sub forma

$$\Phi_{1max} = S_1(\varphi_{1max} - C) + S_2 C. \tag{41}$$

Introducînd în ecuația (41) expresia constantei C din ecuația (6) și expresiile mărimilor S_1 și S_2 din lucrarea [4], obținem ecuația pentru determinarea fluxului maxim de neutroni termici în centrul zonei active:

$$\Phi_{1max} = \frac{D_1 p}{D_2 \tau}\left\{\frac{\varphi_{1max}}{\left(u^2 + \frac{1}{L_2^2}\right)} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\mu^2 + \frac{1}{\tau}} - \frac{1}{\mu^2 + \frac{1}{L_2^2}}\right)\left[\frac{|Z_1|}{b}\left[\frac{D_1 \bar{\mu} \varphi_{1max} I_1(\bar{\mu} R_1)}{(|Z_1| - a)\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'|}\right] - \frac{a}{b}\right]\right\} \tag{42}$$

Din ecuația (42) rezultă evidența proporționalitatea directă dintre Φ_{1max} și φ_{1max} pentru orice tip de reactor.

Pentru evaluarea efectelor uniformizării repartiției radiale a fluxului de neutroni poate fi utilizat drept criteriu coeficientul de neuniformitatea repartiției fluxului de neutroni termici în zona activă;

$$K_r = \frac{\Phi_{1max}}{\bar{\Phi}_1}. \tag{43}$$

Sub formă explicită, mărimea K_r poate fi determinată ţinînd seama de ecuaţiile (42) şi (21):

$$K_r = \left(\frac{\pi D^2 H}{4c}\right)\left(\frac{\Sigma_f}{P_t}\right)\left(\frac{D_1 p}{D_2 \tau}\right)\cdot \tag{44}$$

$$\left\{\frac{\varphi_{1\max}}{\left(\mu^2+\frac{1}{L_2^2}\right.} + \left(\frac{1}{\mu^2+\frac{1}{\tau}} - \frac{1}{\left.\mu^2+\frac{1}{L_2^2}\right)}\right)\left[\frac{|Z_1|}{b}\left[\frac{D_1\,\overline{\mu}\varphi_{1\max} I_1(\overline{\mu}R_1)}{(|Z_1|)-a)\frac{e}{b} - D_{1r}|Z_1'|}\right] - \frac{a}{b}\right]\right\},$$

unde D şi H reprezintă diametrul şi înălţimea reale ale zonei active.

Programul de calcul pentru modelul matematic MODUNIF-1 a fost întocmit în limbajul Fortran-IV pentru calculatorul electronic IBM-360-30 şi este dat în figura 1.

În blocurile 1—13 sînt prevăzute reciclările necesare varierii următorilor parametri ai reactorului:

R_1 — raza zonei active;
H — înălţimea zonei active;
T — grosimea reflectorului;
t_{mr} — temperatura medie a reflectorului;

P_{sin}, P_{RI}, P_T, T_{tmr} şi P_H s-au notat pasurile cu care se modifică variabilele respective.

Blocurile 15—19 determină valoarea coeficientului de multiplicare a neutronilor K_∞, în aşa fel ca valorile laplaceanului radial geometric şi cel obţinut prin calcul să fie identice pentru a se respecta condiţia de criticitate.

Blocurile 20—27 determină mărimile φ_1, φ_2, Φ_1 şi Φ_2 pentru fiecare valoare r şi z, care reprezintă de asemenea parametrii pentru care se fac ciclări.

Pentru funcţiile Bessel $I_n(z)$, $Y_n(z)$ şi $K_n(z)$, unde $n = 0, 1$, s-au elaborat rutine speciale de calcul.

În cadrul modelului MODUNIF-1 se consideră determinat coeficientul de multiplicare a neutronilor K_∞ cu ajutorul unui model special de calcul, care ţine seama de toţi parametrii geometrici, fizici, termici şi hidrodinamici ai zonei active a reactorului considerat. De asemenea cu ajutorul modelului special menţionat se determină K_∞, iar cu modelu MODUNIF-1 se analizează efectele uniformizării fluxului de neutroni.

Modelul MODUNIF-1 şi programul său în sistemul Fortran-IV de calcul pe calculatorul IBM-360-30 au fost utilizate pentru analiza uniformizării fluxurilor de neutroni în reactoarele nucleare energetice moderate cu apă grea cu UO_2, natural pornind de la ipotezele menţionate mai sus.

Mai jos prezentăm rezultate ale acestor cercetări axate pe determinarea repartiţiei fluxului de neutroni rapizi şi termici în zone active de reactor PHWR cu diferite rapoarte între înălţimea şi diametrul zonei active şi diferite temperaturi ale apei grele din reflectorul radial.

În figura 2 *a*, *b*, *c* se dau repartiţiile radiale ale fluxului de neutroni rapizi şi termici la diferite coordonate z ale zonei active pentru diferite variante de reactor PHWR în condiţii de criticitate pentru $H = 5; 6; 7m$;

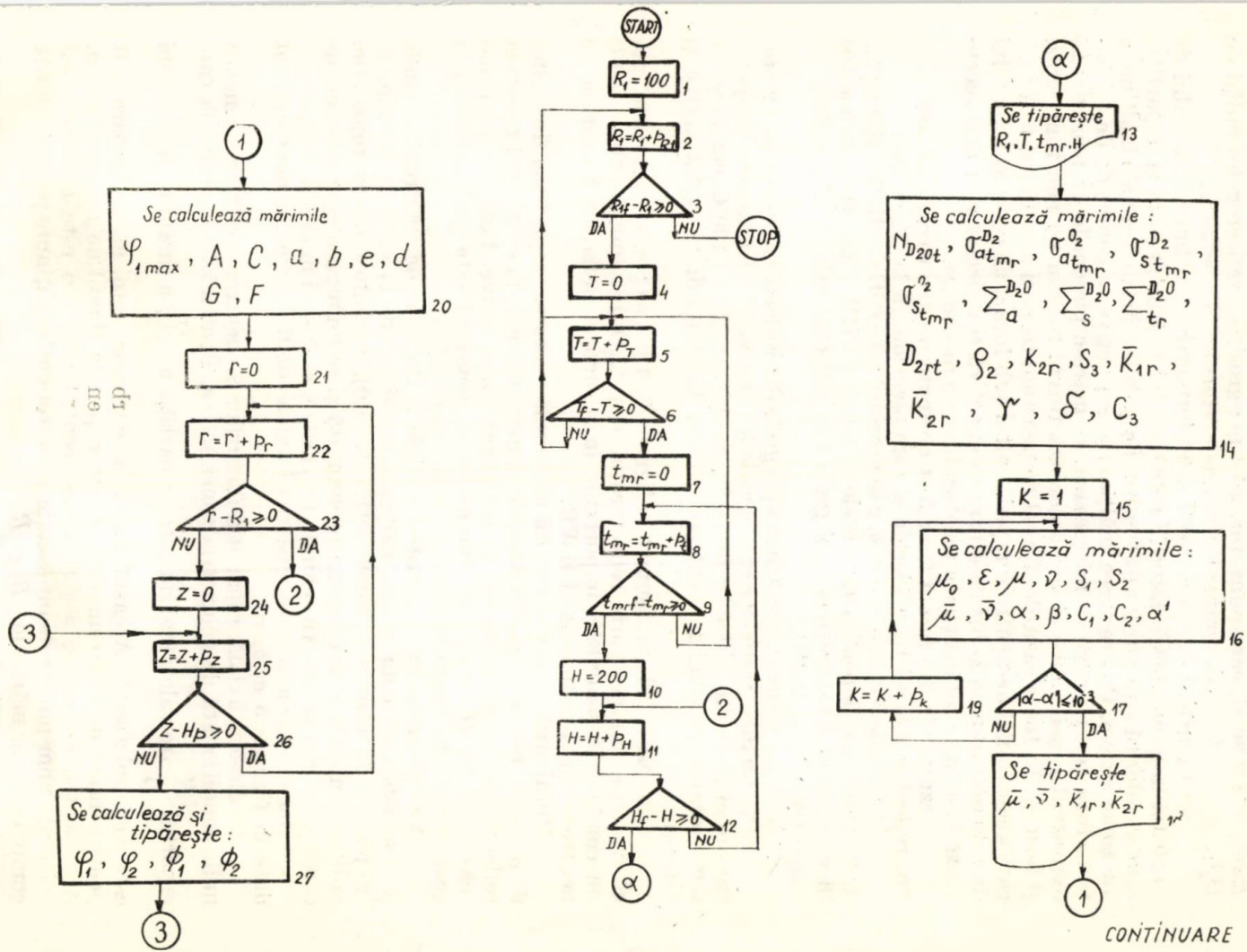


Fig. 1. — Schema logică de calcul pentru modelul MODUNIF—1 pe calculatorul electronic IMB—360—30.

R=3, 47 ; 2,96 şi, corespunzător, 2,72 m ; grosimea reflectorului radial de D_2O, $T = 0{,}5$ m şi temperatura moderatorului $T_m = 20°C$.

Din figurile 2 *a*, *b*, *c* rezultă o uniformizare mai bună a fluxului de neutroni în zona activă datorită reflectorului radial, precum şi repartiţia radială diferită a fluxurilor de neutroni φ şi Φ la diferite cote ale înălţimii z ale zonei active. Cu creşterea înălţimii zonei active în condiţiile de criticitate, raza zonei active se micşorează, se măresc pierderile de neutroni în exteriorul zonei active şi se micşorează fluxul maxim de neutroni rapizi şi termici. În toate cazurile, fluxul de neutroni termici are valori mai ridicate decît fluxul de neutroni rapizi. Saltul sub formă de cocoaşă a fluxului de neutroni termici la limita dintre zona activă şi reflector este mai accentuată în cazul cînd înălţimea reactorului este mai mare.

Rezultatele din figura 2 au fost obţinute pentru cazul cînd apa grea din reflector este răcită puternic şi este menţionată la $T_m = 20°C$.

În figurile 3 *a*, *b*, *c*, şi 4 *a*, *b*, *c* se prezintă repartiţia radială a fluxurilor de neutroni φ şi Φ pentru variantele de reactor PHWR menţionate mai sus în cazul cînd temperatura apei grele din reflector este de $T_m = 60°C$ şi, respectiv, $T_m = 100°C$.

În toate cazurile, presiunea apei grele din reflector a fost de $p = 2$ ata.

Din analiza graficelor din figurile 3 şi 4 rezultă că ridicarea temperaturii apei grele din reflector de la $T_m = 60°C$ la $T_m = 100°C$ conduce la o micşorare a fluxului de neutroni termici la limita dintre zona activă şi reflector.

Din rezultatele prezentate în figurile 2, 3 şi 4 se poate trage concluzia că variaţia temperaturii reflectorului din D_2O în limitele 20 — 100°C nu conduce la schimbări importante în repartiţia radială a fluxurilor de neutroni în reactoarele PHWR.

Din figurile 2, 3 şi 4 rezultă că neuniformitatea repartiţiei fluxurilor de neutroni rapizi şi termici depinde în mare măsură, în cazul cînd grosimea reflectorului este constantă, de înălţimea zonei active. Pentru valori mai scăzute a lui H, repartiţia fluxurilor de neutroni este mai uniformă şi coeficienţii de neuniformitate sînt mai ridicaţi.

Neuniformitatea repartiţiei radiale a fluxului de neutroni depinde de asemenea de cota z din înălţimea zonei active la care se determină. În partea de centru a zonei active ($z = 0$), neuniformitatea repartiţiei radiale pentru φ şi Φ este mai pronunţată şi se îmbunătăţeşte în zonele de capăt ale zonei active. În schimb, fluxurile φ şi Φ scad în aceste zone.

Rezultatele analizate repartiţiei axiale ale fluxurilor de neutroni sînt date în figurile 5 *a*, *b*, *c*.

În direcţie axială, repartiţia fluxurilor de neutroni este de asemenea mult condiţionată de geometria zonei active. Pentru zonele active la care raportul $\frac{H}{D}$ are valori mai ridicate, repartiţia axială a fluxului de neutroni este mai aplatisată. Această alură a curbelor este asemănătoare atît pentru fluxul de neutroni termici, cît şi pentru fluxul de neutroni rapizi. Atît pentru curbele $\varphi = f(z)$, cît şi pentru $\Phi = f(z)$ este caracteristică existenţa unor puncte de intersecţie a acestor curbe obţinute pentru diferite combinaţii ale mărimilor H şi R.

Cu creşterea temperaturii apei grele din reflector în limitele $20 < T_m < 100°C$, are loc o creştere uşoară a fluxurilor de neutroni φ şi Φ.

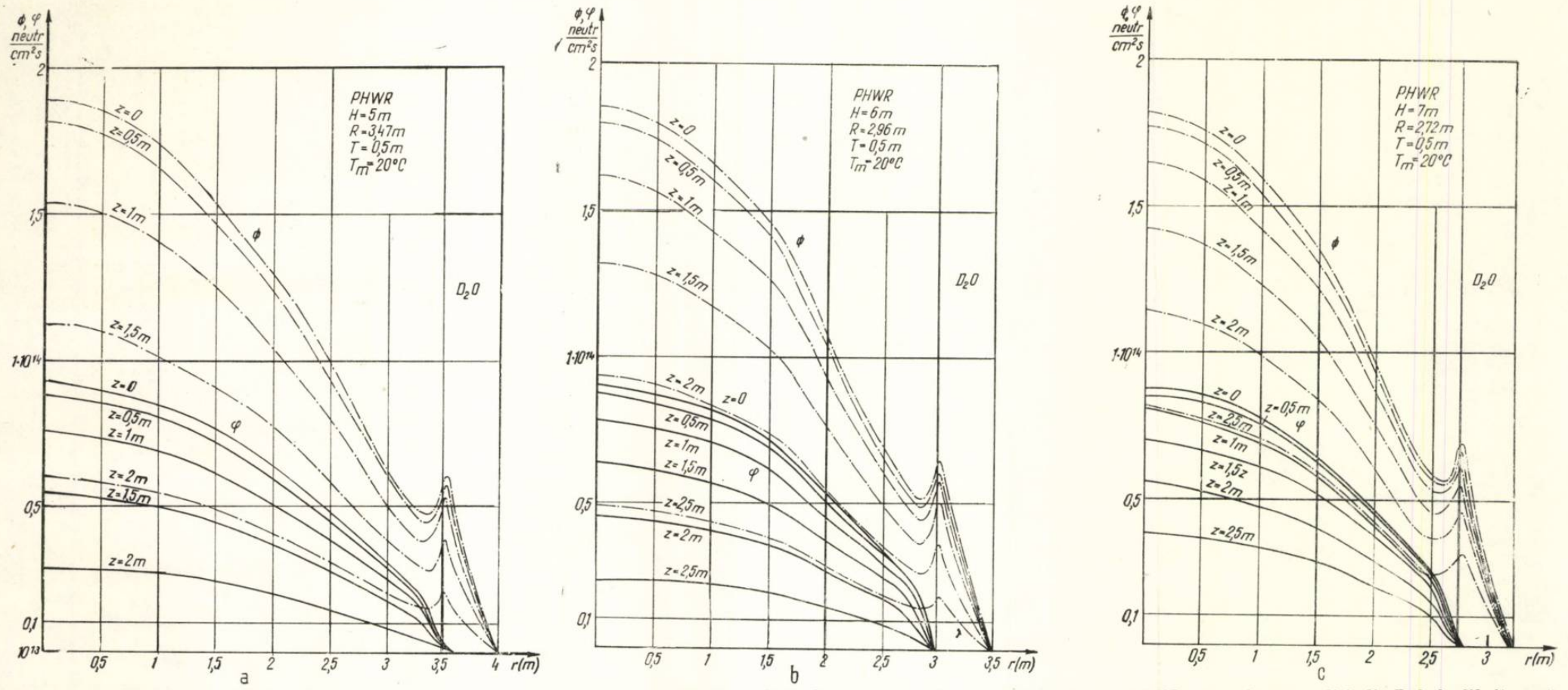


Fig. 2 *a, b, c,* — Repartiția radială a fluxului de neutroni rapizi φ și termici Φ pentru diferite variante de reactoare nucleare energetice de tip PHWR, cu reflector radial din D_2O la diferite cote pe înălțimea zonei active în condiții de criticitate :

a — H=5 m;	R=3,47 m;	T=0,5 m;	T_m=20°C;
b — H=6 m;	R=2,96 m;	T=0,5 m;	T_m=20°C;
c — H=7 m;	R=2,27 m;	T=0,5 m;	T_m=20°C.

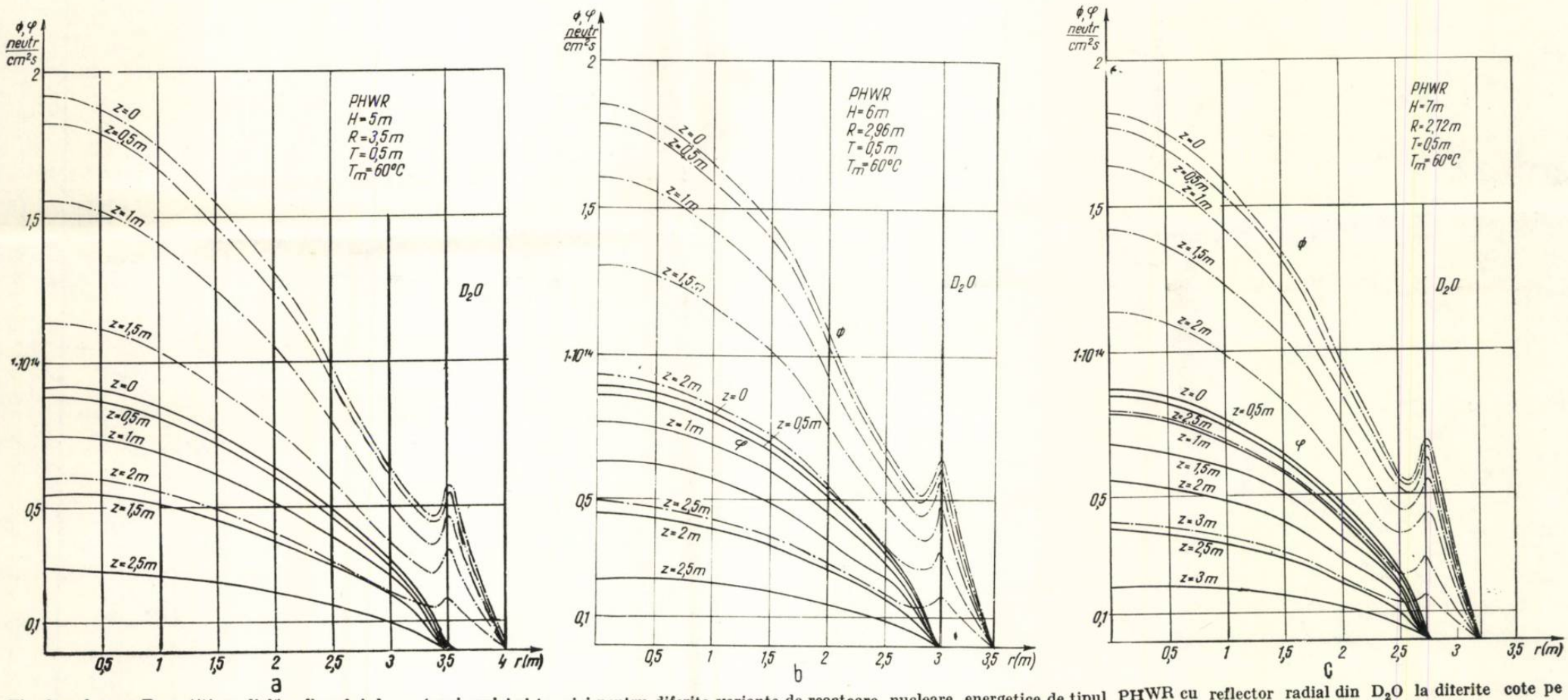


Fig. 3 *a, b, c.* — Repartiția radială a fluxului de neutroni rapizi și termici pentru diferite variante de reactoare nucleare energetice de tipul PHWR cu reflector radial din D_2O la diferite cote pe înălțimea zonei active în condiții de criticitate:

a — H=5 m;	R=3,5 m;	T=0,5 m;	T_m=60°C;
b — H=6 m;	R=2,96 m;	T=0,5 m;	T_m=60°C;
c — H=7 m;	R=2,72 m;	T=0,5 m;	T_m=60°C.

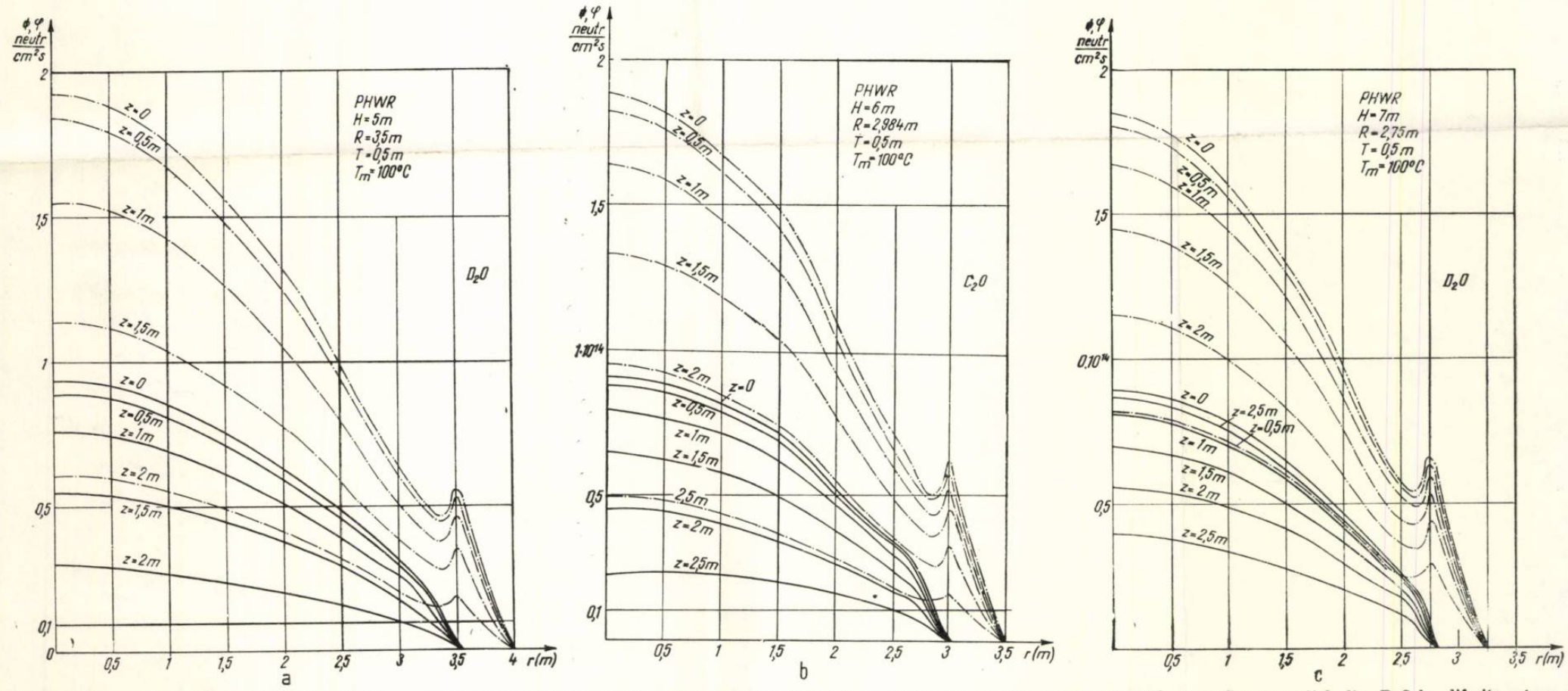
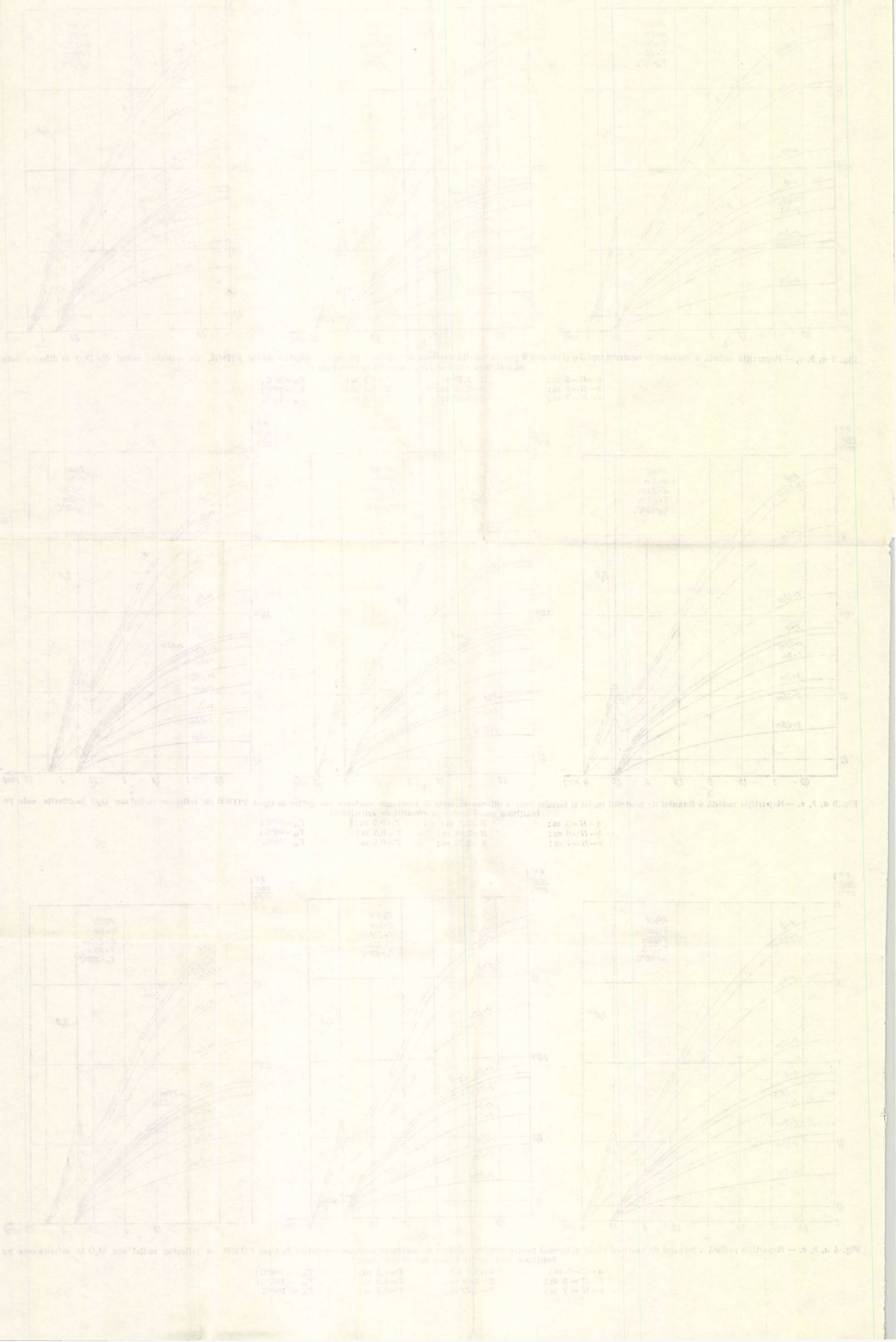
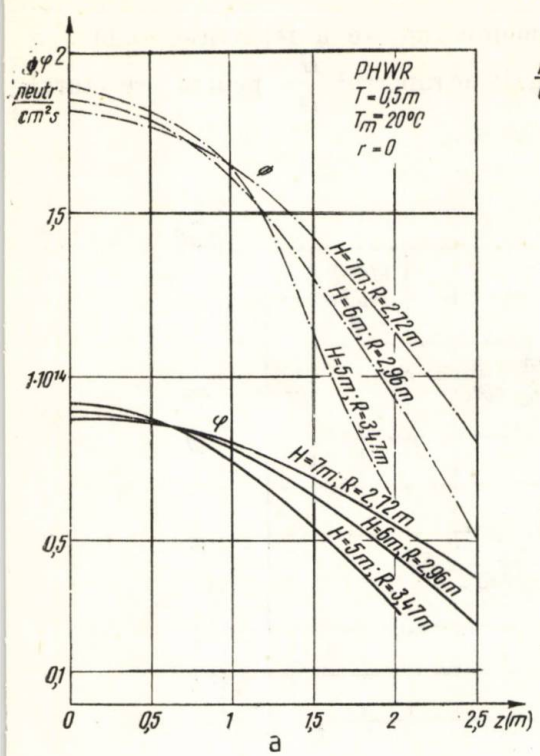
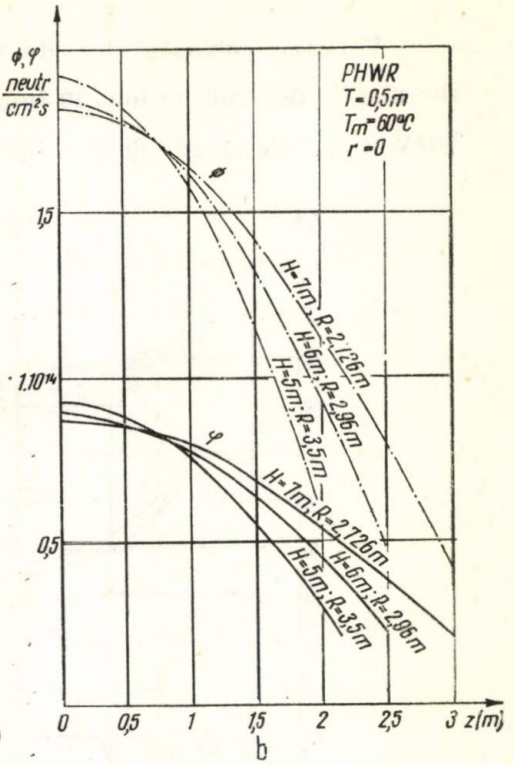


Fig. 4 *a, b, c.* — Repartiția radială a fluxului de neutroni rapizi și termici pentru diferite variante de reactoare nucleare energetice de tipul PHWR cu reflector radial din D_2O la diferite cote pe înălțimea zonei active în condiții de criticitate :

a — H=5 m;	R=3,5 m;	T=0,5 m;	T_m = 100°C;
b — H = 6 m;	R=2,96 m;	T=0,5 m;	T_m = 100°C;
c — H = 7 m;	R=2,72 m;	T=0,5 m;	T_m = 100°C







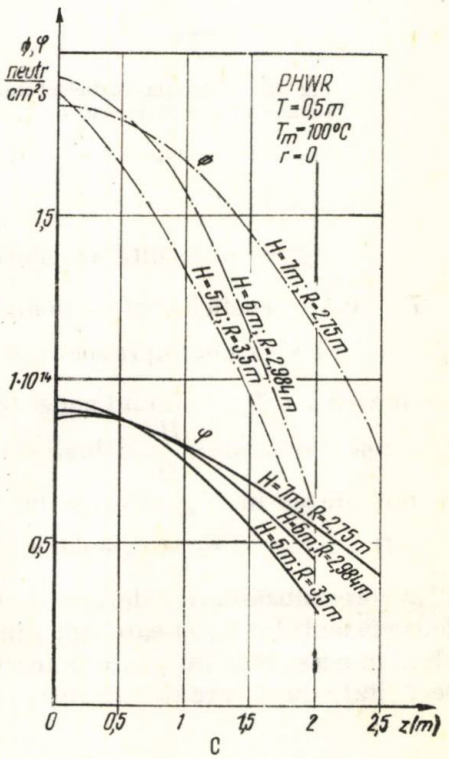


Fig. 5 *a*, *b*, *c*. — Repartiția axială a fluxurilor de neutroni rapizi și termici pentru diferite variante de reactoare nucleare energetice de tipul PHWR cu reflector radial din D_2O cu grosimea $T = 0,5$ m pentru $r = 0$:
a — $T_m = 20°C$; *b* — $T_m = 60°C$; *c* — $T_m = 100°C$.

Variaţia coeficientului de neuniformitate a repartiţiei radiale a fluxului de neutroni termici în funcţie de raportul $\frac{H}{D}$ pentru reactorul PHWR considerat este dată în figura 6.

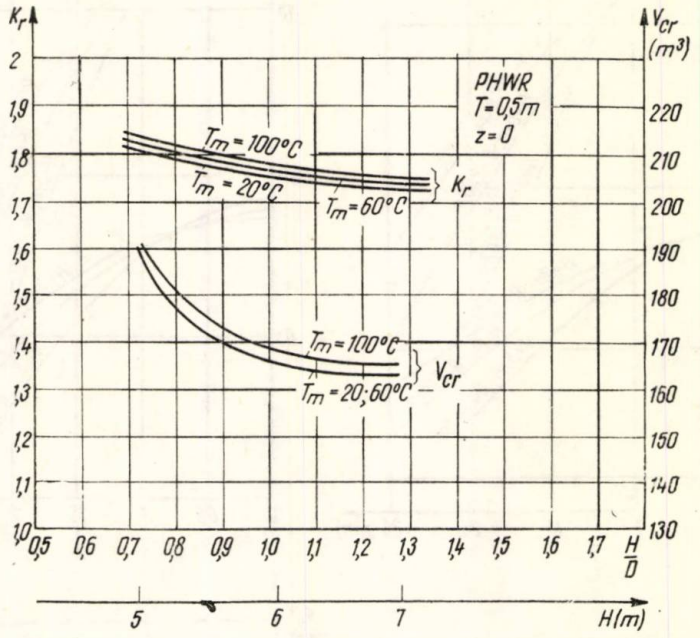


Fig. 6. — Variaţia coeficientului de neuniformitate a repartiţiei radiale a fluxului de neutroni termici şi a volumului zonei active în funcţie de raportul $\frac{H}{D}$ pentru $20 < T_m < 100°C$ şi $T = 0{,}5$m.

Din figura 6 rezultă că pentru $0{,}7 < \frac{H}{D} < 1{,}35$ şi $20 < T_m < 100°C$ la $T = 0{,}5$ m coeficientul de neuniformitate K_r are valori cuprinse între 1,72 şi 1,84 şi scade aproape uniform cu creşterea raportului $\frac{H}{D}$ şi cu micşorarea lui T_m. Volumul zonei active în condiţii de criticitate scade cu creşterea raportului $\frac{H}{D}$, atingînd valori minime pentru $1{,}1 < \frac{H}{D} < 1{,}2$. Cu micşorarea lui T_m valoarea lui V_{cr} scade de asemenea.

Din figura 6 rezultă, evident, faptul că pentru rapoarte $1{,}1 < \frac{H}{D} < 1{,}2$ corespunzătoare valorilor V_{cr} minime există valori bine determinate ale coeficientului K_r şi care sînt funcţie de grosimea şi de natura reflectorului. În acest sens nu poate fi acceptată ideea expusă în unele lucrări de specialitate după care pentru reactoarele PHWR şi PWR trebuie adoptate

rapoarte $\frac{H}{D} = 1{,}2$. Cercetările noastre au arătat că, pentru un tip de reactor dat, raportul $\frac{H}{D}$, care asigură valori ale coeficienților K_r convenabile, depinde în mare măsură de grosimea reflectorului și de temperatura acestuia. Pentru grosimi ale reflectorului radial $0{,}5 < T < 2$ m, valoarea coeficientului K_r scade cu creșterea lui T. Valorile mai scăzute ale coeficientului K_r se obțin pentru $0{,}7 < \frac{H}{D} < 0{,}8$.

Dependența coeficientului K_r de temperatura reflectorului D_2O și de grosimea acestuia este dată în figura 7, din care rezultă că pentru

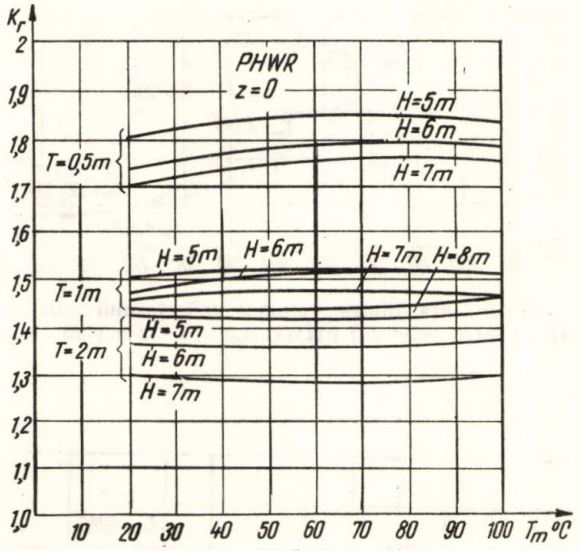


Fig. 7. — Dependența coeficientului de neuniformitate K_r în funcție de T_m și T pentru $5 < H < 7$ m în condiții de criticitate.

condiții de criticitate mărimea K_r depinde mult de grosimea reflectorului, scăzînd cu creșterea acestuia. Cu mărirea grosimii reflectorului peste $T = 1$ m, micșorarea valorii lui K_r este mai puțin accentuată. Temperatura reflectorului influențează valoarea lui K_r numai în domeniul grosimilor mici ale acestuia.

O caracteristică importantă a zonelor active de reactori PHWR o constituie dependența dintre volumul reflectorului V_{refl} și volumul zonei active V_{za} în condiții de criticitate. Pentru reactorul menționat, această caracteristică este dată în figura 8.

Din figura 8 rezultă particularitatea acestor curbe, care prezintă o întoarcere pentru anumite valori V_{za}. Curba M, care unește punctele de întoarcere ale curbelor $V_{refl} = f(V_{za})$, delimitează în planul graficului din figura 8 două domenii. În domeniul I, zonele active de reactor PHWR

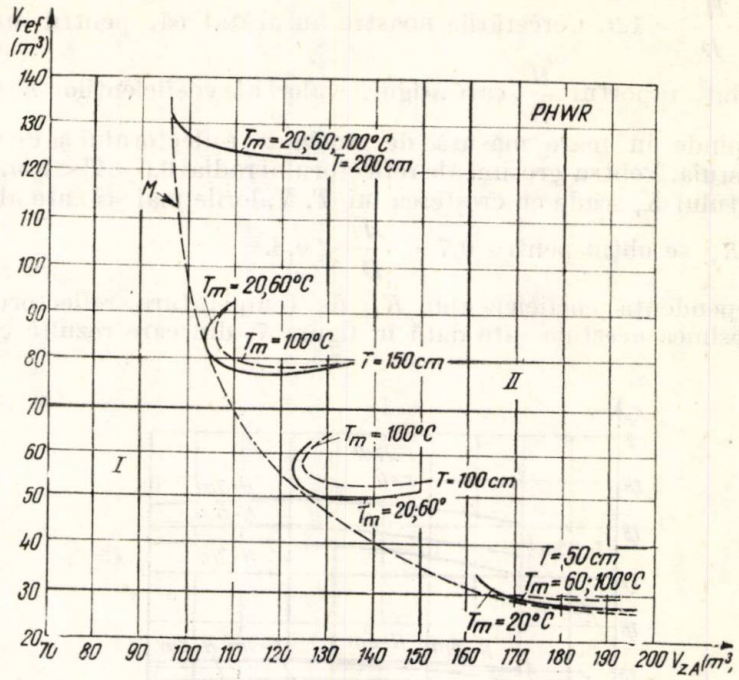


Fig. 8. — Dependența dintre volumul reflectorului radial și volumul zonei active pentru reactorul PHWR $0,5 < T < 2$ m; $20 < T_m < 100$°C.

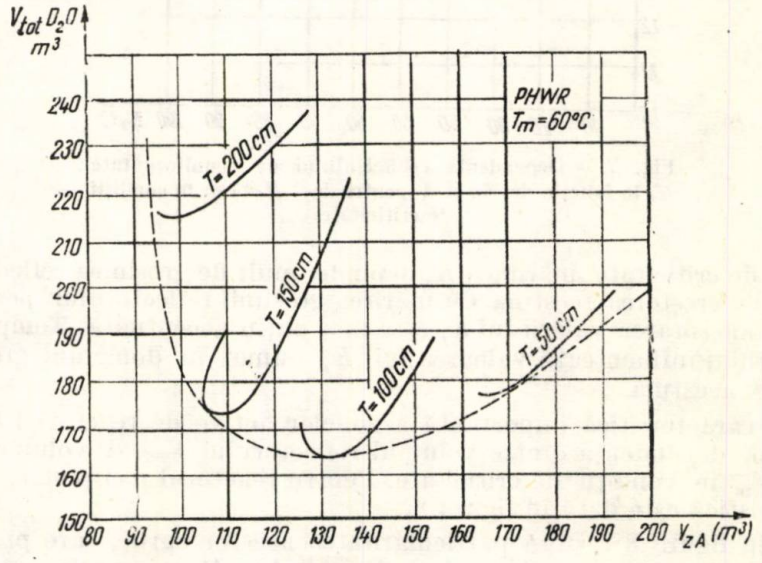


Fig. 9. — Dependența dintre volumul total de apă grea în zona activă și reflector în funcție de volumul zonei active în condiții de criticitate pentru T_m = 60°C.

care rezultă din combinarea volumelor corespunzătoare V_{za} și V_{refl} sînt subcritice. În domeniul II (din dreapta), zonele corespunzătoare sînt supracritice. Evident că prezintă interes practic în primul rînd zonele active pentru care mărimea V_{refl} are valorile cele mai scăzute, avînd în vedere costul foarte ridicat al apei grele.

Dependența dintre volumul total de D_2O din reactorul PHWR, inclusiv reflectorul, și volumul zonei active este dată în figura 9.

Curbele $V.tot.D_2O = f(V_{za})$ au minime corespunzătoare diferitelor grosimi ale reflectorului. Se evidențiază de asemenea existența unui *minimum minimorum* al acestor curbe, care corespunde unei valori $T \simeq 100$ cm.

Acestei grosimi a reflectorului îi corespunde un volum minim de D_2O și o putere bine determinată a zonei active corespunzătoare volumului V_{za} respectiv. Cu mărirea puterii reactorului, grosimea reflectorului, pentru care $V_{tot.D_2O} = \min$, se micșorează.

CONCLUZII

1. În lucrare se prezintă modelul matematic MODUNIF-1 destinat analizei uniformizării fluxurilor de neutroni rapizi și termici în reactoare nucleare energetice prin intermediul reflectorilor radiali.

2. Au fost obținute relațiile pentru determinarea constantelor din soluțiile ecuațiilor diferențiale de difuzie a neutronilor în zona activă și reflector. Au fost obținute ecuațiile pentru determinarea fluxurilor maxime de neutroni φ_{1max}, Φ_{1max} și pentru coeficientul de neuniformitate a repartiției radiale a fluxului de neutroni termici K_r.

3. A fost elaborat și utilizat pentru un număr mare de variante de zone active de reactori PHWR programul de calcul al modelului în limbajul Fortran-IV pentru calculatorul electronic IBM-360-30.

4. Se dau rezultatele analizei repartiției fluxurilor de neutroni termici și rapizi, a coeficienților de neuniformitate și privind necesarul minim de D_2O în funcție de parametrii geometrici ai zonelor active și ai reflectorului pentru reactoare nucleare energetice de tipul PHWR în anumite condiții impuse.

BIBLIOGRAFIE

1. Haiduc, C., *Particularități ale calculului termic al reactoarelor fierbătoare cu supraîncălzire nucleară a aburului*, St. cerc. energ. electr. **15**, 2 (1965).

2. Haiduc, C., *Calculul fizic și termic al reactorului nuclear fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului*, memoriu la Institutul de energetică al Academiei R. S. România, 1964.

3. Haiduc C., Vinițchi V., E. Licsandru, Constantinescu L., Vidican P., Mihai D. *Cercetări pe modele a transferului de căldură în casete de reactor nuclear cu circulație forțată.*

Model matematic de analiză a uniformizării repartiţiei radiale a fluxului de neutroni în reactori nucleari, Institutul de energetică al Academiei R. S. România, memoriu, 1969.

4. MARKOV V. IU ş. a., *Puti usoverşenstvovania reactora I-vo bloka Novo-Voronejskoi AES*, referat prezentat la simpozionul „Stadiul şi perspectivele dezvoltării CNE cu reactoare cu apă sub presiune", Moscova, 1968.
5. MEEN I. L. *Two grup reactor theory*, Gordon and Breanch, 1964.

DETERMINAREA CONSUMULUI SPECIFIC DE ABUR LA CENTRALELE NUCLEARE-ELECTRICE CU ABUR SATURAT

DE

N. DĂNILĂ şi A. NABIJOVICI

536.24:621.039

Se stabileşte o metodă de calcul pentru consumul specific de abur al turbinelor cu abur saturat, prevăzute cu separatori de apă externi, cu supraîncălzire intermediară a aburului şi cu separarea internă a umidităţii, pentru centrale nucleare-electrice, şi se prezintă rezultatele calculelor efectuate, conform metodei propuse la calculatorul electronic.

În prezent, majoritatea centralelor nucleare-electrice — ca număr şi ca putere instalată — în exploatare, construcţie şi proiectare funcţionează cu abur saturat la presiuni de 25 — 70 ata. Din această categorie fac parte centralele nucleare-electrice (CNE) echipate cu reactoare răcite cu apă sub presiune (PWR), reactoarele cu apă în fierbere (BWR) şi reactoarele cu apă grea sub presiune (PHWR).

În figura 1 sînt reprezentate în diagrama $i-s$ procesele termice dintr-o turbină clasică prevăzută cu supraîncălzire imtermediară (linia *1*) şi într-o turbină pentru CNE, alimentată cu abur saturat şi prevăzută cu separator mecanic de umiditate şi supraîncălzire intermediară a aburului (linia *2*). Din compararea celor două procese termice rezultă că la turbina clasică se dispune de o cădere termică totală mult mai mare decît la turbina pentru CNE şi, în consecinţă, pentru obţinerea aceleiaşi puteri debitele de abur necesare în cele două cazuri diferă în mod corespunzător. Pe de altă parte, se observă că destinderea în partea de înaltă presiune

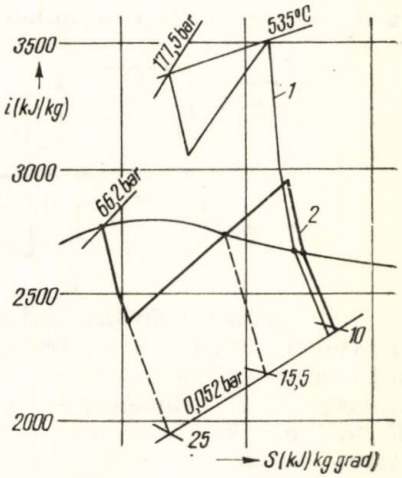


Fig. 1. — Procesele în diagrama $i-s$ pentru turbină cu abur clasică şi o turbină destinată CNE.

(IP) a turbinei CNE se face într-un domeniu de volume specifice ale aburului mai mari decît destinderea în partea de IP a turbinei clasice, ceea ce determină o diferenţă a debitelor volumetrice de abur în cele două cazuri mai mare decît diferenţa respectivă exprimată în mărimi gravimetrice.

Se constată în general că la turbinele CNE cu abur saturat consumul specific (gravimetric) de abur este cu 60 — 70% mai mare, uneori şi mai mult, decît al turbinelor clasice de aceleaşi puteri şi cu parametrii uzuali ai aburului. Această particularitate imprimă un caracter deosebit construcţiei turbinelor CNE, în sensul că sînt prevăzute cu secţiuni de trecere ale aburului mai mari, ceea ce se traduce printr-un număr mare de eşapări la condensator, respectiv de corpuri de joasă presiune (JP) prin arii mari ale secţiunilor de trecere ale aburului la ultimele trepte şi, date fiind limitările datorită solicitărilor la elementele ultimelor trepte (palete, discuri), determină pentru un anumit domeniu de puteri adoptarea unor turaţii nominale reduse : 1500 rot/min, respectiv 1 800 rot/min, în loc de 3 000 rot/min, respectiv 3 600 rot/min. Din căderea termică relativ redusă rezultă de asemenea un număr de trepte de destindere mai mic decît la turbinele clasice; aceasta determină în majoritatea cazurilor o structură care conţine un singur corp de IP (de multe ori în dublu flux) şi un număr de corpuri de JP în dublu flux, corespunzător debitului de abur evacuat la condensator. Astfel, la puterea de 350 MW, structura turbinelor cu abur în varianta clasică şi pentru CNE este cea reprezentată în figura 2, adică turbina clasică (*a*) se compune dintr-un corp de *IP*, un corp de MP, ambele în simplu flux, şi două corpuri de JP în dublu flux, iar turbina CNE (*b*) se compune dintr-un corp de IP în dublu flux şi patru corpuri de JP în dublu flux. Situaţia din figura 2 se referă la turaţia de 3 000 rot/min pentru ambele turbine şi pentru lungimea paletei ultimei trepte de 785 mm; pentru alte condiţii de vid în condesator şi lungime pentru ultima paletă, ca şi de turaţie, vor corespunde alte soluţii.

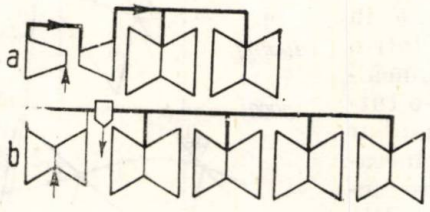


Fig. 2. — Structura schematică a turbinelor cu abur clasică şi CNE pentru o putere dată.

Datorită numărului mai mare de trepte de destindere şi de eşapări la condensator, lungimea turbinelor cu abur saturat este mai mare decît la turbinele clasice la aceeaşi putere unitară. Astfel, din punctul de vedere al lungimilor turbinelor, se disting următoarele zone; lungimi pînă la 35 m, pentru care nu apar probleme deosebite de dilatări termice, lungimi între 35 şi 45 m, domeniu în care este necesară prevederea unor jocuri axiale mari între rotor şi stator din cauza dilatărilor termice relative mari la pornire şi la variaţii de sarcină, ceea ce duce la o scădere a randamentului intern al turbinei şi lungimi peste 45 m, la care valorile jocurilor axiale ar fi foarte mari şi cu efect de scădere a randamentului intern sub valorile admisibile.

Limitele tehnice ale turbinelor cu abur pentru CNE cu turații de 3 000 rot/min, respectiv 1 500 rot/min, în funcție de puteri, lungimi de palete și vidul din condensator corespunzător unei anumite temperaturi ale apei de răcire, se arată în figura 3.

Reducerea umidității aburului între corpurile turbinei pentru CNE cu abur saturat se face prin următoarele metode: uscarea (separarea) mecanică; uscarea termică (cu abur la o presiune și temperatură mai mare,

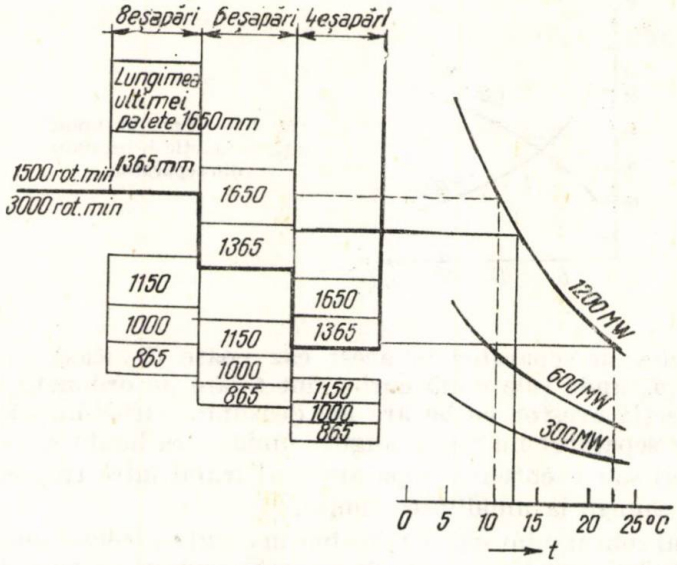


Fig. 3. — Numărul de eșapări la condensator și lungimea paletelor la ultima treaptă în funcție de temperatura apei de răcire și puterea turbinelor.

de obicei cu abur viu); uscarea cu agent de temperatură mare (*1*). Turbina nu poate funcționa din motive de eroziune cu umidități mari ale aburului, limita actuală fiind între 12 și 15%. Adoptarea uneia dintre cele trei metode se face pe baza unui calcul tehnic-economic, fiecare metodă având avantaje și dezavantaje;

— uscarea mecanică are avantajul unor instalații relativ simple și dezavantajul diminuării debitului de abur care străbate turbina (la puteri mari ale turbinei rezultă sute de t/h de apă separată din abur);

— uscarea termică menține continuitatea debitului de abur, dar reduce parametrii la intrarea în turbină sau ridică consumul de abur; îmbunătățește consumul specific de căldură cu circa 1,5% și permite obținerea la eșaparea din ultima treaptă a unui abur cu umiditatea 8—10%;

— uscarea cu agent de temperatură mare înlătură ambele dezavantaje, dar necesită supliment de combustibil.

Uscarea mecanică a aburului este cea mai utilizată metodă de reducere a umidității aburului. Trebuie remarcat că în ultimul timp în afară de uscarea exterioară a aburului între corpurile turbinei, se utilizează tot mai mult uscarea interioară a aburului în interiorul corpurilor turbinei, între treptele ei.

Uscarea exterioară a aburului poate fi făcută într-una sau în mai multe trepte (de obicei două), numărul treptelor fiind dictat de presiunea adoptată în separator, deci de presiunea existentă după unul din corpuri. Reprezentînd variaţia umidităţii cu presiunea din separator, se observă că umiditatea scade pentru ieşirea din corpul de IP o dată cu creşterea presiunii din separator, dar creşte la ieşirea din corpul de JP.

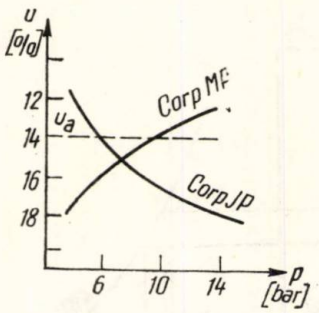


Fig. 4. — Variaţia umidităţii în funcţie de presiunea din separator.

Presiunea în separator în acest caz poate fi aleasă în intervalul dintre p_1 şi p_2 unde cele două curbe sînt tăiate de ordonată $u = \text{const}$. Dacă intersecţia acestor curbe are loc deasupra curbei-limită, înseamnă că un singur separator nu poate asigura umiditatea-limită şi sînt necesari doi separatori sau eventual o separare a aburului între treptele corpului pentru a se ajunge la umiditatea limită.

Calculul consumului specific de abur în cazul existenţei separatoarelor mecanice este interesant de făcut, deoarece el variază ca urmare a schimbării debitului de abur care parcurge turbina.

Consumul specific de abur este dat de relaţia

$$d_0 = \frac{860\,G}{H_i\,\eta_m\,\eta_g}, \tag{1}$$

unde

G este debitul de abur care intră în turbină, kg/h,
H_i — căderea de entalpie reală, kcal/kg,
η_m — randamentul mecanic al turbinei,
η_g — randamentul generatorului electric.

Observăm că se poate scrie

$$d_0 = \frac{860}{(H_i/G)\,\eta_m \cdot \eta_g}, \tag{1}$$

unde $H_i/G = H$ este căderea reală pentru 1 kg abur admis în turbină (kcal/1 kg de abur admis].

Calculul revine în a găsi pe H, restul elementelor fiind cunoscute.

În cazul în care presupunem că am avea o turbină cu două separatoare de abur exterioare turbinei, care este în trei corpuri, fiecare corp avînd respectiv l, j şi k prize, valoarea lui H va fi (1) (vezi fig 5 *a*, *b*)

$$H = (i_0 - i_c)\left[1 + \left(1 - \sum_1^l a_i\right)\frac{i'_{s1} - i_{s1}}{i_0 - i_c} + \left(1 - \sum_1^{l+j} a_i - a_{s1}\right)\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i_c} - \right. \tag{2}$$

$$\left. - \sum_1^{l+j+k} a_i y_i - a_{s1}\frac{i'_{s1} - i_{s1}}{i_0 - i_c} - a_{s2}\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i_c}\right],$$

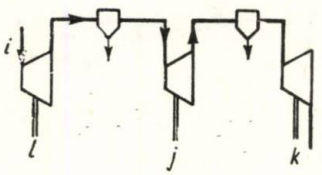
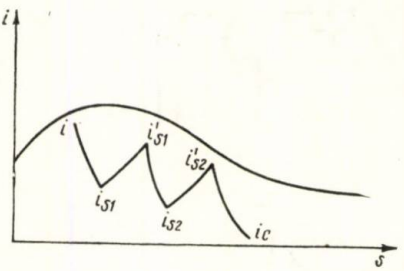


Fig. 5. — Schema principială de calcul şi procesul în $i - s$ pentru calculul cu formula (2).



unde

i_{s1}, i'_{s1} — reprezintă entalpia aburului înainte şi după primul separator, kcal/kg,

i_{s2}, i'_{s2} — entalpia aburului înainte şi după al doilea separator,

a_{s1}, a_{s2} — cantitatea de apă separată şi evacuată în primul şi al doilea separator, raportată la cantitatea de abur care intră în turbină,

$y_i = \dfrac{i_i - i_c}{i_0 - i_c}$ — entalpia aburului, kcal/kg : la intrarea în turbină (i_0) şi la condensator (i_c).

În cazul cînd după primul separator are loc şi o supraîncălzire cu abur viu, căderea de entalpie pentru 1 kg de abur înaintea turbinei şi a supraîncălzitorului este dată de relaţia (vezi fig. 6):

$$H^{s.t} = (i_0 - i_c)\left[1 + \left(1 - \sum_1^l a_i\right)\frac{i''_s - i_{s1}}{i_0 - i_c} + \left(1 - \sum_1^{l+j} a_i - a_{s1}\right)\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i_c} - \right. \tag{2'}$$

$$\left. - \sum_1^{l+j+k} a_i y_i - a_{s1}\frac{i''_s - i_{s1}}{i_0 - i_c} - a_{s2}\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i_c} - a_s\left(1 + \frac{i''_s - i_{s1}}{i_0 - i_c} + \frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i}\right)\right],$$

unde a_s este cantitatea de abur necesară pentru a supraîncălzi aburul de la ieşirea corpului de IP raportată la cantitatea de abur care intră în turbină, iar i_s'' entalpia aburului supraîncălzit intermediar $\left(\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right)$, şi deci consumul specific de abur:

$$d^{s.i} = \frac{860}{H_u^{s.i}\,\eta_m \cdot \eta_g}.$$

Se observă că $d^{si} < d$ dacă

$$\left(1 - \sum_1^l a_i\right)\frac{i_s'' - i_{s1}}{i_0 - i_c} > a_{s1}\frac{i_{s1}' - i_{s1}}{i_0 - i_c} + a_s\left(1 + \frac{i_s'' - i_{s1}}{i_0 - i_c} + \frac{i_{s2}' - i_{s2}}{i_0 - i_c}\right).$$

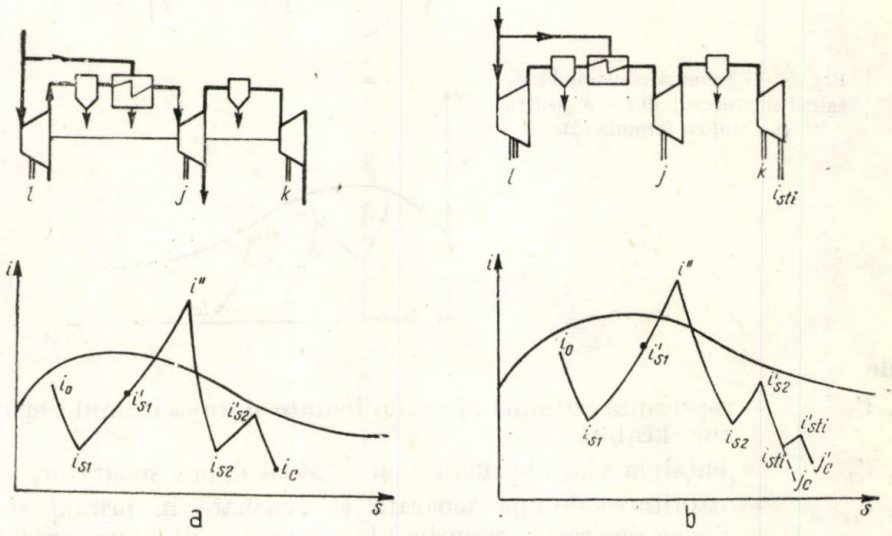


Fig. 6 *a*. — Schema principială de calcul cu supraîncălzire intermediară, două separări externe şi o separare internă. Fig. 6 *b*. — Procesul în diagrama *i*—*s*.

În general această relaţie e satisfăcută, deoarece $\frac{i_s'' - i_{s1}}{i_0 - i_c}$ şi $\frac{i_{s2}' - i_{s2}}{i_0 - i_c}$ sînt comparabile, dar, în plus, $\left(1 - \sum_1^l a_i\right) \gg a_{s1}$ şi $\left(1 - \sum_1^l a_i\right) \gg a_s$.

În ambele cazuri s-a admis că separarea apei se face numai între corpurile turbinei, dar, după cum s-a arătat, la corpul de joasă presiune se poate ca la ultimele trepte să fie atinsă şi depăşită umiditatea admisibilă, fiind necesară deci separarea apei între trepte. Valoarea lui H în acest caz nu a fost calculată.

Separarea apei între trepte se face prin mai multe metode, toate avînd la bază forţa centrifugă care acţionează asupra apei, avînd tendinţa

de trimitere a ei spre vîrfurile paletei. Printr-o profilare corespunzătoare a paletei şi a carcasei turbinei, această apă poate fi evacuată.

Stabilirea cantităţii de apă care se separă la un astfel de separator cînd se cunosc caracteristicile separatorului se face în modul următor. Se consideră:

m_a — cantitatea de amestec apă-abur separat pe unitatea de timp;
m_w — cantitatea de apă separată pe unitatea de timp;
m_n — cantitatea de abur din amestec separată pe unitatea de timp;
m_{wz} — cantitatea de apă existentă în abur (cantitatea ideală care poate fi separată);
m — cantitatea de abur admisă în treapta dinaintea separatorului pe unitatea de timp;
$m_0 = G$ — cantitatea de abur admisă în turbină;
x_2 — umiditatea aburului după treapta de intrare în separator.

Bilanţul cantităţilor de apă — abur al separatorului se va scrie:

Bilanţul separatorului intern

Locul	Cantitatea de abur saturat sau de apă	
După treapta de intrare în separator	abur saturat	mx_2
	apă	$m(1-x_2)$
La separator	abur saturat	$m_n x_2 = (m_a - m_w) x_2$
	apă	$m_n(1-x_2) + m_w = (m_a - m_w)(1+x_2) + m_w$
La intrarea în treapta următoare	abur saturat	$[m-(m_a-m_w)]\, x_2$
	apă	$[m-(m_a-m_w)](1-x_2) - m_w$

Umiditatea aburului la intrarea în treapta următoare, necesară pentru calculul termic, va fi

$$x_0 = \frac{m - (m_a - m_w)}{m - m_a} x_2. \tag{3}$$

La un separator ideal, cantitatea de apă la intrarea în treapta următoare ar fi nulă; avînd în vedere tabela de mai sus, rezultă pentru separatorul ideal

$$[m - (m - m_{wz})](1 - x_2) - m_{wz} = 0, \tag{4}$$

de unde

$$m_{wz} = (m - m_a)\frac{1 - x_2}{x_2}. \tag{5}$$

Se introduc notaţiile

$\alpha = \frac{m_{wb}}{m_{wz}}$ — gradul de separare, kg apă separată/kg de apă totală în abur,

$\beta = \frac{m_w}{m_a}$ — gradul de separare relativ la amestec, kg apă separată/kg amestec separat,

$\lambda = \frac{m_a}{m}$ — cantitatea de amestec relativă separată, kg de amestec/kg de abur admis în treapta dinaintea separatorului,

$\mu = \frac{m_a}{m_0}$ — cantitatea de amestec relativă separată, kg de amestec/kg de abur admis în turbină.

Se observă că ultima relaţie (5) se poate scrie

$$\frac{m_{wz}}{m} = \left(1 - \frac{m_a}{m}\right) \frac{1 - x_2}{x_2} \tag{5'}$$

sau

$$\beta\lambda = \alpha(1 - \lambda) \frac{1 - x_2}{x_2} \tag{6}$$

de unde

$$\lambda = \frac{\alpha(1 - x_2)}{\beta x_2 + \alpha(1 - x_2)}. \tag{7}$$

Cantitatea de apă raportată la un kg de abur admis în turbină este

$$\mu = \frac{\lambda \cdot m}{m_0}; \quad \text{dar} \quad m_0 = 1, \text{ deci } \mu = \lambda m, \tag{8}$$

deci cantitatea de apă relativă la 1 kg de abur admis în turbină este

$$\mu = \frac{\alpha(1 - x_2)}{\beta x_2 + \alpha(1 - x_2)} \left(1 - \sum_1^{l+j+k} a_i - \sum_1^{2} a_{si}\right). \tag{9}$$

În cazul cînd avem două separări externe între corpurile turbinei, o supraîncălzire intermediară după prima separare externă şi o separare la ultima treaptă căderea de entalpie reală pentru 1 kg de abur admis în

turbină, notată cu H_{st}, este (vezi fig. 6 *b*, *a*)

$$H_{st} = (i_0 - i'_c)\left[1 + \left(1 - \sum_1^{l} a_i\right)\frac{i''_s - i_{s1}}{i_0 - i'_c} + \left(1 - \sum_1^{l+j} a_i - a_{s1}\right)\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i'_c} - \right.$$

$$- \sum_1^{l+j+k} a_i y_i - a_{s1}\frac{i''_s - i'_c}{i_0 - i'_c} - a_{s2}\frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i'_c} - a_s\left(1 + \frac{i''_s - i_{s1}}{i_0 - i'_c} + \frac{i'_{s2} - i_{s2}}{i_0 - i'_c}\right) +$$

$$+ \left(1 - \sum_1^{l+j+k} a_i - a_{s1} - a_{s2} - a_s\right)\frac{i'_{sti} - i_{sti}}{i_0 - i'_c} -$$

$$\left. - \frac{\alpha(1 - x_2)}{\beta x_2 + \alpha(1 - x_2)}\left(1 - \sum_1^{l+j+k} a_i - a_{s1} - a_{s2} - a_s\right)\frac{i'_{sti} - i_{sti}}{i_0 - i'_c}\right], \quad (10)$$

unde

$$y_i = \frac{i_i - i'_c}{i_0 - i'_c}.$$

Consumul specific de abur este:

$$d_{st} = \frac{860}{H_{st}\,\eta_m \cdot \eta_g}.$$

Se observă că $d_{st} > d$, deoarece $i_0 - i'_c < i_0 - i_c$.

Reprezentînd variaţia consumului specific de abur funcţie de presiunea iniţială pentru cazurile

— cu un separator extern
— cu doi separatori externi
— cu un separator extern şi supraîncălzire

} cu şi fără separare internă,

se obţin curbele din figura 7. Se remarcă faptul că aceste curbe au fost trasate pentru următoarele valori:
$\eta_i = 0{,}8$ $t_{ae} = 120°C$; $n = 3$ preînc.; $p_c = 0{,}045$ ata; $\Delta t_{si} = 25°C$; $p_{sep} = 5$ ata.

După cum se observă, consumul minim la orice parametri iniţiali are loc în cazul unei separări mecanice cuplate cu o supraîncălzire. Aceasta de altfel este şi schema cea mai utilizată în prezent. În cazul unei duble separări şi unei duble supraîncălziri, consumul este mai mic, dar instalaţia se complică foarte mult. Influenţa separării interne a aburului se manifestă printr-o înrăutăţire a consumului de abur, dar, cum se va vedea mai departe, îmbunătăţeşte condiţiile de funcţionare ale turbinei din punctul de vedere al eroziunii.

În cazul în care turbina este prevăzută cu separare internă a apei, se constată că atît consumul specific, cît şi randamentul au valori diferite faţă de cazul în care nu se face separare internă, şi anume consumul specific de abur creşte în timp ce randamentul termic scade.

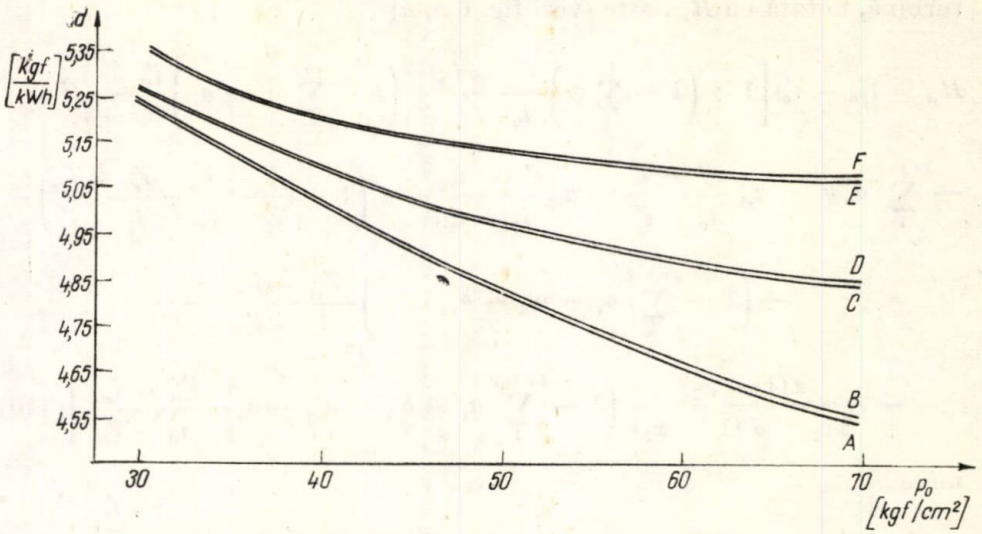


Fig. 7. — Variaţia consumului specific de abur cu presiunea iniţială : *A* — ciclu cu un separator mecanic şi supraîncălzire ; *B* — idem cu separare internă ; *C* — idem cu doi separatori mecanici ; *D* — idem *C* şi cu separare internă ; *E* — cu un separator mecanic ; *F* — idem *E* şi cu separare internă.

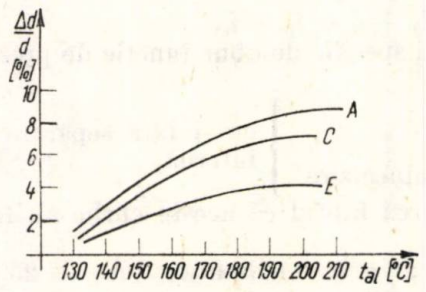


Fig. 8. — Corecţia datorită modificării temperaturii apei de alimentare

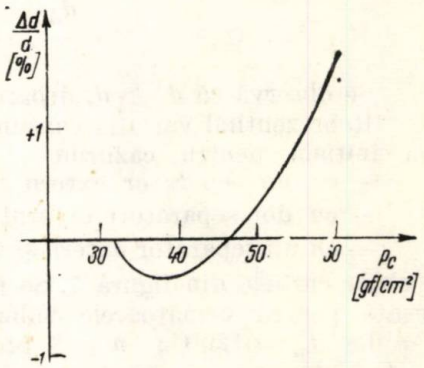


Fig. 9. — Corecţia datorită modificării presiunii la condensator.

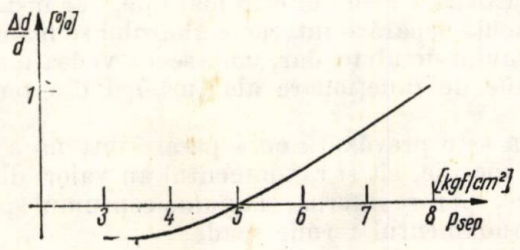


Fig. 10. — Corecţia datorită schimbării presiunii de separare supraîncălzire.

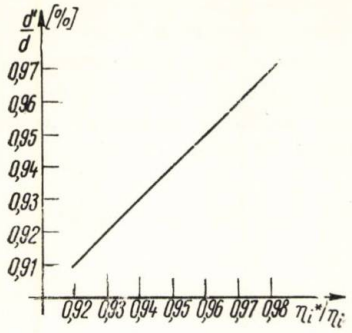


Fig. 11. — Corecția datorită variației randamentului intern.

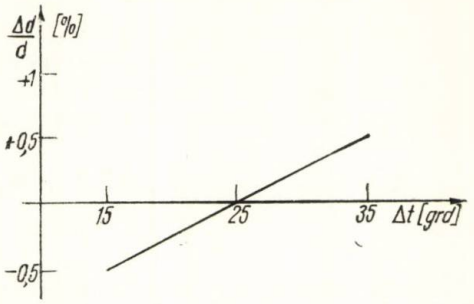


Fig. 12. — Corecția datorită temperaturii de supraîncălzire.

Totuși separarea internă prezintă unele avantaje, din care se evidențiază următoarele:

— poate înlocui un al doilea separator extern. În unele cazuri, atingerea umidității admisibile la evacuarea din turbină impun pentru două trei procente de umiditate introducerea unui al doilea separator extern, care este scump, ocupă loc mult și complică instalația. O dublă separare internă este suficientă pentru realizarea umidității admisibile într-un astfel de caz;

— mărește durata de disponibilitate a grupului, prin faptul că ultimele palete nu trebuie înlocuite ca urmare a atenuării fenomenului de coroziune;

— îmbunătățește randamentul ultimelor trepte și micșorează pierderile la ieșirea din turbină etc.

Consumul specific de abur crește ca urmare a faptului că, pe de o parte, se extrage o dată cu apa, în cazul separării interne, o cantitate de abur (care în formula 10 este pusă în evidență de gradul de separare), iar pe de altă parte deoarece în urma uscării punctul de ieșire din turbină (în procesul de diagramă $i-s$ vezi fig. $6-b$) este mutat din i_c în i_c'' și anume $i_{st\,i}''$ i_c'' ceea ce are ca rezultat imediat o micșorare a lui H și implicit o creștere a consumului specific.

Randamentul se modifică în sensul că se micșorează ca urmare a micșorării căderii de entalpie. Totuși, pot fi situații în care uscarea aburului să aibă efecte de îmbunătățire a randamentului ultimelor trepte și a micșorării pierderilor la evacuare care să compenseze micșorarea căderii de entalpie, astfel încît consumul specific și randamentul să nu se modifice. În general, randamentul și consumul specific au variații foarte mici.

Din figura 7 se vede că influența separării interne asupra consumului specific de abur este foarte mică. Curbele au fost trasate pentru valorile arătate anterior.

Pentru alte valori pentru, t_{at}, p_e, η_i, t_{st}, p_{sep} s-au stabilit corecțiile din figurile 8 — 12.

În cazul menținerii parametrilor inițiali ai turbinei se observă că și consumul specific de căldură crește relativ între aceasta și consumul specific de abur fiind

$$q = d(i_0 - i_a).$$

O metodă de îmbunătăţire a acestui consum este aceea de a utiliza amestecul apă-abur extras la această separare ca element de încălzire pentru preîncălzitorii regenerativi, legîndu-i direct la prizele respective. În acest caz, la acelaşi debit introdus în turbină puterea obţinută este mai mare. În ipoteza că amestecul extras completează cantitatea de abur necesară prizei respective la care este racordată se poate scrie

$$Q = (m_a - m_w)\ (i_2 - i_{cd}) + m_p (i' - i_{cd}) + m_w (i_{apă} - i_{cd}),$$

unde

i_2 — este entalpia totală a amestecului în starea *2*,
i_{cd} — entalpia condensatului la ieşirea din preîncălzitorul dat,
m_p — cantitatea de abur adus la priză,
i' — entalpia aburului corespunzătoare prizei p,
$i_{apă}$ — entalpia apei separate.

Este evident că debitul de abur extras la priză este mai mic şi că diferenţa lucrează în turbină, producînd putere suplimentară faţă de cazul în care separatoarele erau legate la condensator. În această situaţie ,λ capătă o altă expresie.

O posibilitate care simplifică mai mult construcţia turbinelor este aceea de a utiliza chiar prizele ca separatoare de apă, întreaga cantitate de căldură necesară preîncălzitorului fiind dată de amestecul extras. În această situaţie, atît consumul specific de abur, cît şi cel de căldură scad ca urmare a creşterii puterii disponibile a grupului respectiv.

În cele de mai sus, calculul a fost făcut în funcţie de caracteristicile separatorului. Este evident că în cazul în care camerele de apă sînt legate cu condensatorul prin intermediul unor ţevi de diametru mic este posibilă împiedicarea scăpărilor de abur : $\beta = 1$. În urma cercetărilor efectuate s-a constatat însă că este necesară o circulaţie de abur, aşa că se consideră în acest caz $\alpha = 0{,}1 - 0{,}2$.

O altă posibilitate de racord a acestor separatoare este cea în care ele sînt legate chiar la o priză a turbinei ; evident, atunci scăparea de abur nu deranjează. În acest caz, λ capătă o altă valoare, care va fi înlocuită în formula (10) [2].

Reducerea umidităţii în turbină este importantă şi din punctul de vedere al uzurii turbinei ca urmare a eroziunii care are loc la paletele la care umiditatea are valori mari. Cum aproape toate etajele turbinelor cu abur saturat lucrează în abur umed, rezultă că această problemă are aici o importanţă deosebită în raport cu turbinele clasice. Este cunoscut că eroziunea se datoreşte picăturilor de apă care se formează cînd limita de saturaţie a fost depăşită. Numărul şi fineţea picăturilor de apă sînt funcţie de rapiditatea căderii de presiune în treptele turbinei şi se găsesc în domeniul de condensaţie spontană (domeniul Wilson). Defectele prin eroziune cauzate paletelor se datoresc picăturilor al căror diametru este cuprins în general între 0,1 şi 0,5 mm. Cercetările recente au permis stabilirea unor mărimi de lucru denumite „factori de eroziune "sau„ criterii de eroziune" ca valori-limită pentru care eroziunea nu este periculoasă. După datele

firmei „Escher — Wyss" (4), acest factor este

$$E = \frac{x\rho}{\eta}\,\frac{c}{200}\left(\frac{u}{100}\right)^k, \tag{12}$$

unde
x este umiditatea vaporilor la intrarea în treaptă,
ρ — greutatea specifică a aburului la ieşirea din treaptă,
η — gradul de calitate a dispozitivelor de drenaj,
c — viteza axială a aburului la ieşirea din treaptă,
u — viteza periferică la extremitatea paletei.

Este evident că

$$\frac{x\rho c}{\eta} = k\mu^{-1},$$

unde k este un factor de proporţionalitate, iar μ are expresia din formula (9).

Rezultă că E este cu atît mai mic, cu cît cantitatea de apă separată este mai mare. Totuşi, această expresie pentru criteriul de eroziune nu ţine seama de o serie de alţi factori, cum sînt dimensiunile picăturilor, raportul vitezelor picăturilor faţă de abur, factorii aerodinamici ai paletelor etc. Formula care ar ţine seama de toţi aceşti factori ar avea forma

$$E = \frac{1 - x_0}{x_0}\cdot\frac{1}{\lambda}K(u, v, w, \ldots), \tag{13}$$

unde
x_0 este titlul aburului înainte de intrare în etaj,
λ — raportul vitezelor apă antrenată — abur,
$k(u, v, w, \ldots)$ — termeni funcţie de caracteristicile constructive ale paletei şi a condiţiilor speciale în care lucrează, altele decît x_0 şi λ.

Este evident că cu cît x_0 este mai mic, cu atît E este mai mare, dar creşterea lui E este diminuată de faptul că creşte pe măsură ce x_0 scade (pulverizarea este mai fină şi viteza picăturilor se apropie de cea a aburului, deci $\lambda \to 1$).

În condiţiile existenţei separatorului intern, aceste criterii se pot scrie

$$E = \frac{1 - \dfrac{[m - (m_0 - m_w)]\,x_2}{m - m_a}}{m - n_a}\cdot\frac{1}{\lambda}K(u\ v,\ w, \ldots)$$

sau

$$E = \frac{(m - m_a) - mx_2 + (n - m_w)\,x_2}{(m - m_a)^2}\cdot\frac{1}{\lambda}K(u, v, w\ldots)$$

şi

$$E = \frac{m_a(x_2 - 1) - (m + m_w)\,x_2 - m}{(m - m_a)^2}\cdot\frac{1}{\lambda}K(u, v, w\ldots)$$

Se observă că E creşte mult cu creşterea lui m_a, deci limitele de eroziune cresc. Formula (12) are ca limită 1, iar formula (13) nu are limită impusă : cu cît E este mai mare, cu atît siguranţa de funcţionare cu umiditatea x_0 este mai bună.

Pe lîngă eroziunea paletelor mobile ale treptelor care lucrează cu viteze tangenţiale mari în domeniul aburului cu umiditatea ridicată, care se datoreşte impactului picăturilor de apă de dimensiuni şi viteze relative care depăşesc anumite limite formate în aburul umed, în turbinele din CNE se întîlneşte un fenomen de eroziune — coroziune pe suprafeţele netede de oţel nealiat sau slab aliat. Acest fenomen se produce cînd pe suprafeţele respective se preling cu viteză mare stropi sau pelicule de apă antrenate de abur. El nu este încă pe deplin elucidat din punctul de vedere al mecanismului după care se produce acţiunea de distrugere a suprafeţei metalului şi nici în ceea ce priveşte proporţia în care participă la această acţiune eroziunea şi, respectiv, coroziunea. Este constatat însă că prezenţa oxigenului în abur are o influenţă importantă asupra acestui fenomen, pe care, datorită faptului că se întîlneşte în special în locurile unde condensatul se găseşte sub forma unui film lichid, l-am denumit „eroziunea peliculară.".

Se constată că fenomenul de eroziune peliculară se face simţit în special în spaţiile foarte înguste, cum ar fi cele din zonele prevăzute cu labirinţi, planurile de separaţie ale semidiafragmelor, planurile de separaţie ale carcaselor care nu au un contact perfect etc.

Pentru protecţia acestor suprafeţe împotriva eroziunii peliculare se utilizează diverse mijloace, printre care cele mai importante sînt :

1) reducerea la minim a spaţiilor foarte înguste din planele de separaţie ale carcaselor prin mărirea pe cît posibil a numărului de prezoane;

2) în spaţiile strangulate a căror existenţă nu poate fi evitată se injectează abur viu laminat,

3) protecţia suprafeţelor supuse pericolului eroziunii cu un strat de crom sau de nichel, aplicat prin procedee chimice;

4) Utilizarea unor piese de protecţie din oţel mult aliat (cu Cr şi Ni), rezistent la eroziune şi coroziune în zonele supuse eroziunii peliculare;

5) depunerea prin metalizare a unui strat protector de metal rezistent la coroziune şi eroziune de grosime 0,5 — 1 mm sau mai mult.

În afară de metoda separării interne şi externe a aburului cu ajutorul separatorilor şi supraîncălzitorilor, au fost propuse şi alte metode : încălzirea paletelor directoare găurite cu abur mai cald sau dirijarea acestui abur prin deschizăturile executate pe partea superioară a paletei, evaporarea sau pulverizarea continuă a peliculei de apă.

Pierderea de energie care se produce prin aplicarea acestor metode este considerabilă. Pierderea de randament ca urmare a umidităţii aburului se ridică la 3 — 5% la turbinile cu abur saturat; aceasta este suma pierderilor prin suprarăcire, pierderilor de antrenare a picăturilor de apă, frînarea picăturilor, pierderile prin drenaje şi cîştigul prin creşterea căderii izentropice ca urmare a uscării.

În ceea ce priveşte alegerea presiunii optime la care trebuie amplasate separatoarele de apă şi supraîncălzitoarele acestea se fac în funcţie de variaţia consumului specific de căldură corespunzător minimului acestui

consum. În figura 13 se arată variaţia consumului specific de căldură real în funcţie de presiunea înaintea separatorului de apă şi a supraîncălzitorului, în ata. Se observă că cel mai redus consum se obţine în cazul unei duble separări de apă şi a unei duble supraîncălziri.

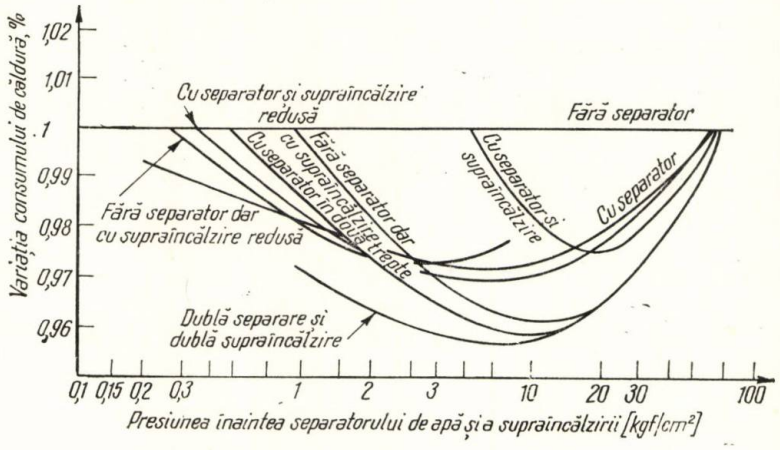


Fig. 13. — Influenţa separatorului de apă şi a supraîncălzirii asupra consumului specific al unei instalaţii cu abur saturat.

Formulele stabilite anterior se pretează foarte bine la efectuarea calculelor pe calculator, ceea ce permite o dată programul întocmit să se obţină numeroase puncte ale curbelor din figura 7. Se remarcă faptul că aceste curbe au fost verificate prin folosirea datelor concrete ale centralelor existente. Pentru exemplificare s-a luat centrala Obrigheim, ai căror parametri sînt

$p_0 = 50$ at; $t_{al} = 205°$ C; $p_{sep}^{med} = 5{,}6$ at; $p_c = 0{,}035$ at; $\eta_{it} = 0{,}8$; $t = 25°$C; separarea internă la ultima treaptă ($p = 0{,}131$ at).

Din figura 7 rezultă pentru 50 at $d_1 = 4{,}85$ kg/kWh. Corecţia datorită temperaturii apei de alimentare este de +9,2 %. Rezultă un consum specific $d_2 = 5{,}365$, iar corecţia datorită presiunii la condensator este −0,4 %; rezultă $d = 5{,}35$ kg/kWh. Din date rezultă că debitul de abur la turbină este de 1700 t/h. la puterea de 318 MW, adică un consum specific de 5,35 kg /kWh, comparabil cu cel determinat anterior cu ajutorul diagramelor stabilite.

În continuare se prezintă programul de calcul pentru un calculator de tip IBM — 360 în limbaj FORTRAN-IV pentru cazul cînd există i separatori interni (în acest caz expresia lui λ capătă indicele λ_i).

LISTA IDENTIFICATORILOR

d	— D	$i^{s''}$	— HABSIC
η_m	— RANDME	i_{s1}	— HDESTI
η_g	— RANDGE	i'_{s2}	— HDES21
i_0	— HABVIU	i_{s2}	— HDES2Ø
i_c	— HCOND1	i_c	— HCONDØ

i'_{sti} — HTRIN 1
i_{sti} — HTRINØ
i_i — H(K)
a_i — A(K)
a_{si} — AS(K)
m — M
ND — număr de prize
λ_i — LAMBDA(i)
α_i — ALFA (K)
β_i — BETA (K)
x_{2i} — $X2$(K)
y_i — $Y(i)$

AL — variabilă intermediară pentru calculul $\sum_{1}^{l} a_i$

ALJ — variabilă intermediară pentru calculul $\sum_{l+1}^{l+j} a_i$

$ALJK$ — variabilă intermediară pentru calculul $\sum_{l+j+1}^{l+j+k} a_i$

AY — variabilă intermediară pentru calculul $\sum y_i a_i$

BIBLIOGRAFIE

1. Nicolae Dănilă, *Analiza termodinamică a centralelor electrice nucleare*, cap. IV din *Analiza termodinamică a schemelor centralelor electrice*, Edit. Academiei, 1967.
2. W. Traupel, *Termiche turbomachinen*. Springer — Verlag, 1967.
3. Karl Schröder, *Centrale termoelectrice de mare putere*, Edit. tehnică, 1966.
4. *** *Buletin Esher* — Wyss, **40**, *1*, (1967).
5. Arnold Bald, Heinz Duroy, Gunter Lipie, *Der Turbosatz und der Dampf — Speise Wasser-kreislauf des KKO*, Atom und Strom, **13**, *11—12* (1967) (Expres — Informaţia, **14**/1968)
6. L. S. Sterman, *Teplovaia ciasti atomnih electrostanţii*, Gosatomizdat, 1963.

IBM FORTRAN - Programmschema

Programm : Pentru calculul consumului specific de abur la CNE cu abur saturat		Ablochungshinweise											Blatt 1 vor
		Zeichen	(	)	=	+	—	—	—	—	—	—	
Programmierer : N. Dănilă ; A. Nabijovici	Datum	Lochung											

C. Bei Bemerkung	Folge	Anweisungen bzw. Vereinbarungen	Kennung
1 Nr. 5	6		
		S U B R O U T, I, N E C D, L, J, K, I, R A N D M E, R A N D G E, H A B V I U, H C O N D 1, H A B S I C, H D E S T 1, H D E	
	1	S 2 1, H D E S 2 Ø, H C O N D Ø, H T R I N 1, H T R I N Ø, H, A, AS, M, L AM B D A, A L F A, B E T A, X 2, Y,)	
		D I M E N S I O N, H (2Ø), A (2 Ø), A S (3), L A M B D A (2Ø). A L F A (20), BETA (2Ø) ; ×2(2Ø), Y)	
	1	2 Ø)	
		R E A L M, L A M B D A	
		D O 1 K = 1, NP,	
		Y(K) = (H(K) — H C O N D I) / (H, A B V I U — H C O N D 1)	
1		LAMBDA (K) = ALFA (K) * (1 — X2(K))/(BETA (K)* × 2 (K) + ALFA (K)* (1 — ×2 (K)))	
		AL = Ø.	
		ALJ = Ø.	
		ALJK = Ø.	
		DO 2 K = 1, L	
2		AL = AL + A(K)	
		DO 3 K = L + 1, L + J	
3		ALJ = ALJ + A(K)	
		DO 4 K = L + J + 1, L + J + K	
4		ALJK = ALJK + A(K)	
		AY = Ø.	
		DO 5 K = 1, L + J + K	
5		AY = AY + A(K)*Y(K)	

IBM FORTRAN-Programmschema

Programm: Pentru calculul consumului specific de abur CNE cu abur saturat		Ablochungshinweise											Blatt 2 vor
		Zeichen	(	)	=	+						Kariengalvano Nr.	
Programmier: N. Dănilă; A. Nobijovici	Datum:	Lochung											

C. Bei Bemerkung	Folge	Anweisungen bzw. Vereinbarungen	Kennung
1 Nr. 5	6	7 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 72	73 75 80
		M = 1 − ALJK − AS (1) − AS (2) − AS	
		D = 86 Ø./(RANDME * RANDGE * (HABVIU− HCOND 1) * (1 + (1−AL) * (HABSIC − HDEST 1)/(H	
	1	ABVIU − HCOND 1) + (1−ALJ−AS (1) * (HDES 21−HDES2Ø) / (HABVIU−HCOND1) − AY − AS(	
	2	1)* (HABSIC−HCOND 1)/ (HABVIU−HCOND 1) − AS (2) * (HDES 21 − HABVIU − H	
	3	COND 1)−AS * (1+ (HABSIC−HDEST1)/(HABVIU−HCOND 1) + (HDES21−HDES 2Ø) / (HABV	
	4	IU − HCOND 1)) + M * (HTRIN 1 − HTRIN Ø) / (HABVIU − HCOND 1) − M*LAMBDA (I) * (HTRIN 1−	
	5	HTRIN Ø) / (HABVIU − HCOND 1))	
		RETURN	
		END	

COMPARAREA PROCESULUI DE RETUR REALIZAT PRINTR-UN ORIFICIU CENTRAL ŞI ORIFICIILE MULTIPLE LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

DE

B. POPA

Se tratează comportarea sistemului de reglare realizat la injectoarele cu cameră de turbionare şi retur printr-un orificiu central în comparaţie cu cel obţinut prin orificii multiple.

Raportul de reglare poate fi schimbat prin acţionare asupra ventilului de reglare sau prin schimbarea diametrului duzei injectorului. Din comparaţie reiese că injectoarele cu orificii multiple de retur au un domeniu de reglaj mai larg.

Injectoarele cu recirculare pot realiza procedeul de retur printr-un orificiu central, plasat în placa frontală posterioară a camerei, variantă larg răspîndită (fig. 1).

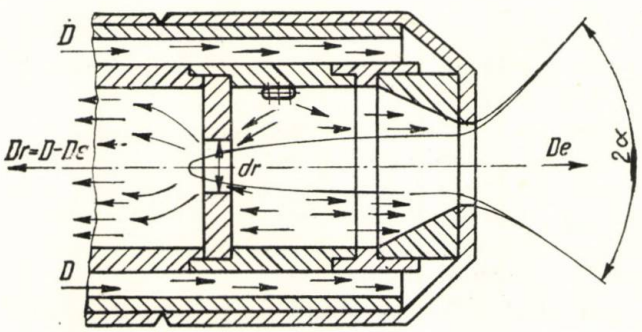


Fig. 1. — Schiţa injectorului cu retur prin orificiu central.

Procesul de recirculare se poate asigura pe baza aceluiaşi principiu, secţiunea de retur S_r fiind realizată sub forma unor orificii multiple circulare, dispuse în afara miezului de aer (fig. 2).

Lucrarea evidenţiază diferenţele care apar între cele două soluţii utilizate.

Tabelele 1 şi 2 cuprind rezultatele experimentale obţinute cu injectoarele cercetate, în condiţiile egalităţii pentru cele două variante a sec-

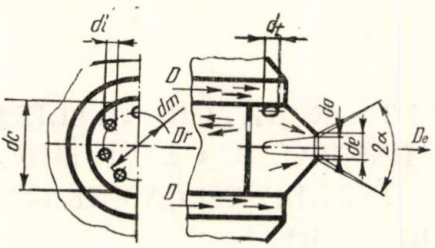


Fig. 2. — Injector cu întoarcere prin orificii multiple.

ţiunii de retur S_r, adică secţiunea orificiului unic de retur egală cu secţiunea orificiilor multiple, dispuse pe circumferinţa unui cerc de diametru d_m.

Notaţia convenţională folosită pentru a preciza dimensiunile geometrice ale injectorului au fost de forma $\left|\frac{d_e}{d_c}\middle|\frac{d_t}{d_r}\right|$ pentru orificiu central, iar pentru injectorul cu orificii multiple $\left|\frac{d_e}{d_c}\middle|\frac{d_t}{d_r^*}\right|$, d_r^* fiind diametrul echivalent al secţiunii multiple.

Numărul ajutajelor tangenţiale a fost de 4 în ambele cazuri. Pentru diametrul de retur $d_r^* = 4$, orificiile multiple au fost realizate prin 7 găuri, avînd $d_t = 1{,}5$, dispuse pe o circumferinţă de $d_m = 5{,}7$ mm (fig. 2).

În cazul orificiilor multiple, acestea fiind dispuse pe o circumferinţă de diametru d_m mai mare decît d_r, deci într-o zonă de presiuni statice mai mari, pierderile aferente transformării energiei potenţiale în energia cinetică sînt mai reduse, bilanţul energetic al întregului proces de întoarcere fiind mai favorabil.

În prima parte a experienţelor s-au determinat presiunile din conducta de întoarcere p_r şi rapoartele de reglare n pentru injectoarele cu orificiul central comparativ cu injectoarele cu orificii multiple. Drept variabilă independentă s-a admis poziţia de reglare a robinetului de întoarcere (fig. 3). Curbele au fost trasate la diferite presiuni de alimentare pentru patru poziţii ale robinetului de reglare.

Urmărind alura curbelor presiunii de recirculare se observă următoarele. Indiferent de presiunea de alimentare, presiunea din conducta de întoarcere este mai mare la injectorul cu orificii multiple faţă de cel cu orificiul central unic. Aceasta se explică prin amplasarea în primul caz a orificiilor într-o zonă a peretelui posterior de presiuni statice mai înalte.

Creşterea presiunii de alimentare duce la majorarea presiunii din conducta de întoarcere. Raportul dintre presiunile p_r înregistrate la varianta cu orificiul unic, respectiv cu orificii multiple, rămîne practic acelaşi; el nu depinde de valoarea presiunii de alimentare. Într-adevăr, poziţia

Tabela 1

Compararea debitelor de lichid pulverizat și returnat la injectorul cu retur printr-un orificiu central și prin mai multe orificii dispuse periferic

p_{at} bar	D, m, n, p_r	Poziția robinetului de retur							
		0 (închis)		1		2		3 (deschis)	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	D_e	295	255	215	185	160	95	108	52
	D_r	0	0	130	160	225	337	302	470
	D	295	295	345	345	385	432	410	522
	m	0	0	0,377	0,463	0,585	0,779	0,757	0,900
	n	1	1	0,623	0,537	0,415	0,221	0,263	0,100
	p_r	2,9	4,75	2,0	3,8	1,25	2,85	0,60	1,95
10	D_e	420	380	296	249	220	148	158	75
	D_r	0	0	188	248	319	473	425	687
	D	420	380	484	487	539	621	583	762
	m	0	0	0,389	0,509	0,593	0,763	0,728	0,900
	n	1	1	0,611	0,491	0,407	0,237	0,272	0,100
	p_r	5,60	9,25	3,65	7,60	2,30	5,55	0,95	2,85
15	D_e	517	477	378	292	264	178	188	100
	D_r	0	0	225	315	396	612	523	900
	D	517	477	593	617	660	790	711	1000
	m	0	0	0,376	0,511	0,600	0,776	0,736	0,900
	n	1,0	1,0	0,624	0,489	0,400	0,224	0,264	0,100
	p_r	8,25	15,55	5,25	11,20	3,25	8,15	1,40	4,10
20	D_e	594	554	448	365	320	698	217	111
	D_r	0	0	234	378	442	700	605	1000
	D	594	554	682	743	762	933	822	1111
	m	0	0	0,343	0,508	0,580	0,752	0,736	0,900
	n	1,0	1,0	0,657	0,492	0,430	0,348	0,264	0,100
	p_r	10,80	17,50	6,75	14,50	4,25	10,70	2,00	5,45

$$n = \frac{D_e}{D} = 1 - m = 1 - \frac{D_r}{D}$$

3	2,08
10	4

und

3	2,08
10	4*

Tabela 2

Compararea debitelor de lichid pulverizat și returnat la injectoarele cu retur printr-un orificiu central și prin mai multe orificii dispuse periferic

p_{at} bar	D, m, n, p_r	Poziția robinetului de retur							
		0 (închis)		1		2		3 (deschis)	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	D_e	430	422	348	290	310	197	273	134
	D_r	—	—	103	220	162	375	192	489
	D	430	422	451	510	472	572	465	623
	m	0	0	0,228	0,432	0,343	0,655	0,412	0,785
	n	1,0	1,0	0,772	0,568	0,657	0,345	0,588	0,215
	p_r	1,50	3,85	1,00	2,70	0,70	2,40	0,25	1,25
10	D_e	585	585	482	382	430	265	378	176
	D_r	--	—	156	298	223	500	264	645
	D	585	585	638	680	653	765	642	821
	m	0	0	0,242	0,438	0,342	0,653	0,312	0,786
	n	1,0	1,0	0,758	0,562	0,658	0,347	0,588	0,214
	p_r	2,90	7,70	1,65	5,0	1,15	4,70	0,55	2,35
15	D_e	720	720	590	490	525	348	462	221
	D_r	—	—	170	360	255	608	326	828
	D	720	720	160	850	780	956	788	1,049
	m	0	0	0,224	0,423	0,327	0,635	0,413	0,788
	n	1,0	1,0	0,776	0,577	0,673	0,365	0,587	0,212
	p_r	4,20	11,25	2,30	7,30	1,65	6,8	0,75	3,50
20	D_e	850	845	675	580	618	400	538	247
	D_r	—	—	208	420	290	690	376	935
	D	850	845	883	1000	908	1090	914	1182
	m	0	0	0,238	0,420	0,32	0,633	0,412	0,791
	n	1,0	1,0	0,762	0,580	0,68	0,367	0,588	0,209
	p_r	5,55	14,8	3,0	9,6	2,0	8,90	8,85	4,80

$$n = \frac{D_e}{D} = 1 - m = 1 - \frac{D_r}{D}$$

$\frac{4}{10}$ | $\frac{2,08}{4}$ und $\frac{4}{10}$ | $\frac{2,08}{4*}$

relativă de amplasare a celor două secțiuni rămînînd aceeași, o dată cu creșterea presiunii de alimentare are loc o creștere proporțională a presiunii din cele două conducte de întoarcere.

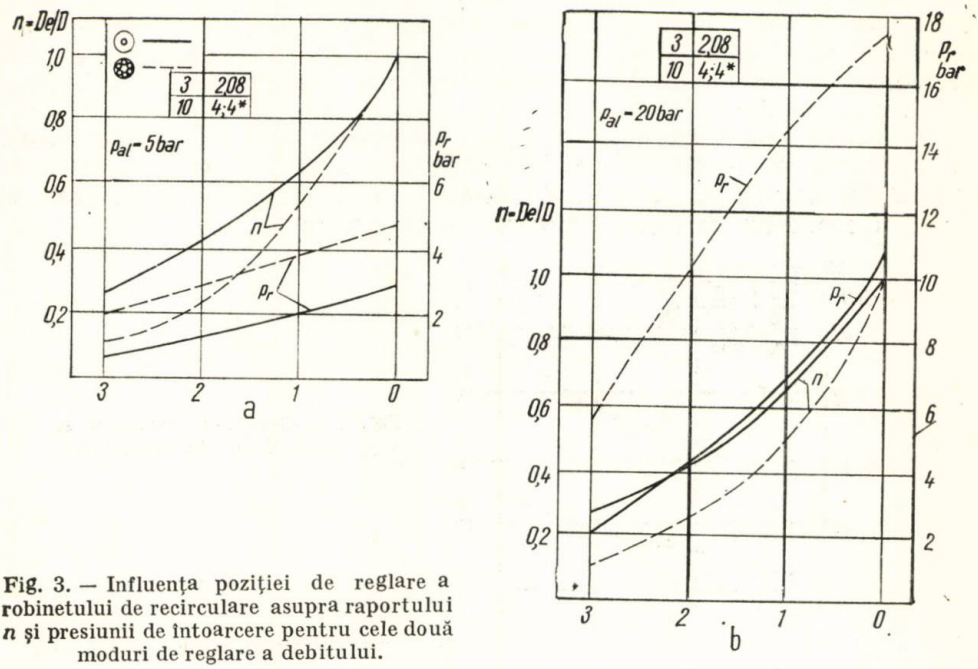


Fig. 3. — Influența poziției de reglare a robinetului de recirculare asupra raportului n și presiunii de întoarcere pentru cele două moduri de reglare a debitului.

Influență mai mare asupra presiunilor p_r o are poziția de reglare a robinetului. În procesul de reglare a debitului, creșterea mai rapidă a acestor presiuni p_r se observă la orificiile multiple. Astfel, raportul $p_{r,mult}/p_{r,unic}$ a fost pentru robinetul închis de circa 1,6 : 1. Cele de mai sus rezultă din alura celor două presiuni, și anume curba presiunii pentru orificiul central scade mai lent, concomitent cu deschiderea robinetului, decît curba similară a injectorului cu orificii multiple. Acest fenomen își are explicația în mărirea accentuată a frecării prin orificiul central la debite recirculate mari, fapt care duce la frînarea mișcării de turbionare și la retransformarea unei părți din energia cinetică în energie potențială, crescînd astfel presiunea statică.

Analizînd variația raportului de reglare n funcție de poziția robinetului de retur, se observă că pentru cele două variante de recirculare valoarea sa nu depinde de presiunea de alimentare; la injectorul încercat, valoarea superioară a lui n a fost 1 (robinetul de reglare complet închis), valoarea inferioară a acestuia fiind pentru orificiul unic de 0,3, iar pentru orificii multiple de 0,1. Se remarcă de asemenea că diferența dintre rapoartele n crește o dată cu deschiderea robinetului de întoarcere, valorile n pentru orificiul central fiind mai mari ca pentru orificiile multiple.

Asupra alurii curbelor p_r și n prezintă o influență și diametrul ajutajului de ieșire d_e, respectiv raportul dintre ajutajul de ieșire și diametrul camerei de turbionare d_e/d_c. Mărirea acestui raport provoacă scăderea pre-

siunii pe peretele frontal posterior al camerei de turbionare, inclusiv scăderea presiunii din conducta de întoarcere (fig. 4). În ceea ce privește dependența raportului n pentru cele două variante, valoarea acestuia crește o dată cu creșterea raportului d_e/d_c .

Observînd dependența dintre presiunea p_r din conducta de întoarcere și raportul de reglare a debitului n, rezultă că, cu cît presiunea p_r este mai mare, cu atît debitele recirculate sînt mai mici, valorile raportului n fiind mai mari.

Variația debitelor efective D_e, de întoarcere D_r și a debitelor totale D în funcție de pozițiile de reglare ale robinetului de întoarcere se poate urmări în figura 5, trasată pentru același injector experimental cu orificiul central, respectiv cu orificii multiple de întoarcere.

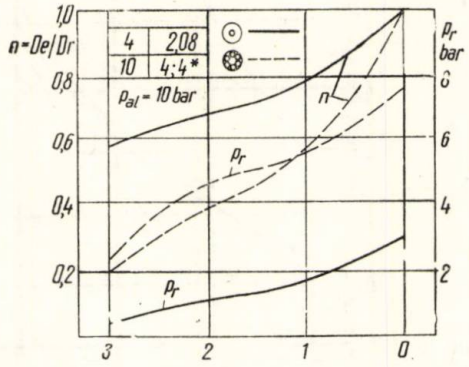
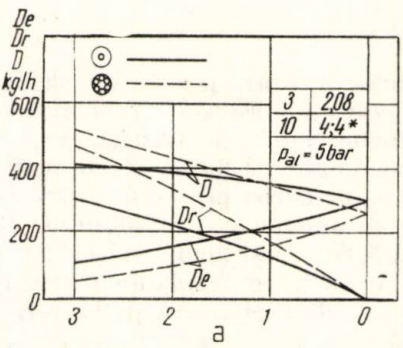


Fig. 4. — Dependența valorilor n și p_r funcție de poziția robinetului.



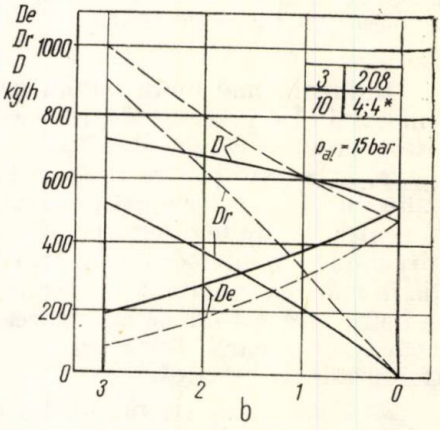


Fig. 5.— Debitele injectorului cu orificiu central, respectiv cu orificii multiple, funcție de poziția robinetului de reglare.

Proprietățile evidențiate prin aceste curbe își au cauzele în procesele diferite de curgere a fluidului vîscos pentru cele două moduri de recirculare, lichidul de lucru folosit fiind motorina.

Pentru injectorul cu orificii multiple, în conducta de întoarcere nu pătrunde fluid animat de componente tangențiale ale vitezei. Mișcarea de turbionare din interiorul camerei nu are posibilitate să se propage în lichidul din conducta de retur; particulele de lichid au înspre robinetul de întoarcere numai componente axiale de viteză. Ca urmare, pierderile în direcția curgerii în conducta de întoarcere sînt mai mici. Pe de altă parte,

datorită orificiilor multiple cu secţiuni individuale de trecere, acest tip de reglare prezintă pierderi sporite prin frecare. Pierderile cresc şi datorită vitezelor mărite, corespunzătoare căderilor bruşte de presiune din interiorul camerei şi lichidul din conducta de întoarcere. Aşadar, pe de o parte, datorită lipsei transmiterii de impulsuri de rotaţie scad pierderile de frecare, pe de altă parte însă, datorită trecerii lichidului cu viteze mari prin orificii cu secţiuni mici, pierderile se majorează. Cele două efecte contrare pot conduce, comparativ cu orificiul central, la un bilanţ energetic mai favorabil sau mai puţin favorabil pentru injectoarele cu orificii multiple, deci la poziţii relative diferite pentru curbele debitelor.

În cazul orificiului central unic, pierderile datorite vitezelor axiale de retur sînt mai mici (vitezele de trecere sînt mici, ca şi diametrul conductei pentru aceeaşi secţiune totală S_r). În acelaşi timp însă cresc mult pierderile prin componentele tangenţiale de viteză. Prin însăşi plasarea sa, orificiul central permite pătrunderea în conducta de întoarcere a mişcării de turbionare şi prin aceasta cauzează creşterea însemnată a pierderilor. Încetinirea vitezei de rotaţie a lichidului duce la scăderea diametrului turbionului de aer, fapt resimţit în creşterea debitului de ieşire.

Legate de cele de mai sus, pot apărea situaţii diferite pentru cele două moduri de reglare. Realizînd experienţe multiple la poziţia închisă a robinetului, debitul de ieşire D_e al injectorului, egal cu debitul total D pentru sistemul de reglaj cu orificiu unic comparat cu acelaşi cuplu al debitelor (D_e, D) pentru sistemul cu orificii multiple, poate avea valori diferite, deci şi poziţii reciproce diferite pe diagramă.

Astfel, în figura 5, pentru parametrii geometrici precizaţi la poziţia închisă a robinetului, debitul de ieşire al injectorului cu orificiul central este mai mare decît al celui cu orificii multiple. În acest din urmă caz, neexistînd o mişcare ordonată de deplasare spre conducta de întoarcere (robinetul este închis), pierderile de energie cinetică sînt reduse, diametrul turbionului de aer din cameră este mai mare comparativ cu cel al injectorului cu orificiul central, debitul de ieşire rezultînd mai mic. La injectorul cu orificiul central de întoarcere, prezenţa secţiunii de întoarcere modifică procesul de curgere prin camera de turbionare; apare transmiterea de impulsuri de rotaţie, ceea ce duce la descreşterea turbionului, mărirea secţiunii efective de trecere a lichidului şi deci o mărire a debitului.

La deschiderea robinetului, debitul de ieşire înregistrat în cazul orificiului central rămîne superior debitului injectorului cu orificii multiple, fapt explicat de majorarea accentuată a secţiunii efective de ieşire, o dată cu deschiderea robinetului.

Majorarea vitezei axiale spre robinetul de reglare (pătrunderea mai adîncă în conducta de retur a mişcării de turbionare) scade şi mai mult diametrul turbionului de aer, mărind secţiunea efectivă de trecere, ceea ce justifică tendinţa de majorare a debitului D_e. Totuşi, motivul principal al unui debit efectiv în general mai mare la injectorul cu orificiul central pentru aceeaşi poziţie a robinetului de reglare trebuie căutat pentru cele două variante în diferenţa presiunilor pe secţiunea de întoarcere. Presiunea de retur fiind mai mare pentru injectorul cu orificii multiple, şi debitele recircurlate devin mai mari.

La alte valori ale orificiilor de ieşire, respectiv de retur, poziţiile reciproce ale curbelor debitelor pot suferi schimbări, aşa cum s-au putut

observa pentru alte experienţe de acest fel, din cauza rezultantei diferite a efectelor contrare a proceselor de frecare care intervin în curgerea lichidului prin orificiul central şi prin orificiile multiple.

Este util a aborda şi studiul cantitativ al variaţiei debitelor de ieşire şi de întoarcere, precum şi a debitului total, în funcţie de presiunea de alimentare (fig. 5).

Pentru injectorul cu orificiul central de întoarcere, debitele D_e, D_r şi D cresc o dată cu presiunea de alimentare. În cazul orificiilor multiple, înclinaţia curbelor debitului efectiv pentru aceste injectoare se schimbă, ele devenind cu atît mai înclinate faţă de axa verticală, cu cît presiunea de alimentare este mai mare. Acelaşi lucru se poate arăta şi despre curbele de debit recirculat al celor două moduri de retur şi despre curba debitului total al orificiilor multiple.

Dependenţa dintre debitele injectoarelor cu întoarcere şi presiunea din conducta de întoarcere este reliefată în figurile 6—7. Se remarcă

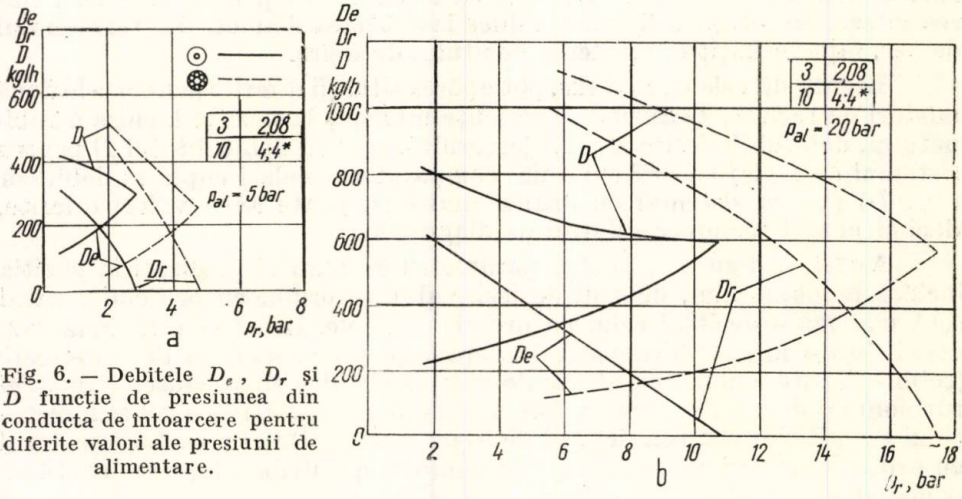


Fig. 6. — Debitele D_e, D_r şi D funcţie de presiunea din conducta de întoarcere pentru diferite valori ale presiunii de alimentare.

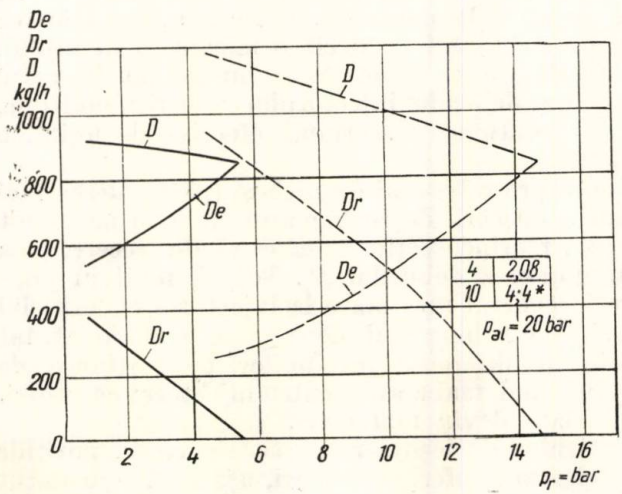
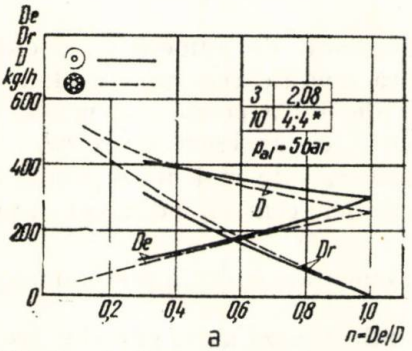


Fig. 7. — Curbele de variaţie ale debitelor D_e, D_r şi D funcţie de presiunea din conducta de întoarcere la p_{al}=20 bar.

următoarele particularităţi : intervalul de variaţie a presiunilor de retur pentru orificiul central este mai îngust în comparaţie cu sistemul cu orificii multiple ; diametrul ajutajului de ieşire are influenţă însemnată asupra valorii presiunilor din conducta de întoarcere ; creşterea diametrului d_e cauzează scăderea valorii maxime a presiunii de întoarcere şi îngustarea domeniului de variaţie a lui p_r.

Diametrul de ieşire influenţează şi alura curbelor de debit. Indiferent de modul întoarcerii (cu orificiul central unic sau cu orificii multiple), creşterea diametrului d_e deplasează punctul de intersecţie al curbelor D_e şi D_r spre valori mai mici ale presiunii p_r. Pentru injectorul experimental prevăzut cu orificiul central, avînd diametrul de ieşire $d_e = 4$ mm, aceste curbe nu se intersectează.

Dependenţa directă dintre debitele injectoarelor şi raportul de reglare n se poate urmări pentru cele două sisteme de recirculare în figurile 8—9 sau din tabelele 1 şi 2.



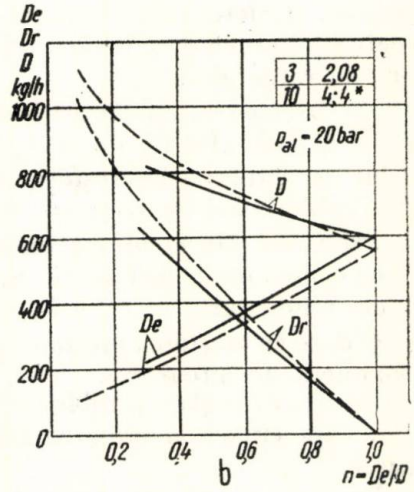


Fig. 8. — Debitele D_e, D_r şi D funcţie de raportul de reglare $n = D_e/D$ pentru diferite presiuni de alimentare.

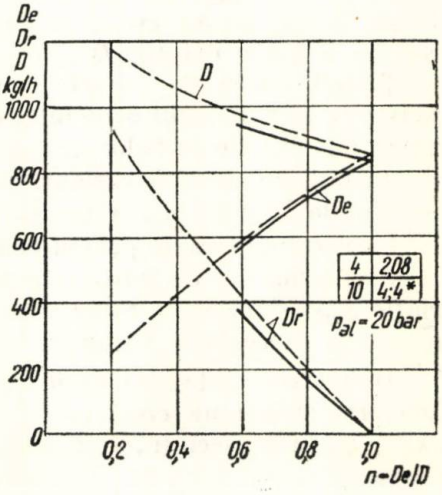


Fig. 9.— Dependenţa debitelor D_e, D_r şi D de raportul de reglare $n = D_e/D$ la presiunea de alimentare de 20 bar.

Elementul caracteristic al curbelor este lărgirea pronunţată a domeniului de reglare la sistemul de recirculare cu orificii multiple faţă de cel cu orificiul central.

Domeniul de reglare n este influenţat de diametrul ajutajului de ieşire. Mărind secţiunea de ieşire pentru aceeaşi deschidere a robinetului de reglare, de exemplu poziţia complet deschisă, care corespunde punctelor terminale ale curbelor din figurile 8 şi 9, rezultă un domeniu mai îngust de variaţie a lui n. Acesta variază între 1—0,6 şi, respectiv, 1—0,2 pentru $d_e = 4$, faţă de 1—0,3, respectiv 1—0,1, la diametrul de ieşire de 3 mm.

Din analiza acestor experimentări, din care s-a redat numai unele grafice, rezultă următoarele aspecte principale privind procesul de reglare comparat al celor două variante : al orificiului central şi soluţia orificiilor multiple.

Rapoartele de reglare (m sau n) sînt aceleaşi (în limita erorilor de măsurare), indiferent de presiunea de alimentare, pentru o poziţie dată a robinetului de reglare şi acelaşi injector, concluzie valabilă pentru fiecare sistem de retur ales.

De asemenea, la aceeaşi dimensiune de cameră d_c, o dată cu mărirea diametrului de ieşire d_e, adică modificarea injectorului, valorile lui m cunosc descreşteri, iar ale lui n creşteri, dependente de poziţia robinetului de reglare, respectiv de presiunea de retur.

Presiunea din conducta de întoarcere este mai mare pentru injectorul cu orificii multiple faţă de cel cu orificiu central, indiferent de presiunea de alimentare.

O dată cu creşterea presiunii de alimentare se obţin presiuni majorate în conducta de întoarcere.

Poziţia de reglare a robinetului influenţează alura curbelor presiunilor p_r, care cunosc o creştere mai rapidă pentru injectorul cu orificii multiple.

În ceea ce priveşte variaţiile raportului n de reglare a debitului ieşit din diuză, acesta creşte o dată cu creşterea simplexului d_e/d_c, deoarece se măreşte debitul D_e.

Ţinînd seama de efectele contrare privind pierderile prin frecare înregistrate atît în cazul orificiului central, cît şi pentru orificii multiple, poziţiile relative ale curbelor debitului total D şi a celui efectiv D_e pentru o variantă faţă de cealaltă variantă poate cunoaşte poziţii diferite, funcţie de secţiunile de ieşire d_e, respectiv recirculare d_r.

Procesul de reglare pentru orificiul central are loc în zona valorilor mici ale presiunilor de întoarcere p_r. Aceasta înseamnă că intervalul de variaţie a presiunilor de retur este mai îngust pentru orificiul central în comparaţie cu cealaltă variantă.

Diametrul ajutajului de ieşire modifică presiunea din conducta de întoarcere, şi anume creşterea acestuia provoacă micşorarea presiunii maxime şi, în consecinţă, domeniul de variaţie al presiunii de întoarcere.

Pentru a modifica rapoartele de reglare m (n), trebuie acţionat asupra poziţiei robinetului de reglare, care în poziţia complet deschisă asigură valori m_{max}. Pentru a trece pe alte curbe de valori mai mari pentru m_{max} se va modifica diametrul de ieşire în sensul micşorării lui [*1*].

BIBLIOGRAFIE

1. Popa B., *Contribuţii la studiul cîmpului presiunilor în camera turbionară a injectoarelor mecanice*, Litografia Institutului politehnic Timişoara, 1969.

DEPENDENŢA DINTRE MĂRIMEA STRATULUI LIMITĂ ŞI SOLUŢIA CONSTRUCTIVĂ A REŢELEI DE PALETE

DE

V. PIMSNER şi ST. ŞTEFAN

621.135

Determinarea pierderilor de energie în reţeaua de palete prezintă interes în studiul dependenţei dintre arhitectura interioară a reţelei de palete şi caracteristicile sale energetice. În acest sens s-au folosit ecuaţiile lui Levi-Civita (1), cărora li s-au aplicat metodele teoriei cu diferenţe finite în cazul unei reţele confuzoare cu $d/l < 10$. Rezultatele analitice obţinute pentru reţeaua proiectată după legea $\alpha_1 = \text{const}$ concordă cu rezultatele experimentale. Metoda utilizată permite studiul pierderilor de energie.

Între parametrii curgerii fluidului, arhitectura interioară a reţelei de palete şi caracteristicile sale energetice există o interdependenţă complexă, determinată în principal pe cale experimentală şi exprimată prin numeroşi coeficienţi funcţie de regimul de curgere şi de soluţia constructivă a reţelei. Deficienţa metodei rezidă în necesitatea efectuării unor numeroase şi costisitoare experimentări, ca şi în greutatea analizei influenţei diverşilor parametri; de aceea este utilă elaborarea unei metode analitice de calcul care să permită determinarea intensităţii pierderilor în reţeaua de palete, elementul principal care influenţează pentru parametrii energetici ai reţelei.

Modelul unanim admis al curgerii fluidului în reţeaua de palete este cel al curgerii potenţiale, la care toate pierderile sînt localizate în stratul-limită, ceea ce permite, pentru un profil dat de lungime infinită, să se considere curgerea bidimensională în stratul-limită. În cazul în care se urmăreşte să se analizeze influenţa curburii reţelei de palete, a dimensiunilor geometrice ale canalului etc., este indispensabil să se considere curgerea spaţială în stratul-limită. Considerînd un sistem ortogonal de axe (x, y, r)

solidar cu reţeaua mobilă sau fixă, relaţiile de bază sub forma ecuaţiilor integrale pot fi puse sub forma [1].

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u^2\,dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta u\,v\,dy - U\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\,dy - U\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta v\,dy =$$

$$= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\delta - \frac{1}{\rho}[\tau_{yx}]_{y=0} + \frac{1}{\rho}\int_0^\delta F_{cx}\,dy.$$

(1)

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\,v\,dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta v^2\,dy - V\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\,dy - V\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta v\,dy =$$

$$= \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}\cdot\delta - \frac{1}{\rho}[\tau_{yr}]_{y=0} + \frac{1}{\rho}\int_0^\delta F_r^{(1)}\,dy + \frac{1}{\rho}\int_0^\delta F_{cr}\,dy.$$

Studiul mişcării tridimensionale a fluidului în stratul-limită se poate efectua dacă la sistemul (1) se adaugă încă două ecuaţii, şi anume

$$\frac{\partial p}{\partial r} = (F_r^{(1)})_{y=\delta} + (F_r^{(2)})_{y=\delta} + (F_{cr})_{y=\delta}\ \ldots\ldots, \tag{2}$$

care reprezintă, în cazul unei curgeri izentropice, condiţia de echilibru radial a unei mase de fluid aflate în stratul-limită al paletelor de lucru, şi

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{1}{\tau}\left\{\frac{\partial p}{\partial x}\sin\varphi + \right.$$

(3)

$$\left. + \frac{\partial p}{\partial r}\cdot\frac{\left[\left(\frac{w^2}{U^2}\cos^2\varphi - 1\right)\frac{U}{u}\cos\beta - 2\right]\frac{U}{u}\cos\beta\cos\varphi + 2\,\frac{w}{V}\,\frac{U}{u}\cos\beta}{\left(1 + \frac{U}{u}\cos\beta\right)^2}\right\},$$

ecuaţie diferenţială care exprimă variaţiile direcţiei a vitezei fluidului din stratul-limită în lungul razei şi care rezultă din aplicarea principiului D'Alambert la un volum elementar de fluid din strat (fig. 2) [1].

În relațiile (1), (2) și (3) s-a notat

$(F_r^{(1)})_{y=\delta} = \frac{\rho u^2}{r}$ — forța de inerție corespunzătoare mișcării de transport

$(F_r^{(2)})_{y=\delta} = \frac{\rho U^2 \cos^2\beta}{r}$ — componenta radială a forței de inerție corespunzătoare mișcării relative;

$(F_{cr})_{y=\delta} = \frac{2\rho u U}{r} \cos\beta$ — componenta radială a forței Coriolis,

u — viteza din stratul-limită în direcția ox (fig. 1);
v — viteza din stratul-limită în direcția radială (r);
U, V — vitezele corespunzătoare în exteriorul stratului-limită,
τ — tensiuni tangențiale;
w — viteza spațială în stratul-limită.

De menționat că forțele de inerție $(F_r^{(1)})_{y=\delta}$ și $(F_r^{(2)})_{y=\delta}$ au permanent direcția radială către periferia paletei, în timp ce direcția forței Coriolis

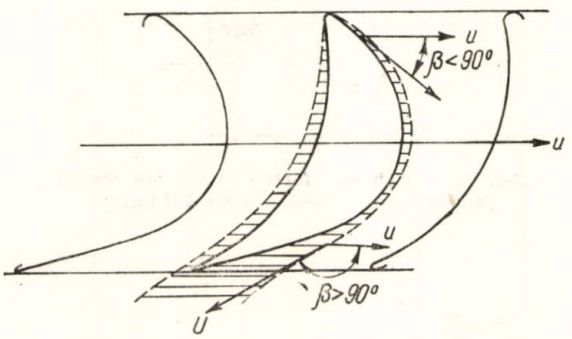


Fig. 1. — Schema determinării direcției devierii fluidului din stratul-limită al paletei.

depinde de valoarea unghiului β (fig. 1). Fluidul va fi împins către baza paletei pentru $\beta<90°$ și către periferia paletei pentru $\beta>90°$.

În cazul rețelelor statorice avem $F_r(1) = 0$, $F_{cr} = 0$, iar fluidul din stratul-limită, de asemenea neechilibrat, este împins de la periferie către centru.

În ipotezele

$$\frac{w}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n = \eta^n,$$

$$\tau = \rho U^2 \xi_0 (1 - \eta), \tag{4}$$

cu $\xi_0 = \xi\left(\frac{U \cdot \delta}{\nu}\right)^m$ (ξ fiind un coeficient de rezistenţă), prin rezolvarea ecuaţiei (3) se obţine

$$\varphi_{rot} = a_1(1 - \eta) + a_2(1 - \eta)^2 + a_3(1 - \eta)^3 \ldots, \tag{5}$$

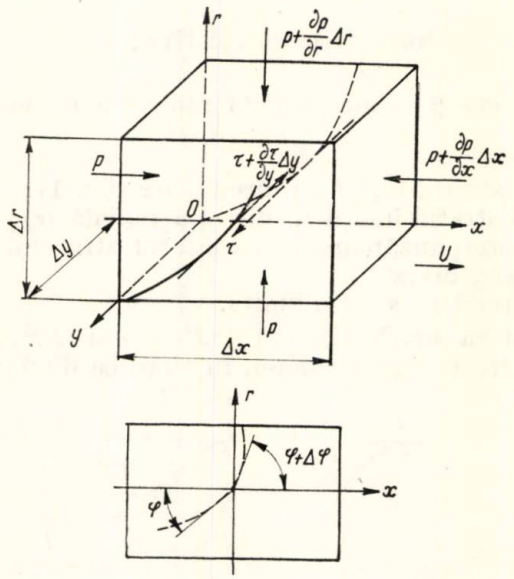


Fig. 2. — Schema forţele care acţionează asupra unui element din stratul-limită.

unde

$$a_1 = \frac{2n\,\delta U \cos\beta \cdot \dfrac{\partial p}{\partial r}}{\left(\delta \cdot \dfrac{\partial p}{\partial x} - \rho U^2 \xi_0\right)(u + U\cos\beta)},$$

$$a_2 = \frac{n\,\delta U \dfrac{\partial p}{\partial r}}{u\left(\delta \dfrac{\partial p}{\partial x} - \rho U^2 \xi_0\right)}\left[\frac{1}{1 + \dfrac{U}{u}\cos\beta} - n\,\frac{\left(1 + 2\dfrac{U}{u}\cos\beta\right)}{\left(1 + \dfrac{U}{u}\cos\beta\right)^2}\right],$$

$$a_3 = \frac{n(1-n)}{3u} \cdot \frac{\delta U \dfrac{\partial p}{\partial r}}{\left(\delta \dfrac{\partial p}{\partial x} - \rho U^2 \xi_0\right)}\left[\frac{2}{1 + \dfrac{U}{u}\cos\beta} - n\,\frac{\left(1 + 4\dfrac{U}{u}\cos\beta\right)}{\left(1 + \dfrac{U}{u}\cos\beta\right)^2}\right].$$

Pentru paletele fixe, expresia lui φ se obține din (7), luînd limita: $\left(\frac{U}{u}\right) \to \infty$. Se obține

$$\varphi_{st} = b_1(1-\eta) + b_2(1-\eta)^2 + b_3(1-\eta)^3 \ldots, \qquad (5')$$

unde

$$b_1 = \frac{0{,}286\ \delta \frac{\partial p}{\partial r}}{\left(\delta \frac{\partial p}{\partial x} - \rho U^2 \xi_0\right)},$$

$$b_2 = 0{,}357\ b_1,$$

$$b_3 = 0{,}203\ b_1.$$

În studiul rețelelor de palete se acceptă ipoteza $V = 0$ și $(F_{cx})_{y=\delta} = 0$ [1], iar ecuațiile stratului-limită (1) se transformă în două ecuații diferențiale cu derivate parțiale de ordinul întîi, relative la grosimea δ a stratului-limită.

Funcția integrală δ va satisface ambele ecuații diferențiale cu derivate parțiale, iar în calcule vom folosi numai prima ecuație (1), sub forma

$$c_1 \frac{\partial \delta}{\partial x} + c_2 \frac{\partial \delta}{\partial r} + c_3 \delta = f, \qquad (1'_1)$$

în care coeficienții sînt exprimați astfel

$$c_1 = U^2 \int_0^1 \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta,$$

$$c_2 = U^2 \int_0^1 \frac{v}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta,$$

$$c_3 = U \left\{ \frac{\partial U}{\partial x}\left[2\int_0^1 \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)d\eta + \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U}\right)d\eta\right] + \right.$$

$$+ \frac{\partial U}{\partial r}\left[2\int_0^1 \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)d\eta - \int_0^1 \frac{v}{U}\,d\eta\right] +$$

$$\left. + U\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_0^1 \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)d\eta + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^1 \frac{v}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)d\eta\right] - 2\frac{u}{r}\cos\beta \int_0^1 \frac{v}{U}\,d\eta \right\},$$

$f = \xi\, U^2 \left(\frac{U \cdot \delta}{\nu}\right)^m \cos\varphi_{y=0}$ (în cazul stratului limită turbulent),

$$m = -\frac{2n}{1+n}; \quad \left(\frac{y}{\delta}\right)^n = \frac{w}{U}.$$

Pentru început se determină expresia lui φ din (5) şi apoi se trece la calculul lui $U(s)$, care se face cu teoria curgerii plane şi potenţiale.

În acest sens se adoptă ca sistem de coordonate direcţia liniilor de curent (s) şi a liniilor echipotenţiale (n). Din ecuaţia de continuitate şi din condiţia de inexistenţă a vîrtejurilor rezultă distribuţia vitezelor de-a lungul liniilor echipotenţiale în forma [5].

$$\frac{U}{U_1} = \left(1 + \frac{n}{R_A} + \frac{R_B - R_A - n_B}{R_A n_B (2R_B - n_B)} \cdot n^2\right)^{-1},$$

datele geometrice fiind date în figura 3.

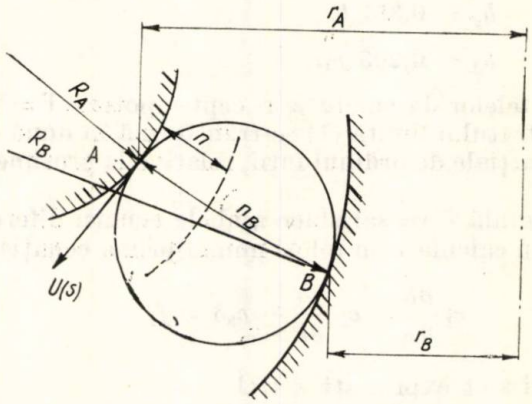


Fig. 3. — Caracteristicile geometrice ale unui canal curbiliniu.

Aplicînd teoria diferenţelor finite ecuaţiei ($1_1'$) şi condiţiei $\delta(x, r)|_{x=x_0} = \delta(x_0, r) = 0$ în cazul unei reţele confuzoare $d/l < 10$, proiectată după legea $\alpha_1 = \text{const}$ la parametrii

$$c_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$p_0 = 11\,200 \text{ mm } H_2O, \; p_1 = 9\,800 \text{ mm } H_2O,$$

$$T_1 = 310°\text{K}$$

în trei secţiuni ale paletei, vîrf, mijloc şi bază, se obţin valori ale grosimii stratului-limită pînă la 7,5 mm pe extrodosul paletei la bordul de fugă.

În figura 4 sînt date rezultatele calculului grosimii stratului-limită în lungul conturului profilului, calcule efectuate în condiţia nedesprinderii stratului-limită de profil.

Cercetările experimentale, efectuate pe trei tipuri de reţele cu $d/l < 10$ ($d/l = 5$), proiectate după legile $rc_{1u} = \text{const}$; $\alpha_1 = \text{const}$; $\rho c_z = \text{const}$ la parametrii gazodinamici din tabela 1, în două condiţii de experimentare (*C. E. 1.* şi *C. E. 2*), au condus la următoarele rezultate experimentale privind variaţia grosimii stratului-limită în lungul paletei.

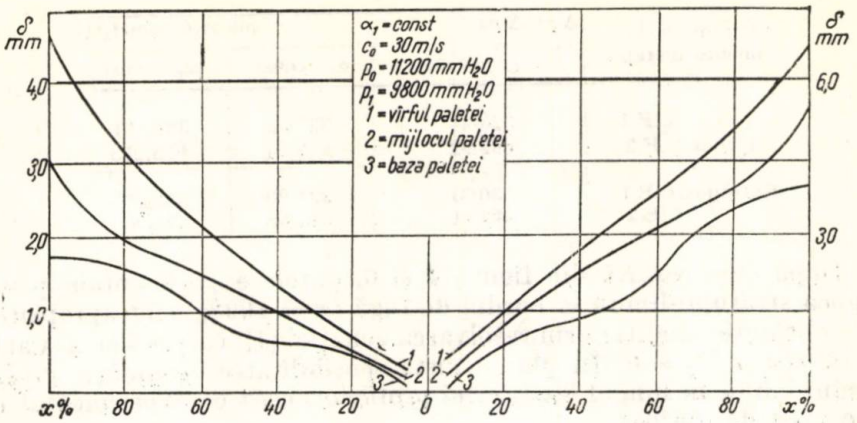
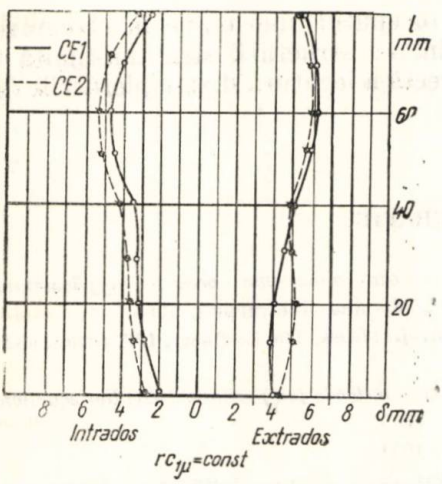
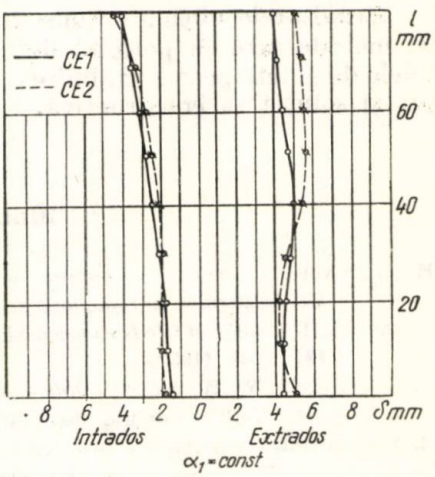


Fig. 4. — Variația grosimii stratului-limită de-a lungul conturului paletei profilate după legea α_1 = const.





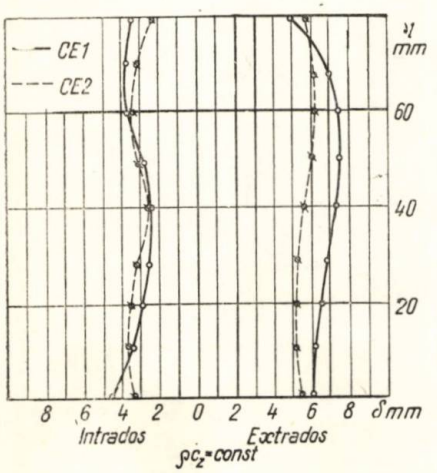


Fig. 6. — Variația grosimii stratului-limită în lungul paletei profilate după legea α_1 = const la bordul de fugă.

Fig. 5. — Variația grosimii stratului-limită în lungul paletei profilate după legea $r\,c_{1u}$ = const la bordul de fugă.

Fig. 7. — Variația grosimii stratului-limită în lungul paletei profilate după legea $\rho\,c_z$ = const la bordul de fugă.

Parametri în amonte de reţea	$\Delta pt/\Delta ps$		mmH_2O/mmH_2O
	rc_{1u} = const	α_1=const	ρc_z=const
Intrados C.E.1	325/45	337/33	334/131
Intrados C.E.2	662/92	643/54	673/273
Extrados C.E.1	330/31	337/90	331/40
Extrados C.E.2	662/60	640/58	672/90

După cum rezultă din figura 4 şi 6, datele experimentale privind grosimea stratului-limită la bordul de fugă ($x = 100\%$) sînt apropiate de datele obţinute analitic prin rezolvarea ecuaţiei ($1'_1$) cu problema Cauchy ataşată $\delta(x, r)_{x=0} = 0$. În plus, există posibilitatea evaluării grosimii stratului-limită în lungul conturului profilelor, ceea ce experimental este foarte greu de obţinut.

Pentru uşurinţă se poate apela la programarea problemei Cauchy ataşată ecuaţiei ($1'_1$).

Rezultatele obţinute constituie începutul unei etape în elaborarea unei metode care să permită determinarea structurii stratului-limită în reţelele de palete pentru stabilirea corectă a legăturii dintre pierderile din reţea şi soluţia sa constructivă.

BIBLIOGRAFIE

1. Н. М. Марков, *Теория и расчет лопаточного аппарата осевых турбомашин*, *Издательство „Машиностроение"*, Москва-Ленинград, 1966.
2. Khalil K. H. *Rotational effects on a cascade of aerofil blades.* The Engineer, **193**, *5030* (1952); **194**, *5036* (1952).
3. G. E. Forsythe, W. R. Wasow *Finite — difference methods for partial differential equations.* New York — Londra, John Wiley 1959.
4. H. Schlichting *Grenzschicht theorie* Karlsruhe, 1951.
5. М. Е. Дейч, *Техническая газодинамика, Техиздат*, Москва-Ленинград, 1962.

CONSIDERAȚII CINETICE PRIVIND PRESIUNEA PE UN PISTON MOBIL[1]

DE

STOIAN PETRESCU

536.71 : 536.8

Folosind teoria cinetică-moleculară a gazelor și ținînd cont de influența timpului de relaxare finit, se găsește pentru presiunea pe un piston mobil de viteză w expresia

$$p_p = p_{mg}\left[1 \pm \left(2{,}764\,\alpha_1 + \alpha_2\sqrt{3k}\right)\frac{w}{c_m}\right],$$

în care p_{mg} reprezintă presiunea medie momentană din gaz, c_m viteza moleculară medie momentană globală, α_1 și α_2 coeficienți subunitari ce depind de caracteristicile sistemului iar k exponentul adiabat.
Semnul + reprezintă comprimarea, iar semnul — destinderea.

1. INTRODUCERE

Într-o lucrare anterioară [7] s-a arătat că, folosind metoda termodinamicii fenomenologice ireversibile se poate obține următoarea expresie pentru presiunea exercitată de un gaz asupra unui piston mobil:

$$P_p = P_g\,(1 \pm K_1\,w), \tag{1}$$

în care P_p este presiunea pe pistonul mobil, P_g presiunea din masa gazului, w viteza pistonului și K_1 o funcție de presiune, de temperatură și de caracteristicile geometrice ale sistemului, care nu poate fi determinată în cadrul termodinamicii ireversibile fenomenologice; semnul + corespunde pentru compresie, iar semnul — pentru destindere.

În lucrarea de față ne propunem să studiem aceeași problemă a presiunii pe un piston mobil, utilizînd mijloacele pe care ni le poate oferi

[1] Paragraful 3 din prezenta lucrare are ca punct de plecare o comunicare prezentată în colaborare cu L. Stoicescu și M. Marinescu la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968 [14].

teoria cinetică-moleculară a gazelor. După cum vom vedea, această teorie conduce la o relaţie analogă cu (1), dar în care funcţia K_1 devine explicită în raport cu o parte din parametrii de care depinde.

Abordarea problemei menţionate se va face în cele ce urmează la două nivele de complexitate diferită a ipotezelor simplificatoare admise, şi anume se va efectua calculul cinetic al presiunii pe un piston mobil mai întîi în ipoteza echipartiţiei energiei pe gradele de libertate ale moleculelor de gaz, considerînd distribuţia de viteze uniformă pe toate moleculele, apoi se va efectua acelaşi calcul ţinînd cont de distribuţia reală de viteze dată de relaţia lui Maxwell. În final se vor face unele consideraţii privind influenţa timpului de relaxare finit asupra efectului studiat.

2. DETERMINAREA PRESIUNII PE UN PISTON MOBIL ÎN IPOTEZELE TEORIEI CINETICE ELEMENTARE

Să considerăm un sistem termodinamic format dintr-un gaz monoatomic închis într-un cilindru obturat de un piston etanş, cu aria A_p, care se deplasează fără frecare cu viteza w în sensul comprimării gazului (fig. 1). Pe pereţii cilindrului, gazul apasă cu presiunea P_g, aceeaşi cu presiunea din masa gazului; pe peretele frontal al pistonului, gazul apasă cu presiunea $P_p > P_g$. Pentru a putea face apel la teoria cinetico-moleculară elementară şi la parametrii de echilibru este necesar să existe permanent în masa de gaz o distribuţie a vitezelor la echilibru, conformă cu relaţia

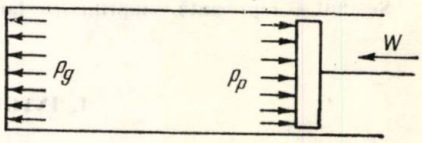


Fig. 1 — Sistemul format din cilindru, gaz şi pistonul care se deplasează cu viteza finită w.

lui Maxwell. Dacă pistonul se află într-o mişcare continuă cu viteza w, el va determina o perturbare a distribuţiei de echilibru în masa gazului şi deci concluziile teoriei cinetice-moleculare nu mai sînt riguros valabile în aceste condiţii. Pentru a ieşi din această dificultate vom înlocui procesul continuu de deplasare a pistonului cu viteza w cu un proces discontinuu, în care pistonul se deplasează în sensul comprimării cu viteza w în salturi scurte alternate de pauze scurte. Pauzele au un interval de timp atît cît este necesar pentru ca gazul să poată reveni la echilibru termodinamic după fiecare perturbaţie datorită mişcării pistonului, adică are o durată cel puţin egală cu timpul de relaxare. În aceste condiţii, pentru momentul care precedă deplasarea pistonului se poate admite ipoteza echipartiţiei energiei pe cele trei grade de libertate de translaţie şi deci $N/3$ molecule din totalul de N molecule ale gazului se deplasează, pe direcţii paralele cu axa cilindrului, cu viteza moleculară medie c, iar celelalte $2N/3$ molecule oscilează cu viteza c în plane perpendiculare pe axa cilindrului.

În momentul în care pistonul se deplasează cu viteza w, cele $N/3$ molecule care se mişcă pe direcţia axei cilindrului au viteza relativă faţă de piston $(c+w)$, iar moleculele care se deplasează spre peretele fix opus

pistonului au viteza c față de acest perete. Apare de aici o primă cauză pentru care $P_p > P_g$, și anume faptul că moleculele de gaz ciocnesc pistonul cu o viteză relativă $(c+w)$, mai mare deci decît viteza lor absolută c [1], [5], [6], [9]. Întrucît presiunea pe o suprafață depinde de viteza cu care o ciocnesc moleculele, apare evident faptul că P_p va fi mai mare decît P_g. Vom nota acest efect cu P'_p. O a doua cauză care determină ca P_p să fie mai mare decît P_g constă în faptul că pistonul mobil nu interacționează numai cu cele $N/3$ molecule ce se deplasează pe direcția axei sale, ci și cu celelalte $2N/3$ molecule ce se mișcă în plane perpendiculare pe axa cilindrului. Presiunea rezultată pe piston în urma acestei interacțiuni o vom nota cu P''_p.

Efectuînd calculul lui p'_p și p''_p în ipotezele de mai sus cu mijloacele teoriei cinetice moleculare elementare [10], se ajunge pentru cazul comprimării la relația

$$P_p = P'_p + P''_p = P_g\left(1 + 2\frac{w}{c} + 5\frac{w^2}{c^2}\right). \tag{2}$$

Comparînd această relație cu (1), constatăm că ipoteza folosită în teoria fenomenologică cu privire la liniaritatea între forță și fluxul termodinamic este valabilă numai pentru viteze w mici în raport cu c:

$$P_p = P_g\left(1 + 2\frac{w}{c}\right). \tag{3}$$

La viteze mari, termenul $5w^2/c^2$ capătă valori din ce în ce mai importante și rezultatul obținut prin metoda fenomenologică (1) nu mai concordă cu cel stabilit pe cale cinetică (2). Pentru cazul destinderii cu viteză finită, calculul conduce la relația [10]

$$P_p = P_g\left(1 - 2\frac{w}{c}\right). \tag{4}$$

Combinînd relațiile (3) și (4), obținem în final

$$P_p = P_g\left(1 \pm 2\frac{w}{c}\right). \tag{5}$$

Ipotezele teoriei cinetice-moleculare elementare folosite mai sus sînt simplificatoare în raport cu distribuția reală a vitezelor pe moleculele de gaz, care de fapt respectă la echilibru relația lui Maxwell. În consecință, rezultatul cantitativ obținut în relația (5), deși reprezintă un progres incontestabil față de relația (1), dedusă prin metoda fenomenologică, nu poate oferi decît valori orientative pentru efectul studiat. Din acest motiv, în cele ce urmează ne propunem să recurgem la mijloace mai avansate ale teoriei cinetice, utilizînd distribuția de viteze a lui Maxwell.

3. STUDIUL INTERACȚIUNII DE VITEZĂ FINITĂ GAZ-PISTON CU AJUTORUL DISTRIBUȚIEI DE VITEZE A LUI MAXWELL

Vom considera, ca mai sus, că pistonul se deplasează cu viteza w în salturi scurte, urmate de așteptarea timpului de relaxare. În aceste condiții, în masa gazului este valabilă legea de distribuție a vitezelor după

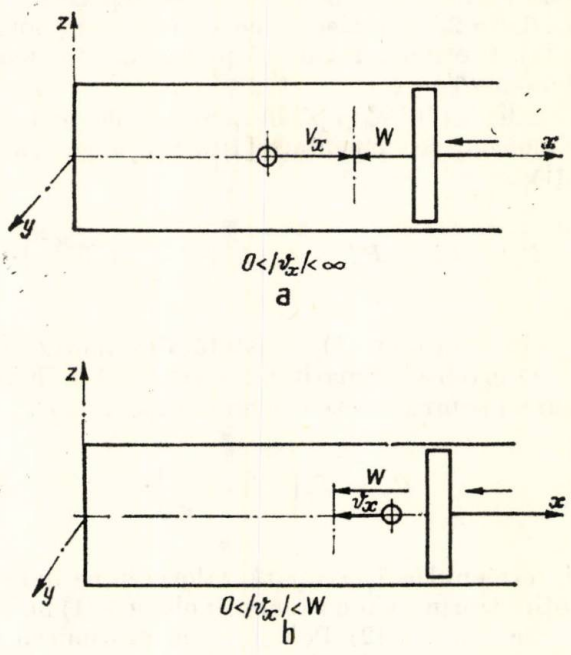


Fig. 2 — Cele două situații diferite în care se pot afla moleculele care interacționează cu pistonul.

Maxwell, pentru fiecare nou moment de început de mișcare a pistonului. Din numărul total de molecule cuprinse în unitatea de volum, un număr de molecule dN

$$dN = \frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2}{2kT}\right) \cdot dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (6)$$

au componentele vitezelor cuprinse în intervalele v_x și $v_x + dv_x$, v_y și $v_y + dv_y$, v_z și $v_z + dv_z$.

Pentru a determina presiunea exercitată de gaz asupra pistonului mobil, trebuie să luăm în considerare toate moleculele care ciocnesc unitatea de suprafață a pistonului în unitatea de timp și să determinăm variația corespunzătoare a impulsului. Conform figurii 2, aceste molecule sînt de două feluri:

a) molecule care au componenta v_x orientată către piston și deci se deplasează în întîmpinarea acestuia;

b) molecule care au componenta v_x orientată în același sens cu deplasarea pistonului, dar au valoarea vitezei v_x mai mică decît w și deci sînt ajunse din urmă de piston.

Pentru a calcula presiunea pe pistonul mobil, vom folosi o relație similară cu cea folosită în termodinamica statistică de echilibru :

$$P_p = \int \Delta(m\, v_x) \cdot N_{cs}, \tag{7}$$

în care $\Delta(m\, v_x)$ este variația impulsului unei molecule, avînd valoarea vu a componentei vitezei pe axa X, ca urmare a ciocnirii perfect elastice c$_x$ pistonul, iar N_{cs} numărul de molecule avînd componenta v_x care ciocnesc pistonul pe secundă și pe unitatea de suprafață.

În ceea ce privește integrarea, aceasta se extinde asupra tuturor valorilor vitezelor v_x care asigură o ciocnire cu pistonul în unitatea de timp. Conform cu distincția făcută anterior cu privire la cele două categorii de molecule (fig. 2), integrala (7) se desparte în două, avînd limitele de variație ale lui v_x în intervalele indicate pe figură :

$$P_p = \int_0^{\infty} \Delta\,(mv_x)_a \cdot N_{sa} + \int_0^{w} \Delta(mv_x)_b \cdot N_{csb}. \tag{8}$$

Pe baza considerentelor din paragraful anterior, variația de impuls a unei molecule în urma ciocnirii cu pistonul va fi în situația (a)

$$\Delta\,(mv_x)_a = 2m\,(v_x + w), \tag{9}$$

iar pentru moleculele din situația (b)

$$\Delta\,(mv_x)_b = 2m\,(w - v_x). \tag{10}$$

Numărul de molecule din categoria (a) care au componentele vitezelor v_x, v_y și v_z și care lovesc pistonul în unitatea de timp și pe unitatea de suprafață este egal cu numărul de molecule din unitatea de volum cu aceleași valori ale componentelor vitezelor dat de distribuția Maxwell (6), înmulțit cu volumul cilindrului avînd suprafața bazei unitară și înălțimea $(w+v_x)$:

$$\mathrm{d}N_{csa} = (w+v_x)\cdot \mathrm{d}N. \tag{11}$$

Pentru situația (b), numai moleculele din cilindrul cu înălțimea $(w-v_x)$ sînt ajunse din urmă de piston, deci

$$\mathrm{d}N_{csb} = (w - v_x)\,\mathrm{d}N. \tag{12}$$

Pentru a determina numărul total de ciocniri pe secundă și pe unitatea de suprafață a moleculelor avînd valoarea v_x a componentei pe axa x

(indiferent de valoarea componentelor v_y şi v_z), integrăm expresiile de mai sus pentru toate valorile posibile ale lui v_y şi v_z, adică de la $-\infty$ la $+\infty$:

$$N_{esa} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (w + v_x) \cdot \mathrm{d}N = (w + v_x) \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}N, \tag{13}$$

$$N_{esb} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (w - v_x) \cdot \mathrm{d}N = (w - v_x) \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}N. \tag{14}$$

În această integrare, v_x este considerat constant, deci s-a putut scoate de sub integrală. Integrala de forma

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}N = \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \frac{N}{V} \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot$$
$$\cdot \mathrm{d}v_x \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2)\right] \mathrm{d}v_y \, \mathrm{d}v_z \tag{15}$$

se rezolvă imediat (vezi, de exemplu, Levici [4]) şi rezultă

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}N = \frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \mathrm{d}v_x. \tag{16}$$

Înlocuind (16) în (13) şi (14) şi apoi acestea din urmă împreună cu relaţiile (9) şi (10) în expresia presiunii pe piston (8), se obţine

$$P_{pc} = \frac{2mN}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2}\left[\int_0^{\infty} (w + v_x)^2 \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \mathrm{d}v_x + \right.$$
$$\left. + \int_0^{w} (w - v_x)^2 \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \mathrm{d}v_x\right]. \tag{17}$$

Efectuînd integrarea, rezultă cu condiţia $w < c$

$$P_{pc} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{mc^2}{2}\left[1 + 4\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \frac{w}{c} + 3\left(\frac{w}{c}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \left(\frac{w}{c}\right)^3 - \right.$$
$$\left. - \frac{3}{10}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \left(\frac{w}{c}\right)^5 + \frac{81}{35}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \left(\frac{w}{c}\right)^7 + \cdots\right], \tag{18}$$

unde am notat cu c viteza medie moleculară:

$$c = \sqrt{\frac{3KT}{m}}. \tag{19}$$

Termenul din fața parantezei din expresia (18) reprezintă chiar presiunea care se exercită pe suprafața imobilă a cilindrului:

$$P_g = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{mc^2}{2}. \tag{20}$$

Deci expresia presiunii exercitate pe suprafața pistonului care se mișcă în sensul comprimării cu viteza w devine

$$P_{pc} = P_g\left[1 + 2{,}764\,\frac{w}{c} + 3\left(\frac{w}{c}\right)^2 + 1{,}383\left(\frac{w}{c}\right)^3 - \right.$$
$$\left. - 0{,}2075\left(\frac{w}{c}\right)^5 + 1{,}6\left(\frac{w}{c}\right)^7 - \cdots\right]. \tag{21}$$

Pe baza unor considerente similare se găsește pentru cazul destinderii cu viteză finită w următoarea expresie a presiunii de piston:

$$P_{pd} = P_g\left[1 - 2{,}764\,\frac{w}{c} + 3\left(\frac{w}{c}\right)^2 - 1{,}383\left(\frac{w}{c}\right)^3 + \right.$$
$$\left. + 0{,}2075\left(\frac{w}{c}\right)^5 - 1{,}6\left(\frac{w}{c}\right)^7 + \cdots\right]. \tag{22}$$

Combinînd relația (22) cu (21) se obține o expresie sintetică pentru ambele cazuri:

$$P_p = P_g\left[1 \pm 2{,}764\,\frac{w}{c} + 3\left(\frac{w}{c}\right)^2 \pm 1{,}383\left(\frac{w}{c}\right)^3 \pm \right.$$
$$\left. \pm 0{,}2075\left(\frac{w}{c}\right)^5 \pm 1{,}6\left(\frac{w}{c}\right)^7 \cdots\right], \tag{23}$$

cu semnele de sus fiind valabile pentru comprimare, iar cu cele de jos pentru destindere. În cazul $w \ll c$ se pot menține din dezvoltarea în serie numai primii doi termeni:

$$P_p = P_g\left(1 \pm 2{,}764\,\frac{w}{c}\right) = P_g\left(1 \pm a_1\,\frac{w}{c}\right). \tag{24}$$

Comparînd acest rezultat cu cel din relația (5), se constată că luarea în considerare a distribuției reale de viteze conduce la un efect mai mare decît cel determinat în ipotezele simplificatoare din teoria cinetică elementară. Totuși faptul că pistonul se deplasează în realitate continuu și nu discontinuu, cum s-a admis și în paragraful prezent, determină în realitate

anumite particularităţi în desfăşurarea procesului, care, bineînţeles, scapă schemei simplificate care a condus la relaţia (24).

Ipotezele admise mai sus echivalează de fapt cu a considera că timpul de relaxare este zero şi deci că în tot timpul procesului distribuţia presiunilor din gaz se menţine uniformă. Existenţa unui timp de relaxare finit atrage după sine o anumită distribuţie a presiunii în gaz la un moment dat, ceea ce complică lucrurile. În paragraful care urmează dorim să precizăm unele aspecte în legătură cu influenţa pe care o are timpul de relaxare finit asupra procesului studiat.

4. INFLUENŢA TIMPULUI DE RELAXARE FINIT

Să considerăm că în starea iniţială pistonul pleacă din repaus cu viteza w (considerăm că faza de accelerare a pistonului este foarte scurtă). Iniţial în masa de gaz este evident echilibru termodinamic. Moleculele care se află în imediata vecinătate a pistonului şi care au o componentă a vitezei paralelă cu axa cilindrului capătă, ca urmare a interacţiunii cu acesta prin mecanismul studiat anterior, un surplus de energie corespunzător creşterii vitezei absolute de la valoarea c la $(c + 2w)$. Aceste molecule vor avea o energie mai mare decît acelea cu care pistonul nu a interacţionat încă. În vecinătatea pistonului, numărul de molecule pe unitatea de volum va fi mai mare decît în restul masei de gaz. Apare astfel un dezechilibru molecular, concretizat în faptul că în vecinătatea pistonului presiunea şi temperatura gazului sînt mai mari decît în restul masei de gaz. Pentru refacerea echilibrului este necesar un anumit timp finit, timpul de relaxare. Dacă după primul şoc scurt, efectuat de piston cu viteza w, acesta s-ar opri brusc şi nu ar porni decît după refacerea echilibrului la şocul următor situaţia ar fi analogă cu cea iniţială (echilibru termodinamic).

Dacă însă pistonul se mişcă continuu între starea iniţială şi finală cu viteza w, dezechilibrul molecular va exista permanent în masa de gaz. În cilindru pistonul va genera unde de presiune în fiecare moment, care prin reflexii succesive şi amortizare tind să stabilească echilibrul. Însă echilibrul se va restabili complet abia după oprirea pistonului în starea finală.

Din aceste considerente rezultă că la comprimare, în tot timpul deplasării pistonului de la starea iniţială la finală, presiunea gazului în vecinătatea pistonului va fi mai mare decît în restul cilindrului, tinzînd să scadă spre peretele opus. Se poate pune problema : cum se îmbină efectul studiat în paragraful anterior cu influenţa timpului de relaxare finit ? Este pur şi simplu o însumare a efectelor sau ele interferează, unul fiind preponderent într-o anumită etapă a procesului, iar celălalt în altă etapă ?

Datorită faptului că în cazul de faţă nu mai există echilibru termodinamic în gaz, nu ne mai putem folosi de parametrii de echilibru, pentru a caracteriza starea globală a gazului la un volum momentan al cilindrului, întrucît aceşti parametri variază în spaţiu şi timp.

Într-un sistem în dezechilibru termodinamic, părţi mici ale sistemului care conţine încă suficient de multe molecule, pot fi considerate însă în

echilibru. Parametrii de echilibru care caracterizează aceste părți ale sistemului se numesc *parametrii locali* [2], [3], [8]. Într-un anumit moment, în diferite părți ale sistemului, parametrii locali au valori diferite. Descrierea variației în spațiu și timp a presiunii din cilindru se poate face exact numai cu ajutorul unei familii de curbe care ar reprezenta, în diverse momente ale deplasării pistonului, presiunile locale distribuite în cilindru. S-ar obține niște curbe reprezentate calitativ în figura 3 prin $aa'a''$, bb', $cc', \ldots, gg'$. În această figură, Δp_1 este suprapresiunea care apare pe piston

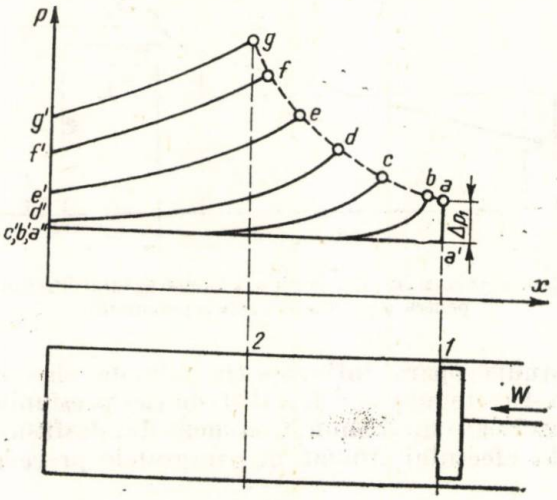


Fig. 3. — Modul de distribuție al presiunii gazului în cilindru pentru diverse poziții intermediare ale pistonului.

în momentul pornirii pistonului cu viteza w, efect studiat în paragrafele precedente. Întrucît pistonul se mișcă acum continuu, va apărea în timp un efect de antrenare a tranșei de gaz din vecinătatea pistonului în care se vor redistribui energiile. Distribuția de viteze din această tranșă nu va respecta riguros legea de distribuție a lui Maxwell nici în raport cu sistemul fix (cilindru), nici în raport cu sistemul mobil (piston), întrucît această tranșă se află acum în interacțiune atît cu pistonul mobil, cît și cu restul masei de gaz aflate în interacțiune cu cilindrul fix. Este de așteptat, prin urmare, ca acest efect de antrenare să diminueze în oarecare măsură surplusul de presiune care apare pe piston, calculat în ipotezele paragrafului anterior. Pe de altă parte, în aceste noi condiții (mișcarea continuă a pistonului) apare un nou efect, concretizat în faptul că distribuția presiunii din gaz în cilindru nu mai rămîne uniformă, așa cum este în starea inițială $a'a''$, ci din cauza timpului de relaxare finit acuză aluri din ce în ce mai neuniforme : bb', cc' etc. Aceasta înseamnă că presiunea pe piston corespunzătoare punctelor a, b, $c, \ldots, g$ rămîne permanent mai mare decît presiunea din masa gazului (la destindere mai mică), atît ca urmare a efectului studiat anterior, în parte diminuat însă, cît și ca urmare a efectului pe care îl are timpul de relaxare finit asupra desfășurării procesului.

În prima parte a procesului domină efectul studiat anterior, iar în restul procesului domină efectul datorat timpului de relaxare finit. Măsura în care intervine preponderent unul sau celălalt dintre efecte depinde de configurația geometrică a sistemului și de modul de variație în timp a vitezei pistonului.

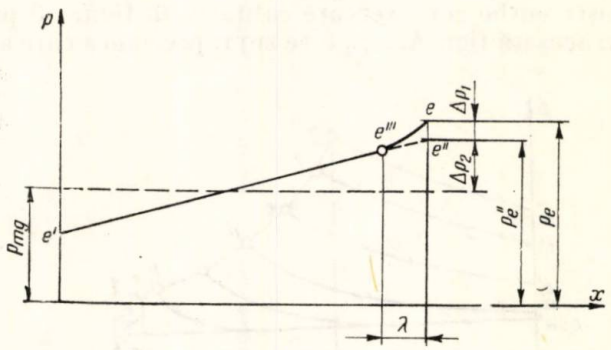


Fig. 4. — O curbă de distribuție a presiunii gazului din cilindru pentru o poziție oarecare a pistonului.

Pentru a studia separat influența timpului de relaxare finit, să considerăm în figura 4 o singură curbă a distribuției presiunilor locale din gaz ($e—e'$), corespunzătoare unui anumit moment din desfășurarea procesului, în care influența efectului studiat în paragrafele precedente este foarte diminuată.

În imediata vecinătate a pistonului, pe lungimea λ a tranșei de interacțiune gaz-piston, mai persistă, însă diminuat ca intensitate, efectul studiat în paragraful anterior și concretizat în existența lui Δp_1. În restul masei de gaz este dominant efectul timpului de relaxare finit. Pentru a trata cantitativ efectul din urmă, recurgem la următoarea schematizare: înlocuim curba $ee'''\ e'$ cu linia $ee''\ e'''\ e'$. Aceasta se bazează pe faptul că zona de interacțiune de grosime λ trebuie să fie extrem de mică și deci practic punctul e'' este foarte apropiat de punctul e'''. În continuare vom introduce noțiunea de *presiune medie momentană* din masa de gaz p_{mg}, ca fiind media presiunilor locale, efectuată pe tot cilindrul la momentul considerat. Apare atunci clar care este efectul de surplus de presiune pe piston datorat timpului de relaxare finit, și anume Δp_2. În situația în care ne-am plasat, am admis că $\Delta p_2 \gg \Delta p_1$ pentru a putea analiza separat efectele.

Prin analogie cu modul în care am introdus noțiunea de presiune medie momentană se poate introduce în general noțiunea de parametru mediu momentan pentru orice parametru uzual din termodinamică. Și anume un *parametru mediu momentan* este media valorilor parametrului local respectiv, efectuată la un moment dat asupra întregului sistem. În acest sens admitem următoarele definiții:

$E_{c\cdot med}$, *energia cinetică moleculară medie momentană* (kj/moleculă), este media energiilor cinetice locale a moleculelor, efectuată pe tot sistemul la momentul considerat (adică asupra tuturor moleculelor);

c_{med}, *viteza moleculară medie momentană globală*, este viteza moleculară corespunzătoare energiei cinetice moleculare medii momentane, dată de relația

$$\frac{m c_{med}^2}{2} = E_{c \cdot med}; \tag{25}$$

T_{med}, *temperatura medie momentană a gazului din cilindru*, este media temperaturilor locale, efectuată pe tot cilindrul la momentul considerat.

Constatăm că între parametrii de stare medii momentani se mențin valabile aceleași relații termodinamice ca între parametrii de echilibru:

$$T_{med} = \frac{2}{3K} \cdot E_{c \cdot med} = \frac{m c_{med}^2}{3K}, \tag{26}$$

$$P_{med} \cdot V = m' R\, T_{med}. \tag{27}$$

Semnificația acestor parametri medii momentani este următoarea: dacă într-uu moment oarecare din desfășurarea procesului se oprește brusc pistonul din mișcarea sa, atunci, după trecerea timpului de relaxare, în cilindru se va stabili o stare de echilibru termodinamic, caracterizată de acești parametri medii momentani. Astfel aceste mărimi capătă o semnificație fizică precisă; nu sînt numai niște mărimi arbitrare de calcul.

Cu parametrii medii momentani astfel introduși devine posibilă descrierea globală a procesului de viteză finită, după cum urmează. Astfel în figura 5 *a*, similară cu figura 3, sau trasat presiunile medii momentane pentru diverse poziții intermediare ale pistonului în timpul deplasării sale. Locul geometric al punctelor *a'*, *b'*, *c'*, *d'* reprezintă o curbă care indică presiunea medie momentană din gaz pentru diverse poziții ale pistonului. Pe de altă parte, locul geometric al punctelor de tipul *a*, *b*, *c*, *d* ne indică presiunea pe piston pentru diverse poziții ale pistonului în timpul comprimării cu viteză finită din starea *1* în starea *2*. Cu aceste mijloace grafice se poate descrie într-o diagramă *p*, *V* procesul de comprimare rapidă prin curbele *1p* — *2p*, respectiv *1g*—*2g* (fig. 5*b*). Pe măsură ce viteza procesului este mai mare, cele două curbe se vor depărta una de alta și, pe măsură ce viteza este mai mică, cele două curbe se vor apropia. La limită, pentru $w \to 0$, cele două curbe se suprapun și se obține astfel situația clasică a transformărilor de stare reversibile. Cu aceste mijloace grafice de descriere a proceselor de viteză finită, vom putea deci compara procesele de viteză finită cu procesele reversibile, utilizînd o diagramă *p*—*v* unică.

Pe baza unor considerente privind propagarea undelor de presiune combinate cu comentariile legate de figura 4, se poate determina cantitativ influența timpului de relaxare finit asupra presiunii pe piston, rezultînd [10]

$$P_{pr} = P_{med}\left(1 \pm \sqrt{3k} \cdot \frac{w}{c_m}\right) = P_{med}\left(1 \pm a_2 \frac{w}{c_m}\right), \tag{28}$$

în care

P_{pr} este presiunea pe piston în cazul în care ar apărea numai efectul timpului de relaxare finit, celălalt efect studiat anterior fiind considerat complet diminuat prin antrenarea tranșei de lîngă piston,

P_{med} este presiunea medie momentană din gaz,
c_m — viteza medie moleculară momentană globală,
k — exponentul adiabatic al gazului.

Pentru diverse gaze, $a_2 = \sqrt{3k}$ are următorele valori:

$$\begin{aligned} k &= 1{,}66, & a_2 &= 2{,}23, \\ k &= 1{,}4\ , & a_2 &= 2{,}05, \\ k &= 1{,}3, & a_2 &= 1{,}975. \end{aligned} \tag{29}$$

Atît presiunea calculată cu relaţia (24), cît şi cea calculată cu relaţia (28) conduc la valori maximale ale efectului respectiv considerat. În timpul des-

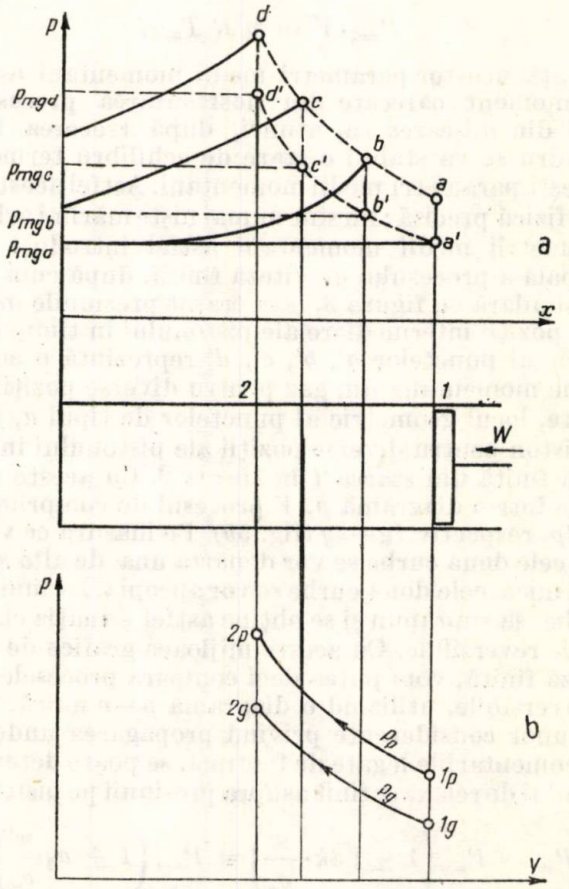


Fig. 5. — Modul de reprezentare în diagrama pV a unui proces de comprimare cu viteză finită.

făşurării unui proces de comprimare sau destindere continuă, la un moment oarecare din proces nu predomină nici unul dintre cele două efecte studiate, ci fiecare intervine cu o anumită pondere în efectul total. În momentul

începerii mișcării predomină efectul studiat în paragraful 2, iar pe măsură ce pistonul se deplasează devine din ce în ce mai important efectul timpului de relaxare finit. Între aceste situații extreme, în toate stările intermediare intervin ambele efecte cu ponderi apropiate ca valoare. Pentru a exprima cantitativ presiunea pe piston pentru orice stare intermediară între stările extreme, remarcăm că valoarea lui a_1 din (24) și cea a lui a_2 din (28) sînt maximale pentru efectele respective. Aceasta înseamnă că, pe diverse porțiuni ale procesului, fiecare dintre efectele studiate au intensități mai mici decît cele calculate cu valorile a_1 și a_2. Introducînd un coeficient de antrenare $\alpha_1<1$ pentru primul efect și un coeficient de diminuare a efectului timpului de relaxare finit, $\alpha_2<1$, putem exprima efectul total prin relația

$$P_p = P_{med\cdot g} + \Delta p_1 + \Delta p_2 = P_{med\cdot g}\left[1 \pm (\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2)\frac{w}{c_m}\right] \qquad (30)$$

sau, cu valorile lui a_1 din (24) și a_2 din (28),

$$P_p = P_{med\cdot g}\left[1 \pm (\alpha_1 \cdot 2{,}764 + \alpha_2 \cdot \sqrt{3k})\frac{w}{c_m}\right], \qquad (31)$$

unde vom nota

$$a = \alpha_1 \cdot 2{,}764 + \alpha_2 \cdot \sqrt{3k}. \qquad (32)$$

Despre coeficienții α_1 și α_2 putem spune în sinteză următoarele:

- ambii coeficienți au valori subunitare în timpul desfășurării procesului;
- la începutul procesului α_1 este apropiat de unitate și scade repede pe măsură ce procesul evoluează;
- α_1 are valoarea unitară numai dacă viteza pistonului variază instantaneu de la zero la valoarea finită w și numai în momentul începerii procesului;
- dacă procesul începe de la viteza zero cu o creștere relativ lentă a lui w, atunci α_1 va avea de la început valori mai mici decît unitatea;
- la începutul procesului, α_2 este zero și crește pe măsura desfășurării procesului;
- α_2 este afectat de lungimea cilindrului, de modul de accelerare a pistonului și de configurația geometrică a sistemului.

În figura 6 am sintetizat calitativ aceste considerații, reprezentînd variația lui $\alpha_1 a_1$, $\alpha_2 a_2$ și a funcție de timpul τ, adică funcție de poziția mo-

mentană a pistonului în desfășurarea procesului. Rezultă că, de fapt, coeficientul a este o funcție destul de complicată de o serie de parametri :

$$a = f\left(k, -\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}, \tau, l, \ldots\right). \tag{33}$$

Valoarea lui a poate varia, de la sistem la sistem, fie după aliura a', fie după a'' (fig. 6). Se constată că se poate lucra cu o valoare medie a lui a care poate fi determinată de la caz la caz pe baza experimentală și care se pare că are o valoare de ordinul de mărime a lui a_2, dată de (29).

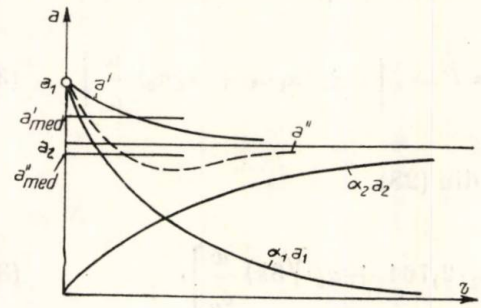


Fig. 6 — Variația coeficientului a funcție de timp.

Cu relația (31), expresia matematică a primului principiu pentru procesele de viteză finită se poate scrie

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + P_{med \cdot g}\left(1 \pm a\frac{w}{c_m}\right)\mathrm{d}V. \tag{34}$$

Cu aceasta se pot studia transformările de stare cu viteză finită din mașinile termice cu piston [11]—[13].

BIBLIOGRAFIE

1. J. de Boer, *Introducere în fizica moleculară și termodinamică*, Moscova, Inostranaia literatura, 1962.
2. S. Chapman, T. G. Cowling, *The mathematical theory of nonuniform gases*, Cambridge at the University Press, 1952.
3. K. Guminski, *Termodinamica proceselor ireversibile*, București, Edit. Academiei, 1964.
4. V. G. Levici, *Introducere în fizica statistică*, București, Edit. tehnică, 1954.
5. W. Macke, *Thermodynamik und Statistik*, Leipzig, 1963.
6. M. Paul, *Über die Abhängigkeit der Entropie Vermehrung quasiadiabatisher Arbeitsprozesse von der Temperature und der Dehnungshwindigkeit*, Ann. d. Phys., **5**, *29*, 179 (1937).
7. S. Petrescu, *Determinarea lucrului mecanic în procesele termodinamice de viteză finită folosind metoda termodinamicii ireversibile fenomenologice*, St. cerc. energ. și electr., **19**, *2*, 249—254 (1969).
8. I. Prigogine, *Introduction to Thermodynamics of irreversibile processes* ed. Charles C. Thomas, U.S.A., 1955.

9. A. Sommerfeld, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, New York — Londra, Academic Press, 1964.

10. L. Stoicescu, S. Petrescu, *Der erste Grundsatz der Thermodynamik für tehnische Prozesse welche mit endlicher Geschwindigkeit und ohne Strömung verlaufen*, Bul. Inst., politehnic, București, **XXVI**, *5*, 87—108 (1964).

11. - *Thermodynamische Zustandsänderungen die mit endlicher constanter Geschwindigkeit Verlaufen*, Bul. Inst. politehnic București, **XXVI**, *6*, 79—119 (1964).

12. - *Thermodynamische Zustandsänderungen die mit endlicher verändlicher Geschwindigkeit durchlaufen werden*, Bul. Inst. politehnic București, **XXVII**, *1*, 65—95 (1965).

13. - *Kreisprozesse die mit endlicher Geschwindigkeit durchlaufen werden*, Bul. Inst. politehnic București, **XXVII**, *2*, 87—95 (1965).

14. L. Stoicescu, S. Petrescu, M. Marinescu, *Determinarea pe cale statistică a expresiei lucrului mecanic pentru unele procese termodinamice cu viteză finită*, Comunicare prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968.

TEOREME DE UNICITATE PENTRU REGIMURI VARIABILE ALE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

DE

R. RĂDULEȚ, A. ȚUGULEA și AL. TIMOTIN

621.3

Se arată că diferitele regimuri ale cîmpului electromagnetic variabil care prezintă interes în aplicații pot fi studiate corect pe modele teoretice cu proprietăți fizice idealizate și se demonstrează teoremele de unicitate necesare formulării corecte a problemelor privind determinarea cîmpurilor electromagnetice.

1. INTRODUCERE

Se numesc regimuri variabile ale cîmpului electromagnetic regimurile în care mărimile de stare ale acestuia depind de timp. În teoria macroscopică a electromagnetismului, aceste mărimi de stare sînt intensitatea cîmpului electric $\boldsymbol{e}$ (M, t), intensitatea cîmpului magnetic $\boldsymbol{h}$ (M, t), inducția electrică $\boldsymbol{d}$ (M, t), inducția magnetică $\boldsymbol{b}$ (M, t), funcții vectoriale de punct și de timp. În medii imobile, regimul variabil cel mai general al cîmpului electromagnetic este descris de sistemul ecuațiilor lui Maxwell:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{d}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} = -\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{b} = 0, \tag{1.3}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{d} = \rho_v, \tag{1.4}$$

și de condițiile de trecere pentru puncte situate pe suprafețele de discontinuitate:

$$\operatorname{rots} \boldsymbol{h} = \boldsymbol{n}_{12} \times [\boldsymbol{h}_2 - \boldsymbol{h}_1] = 0 \tag{1.5}$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 109–128, 1971

$$\text{rots } \boldsymbol{e} \equiv \boldsymbol{n}_{12} \times [\boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_1] = 0, \tag{1.6}$$

$$\text{divs } \boldsymbol{b} \equiv \boldsymbol{n}_{12} \cdot [\boldsymbol{b}_2 - \boldsymbol{b}_1] = 0, \tag{1.7}$$

$$\text{divs } \boldsymbol{d} \equiv \boldsymbol{n}_{12} \cdot [\boldsymbol{d}_2 - \boldsymbol{d}_1] = \rho_s, \tag{1.8}$$

unde ρ_v și ρ_s sînt densitatea de volum, respectiv densitatea de suprafață a sarcinii electrice adevărate, $\boldsymbol{j}$ este densitatea de curent de conducție și $\boldsymbol{n}_{12}$ normala în punctul considerat al unei suprafețe de discontinuitate, orientată dinspre mediul 1 înspre mediul 2.

Pentru completitudinea sistemului ecuațiilor lui Maxwell sînt necesare legile de material prin care se stabilesc legături dependente de natura materialelor între cuplurile de vectori $\boldsymbol{d}$ și $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{b}$ și $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{j}$ și $\boldsymbol{e}$. Una dintre problemele majore ale teoriei macroscopice a electromagnetismului constă tocmai în a exprima cît mai fidel aceste legături, eventual prin relații analitice, importante pentru studiul analitic al ecuațiilor lui Maxwell.

De obicei legile de material sînt simplificate, astfel încît ele descriu doar aproximativ comportarea reală a materialelor. Deoarece ponderea diferiților termeni din ecuațiile lui Maxwell este în multe cazuri inegală, studiul acestora poate fi simplificat prin neglijarea unora dintre ei.

Ca urmare a acestor aproximații, constatăm că diferitele forme simplificate ale ecuațiilor lui Maxwell și ale legilor de material care descriu *în mod aproximativ* fenomenele electromagnetice din sistemele fizice reale pot descrie *exact* aceste fenomene în sisteme fizice idealizate, pe care le numim *modele teoretice* ale sistemelor fizice reale. O analiză atentă a studiilor teoretice referitoare la cîmpul electromagnetic arată că, de regulă, acestea au în vedere explicit sau implicit modele teoretice.

Utilitatea modelelor teoretice nu e legată numai de simplificarea problemelor de rezolvat; în multe cazuri, alegerea judicioasă a unui model teoretic permite reliefarea fenomenelor principale care au loc în sistemele fizice reale. De aceea constituirea modelelor teoretice reprezintă în același timp o problemă practică de mare importanță. Cu toate acestea, în literatura de specialitate se cunosc puține încercări sistematice care se referă la acest subiect.

Lucrarea de față reprezintă tocmai o astfel de încercare.

Constituirea unui model teoretic nu este o operație arbitrară. Ea trebuie să satisfacă următorea condiție : în modelul teoretic adoptat, ecuațiile obținute din ecuațiile lui Maxwell cu anumite legi de material trebuie să formeze un sistem complet, adică să permită determinarea tuturor mărimilor de cîmp care intervin în ele în anumite condiții inițiale și de frontieră; acest deziderat este asigurat ori de cîte ori sistemul de ecuații aplicat modelului admite teorema de existență și de unicitate a soluțiilor;

În lucrarea de față studiem modelele teoretice pentru sisteme fizice conținute în domenii $\mathcal{D}_\Sigma$ mărginite și simplu conexe, limitate de suprafețe închise Σ. Cazul domeniilor multiplu conexe sau cu extensiune nemărginită necesită considerații suplimentare. Un astfel de domeniu se presupune constituit din reuniunea mai multor subdomenii disjuncte de conexiune arbitrară formate din medii cu conductivitate electrică nenulă (conductoare și semiconductoare) și medii perfect izolante cu conductivitate

electrică nulă, inclusiv vidul. Dacă notăm *cu* $\mathcal{D}_i$ *reuniunea subdomeniilor din prima categorie, cu* $\mathcal{D}_e$ reuniunea subdomeniilor din cea de-a doua și cu $\mathcal{S}_i$ reuniunea suprafețelor care le separă (suprafețele conductoarelor), avem, evident, $\mathcal{D}_\Sigma = \mathcal{D}_i \cup \mathcal{D}_e \cup \mathcal{S}_i$.

Despre aceste suprafețe de separație între medii, cum și despre suprafețele de discontinuitate din interiorul lor, presupunem că admit în vecinătatea fiecărui punct al lor normale de orientare continuu variabilă, astfel încît condițiile de trecere (1.5) — (1.8) să aibă sens.

În ce privește modul de variație a mărimilor în timp, ne ocupăm numai de clasele de fenomene în care în toate punctele din interiorul domeniului mărimile sînt derivabile în raport cu timpul. Eventualele discontinuități în timp pot fi tratate prin treceri la limită adecvat formulate.

2. MODELUL LINIAR COMPLET INVARIABIL ÎN TIMP PENTRU REGIMUL NESTAȚIONAR AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Un astfel de model este alcătuit din medii conductoare și izolante electrizabile și magnetizabile, neomogene și în general anizotrope, cu proprietăți invariabile în timp și lipsite de polarizații electrice și magnetizații permanente.

În astfel de medii, ecuațiile reprezentînd legile de material care definesc modelul sînt liniare :

$$\boldsymbol{d} = \varepsilon \boldsymbol{e}, \tag{2.1}$$

$$\boldsymbol{b} = \mu \boldsymbol{h}, \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma (\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i), \tag{2.3}$$

în care ε, μ, σ sînt scalari (mai general tensori de ordinul doi simetrici pentru mediile anizotrope), dependenți numai de punct (în cazul mediilor neomogene), dar independenți de timp și de valorile mărimilor de cîmp. Cu excepția vidului, este greu de găsit vreun sistem real pentru care modelul liniar să aibă valabilitatea pentru orice valori ale cîmpurilor sau pentru orice viteze de variații în timp ale mărimilor. Există însă numeroase cazuri de variație limitată și suficient de lentă a mărimilor de cîmp cînd modelul liniar și invariabil în timp este adecvat studiului.

Cu aceste relații de material, ecuațiile lui Maxwell pentru un astfel de model se scriu

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \sigma(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i) + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t}, \tag{2.4}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} = - \mu \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial t}, \tag{2.5}$$

$$\operatorname{div} \mu \boldsymbol{h} = 0, \tag{2.6}$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \boldsymbol{e} = \rho_v, \tag{2.7}$$

cu condițiile de trecere

$$\text{rots } \boldsymbol{h} = 0, \tag{2.8}$$

$$\text{rots } \boldsymbol{e} = 0, \tag{2.9}$$

$$\text{divs } \mu \boldsymbol{h} = 0, \tag{2.10}$$

$$\text{divs } \varepsilon \boldsymbol{e} = \rho_v. \tag{2.11}$$

Aceste relații ne arată că pentru modelul considerat studiul cîmpului electromagnetic poate fi efectuat cu ajutorul numai a doi vectori, și anume $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{h}$.

Sistemul de ecuații de mai sus împreună cu condițiile de trecere admite următoarea consecință biliniară integrală (teorema lui Poynting):

$$-\oint_{\Sigma} (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h}) \boldsymbol{n} \partial A = \int_{\mathcal{D}_i} \boldsymbol{e}\, \boldsymbol{j} \partial v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \right) \partial v, \tag{2.12}$$

a cărei semnificație corespunde bilanțului de puteri în cîmpul electromagnetic:

$$-\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = P_{tr} + P_{\Sigma}, \tag{2.13}$$

unde

$$W = W_e + W_m = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} \delta v + \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \delta v \tag{2.14}$$

este o funcțională de $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{h}$ pozitiv definită, care reprezintă energia electromagnetică egală cu suma dintre energia electrică W_e și energia magnetică W_m acumulate în domeniu,

$$P_{tr} = \int_{\mathcal{D}_i} \boldsymbol{e}\boldsymbol{j}\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_i} \frac{1}{\sigma} \boldsymbol{j}^2\, \delta v - \int_{\mathcal{D}_i} \boldsymbol{e}_i\, \boldsymbol{j}\, \delta v \tag{2.15}$$

reprezintă puterea transformată din electromagnetică în alte forme prin conducție electrică, în care doar prima integrală e o funcțională pozitiv definită și reprezintă puterea disipată prin efect Joule, iar a doua e puterea generată de surse, iar

$$P_{\Sigma} = \oint (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h})\, \boldsymbol{n} \delta A = \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\, \boldsymbol{n} \delta A, \tag{2.16}$$

în care $\boldsymbol{e}_t = \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{n})$ și $\boldsymbol{h}_t = \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{h} \times \boldsymbol{n})$ sînt componentele tangențiale

ale vectorilor e şi h reprezintă puterea electromagnetică transmisă în cîmp prin fluxul vectorului Poynting în exteriorul domeniului.

Pentru regimul general variabil al cîmpului electromagnetic, într-un model teoretic liniar şi invariabil în timp se poate demonstra următoarea teoremă de unicitate:

TEOREMA I. *În modelul liniar invariabil în timp, structura şi evoluţia cîmpului electromagnetic în regimul general variabil sînt univoc determinate de următoarele condiţii de unicitate*

a) *condiţiile iniţiale*:

$$e(M_0, t_0) = f_e(M);\ h(M, t_0) = f_h(M);\ M \in \mathcal{D}_\Sigma;$$

b) *Condiţiile pe frontieră*:

$$\left.\begin{aligned} e_t(M, t) &= g_e(M, t);\ M \in \mathcal{S}' \\ h_t(M, t) &= g_h(M, t);\ M \in \mathcal{S}'' \end{aligned}\right\} t > t_0,$$

$$\text{cu } \mathcal{S} \cup \mathcal{S}'' = \Sigma, \quad \mathcal{S}' \cap \mathcal{S}'' = \emptyset;$$

c) *condiţiile de surse*:

$$e_i(M, t) = g_i(M, t); \quad M \in \mathcal{D}_i, \quad t \geqslant t_0.$$

Demonstraţie. Prezentăm pe scurt demonstraţia cunoscută a acestei teoreme pentru a putea scoate apoi în evidenţă anumite proprietăţi ale soluţiilor şi condiţiilor de unicitate. În condiţii omogene,

$$f_e(M) = 0;\ f_h(M) = 0;\ g_e(M, t) = 0;\ g_h(M, t) = 0;\ g_i(M, t) = 0 \tag{2.17}$$

sînt nule: puterea transmisă prin cîmpul electromagnetic

$$P_\Sigma = \oint_\Sigma (e_t \times h_t) n \delta A \equiv \oint_\Sigma (g_e \times g_h) n \delta A = 0 \tag{2.18}$$

şi energia electromagnetică acumulată în domeniu în momentul iniţial

$$W(t_0) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon f_e^2}{2} + \frac{\mu f_h^2}{2} \right) \delta v = 0. \tag{2.19}$$

Ca urmare, integrala de energie devine

$$\int_{\mathcal{D}_i} \sigma e^2\, \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_2} \left(\frac{\varepsilon e^2}{2} + \frac{\mu h^2}{2} \right) \delta v = 0. \tag{2.20}$$

Deoarece

$$P_J \equiv \int_{\mathcal{D}_t} \sigma \boldsymbol{e}^2 \, \delta v \geqslant 0, \tag{2.21}$$

rezultă

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \right) \delta v \equiv \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \leqslant 0. \tag{2.22}$$

În aceste relații, numai semnul egalității convine, deoarece energia electromagnetică, fiind o funcțională nenegativă și nulă în momentul inițial, nu poate descrește și deci nu poate avea derivată negativă.

Rezultă, așadar,

$$P_J = \int_{\mathcal{D}_t} \sigma \boldsymbol{e}^2 \, \delta v = 0 \tag{2.23}$$

și

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = 0,$$

cu implicația $W(t) = W(t_0) = 0$, adică

$$\int_{\mathcal{D}_2} \left(\frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \right) \delta v = 0. \tag{2.24}$$

Cum $\varepsilon > 0$ și $\mu > 0$, ultima relație implică anularea cîmpurilor în toate punctele domeniului, adică sistemul de ecuații admite numai soluția banală

$$\boldsymbol{e}(M,t) = 0 \quad \text{și} \quad \boldsymbol{h}(M,t) = 0. \tag{2.25}$$

Dacă în condiții de unicitate omogene ecuațiile admit soluția banală, în condiții de unicitate neomogene soluția acestora este *unică*. Într-adevăr, diferența a două soluții diferite prin ipoteză care satisfac aceleași condiții de unicitate e o soluție a sistemului de ecuații (datorită liniarității acestuia), satisfăcînd condiții de unicitate omogene, fiind așa cum am demonstrat identic nulă, deci contrazice ipoteza. Astfel teorema e demonstrată.

Condiția inițială referitoare la cîmpul magnetic trebuie să satisfacă, evident, restricțiile

$$\operatorname{div}(\mu \boldsymbol{f}_h) = 0 \,;\, \operatorname{divs} \mu \boldsymbol{f}_h = 0, \tag{2.26}$$

impuse de legea fluxului magnetic.

Datorită invariabilității în timp a modelului, momentul inițial poate fi ales ca origine a timpului ($t_0 = 0$).

Condiţiile de pe frontieră pot fi date şi sub forma unor funcţii discontinue de timp cu discontinuităţi de prima speţă. În particular, în momentul iniţial, mărimile $\boldsymbol{e}_t(M, t_0)|_{\mathcal{S}'}$ şi $\boldsymbol{h}_t(M,t_0)|_{\mathcal{S}''}$, determinate din condiţiile iniţiale pe baza relaţiilor de trecere, pot fi diferite de vectorii

$$\boldsymbol{g}_e(M, t_0) \quad \text{şi} \quad \boldsymbol{g}_h(M, t_0).$$

Teorema de unicitate este necesară pentru selecţia ecuaţiilor strict necesare rezolvării problemei fundamentale propuse pentru evidenţierea condiţiilor fizice care asigură evoluţia univoc determinată a cîmpului localizat în domeniul considerat şi pentru formularea teoremelor de superpoziţie a soluţiilor.

În formularea acestei teoreme s-a admis tacit *existenţa soluţiilor*, care ar fi trebuit fundamentată printr-o teoremă de existenţă prin care să se demonstreze compatibilitatea condiţiilor de unicitate şi a modelului adoptat cu clasa de funcţii în care se caută soluţiile. În aplicaţii, această existenţă este probată *a posteriori* prin construirea în condiţiile de unicitate date a soluţiei căutate. Un studiu general al teoremelor de existenţă pentru soluţiile ecuaţiilor lui Maxwell nu a fost făcut pînă în prezent.

Condiţiile de unicitate fiind date şi admiţîndu-se existenţa soluţiei, ecuaţiile necesare şi suficiente pentru rezolvarea problemei sînt numai (2.4), (2.5) şi (2.8) (2.9). Ecuaţiile (2.7) şi 2.11) servesc la determinarea *a posteriori* a repartiţiei sarcinii electrice, iar ecuaţiile (2.6) şi (2.10) sînt verificate identic datorită verificării lor în momentul iniţial prin restricţiile impuse în condiţiile iniţiale privitoare la cîmpul magnetic.

În modelul liniar invariabil în timp, viteza de propagare a undelor electromagnetice plane în medii omogene este finită şi egală cu

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Formularea corectă a unei probleme de determinare a cîmpului electromagnetic consistă în : indicarea modelului teoretic adoptat, indicarea condiţiilor de unicitate, utilizarea ecuaţiilor necesare şi suficiente pentru rezolvarea problemei.

3. MODELUL LINIAR ANELECTRIC INVARIABIL ÎN TIMP PENTRU REGIMUL CVASISTAŢIONAR INDUCTIV AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Un astfel de model este alcătuit din medii conductoare şi izolante neomogene şi, în general, anizotrope, cu proprietăţi invariabile în timp, magnetizabile, dar neelectrizabile (de aici denumirea de anelectric). El se obţine din modelul precedent, presupunînd că toate mediile au permitivitate nulă ($\varepsilon = 0$). Legile de material pentru un astfel de model sînt relaţiile liniare

$$\boldsymbol{d} = \varepsilon \boldsymbol{e} = 0; \left(\varepsilon_r \boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{d}}{\varepsilon_0} \neq 0\right), \tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{b} = \mu \boldsymbol{h}, \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i). \tag{3.3}$$

Deoarece $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, condiția (3.1) poate fi satisfăcută adoptînd valoarea $\varepsilon_0 = 0$ cu $\varepsilon_r \neq 0$. După cum se observă, un astfel de model conservă proprietățile conductive și magnetice ale sistemului fizic real în limitele în care acestea pot fi considerate liniare și idealizează la extrem unele unele dintre proprietățile lui electrice.

Mai observăm că în acest model nu sînt posibile acumulări de sarcini electrice ($\rho_v = \operatorname{div} \boldsymbol{d} = 0$; $\rho_s = \operatorname{divs} \boldsymbol{d} = 0$) și nici acumulări de energie electromagnetică sub formă electrică $\left(w_e = \dfrac{\boldsymbol{ed}}{2} = 0\right)$.

Ecuațiile lui Maxwell și condițiile de trecere sînt în acest caz

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \boldsymbol{j} = \sigma(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i), \tag{3.4}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial t}, \tag{3.5}$$

$$\operatorname{div} \mu \boldsymbol{h} = 0, \tag{3.6}$$

$$\operatorname{div} \varepsilon_r \boldsymbol{e} = \alpha_v, \tag{3.7}$$

$$\operatorname{rots} \boldsymbol{h} = 0, \tag{3.8}$$

$$\operatorname{rots} \boldsymbol{e} = 0, \tag{3.9}$$

$$\operatorname{divs} \mu \boldsymbol{h} = 0, \tag{3.10}$$

$$\operatorname{divs} \varepsilon_r \boldsymbol{e} = \alpha_s, \tag{3.11}$$

unde α_v și α_s sînt densitățile de volum și de suprafață ale surselor vectorului $\varepsilon_r \boldsymbol{e}$.

Integrala biliniară de energie este pentru aceste ecuații

$$-\oint_{\Sigma} (\boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{h}_i)\, \boldsymbol{n} \delta A = \int_{\mathcal{D}_i} \boldsymbol{ej}\, \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \delta v, \tag{3.12}$$

cu interpretările și observațiile din modelul liniar complet, în care însă, așa cum am observat mai sus, energia electrică e riguros și permanent nulă.

Pe baza acestei integrale se poate demonstra următoarea teoremă de unicitate:

TEOREMA II. *În modelul liniar anelectric invariabil în timp, structura și evoluția cîmpului magnetic de regim cvasistaționar inductiv sînt univoc determinate de următoarele condiții de unicitate:*

a) *condiția inițială*:

$$\boldsymbol{h}(M, t_0) = \boldsymbol{f}_h(M); \qquad M \in \mathcal{D}_\Sigma;$$

b) *condițiile de frontieră*:

$$\boldsymbol{e}_t(M, t) = \boldsymbol{g}_e(M, t); \quad M \in \mathcal{S}', \quad t > t_0,$$

$$\boldsymbol{h}(M, t) = \boldsymbol{g}_h(M, t); \quad M \in \mathcal{S}'', t > t_0,$$

cu $\mathcal{S}' \cup \mathcal{S}'' = \Sigma$ și $\mathcal{S}' \cap \mathcal{S}'' = \varnothing$;

c) *condițiile de surse*:

$$\boldsymbol{e}_i(M, t) = \boldsymbol{g}_i(M, t); \qquad M \in \mathcal{D}_i, \; t \geqslant t_0.$$

Demonstrația acestei teoreme se face analog demonstrației teoremei precedente, adică demonstrînd în prealabil că în condiții de unicitate omogene sistemul de ecuații admite numai soluția banală.

Observații. Condițiile de unicitate de mai sus determină univoc și cîmpul electric din subdomeniile conductoare $\mathcal{D}_i$ prin intermediul cîmpului densității de curent și a ecuației (3.4), iar prin ecuațiile (3.7) și (3.11) se determină și distribuția surselor vectorului ε, $\boldsymbol{e}$ în aceste medii.

În afara mediilor conductoare (în subdomeniile $\mathcal{D}_e$), cîmpul electric nu e univoc determinat. Este însă univoc determinată tensiunea electromotoare pe orice curbă închisă, respectiv tensiunea electrică pe orice curbă deschisă care are capetele pe conductoare. Într-adevăr, aplicînd legea inducției electromagnetice unui contur $\Gamma = \mathcal{C}_i \cup \mathcal{C}_e$, unde $\mathcal{C}_i \subset \mathcal{D}_i$ și $\mathcal{C}_e \subset \mathcal{D}_e$, obținem

$$u_{\mathcal{C}_i} = -\int_{\mathcal{C}_e} \boldsymbol{e}\,d\boldsymbol{r} - \frac{d\varphi_{\mathcal{S}_\Gamma}}{dt} \tag{3.13}$$

unde mărimile din membrul al doilea sînt univoc determinate.

Pentru determinarea completă a cîmpului electric în $\mathcal{D}_e$ sînt necesare date suplimentare printre care și cunoașterea distribuțiilor surselor vectorului ε, $\boldsymbol{e}$, adică α_v și α_s. Acestea pot fi calculate, dacă se dă distribuția inițială de sarcină în modelul liniar complet ($\varepsilon_0 \neq 0$), cu relațiile

$$\alpha_v = \frac{\rho_v}{\varepsilon_0}; \qquad \alpha_s = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}. \tag{3.14}$$

Deoarece în izolanții perfecți aceste distribuții de sarcină rămîn invariabile, ele pot fi atribuite unor cîmpuri electrostatice care nu prezintă interes în studiul regimurilor variabile ale cîmpului electromagnetic. De

aceea vom presupune $\alpha_v = 0$ și $\alpha_s = 0$ și de asemenea nule sarcinile totale ale conductoarelor izolate din domeniu.

În asemenea condiții, și pentru domenii $\mathcal{D}_\Sigma$ simplu conexe se poate formula următoarea teoremă de unicitate complementară necesară pentru determinarea completă a cîmpului $\boldsymbol{e}$:

TEOREMA III. *În modelul liniar anelectric, invariabil în timp, adică în regim cvasistaționar inductiv, cîmpul electric în exteriorul mediilor conductoare este determinat univoc de cîmpul magnetic* $\boldsymbol{h}(M, t)$ *pentru* $M \in \mathcal{D}_\Sigma$ *și* $t > t_0$

și de următoarele condiții de frontieră suplimentare:

— componenta normală a intensității cîmpului electric pentru partea din suprafața Σ *a domeniului pe care s-a dat componența tangențială a intensității cîmpului magnetic:*

$$e_n'(M, t); \qquad M \in \mathcal{S}'' \subset \Sigma;$$

— fluxurile vectorului $\varepsilon_r \boldsymbol{e}$ *prin* $m-1$ *din cele* m *fețe conexe și disjuncte de pe suprafața* $\mathcal{S}'$ *pe care s-a dat componenta tangențială a intensității cîmpului electric, dacă asemenea suprafețe există.*

Considerînd vectorii cuplați $\boldsymbol{e}$ și $\varepsilon_r \boldsymbol{e}$ și aplicînd teorema de unicitate pentru vectori cuplați particularizată pentru domenii simplu conexe (anexa I), demonstrăm teorema.

Utilizînd aceeași teoremă pentru vectorii cuplați $\boldsymbol{b}$ și $\boldsymbol{h}$, se mai poate demonstra teorema de unicitate.

TEOREMA IV. *În modelul liniar anelectric invariabil în timp și ocupînd un domeniu simplu conex, cîmpul magnetic de regim cvasistaționar inductiv este univoc și instantaneu determinat de distribuția instantanee a densității de curent:*

$$\boldsymbol{j}(M, t) = \boldsymbol{f}_j(M, t); \quad M \in \mathcal{D}_i, \; t \geqslant t_0,$$

și de condițiile de frontieră:

$$h_n(M, t); \; M \in \mathcal{S}' \text{ și } \boldsymbol{h}_t(M, t); \; M \in \mathcal{S}'',$$

împreună cu valorile fluxurilor magnetice prin $n-1$ *din cele* n *fețe conexe disjuncte ale suprafeței* $\mathcal{S}''$, *atunci cînd asemenea fețe există.*

Subliniem că atît repartiția $h_n'(M, t)$, cît și fluxurile magnetice prin fețele conexe disjuncte în care se separă suprafața S'' sînt calculabile în funcție de condițiile inițiale sau de valorile instantanee ale componentei tangențiale a potențialului vector.

TEOREMA IV este, evident, valabilă și dacă mărimile care intervin în condițiile de unicitate sînt invariabile în timp. Ca urmare, toate relațiile stabilite în regim staționar între curenții și cîmpul magnetic își conservă valabilitatea și în regim variabil, fapt care a determinat adoptarea denumirii de „cvasistaționar" pentru acesta din urmă.

Cu excepția conductoarelor filiforme, unde prin ipoteză distribuția de curent se admite independent de variațiile cîmpului magnetic, teorema IV nu este utilă în aplicații, deoarece prin fenomenul de inducție electromagne-

tică distribuția densității de curent depinde de cîmpul magnetic pe care dorim să-l determinăm și este de asemenea o necunoscută a problemei.

În final remarcăm că în modelul anelectric viteza de propagare a undelor plane în medii omogene rezultă infinită :

$$v = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \infty,$$

fapt care arată că procesele tranzitorii de cîmp au caracterul unei difuzii și nu al unei propagări.

Modelul studiat este convenabil pentru toate sistemele fizice reale cu proprietăți electromagnetice liniarizabile invariabile în timp pentru cazurile în care acumulările de energie electrică sînt nesemnificative, ca, de exemplu, în cazul conductoarelor masive.

4. MODELUL LINIAR AMAGNETIC INVARIABIL ÎN TIMP PENTRU REGIMUL CVASISTAȚIONAR CAPACITIV AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Ecuațiile legilor de material care caracterizează acest model sînt :

$$\boldsymbol{b} = \mu \boldsymbol{h} = 0\,; \quad \mu_r \boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{b}}{\mu_0} \neq 0, \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{d} = \varepsilon\, \boldsymbol{e}, \tag{4.2}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma (\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i). \tag{4.3}$$

Acest model conservă proprietățile electrice și de conducție ale sistemului fizic, pe care-l modelează în limitele liniarizabilității lor și idealizează la extrem unele dintre proprietățile lui magnetice.

Într-un astfel de model lipsesc fenomene de inducție electromagnetică și nu sînt posibile acumulări de energie magnetică $\left(w_m = \frac{1}{2}\boldsymbol{bh} = 0\right)$.

Ecuațiile cîmpului electromagnetic și condițiile de trecere sînt în acest caz

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \boldsymbol{j} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t}, \tag{4.4}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} = 0, \tag{4.5}$$

$$\operatorname{div} \mu_r \boldsymbol{h} = 0, \tag{4.6}$$

$$\operatorname{div} \varepsilon\, \boldsymbol{e} = \rho_v, \tag{4.7}$$

$$\operatorname{rots} \boldsymbol{h} = 0, \tag{4.8}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{s} = 0, \tag{4.9}$$

$$\operatorname{div} \mu_r \boldsymbol{h} = 0, \tag{4.10}$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \boldsymbol{e} = \rho_s. \tag{4.11}$$

Cîmpul electric rezultă potențial

$$\boldsymbol{e} = -\operatorname{grad} v, \tag{4.12}$$

satisfăcînd ecuația de tip electrostatic

$$\operatorname{div} (\varepsilon \operatorname{grad} v) = -\rho_v. \tag{4.13}$$

Acest cîmp nu este totuși electrostatic, datorită posibilității de variație în timp a sarcinilor electrice determinată de existența curentului de conducție, care e în general variabil în timp.

Integrala biliniară de energie pentru acest model este

$$-\oint_{\Sigma} (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t) \boldsymbol{n} \delta A = \int_{\mathcal{D}_t} \boldsymbol{e} \boldsymbol{j} \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} \delta v. \tag{4.14}$$

Pe baza acesteia se poate demonstra următoarea teoremă de unicitate a soluțiilor.

TEOREMA V. *În modelul liniar amagnetic invariabil în timp, structura și evoluția cîmpului electric de regim cvasistaționar capacitiv sînt univoc determinate în următoarele condiții de unicitate*:

a) *condiția inițială*:

$$\boldsymbol{e}(M, t_0) = \boldsymbol{f}_e(M) \; ; \quad M \in \mathcal{D}_\Sigma \; ;$$

b) *condițiile de frontieră*:

$$\boldsymbol{e}_t(M, t) = \boldsymbol{g}_e(M, t) \; ; \quad M \in \mathcal{S}', \; t > t_0,$$

$$\boldsymbol{h}_t(M, t) = \boldsymbol{g}_h(M, t) \; ; \quad M \in \mathcal{S}'' \quad t > t_0 \; ;$$

c) *condiția de surse*

$$\boldsymbol{e}_t(M, t) = \boldsymbol{g}_t(M, t) \; ; \quad M \in \mathcal{D}_t \quad t \geqslant t_0.$$

Demonstrația se face la fel ca în cazurile precedente, arătînd că, în condiții de unicitate omogene, sistemul de ecuații nu admite decît soluția banală.

Prin intermediul legii conducției electrice (4.3), condițiile de unicitate determină univoc și cîmpul densității de curent.

Teorema nu permite determinarea univocă a cîmpului magnetic. Este însă posibilă determinarea pe baza legii circuitului magnetic a tensiunii magnetomotoare pe orice curbă închisă Γ situată în domeniul ocupat de model:

$$\oint_{\Gamma \subset \mathcal{D}_\Sigma} \boldsymbol{h} \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \theta_{\mathcal{S}_\Gamma} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathcal{S}_\Gamma}}{\mathrm{d}t}. \tag{4.15}$$

Utilizînd teorema de unicitate pentru cîmpurile de vectori cuplaţi $\boldsymbol{h}$ şi $\mu_r \boldsymbol{h}$ (vezi anexa), se poate demonstra o teoremă complementară care permite determinarea univocă şi a cîmpului magnetic.

TEOREMA VI. *Într-un model liniar amagnetic ocupînd un domeniu simplu conex, cîmpul vectorului* $\boldsymbol{h}$ *este univoc determinat dacă se dau cîmpul electric* $\boldsymbol{e}(M,t)$; $M \in \mathcal{D}_\Sigma$, $t > t_0$ *şi condiţiile de frontieră suplimentare*

$$h_n(M,t); \quad M \in \mathcal{S}' \quad t > t_0,$$

împreună cu valorile fluxurilor vectorului $\mu_r \boldsymbol{h}$ *prin* $m-1$ *din cele* m *feţe convexe şi disjuncte care constituie suprafaţa* $\mathcal{S}''$, *atunci cînd acestea există.*

Tot cu ajutorul teoremei cîmpurilor de vectori cuplaţi aplicate vectorilor $\boldsymbol{d}$ şi $\boldsymbol{e}$ în cazul unui model simplu conex, se mai poate demonstra următoarea teoremă:

TEOREMA VII. *Într-un model liniar amagnetic ocupînd un domeniu simplu conex, cîmpul electric este univoc şi instantaneu determinat de repartiţiile de sarcină electrică* $\rho_v(M,t)$ *şi* $\rho_s(M,t)$ *şi de condiţiile de frontieră*

$$e_t(M,t); \quad M \in \mathcal{S}', \quad t > t_0,$$

$$e_n(M,t); \quad M \in \mathcal{S}'' \quad t > t_0,$$

împreună cu valorile fluxului electric prin $n-1$ *din cele* n *feţe conexe şi disjuncte care constituie suprafaţa* $\mathcal{S}'$ *atunci cînd acestea există.* Subliniem că aceste condiţii de frontieră sînt calculabile din condiţiile iniţiale.

Teorema este, evident, valabilă în regim staţionar, ceea ce înseamnă că toate relaţiile stabilite pe baza ei în acest regim îşi conservă forma şi în regimul variabil din modelul amagnetic, fapt care justifică denumirea de cvasistaţionar pentru acesta din urmă.

În aplicaţiile practice, teorema este în genere ineficientă, deoarece distribuţiile de sarcină electrică din mediile conductoare depind prin densitatea de curent de cîmpul electric care urmează a fi determinat şi sînt deci necunoscute ale problemei.

În modelul liniar amagnetic, viteza de propagare a undelor plane în medii omogene rezultă infinită:

$$v = \lim_{\mu \to 0} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \infty,$$

fapt care arată că și în acest caz procesele tranzitorii de cîmp au caracterul unei difuzii. Modelul este convenabil pentru toate sistemele fizice în care acumulările de energie magnetică sînt nesemnificative în raport cu cele de energie electrică, cum e, de exemplu, cazul condensatoarelor electrice cu dielectric suficient de bun.

5. MODELUL LINIAR ANELECTRIC ȘI AMAGNETIC INVARIABIL ÎN TIMP PENTRU REGIMUL CVASISTAȚIONAR REZISTIV AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Ecuațiile legilor de material sînt în acest caz

$$\boldsymbol{d} = \varepsilon \boldsymbol{e} = 0\,; \quad \frac{\boldsymbol{d}}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r \boldsymbol{e} \neq 0\,, \tag{5.1}$$

$$\boldsymbol{b} = \mu \boldsymbol{h} = 0\,; \quad \frac{\boldsymbol{b}}{\mu_0} = \mu_r \boldsymbol{h} \neq 0\,, \tag{5.2}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i). \tag{5.3}$$

În acest model nu sînt posibile evident acumulări de energie electromagnetică :

$$w_e = \frac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{d}}{2} = 0\,; \quad w_m = \frac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{h}}{2} = 0.$$

Ecuațiile cîmpului electromagnetic și condițiile de trecere sînt în acest caz

$$\text{rot } \boldsymbol{h} = \boldsymbol{j} = \sigma\,(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}_i)\,, \tag{5.4}$$

$$\text{rot } \boldsymbol{e} = 0, \tag{5.5}$$

$$\text{div } \varepsilon_r \boldsymbol{e} = \alpha_v, \tag{5.6}$$

$$\text{div } \mu_r \boldsymbol{h} = 0, \tag{5.7}$$

$$\text{rots}\boldsymbol{h} = 0, \tag{5.8}$$

$$\text{rots}\boldsymbol{e} = 0, \tag{5.9}$$

$$\text{divs } (\varepsilon_r \boldsymbol{e}) = \alpha_s, \tag{5.10}$$

$$\text{divs } (\mu_r \boldsymbol{h}) = 0\,. \tag{5.11}$$

Integrala biliniară de energie este în acest caz

$$-\oint_{\Sigma}(\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\,\boldsymbol{n}\delta A = \int_{\mathcal{D}_t} \boldsymbol{e}\boldsymbol{j}\delta v \tag{5.12}$$

și permite demonstrarea următoarei teoreme de unicitate :

TEOREMA VIII. *În modelul liniar anelectric și amagnetic invariabil în timp, cîmpul electrocinetic de regim cvasistaționar rezistiv din domeniile conductoare este univoc și instantaneu determinat numai de condițiile de frontieră*

$$\boldsymbol{e}_t(M,t) = \boldsymbol{g}_e(M,t)\ ; \quad M \in \mathcal{S}',\ t \geqslant t_0,$$

$$\boldsymbol{h}_t(M,t) = \boldsymbol{g}_h(M,t)\ ; \quad M \in \mathcal{S}'',\ t \geqslant t_0,$$

$$\text{cu } \mathcal{S}' \cup \mathcal{S}'' = \Sigma \text{ și } \mathcal{S}' \cap \mathcal{S}'' = \emptyset.$$

Pentru determinarea cîmpului electromagnetic în domeniul exterior, conductoarelor sînt necesare condiții suplimentare de unicitate care rezultă, evident, prin reunirea condițiilor suplimentare de frontieră din teoremele III și VI.

În condițiile de unicitate ale teoremei sînt totuși univoc determinabile tensiunile magnetomotoare pe orice curbe închise și tensiunile electrice în lungul oricăror curbe deschise cu capetele situate pe conductoare.

În modelul anelectric și amagnetic nu sînt posibile nici procese de propagare și nici procese de difuzie, adică nu există procese tranzitorii de cîmp. Această afirmație era evidentă, datorită lipsei derivatelor în raport cu timpul din ecuațiile cîmpului. Modelul este adecvat pentru toate sistemele fizice în care acumulările de energie electromagnetică sînt nesemnificative față de energia transformată prin conducție electrică cum e cazul, de exemplu, rezistoarelor filiforme.

Observație. În regimurile cvasistaționare dispare dubla legătură dintre cîmpul electric variabil și cîmpul electric variabil, exprimată de cele două ecuații ale lui Maxwell, și o dată cu ea posibilitatea cîmpului electromagnetic de a exista „desprins" de corpuri, în vid, sub formă de unde electromagnetice. În aceste regimuri, cîmpul electromagnetic este atașat corpurilor, în sensul că, în orice domeniu $\mathcal{D}_\Sigma$ din spațiul în care este localizat un cîmp electromagnetic cvasistaționar ale cărui mărimi de stare nenule în $\mathcal{D}_\Sigma$ se anulează pe frontiera domeniului, există cu siguranță corpuri (încărcate cu sarcină, polarizate electric, parcurse de curent sau magnetizate).

ANEXĂ

TEOREMA DE UNICITATE A UNOR CÎMPURI VECTORIALE CUPLATE ÎN DOMENII MULTIPLU CONEXE

Fie un domeniu multiplu conex $\mathcal{D}_\Sigma$ (vezi fig. 1), prezentînd q goluri tubulare de secțiuni transversale $\mathcal{S}_s$ ($s=1, 2, \ldots, q$), dintre care unele înlănțuie suprafața închisă multiplu conexă Σ (cazurile $s=1, 2$ în figură), iar altele strict interioare acestei suprafețe ($s=q=3$ în figură). Fie $\mathcal{S}_s^0$ tăieturile necesare pentru a face domeniul simplu conex ($s=1,2, \ldots, q$), alese astfel încît să fie contigue cîte unui singur gol tubular, $\Gamma_s^{(0)}$ conturele lor și $\Gamma_s \subset \Sigma$ conturele secțiunilor transversale alese $\mathcal{S}_s$ ale golurilor tubulare.

Fie $\mathcal{S}_k^{(1)}$ ($k=1,2,\ldots, m$, $m=5$ în figură) m părți disjuncte ale frontierei Σ a domeniului, a căror reuniune va fi notată $\mathcal{S}' = \bigcup_k \mathcal{S}_k^{(1)}$ și va reprezenta acea parte a suprafeței Σ pe care se vor da condiții de frontieră de un anume tip. Complementara $\mathcal{S}'' = \Sigma - \mathcal{S}' \bigcup_j \mathcal{S}_j^{(2)}$, reuniune a n părți disjuncte $\mathcal{S}_j^{(2)}$ ale suprafeței Σ, va fi caracterizată prin condiții pe frontieră de alt tip ($n=6$ în figură).

Studiem în $\mathcal{D}_\Sigma$ două cîmpuri vectoriale $\boldsymbol{F}$ și $\boldsymbol{G}$ cuplate printr-o relație de material liniară și omogenă:

$$\boldsymbol{G}(M) = \beta(M)\,\boldsymbol{F}(M); \quad M \in \mathcal{D}_\Sigma, \tag{A.1}$$

în care $\beta(M)$ este o funcție scalară sau tensorială simetrică de punctul $M \in \mathcal{D}_\Sigma$, astfel încît expresia biliniară

$$\boldsymbol{G}(M)\,\boldsymbol{F}(M) = \beta(M)\,\boldsymbol{F}\,\boldsymbol{F} \geqslant 0 \tag{A.2}$$

este pozitiv definită, fiind nulă numai cu $\boldsymbol{F}=0$.

În $\mathcal{D}_\Sigma$ mai pot exista suprafețe de discontinuitate S ale proprietăților de material, adică ale funcției β, care poate avea numai discontinuități de prima specie $\beta_2 - \beta_1 < \infty$, 1 și 2 fiind cele două fețe ale suprafeței de discontinuitate, a cărei normală dirijată de la 1 la 2 va avea versorul $\boldsymbol{n}_{12}$. În rest, funcția $\beta(M)$ va fi presupusă continuă și derivabilă.

Teorema soluției banale. *Ecuațiile omogene*

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{F}(M) = 0; \quad \operatorname{div}(\beta(M)\cdot\boldsymbol{F}(M)) = 0 \quad (M \in \mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}) \tag{A.3}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{n}_{12} \times (\boldsymbol{F}_2(M) - \boldsymbol{F}_1(M)) = 0; \\ \boldsymbol{n}_{12}(\beta_2(M)\,\boldsymbol{F}_2(M) - \beta_1(M)\,\boldsymbol{F}_1(M)) = 0 \end{aligned}\right\} (M \in \mathcal{S}), \tag{A.4}$$

cu (A.2), în condițiile de frontieră omogene

$$\boldsymbol{F}_t\Big|_{\mathcal{S}'} = \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{F}(M)\times\boldsymbol{n}) = 0\begin{Bmatrix} M \to P \in \mathcal{S}_k^{(1)} \subset \mathcal{S}' \\ k = 1,\ 2,\ldots,m \end{Bmatrix}, \tag{A.5}$$

cu

$$\int_{\mathcal{S}_k^{(0)}} (\beta(M)\ \boldsymbol{F}(M))\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S = 0\begin{Bmatrix} M \to P \in \mathcal{S}_k^{(1)} \subset \mathcal{S}' \\ k = 1,\ 2,\ldots,m-1 \end{Bmatrix} \tag{A.6}$$

$$\beta\cdot\boldsymbol{F}(M)\Big|_{S''} = (\beta(M)\cdot\boldsymbol{F}(M))\,\boldsymbol{n} = 0\begin{Bmatrix} M \to P \in \mathcal{S}_j^{(2)} \subset \mathcal{S}'' \\ j=1,2,\ \ldots\ n \end{Bmatrix}, \tag{A.7}$$

respectiv

$$\oint_{\Gamma_s\subset\Sigma} \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 \quad \text{sau} \int_{\mathcal{S}_s^{(0)}\subset\mathcal{D}_\Sigma} (\beta(M)\,\boldsymbol{F}(M))\,\boldsymbol{n}_0\,\delta S = 0\,(s=1,2,\ldots q), \tag{A.8}$$

admit numai soluția identic nulă

$$\boldsymbol{F}(M) \equiv 0,\ \boldsymbol{G}(M) \equiv \beta(M)\,\boldsymbol{F}(M) \equiv 0 \quad (M \in \mathcal{D}_\Sigma). \tag{A.9}$$

Intr-adevăr, caracterul irotațional al cîmpului permite introducerea potențialului

$$V(M) = V(M_0) - \int_{M_0(C)}^{M} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r};\ \boldsymbol{F} = -\operatorname{grad} V, \tag{A.10}$$

definit pînă la o constantă arbitrară $V(M_0)$, care este o funcție definită (uniformă) de punct, dacă se operează cu curbe C de integrare aparținînd domeniului simplu conex $\mathcal{D}_\Sigma^* = \mathcal{D}_\Sigma - \bigcup_{s=1}^{q} \mathcal{S}_s^{(0)}$, obținut din $\mathcal{D}_\Sigma$ după introducerea tăieturilor $\mathcal{S}_s^{(0)}$ $(s=1, 2, \ldots, q)$. Frontiera domeniului $\mathcal{D}_\Sigma^*$ este suprafața Σ^* (simplu conexă), alcătuită din Σ și fețele „pozitive" $\mathcal{S}_{s+}^{(0)}$ și „negative" $\mathcal{S}_{s-}^{(0)}$ ale tăieturilor (sensul $+ \to -$ e sensul versorului normal $\boldsymbol{n}^0$ asociat după regula burgiului drept sensului ales pe conturele $\Gamma_s^{(0)}$ ale acestor tăieturi):

$$\Sigma^* = \left[\bigcup_{k=1}^{m} \mathcal{S}_k^{(1)}\right] \cup \left[\bigcup_{s=1}^{q} (\mathcal{S}_{s+}^{(0)} \cup \mathcal{S}_{s-}^{(0)})\right] \cup \mathcal{S}''. \tag{A.11}$$

Calculînd integrala pozitivă definită a produsului scalar $\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{F}$ pe domeniul simplu conex $\mathcal{D}_\Sigma^*$, cu luarea în considerare a ecuațiilor omogene (A.3) și a condițiilor de trecere omogene (A.4), folosind teorema divergenței și ținînd seama de partiția (A.11) a frontierei acestui domeniu și de cotinuitatea funcțiilor de punct în $\mathcal{D}_\Sigma^* - \mathcal{S}$, se obține egalitatea

$$0 \leqslant \int_{\mathcal{D}_\Sigma^*} \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{F}\,\delta v = -\int_{\mathcal{D}_\Sigma^*} \beta\,\boldsymbol{F}\,\operatorname{grad} V\,\delta v = -\int_{\mathcal{D}_\Sigma^*} \operatorname{div}(\beta\,\boldsymbol{F}\,V)\,\delta v =$$

$$= -\oint_{\Sigma^*} (\beta\,\boldsymbol{F})\,\boldsymbol{n}\,V\,\delta S = \tag{A.12}$$

$$= -\int_{\mathcal{S}''} \underbrace{(\beta\,\boldsymbol{F})_n}_{0}\,V\,\delta S - \sum_{k=1}^{m}\int_{\mathcal{S}_k^{(1)}} V\cdot(\beta\,\boldsymbol{F})_n\,\delta S - \sum_{s=1}^{q}\int_{\mathcal{S}_s^{(0)}} (V^+ - V^-)(\beta\boldsymbol{F})\boldsymbol{n}_0\,\delta S,$$

deoarece $\operatorname{div}(\beta\,\boldsymbol{F}) = 0$.

Integrala luată asupra lui $\mathcal{S}''$ e nulă, deoarece, conform cu (A.7), componenta normală $G_n = (\beta\,\boldsymbol{F})_n$ e nulă pe această porțiune a frontierei; fiecare parte conexă $\mathcal{S}_k^{(1)}$ a lui $\mathcal{S}' = \Sigma - \mathcal{S}''$ e echipotențială, deoarece, conform cu (A.5), vectorul $\boldsymbol{F} = -\operatorname{grad} V$ e normal pe $\mathcal{S}'$ și de aceea potențialul V_k corespunzător iese de sub semnul de integrală; diferența $V^+ - V^-$ e constantă în punctele fiecărei tăieturi $\mathcal{S}_s^{(0)}$ și egală și de semn contrar cu circulația cîmpului $\boldsymbol{F}$ în lungul curbei Γ_s asociate, care înlănțuie o singură dată numai golul tubular pentru care s-a introdus tăietura:

$$V_s^+ - V_s^- = -\oint_{\Gamma_s} \boldsymbol{F}_t\cdot d\boldsymbol{r}. \tag{A.13}$$

În sfîrșit, integrînd a doua ecuație (A.3) pe $\mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}$, ținînd seama de a doua ecuație (A.4) pe S și utilizînd teorema divergenței și condiția (A.7), rezultă că fluxul total prin toate părțile $\mathcal{S}_k^{(1)}$ ale lui $\mathcal{S}'$ e nul, ceea ce permite exprimarea fluxului prin a m-a față $\mathcal{S}_m^{(1)}$ în funcție de fluxul prin celelalte:

$$\int_{\mathcal{S}_m^{(1)}} (\beta\,\boldsymbol{F})_n\,\delta S = -\sum_{k=1}^{m-1}\int_{\mathcal{S}_k^{(1)}} (\beta\,\boldsymbol{F}_n)\cdot\delta S. \tag{A.14}$$

Cu aceste observații, egalitatea (A.12) se scrie

$$0 \leqslant \int_{\mathcal{D}_\Sigma^*} \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{F}\,\delta v = -\sum_{k=1}^{m-1}(V_k - V_m)\int_{\mathcal{S}_k^{(1)}} \underbrace{(\beta\,\boldsymbol{F})}_{0}\boldsymbol{n}\,\delta S + \tag{A.15}$$

$$+\sum_{s=1}^{q}\left[\oint_{\Gamma_s} \underbrace{\boldsymbol{F}_t\,d\boldsymbol{r}}_{0}\right]\left[\int_{\mathcal{S}_s^{(0)}} \underbrace{(\beta\boldsymbol{F})\boldsymbol{n}_0}_{0}\,\delta S\right].$$

Dar membrul drept al acestei egalități se anulează pe baza condițiilor de frontieră (A.6) și (A.8). De aceea și membrul stîng trebuie să fie nul și, cum este pozitiv definit, integrantul trebuie să fie peste tot nul (cu excepția unei mulțimi de puncte de măsură nulă nesemnificative din punctul de vedere fizic, care admite continuitatea funcțiilor vectoriale de punct considerate în $\mathcal{D}_\Sigma$), adică soluția problemei omogene (A.3) (A.8) e numai soluția banală (A.9).

Teorema unicității soluțiilor. *Problema neomogenă care constă în integrarea ecuațiilor*

$$\text{rot } \boldsymbol{F}(M) = \boldsymbol{j}(M);\ \text{div}\,(\beta(M)\,\boldsymbol{F}(M)) = \rho(M)\ (M \in \mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}), \tag{A.16}$$

cu condițiile de trecere

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{n}_{12} \times (\boldsymbol{F}_2(M) - \boldsymbol{F}_1(M)) = \boldsymbol{j}_s(M); \\ &\boldsymbol{n}_{12}(\beta_2(M)\,\boldsymbol{F}_2(M) - \beta_1(M)\,\boldsymbol{F}_1(M)) = \rho_s(M)\ (M \in S), \end{aligned} \tag{A.17}$$

în care $\boldsymbol{j}$ $\boldsymbol{j}_s$, ρ și ρ_s *sînt funcții date, iar* $\beta(M)$ *satisface peste tot relația* (A.2) *și cu condițiile de frontieră*

$$\boldsymbol{F}_t\Big|_{\mathcal{S}'} = \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{F}(M) \times \boldsymbol{n}) = \boldsymbol{g}(P) \left\{ \begin{matrix} M \to P \in \mathcal{S}_k^{(1)} \subset \mathcal{S}' \\ k = 1,2, \ldots, m \end{matrix} \right\}, \tag{A.18}$$

$$\int_{\mathcal{S}_k^{(1)}} (\beta(M)\,\boldsymbol{F}(M))\,\boldsymbol{n}\,\delta S = \Phi_k^{(1)} \left\{ \begin{matrix} M \to P \in \mathcal{S}_k^{(1)} \subset \mathcal{S}' \\ k = 1,\ 2,\ \ldots, m-1 \end{matrix} \right\}, \tag{A.19}$$

$$(\beta \boldsymbol{F})_n\Big|_{\mathcal{S}''} = \boldsymbol{n}\,(\beta \boldsymbol{F}(M) = \gamma(P) \left\{ \begin{matrix} M \to P \in \mathcal{S}_j^{(2)} \subset \mathcal{S}'' \\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ m \end{matrix} \right\}, \tag{A.20}$$

$$\oint_{\Gamma_s} \boldsymbol{F}_t \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \theta_s \quad \textit{sau} \quad \int_{S_s^{(0)}} (\beta(\boldsymbol{F})\,\boldsymbol{n}_0\,\delta S = \Phi_s^{(0)}\ (s = 1,\ 2,\ \ldots . q), \tag{A.21}$$

în care $\boldsymbol{g}(P)$, $\gamma(P)$, $\Phi_k^{(i)}$ *și* θ_s *sau* $\Phi_s^{(0)}$ *sînt date, are o soluție unică, continuă și derivabilă în* $\mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}$: $\boldsymbol{F}(M)$.

Demonstrația este imediată, observînd că, datorită liniarității ecuațiilor dacă ar exista două soluții, diferența lor ar fi o soluție a problemei omogene, adică ar fi identic nulă, conform teoremei precedente.

De subliniat că, în cazuri particulare, condițiile de unicitate precizate prin funcțiile $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{j}_s$, ρ, ρ_s, $\boldsymbol{g}$, γ și valorile $\Phi_k^{(1)}(k = 1, 2, \ldots, m-1)$ și θ_s sau $\Phi_s^{(0)}\ (s = 1,2, \ldots, q)$ nu sînt toate independente, deoarece există relațiile

$$\oint_\Sigma (\beta \boldsymbol{F})\boldsymbol{n}\,\delta S = \int_{\mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}} \rho\,\delta v + \int_{\mathcal{S}} \rho \cdot \delta S \tag{A.22}$$

(care trebuie verificată de $\gamma(P)$ dacă $\mathcal{S}'' \equiv \mathcal{S}$, $\mathcal{S}' = \emptyset$) și

$$\oint_\Sigma (\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{F})\,\delta S = \int_{\mathcal{D}_\Sigma - \mathcal{S}} \boldsymbol{j}\,\delta v + \int_{\mathcal{S}} \boldsymbol{j}_s\,\mathrm{d}S \tag{A.23}$$

(care trebuie verificată de $g(P)$ dacă $\mathcal{S}' \equiv \Sigma$, $\mathcal{S}'' = \emptyset$) și deoarece circulațiile (A.21) rezultă din (A.18) dacă conturele Γ_s ale golurilor tubulare, care fac domeniul multiplu conex, aparțin integral părții $\mathcal{S}' \subset \Sigma$ pe care e dat $\boldsymbol{F}_t$.

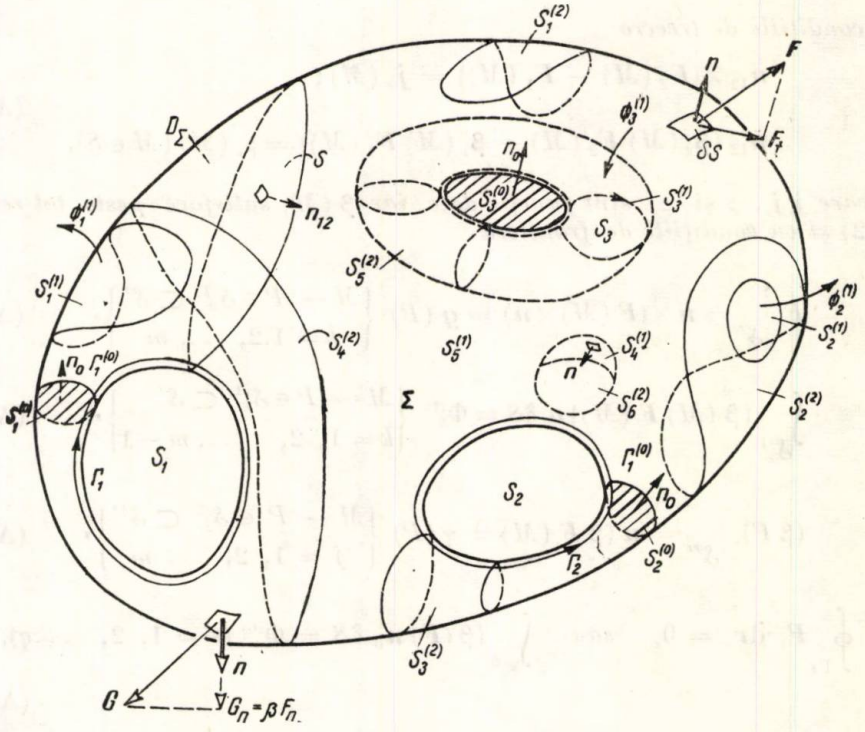


Fig. 1. — Domeniu multiplu conex pentru care se formulează teorema de unicitate a cîmpurilor vectoriale cuplate

$$\Sigma = \mathcal{S}' \cup \mathcal{S}'', \quad \mathcal{S}' \cap \mathcal{S}'' = \emptyset$$

$\mathcal{S}' = \bigcup_{k=1}^{m} \mathcal{S}_k^{(1)}$ ($\mathcal{S}_k^{(1)}$ disjuncte, sînt părțile frontierei Σ pe care se dă $\boldsymbol{F}_t$) ($m = 5$ în cazul figurii)

$\mathcal{S}'' = \bigcup_{j=1}^{m} \mathcal{S}_j^{(2)}$ ($\mathcal{S}_j^{(2)}$ disjuncte, sînt părțile frontierei Σ pe care se dă $G_n = (\beta \boldsymbol{F}_n)$ ($m = 6$ în cazul figurii)

$\mathcal{S}_1^{(0)}, \mathcal{S}_2^{(0)}, \ldots, \mathcal{S}_q^{(0)}$ tăieturi necesare transformării domeniului în unul simplu conex ($q = 3$ în cazul figurii).

Cu formulări particularizate pentru cîmpuri irotaționale, respectiv solenoidale, se obțin din teorema de mai sus teoremele de unicitate, ale cîmpului electrostatic, respectiv magnetostatic. Golurile excluse din D_Σ vor fi în aceste cazuri conductoarele echipotențiale prezentate în $\mathcal{D}_\Sigma$, respectiv circuitele închise perfect conductoare situate în $\mathcal{D}_\Sigma$.

ASUPRA UTILIZĂRII TEORIEI SIMILITUDINII PENTRU STUDIUL DESCĂRCĂRII CORONA

DE

G. DRĂGAN

Dată fiind complexitatea relațiilor de calcul, utilizarea teoriei similitudinii pentru studiul descărcării cărora prezintă avantaje deosebite.
Considerîndu-se ecuațiile generale ale descărcării corona, în lucrare se utilizează teorema π pentru stabilirea relațiilor criteriale care permit generalizarea studiilor efectuate pentru un caz asupra unor cazuri similare.
Luînd în considerare cazul particular al ecuației integrale al descărcării corona în ipoteza dependenței mobilității ionilor funcție de valoarea locală a intensității cîmpului electric, se determină relațiile de calcul adimensionale, luînd ca bază o serie de mărimi considerate independente. Aceste relații au permis obținerea unor interesante concluzii privind influența diferiților parametri.

1. INTRODUCERE

Relațiile de calcul pentru determinarea unor mărimi care caracterizează descărcarea corona, deduse pe cale teoretică [1]—[5], sînt complexe, iar calculele numerice sînt dificile. Pe de altă parte, încercările experimentale necesită o bază materială costisitoare. Din aceste considerente, generalizarea rezultatelor calculelor numerice sau ale încercărilor experimentale pentru alte condiții similare privind descărcarea corona este deosebit de utilă. Această generalizare se poate face pe baza teoriei similitudinii. Cu ajutorul teoriei similitudinii se pot construi modele fizice pentru studiul diferitelor fenomene. În prima parte a lucrării, considerîndu-se un caz general privind descărcarea corona fără condiții restrictive referitoare la forma, la poziția electrozilor și la mobilitatea ionilor, se aplică teorema π, cu ajutorul căreia funcția implicită de șapte mărimi fizice se reduce la o funcție implicită de trei termeni adimensionali. În partea a doua a lucrării se prezintă aplicarea teoriei similitudinii în cazul ecuației integrale a descărcării corona de curent alternativ, luîndu-se în considerație dependența mobilității de intensitatea locală a cîmpului electric.

În anexa 1, considerîndu-se relația generală privind descărcarea corona și stabilindu-se un număr de șapte criterii, se demonstrează că

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 129—143, 1971.

între aceste criterii există relaţii de corelaţie din care cauză trei mărimi fizice sînt derivate, ele putîndu-se exprima funcţie de mărimile fizice de bază. În anexa 2 se dau relaţiile de bază care rezultă din ecuaţia integrală a descărcării corona pentru trei situaţii caracteristice.

2. UTILIZAREA TEORIEI SIMILITUDINII PENTRU STUDIUL DESCĂRCĂRII CORONA ÎNTR-UN CAZ GENERAL

În cazul descărcării corona pentru un caz general indiferent de poziţia conductoarelor (doi cilindri coaxiali, doi conductori paraleli sau conductor-pămînt), se poate scrie următorul sistem de ecuaţii:

$$\varepsilon \operatorname{div} \bar{E} = \rho, \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \bar{J} = k \operatorname{div} \rho \bar{E} = 0, \tag{2}$$

unde

$$\bar{E} = -\nabla \varphi, \tag{3}$$

$$\bar{J} = \rho k \bar{E}. \tag{4}$$

Sistemul de ecuaţii (1) — (4) se aplică zonei active a descărcării corona; zona de ionizare, fiind foarte îngustă, se poate neglija. Este necesar să se precizeze că această ipoteză este acceptabilă în cazul descărcării corona unipolare staţionare; pentru alte cazuri, ipoteza se poate admite cu unele rezerve.

Se va presupune că mobilitatea ionilor k depinde de intensitatea locală a cîmpului electric.

Pe baza relaţiilor (1) — (5) se obţine o ecuaţie cu derivate parţiale de ordinul trei [1]:

$$\operatorname{div} (\nabla \varphi \Delta \varphi) = 0 \tag{5}$$

Dacă în cazul a doi electrozi coaxiali rezolvarea acestei ecuaţii, considerînd ipoteza lui Deutsch [4], nu întîmpină dificultăţi deosebite pentru descărcarea corona bipolară de curent continuu, dată fiind nesimetria cîmpului electric, soluţionarea problemei este dificilă; pentru aceasta se poate adopta fie metoda separării variabilelor [2], fie considerînd influenţa repartiţiei sarcinilor spaţiale în jurul unui conductor [1].

Date fiind dificultăţile de rezolvare, utilizarea similitudinii este deosebit de utilă.

Ecuaţia (5) se poate pune sub forma

$$\varphi (\xi, \varphi, \bar{J}, \varepsilon, \rho, \bar{E}, k) = 0, \tag{6}$$

unde ξ se referă la coorodonatele geometrice; relaţia (6) este valabilă pentru orice sistem de coordonate. Dată fiind forma ecuaţiei (6), se poate

aplica teorema π. Se ştie că, conform acestei teoreme, o funcţie implicită de mai multe mărimi fizice [6],

$$f(A_1, \ldots A_k, B_{k+1}, \ldots, B_n) = 0, \tag{7}$$

în care $A_1, \ldots, A_k$ reprezintă mărimi fundamentale, iar $B_{k+1} \ldots, B_n$ reprezintă mărimi derivate, se poate pune funcţia respectivă sub forma

$$f_1(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-k}) = 0, \tag{8}$$

unde $\pi_1, \ldots, \pi_{n-k}$ sînt numere adimensionale. Prin teorema π, determinarea legăturii dintre cele n mărimi fizice dimensionale se reduce la determinarea legăturii dintre n-k termeni adimensionali, ceea ce simplifică, evident, operaţiile de calcul sau cele experimentale.

În cazul ecuaţiei (6), patru mărimi fizice pot fi considerate ca mărimi de bază, iar celelalte trei mărimi derivate; în anexa 1 se arată criteriile de similitudine considerate şi relaţiile de dependenţă dintre aceste criterii. Primele patru mărimi, ξ, φ, $\bar{J}$, ε, se vor considera ca mărmi de bază.

Luînd în considerare un sistem de unităţi, relaţia (7) devine [6]:

$$f(a_1, \ldots, a_k, b_{k+1}, \ldots, b_n) = 0, \tag{9}$$

în care a_j, respectiv b_m reprezintă valorile numerice şi dimensionale ale mărimilor fizice A_j, respectiv B_m; ţinînd seama de relaţia de definiţie a mărimii π_m:

$$\pi_m = \frac{bm}{\prod_{i=1}^{i=k} a_i^{p_i}}, \tag{10}$$

rezultă următoarele relaţii pentru funcţia φ:

$$\varphi_1(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0, \tag{11}$$

unde

$$\pi_1 = \frac{\rho}{\bar{J}\xi^{-2}}; \quad \pi_2 = \frac{\bar{E}}{\varphi\xi^{-1}}; \quad \pi_3 = \frac{k}{j^2\bar{E}^{-1}\varphi^{-1}\varepsilon^{-1}}. \tag{12}$$

Verificarea caracterului adimensional al mărimilor π_1, π_2, π_3 se face uşor considerînd de exemplu, sistemul de unităţi MKSA.

Datorită relaţiei (11), determinată pe baza teoremei π, în loc să se stabilească legătura dintre cele 7 mărimi fizice dimensionale se stabilesc legături numai dintre 3 termeni adimensionali, ceea ce simplifică, evident, operaţiile de calcul sau cele experimentale.

Relaţiile deduse şi cele din anexa 1 au un caracter general; de altfel teorema π este indicată îndeosebi în cazul cînd relaţia de legătură dintre mărimile fizice considerate n-are un caracter explicit. Pentru relaţiile care ne dau direct unele mărimi fizice funcţie de alte mărimi, este adesea mai recomandabilă aplicarea directă a teoriei similitudinii prin stabilirea relaţiilor dintre mărimi adimensionale, cum ar fi, de exemplu, în cazul ecuaţiei integrale a descărcării corona.

3. UTILIZAREA TEORIEI SIMILITUDINII ÎN CAZUL ECUAŢIEI INTEGRALE A DESCĂRCĂRII CORONA

Aplicînd metoda componentelor mobile şi considerînd dependenţa mobilităţii ionilor funcţie de intensitatea locală a cîmpului electric, se deduc [3] relaţii de calcul privind valoarea locală a densităţii sarcinii electrice, a razei de deplasare a ionilor şi a tensiunii funcţie de sarcini şi de curenţi în cazul descărcării corona într-un cîmp cilindric coaxial; în anexa 2 se dau aceste relaţii.

Considerînd situaţia pentru care are loc o primă creştere a tensiunii sinusoidale aplicate conductorului, condiţiile de similitudine rezultă din scrierea relaţiilor sub formă adimensională. Se vor lua ca mărimi de bază raza conductorului r_0, sarcina electrică q_0 şi tensiunea U_n.

În aceste condiţii, relaţiile de mai sus devin:

a) în cazul cînd $k_0^2 < 1$:

$$\rho_\tau^* = \frac{\rho_\tau k}{\varepsilon_0 \omega} = \frac{\sqrt{r_0}\sin 2\varphi_0}{\sqrt{2\pi r_\tau r_0}\sqrt{\varepsilon_0}\left\{\frac{2}{A^* A_0}\sin 2\varphi_0[F(\varphi,k_0)-F(\varphi_0,k_0)]+\frac{\omega A^* A_0 \Delta\varphi}{2}\right\}}, \tag{13}$$

$$r_\tau^* = \sqrt[3]{\left\{1+\frac{3k^* k}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}}\frac{A^* A_0}{r_0^{3/2}}[E(\varphi,k_0)-E(\varphi_0,k_0)]\right\}^2}, \tag{14}$$

$$u_i^* = \frac{u_i}{u_m}\frac{q_M}{q_0}\cos\omega t + \ln\frac{r_{ex}-R}{r_0} + \frac{\sqrt{2}\,\pi\varepsilon_0 k^* k_0}{\omega q_0 (\pi\varepsilon_0 r_0)^{3/2}\ln\frac{R}{r_0}}$$

$$\left\{\frac{2q_0 q_M \cos 2\varphi_0 I_m}{q_0 A^* A_0 \omega^2}\left[\frac{\Gamma_0'\varphi_0')}{2}(\varphi-\varphi_0')^2+\frac{\Gamma_0''(\varphi_0')}{6}(\varphi-\varphi_0')^3+\dots\right]\right\}- \tag{15}$$

$$-\frac{2\sqrt{2\pi}\varepsilon_0 r_0^{3/2} q_M q_0 \cos 2\varphi_0}{2k^* k_0 q_0}\log\left\{1+\frac{3k^* k_0 A^* A_0}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}\, r_0^{3/2}}\cdot\right.$$

$$\left.[E(\varphi,k_0)-E(\varphi_0',k_0)]\right\}_{\varphi=\varphi_0'}^{\varphi=\varphi},$$

în care mărimile k* și A* sînt adimensionale, fiind egale cu

$$A^* = \frac{A}{A_0}, \quad \text{respectiv} \quad k^* = \frac{k}{k_0},$$

unde A_0, respectiv k_0 se exprimă funcție de mărimile de referință luate în considerare;

b) în cazul cînd $k_0^2 > 1$:

$$\rho_\tau^* = \frac{\rho_\tau k}{\varepsilon_0 \omega} = \frac{\sqrt{r_0}\sin\omega\tau}{\sqrt{2\pi r_\tau r_0}\, k\, k^* \left\{\sqrt{\frac{2q_0}{q_M q_0}}\sin\omega\tau[F(\alpha,\lambda)-F(\alpha_0,\lambda)+\sqrt{\frac{2q_0}{q_0 q_M}}\lambda^* q_0\cos\alpha\right\}},$$

unde $\lambda^* = \frac{\lambda}{q_0}$, (16)

$$u_i^* = \frac{u_i}{u_m} = \frac{q_M}{q_0}\cos\omega t + \ln\frac{r_{ex}-R}{r_0} + \frac{k^* k_0}{q_0\sqrt{2\pi\varepsilon r_0^{3/2}}\ln\frac{R}{r_0}} \cdot$$

$$\cdot\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{\Gamma'(\alpha_0')}{2}(\alpha-\alpha_0')^2 + \frac{\Gamma''(\alpha_0')}{6}(\alpha-\alpha_0')^3 + \cdots\right] + \frac{1}{a^* a_0 b^* b_0}(1 + a^* a_0 I_{10})\right\}, \quad (17)$$

unde

$$a^* = \frac{a}{a_0}; \qquad b^* = \frac{b}{b_0},$$

a_0 și b_0 exprimîndu-se funcție de mărimile de referință luate în considerare;

c) în cazul cînd $k_0' = 1$:

$$\rho_\tau^* = \frac{\sin 2\varphi_0}{\sqrt{2\pi r_\tau^* r_0}\sqrt{\varepsilon_0}\left[\frac{\sin\omega\tau}{\sqrt{2q_M^* q_0}}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{wt}{2}} + \sqrt{2q_M^* q_0}\cos\frac{\omega t}{2}\right.}, \quad (18)$$

$$u_i^* = \frac{q_M}{q_0}\ln\frac{R}{r_0} + \ln\frac{r_{ex}-R}{r_0} + \frac{k^* k_0}{q_0\sqrt{2\pi\varepsilon_0 r_0^{3/2}}\ln\frac{R}{r_0}}\left\{-\frac{2q_M^* q_0\sqrt{2q_M^* q_0}}{\omega a^* a_0}\times\right.$$

$$\times\cos\omega\tau\log\left[1 + a^* a_0\left(\sin\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega\tau}{2}\right)\right]\Bigg\} + \frac{\sqrt{2q_M^* q_0}\cos\omega\tau I_m^* I_m^0}{a^* a_0}\times$$

$$\times\left[2\ln\frac{\cos\frac{\omega t}{2}}{\cos\frac{\omega\tau_0}{2}} + \left|\sin\frac{\omega t}{2}\ln\frac{1+\sin\frac{\omega t}{2}}{1-\sin\frac{\omega t}{2}}\right|_{\tau_0}^{t}\right] + I_3^{*\prime} I_3', \quad (19)$$

unde

$$q_M^* = \frac{q_M}{q_0}, \qquad \text{iar} \qquad I_3^{*'} = \frac{I_3'}{I_{3_0}'}.$$

Relaţiile criteriale stabilite sînt susceptibile de anumite interpretări care prezintă interes.

În aceste relaţii apar raporturile adimensionale

$$\frac{\rho_\tau k}{\varepsilon_0 \omega}; \quad \frac{r_\tau}{r_0}; \quad \frac{q_M}{q_0},$$

a) Primul raport criterial, $\frac{\rho_\tau k}{\varepsilon_0 \omega} = \text{const}$, arată că în cazul modificării sarcinii spaţiale ρ_τ (de exemplu datorită modificării razei conductorului) este necesar să se modifice în mod corespunzător frecvenţa tensiunii aplicate.

În cazul cînd $k_0^2 < 1$, raportul $\frac{\sqrt{r_\tau^* r_0}}{A^* A_0}\sqrt{\varepsilon_0}$ care apare în expresia ρ_τ^* poate fi pus sub forma

$$\xi = \frac{\sqrt{r_\tau^* r_0}\sqrt{\varepsilon_0}}{2\sqrt{1 + \frac{q_M}{q_0}(\cos \omega t - \cos \omega \tau)}} \cdot \qquad (20)$$
$$\omega \Delta \varphi \sqrt{q_0}$$

Acest raport arată că o dată cu modificarea razei este necesar să se modifice şi frecvenţa, în care caz se păstrează condiţii criteriale pentru densitatea de sarcină. În cazul cînd $k_0^2 > 1$, ca şi în cazul cînd $k_0^2 = 1$, în expresia lui ρ_τ^* apar expresiile

$$\xi = \frac{\sqrt{r_\tau^* r_0}\sqrt{\varepsilon_0} k^* k}{\sqrt{q_M^* q_0}} = \text{const}, \qquad (21)$$

de unde rezultă că cu modificarea razei conductorului r_0 trebuie să apară o modificare corespunzătoare a sarcinii q_0.

Presupunîndu-se că se face un model, trebuie respectate următoarele rapoarte:

$k_0^2 < 1$:

$$\frac{\omega_{\text{real}}}{\omega_{\text{mod}}} = \sqrt{\frac{r_{0\,\text{real}}}{r_{0\,\text{mod}}}}\frac{\sqrt{q_{0\,\text{real}}}}{\sqrt{q_{0\,\text{mod}}}}; \qquad \frac{\sqrt{r_{0\,\text{real}}}}{\sqrt{r_{0\,\text{mod}}}} = \frac{\omega_{\text{real}}}{\omega_{\text{real}}}\frac{\sqrt{q_{0\,\text{mod}}}}{\sqrt{q_{0\,\text{real}}}}; \qquad (22)$$

$k_0^2 > 1$ sau $k_0^2 = 1$:

$$\frac{\sqrt{r_{0\,\text{real}}}}{\sqrt{r_{0\,\text{mod}}}} = \sqrt{\frac{q_{0\,\text{real}}}{r_{0\,\text{mod}}}} \frac{\sqrt{E_{0\,\text{real}}}}{\sqrt{E_{0\,\text{mod}}}}. \tag{23}$$

În expresia lui u_i^*, pentru $k_0^2 < 1$ apare raportul (considerîndu-se numai mărimi de referinţă)

$$\xi = \frac{r_0}{\sqrt[3]{\frac{(k^* k_0)^2}{\omega^4 q_0 \varepsilon_0}}} = \text{const}, \tag{24}$$

care arată că cu modificarea razei trebuie modificată frecvenţa şi în mod corespunzător intensitatea cîmpului electric. Pentru $k_0^2 > 1$ apare raportul

$$\xi = \frac{r_0}{\sqrt[3]{\frac{(k^* k_0)^2}{\varepsilon_0 q_0^2}}}, \tag{25}$$

în care caz intervine modificarea în mod corespunzător a intensităţii cîmpului electric şi a sarcinii electrice.

Rezultă că pentru cazul cînd ne referim la exprimarea tensiunii într-un sistem adimensional trebuie îndeplinite anumite condiţii, care în parte diferă de cele cu privire la condiţiile necesare privitoare la densitatea de sarcină fără ca aceste diferenţe să fie esenţiale. De menţionat de asemenea că în expresia lui ρ_τ^*, ca şi a lui u_i^*, apar termeni suplimentari, exprimaţi de asemenea adimensional, care modifică în oarecare măsură condiţiile criteriale menţionate. Luarea în considerare sau neglijarea acestor termeni trebuie făcută pentru fiecare caz concret în parte.

b) Raportul criterial $\frac{r_0}{r_\tau} = \text{const}$ arată că trebuie să fie respectate condiţiile privind raportul dintre raza conductorului şi raza r_τ, respectiv R. Luînd în considerare expresia lui u_i^*, se constată că intervin raporte $\frac{r_{ex}}{r_0}$ şi $\frac{r_0}{R}$, care sînt echivalente şi care au aceeaşi înterpretare fizică, şi anume că din punctul de vedere al condiţiilor de similitudine este necesar să existe acelaşi raport între raza conductorului interior şi raza conductorului exterior, deci o similitudine geometrică.

c) Raportul criterial $\frac{q_M}{q} = \text{const}$ arată că este necesar să se menţină acelaşi raport între sarcina totală şi sarcina de pe suprafaţa conductorului; acest raport criterial poate fi dedus ca o consecinţă a celorlalte raporturi criteriale menţionate mai sus.

La raporturile criteriale menţionate este necesar să se adauge de asemenea criteriul $\omega t = \text{const}$ al homocronositătii [7] şi care determină scara de timp pentru fiecare caz considerat.

În teoriile elaborate [8]—[11] privind utilizarea teoriei similitudinii pentru studiul descărcării carona se consideră că mobilitatea ionilor este independentă de intensitatea locală a cîmpului electric. Din aceste consideraţii, criteriile $\frac{\mu \varepsilon_0}{h_i^+ l_0}$ şi $\frac{k_+^i}{k_i^-}$ [8] practic se verificau indiferent de presiunea gazului. Cum se consideră că presiunea gazului este singurul parametru de care depindeau aceste criterii, în reprezentarea criterială a descărcării corona se renunţă la influenţa mobilităţii. În realitate, mobilităţile ionilor sînt dependente de intensitatea locală a cîmpului electric; neglijarea criteriilor de similitudine privind aceste mobilităţi nu e posibilă decît în cazul unui studiu în care se acceptă unele ipoteze simplificatoare.

Relaţiile prezentate mai sus se referă la un cîmp cilindric coaxial. Generalizarea rezultatelor obţinute pentru această configuraţie la o altă configuraţie (de exemplu două conductoare paralele sau un conductor şi pămînt) pe care o adoptă unii autori nu este corectă. În acest caz, presupunîndu-se mobilităţile ca fiind mărimi constante, se respectă în parte criteriul u_i^* şi cel al homocronositătii ($\omega t = \text{const}$), fără să se verifice similitudinea geometrică. Chiar dacă influenţa similitudinii geometrice este mai mică, îndeosebi pentru distanţe mari dintre conductoare sau conductor şi pămînt, neglijarea acestui criteriu nu este admisibilă, îndeosebi în cazul cînd se ţine seama de dependenţa mobilităţii ionilor de valoarea locală a intensităţii cîmpului electric; astfel, de exemplu, paralel cu nerespectarea similitudinii geometrice nu se respectă nici ciriteriul ρ_τ^*.

4. CONCLUZII

Pe baza teoriei similitudinii se poate face generalizarea calculelor analitice sau ale încercărilor experimentale privind descărcarea corona, pentru alte condiţii similare. Totodată, cu ajutorul teoriei similitudinii se pot construi modele fizice pentru studiul descărcării corona.

În cazul ecuaţiei descărcării corona sub forma generală fără condiţii restrictive privind forma electrozilor sau mobilitatea ionilor, utilizarea teoremei π prezintă avantajul reducerii acestei funcţii dependente de şapte mărimi fizice la o funcţie de trei termeni adimensionali. În acest mod, generalizarea unor rezultate pentru alte rezultate similari se simplifică mult.

Aplicarea teoriei similitudinii presupune că zona activă începe chiar de pe suprafaţa conductorului, ipoteză pe deplin acceptabilă în cazul descărcării corona staţionare; pentru descărcarea corona tranzitorie, adoptarea acestei ipoteze este discutabilă.

În cazul a două conductoare cilindrice coaxiale, considerînd dependenţa mobilităţii ionilor de intensitate locală a cîmpului electric, se pot stabili mai multe rapoarte criteriale (al homocronositătii, al similitudinii geometrice, raportul criterial al sarcinilor etc.), care permit să se determine influenţa diferiţilor parametri pentru diferite situaţii similare.

ANEXA 1

Se va considera sistemul de ecuații (1) — (4). Notînd cu indicele 0 mărimile de referință și cu s, mărimile pentru noul sistem se obțin următoarele criterii:

— criteriul geometric,

$$C_1 = \frac{x_0}{x_s} = \frac{y_0}{y_s} = \frac{z_0}{z_s}, \tag{A.1}$$

care se aplică pentru orice sistem de coordonate;

— criteriul privind intensitatea cîmpului electric,

$$C_2 = \frac{\bar{E}_0}{\bar{E}_s}; \tag{A.2}$$

— criteriul privind densitatea locală de sarcini electrice,

$$C_3 = \frac{\rho_0}{\rho_s}; \tag{A.3}$$

— criteriul privind mobilitatea purtărilor de sarcină,

$$C_4 = \frac{k_0}{k_s}; \tag{A.4}$$

— criteriul privind potențialul,

$$C_5 = \frac{\varphi_0}{\varphi_s}; \tag{A.5}$$

— criteriul privind densitatea de curent,

$$C_6 = \frac{\bar{J}_0}{\bar{J}_s}; \tag{A.6}$$

— criteriul privind permitivitatea dielectrică,

$$C_7 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_s}. \tag{A.7}$$

Considerînd mărimile de referinţă şi mărimile pentru noul sistem, se obţin sistemele de ecuaţii

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_0 \operatorname{div} \bar{E}_0 = \rho_0, \\ &\operatorname{div} \bar{J}_0 = k_0 \operatorname{div} \rho_0 \bar{E} = 0, \\ &\text{unde} \\ &\bar{E}_0 = -\nabla \varphi_0, \\ &\bar{J}_0 = \rho_0 k_0 \bar{E}_0; \end{aligned}\right\}, \quad (A8') \qquad \left.\begin{aligned} &\varepsilon_s \operatorname{div} \bar{E}_s = \rho_s, \\ &\operatorname{div} \bar{J}_s = k_s \operatorname{div} \rho_s \bar{E}_s = 0, \\ &\\ &\bar{E}_s = -\nabla \varphi_s, \\ &\bar{J}_s \rho_s k_s \bar{E}_s. \end{aligned}\right\}. \quad (A.8'')$$

Aceste relaţii atestă faptul că cele şapte criterii nu sînt independente. Pentru simplificare se va considera în sistem cartezian; trecerea la orice alt sistem de coordonate nu întîmpină dificultăţi, modificîndu-se numai criteriul C_1 pe baza relaţiilor de corespondenţă cunoscute. Ecuaţiile din sistemul de referinţă se scriu:

$$\varepsilon_0 \left(\frac{\partial E_{01}}{\partial x_0} + \frac{\partial E_{02}}{\partial y_0} + \frac{\partial E_{03}}{\partial z_0} \right) = \rho_0,$$

$$\frac{\partial j_{01}}{\partial x_0} + \frac{\partial j_{02}}{\partial y_0} + \frac{\partial j_{03}}{\partial z_0} = 0,$$

unde

$$\bar{E}_0 = -\left(\bar{i} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_0} + \bar{j} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y_0} + \bar{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z_0} \right).$$

Luînd în considerare criteriile (A.1), —(A.7), rezultă

$$\rho_0 = \frac{C_2 C_7}{C_1} \varepsilon_s \left(\frac{\partial E_{s1}}{\partial x_s} + \frac{\partial E_{s2}}{\partial y_s} + \frac{\partial E_{s3}}{\partial z_s} \right), \quad (A.9)$$

$$\operatorname{div} \bar{J}_0 = \frac{C_6}{C_1} \operatorname{div} \bar{J}_s = 0, \quad (A.10)$$

unde

$$\bar{E}_0 = -\frac{C_s}{C_1} \nabla \varphi_s, \quad (A.11)$$

$$\bar{J}_0 = C_2 C_3 C_4 \rho_s k_s \bar{E}_s. \quad (A.12)$$

Sistemul de ecuaţii (A.9) — (A.12) permite să se determine corelaţia dintre mărimile celor două sisteme. Totodată, acest sistem de ecuaţii determină dependenţa care există între criteriile (A.1) — (A.7).

Din ecuaţia (9A) se obţine

$$\rho_s = \frac{C_2 C_7}{C_3 C_1}\left(\frac{\partial E_{s1}}{\partial x_s} + \frac{\partial E_{s2}}{\partial y_s} + \frac{\partial E_{s3}}{\partial z_s}\right). \qquad (A.9')$$

de unde

$$\frac{C_2 C_7}{C_3 C_1} = 1. \qquad (A.13)$$

Din ecuaţia (11A) rezultă

$$\bar{E}_s = -\frac{C_s}{C_1 C_2}\nabla \varphi_s, \qquad (A.11')$$

de unde

$$\frac{C_s}{C_1 C_2} = 1. \qquad (A.14$$

Din ecuaţia (A.12) se obţine

$$\bar{J}_s = \frac{C_2 C_3 C_4}{C_6}\rho_s k_s \bar{E}_s, \qquad (A.12')$$

de unde

$$\frac{C_2 C_3 C_4}{C_6} = 1. \qquad (A.15)$$

Rezultă că din cele şapte criterii numai patru sînt independente, între aceste criterii existînd relaţiile corelaţie (A.13)—(A.15).

ANEXA 2

În ipoteza că se aplică conductorului o tensiune sinusoidală şi considerînd dependenţa mobilităţii ionilor funcţie de intensitatea locală a cîmpului electric, se deduc relaţii de calcul [3] cu privire la valoarea locală a densităţii locale, a densităţii sarcinii electrice, ρ_τ, a razei r_τ, care determină poziţia ionilor şi a tensiunii în cazul descărcării corona într-un cîmp cilindric coaxial.

Ecuaţia integrală obţinută se rezolvă considerîndu-se trei situaţii caracteristice posibile :

a) în cazul cînd

$$k_0^2 = \frac{2q_M}{q_0 + 2q_M \sin^2 \varphi_0} < 1, \tag{A.16}$$

unde τ reprezintă momentul de la care pleacă sarcinile spaţiale, q_0 sarcina electrică pe unitatea de lungime a conductorului $q_M^{\cos\omega t}$, sarcina totală activă pentru momentul t, şi $\varphi_0 = \frac{\omega\tau}{2}$, rezultă următoarele expresii pentru densitatea sarcinii electrice :

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\,\omega \sin 2\varphi_0}{\sqrt{2\pi r_\tau}\, k\left\{\frac{2}{A}\sin 2\varphi_0 \left[F(\varphi, k_0) - F(\varphi_0, k_0)\right] + \frac{\omega A\,\Delta\varphi}{2q_M}\right\}}. \tag{A.17}$$

Valoarea razei r_τ, care determină poziţia ionilor plecaţi în momentul τ de pe suprafaţa conductorului la un moment oarecare t al timpului, este

$$r_\tau = \sqrt[3]{\left\{r_0^{3/2} + \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\,\varepsilon_0}} A\left[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0, k_0)\right]\right\}^2}. \tag{A.18}$$

Tensiunea u_t funcţie de curent şi sarcină va fi

$$u_t = \frac{q_M \cos\omega t}{2\pi\,\varepsilon_0} \ln\frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_{ex}}{r_0} + \frac{k}{\sqrt{2}\,\omega\,(\pi\varepsilon_0 r_0)^{3/2}}\left\{\frac{2q_M \cos 2\varphi_0 I_M}{A\omega^2}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left[\frac{\Gamma_0'(\varphi_0')}{2}(\varphi - \varphi_0')^2 + \frac{\Gamma_0''(\varphi_0')}{6}(\varphi - \varphi_0')^3 + \ldots\right]\right\} - \tag{A.19}$$

$$- \frac{2\sqrt{2\pi}\,\varepsilon_0 r_0^{3/2}\, q_M \cos 2\varphi_0}{3k} \log\left\{1 + \frac{3kA}{2\sqrt{2\pi\varepsilon_0}\, r_0^{3/2}}\left[E(\varphi, k_0) - E(\varphi_0', k_0)\right]\right\}_{\varphi=\varphi_0'}^{\varphi=\varphi}.$$

În aceste relaţii avem

$$\varphi = \frac{\omega t}{2};\quad \Delta\varphi = \sqrt{1 - k_0^2 \sin^2\varphi};\quad A = \frac{2}{\omega\Delta\varphi}\sqrt{q_0 + q_M(\cos\omega t - \cos\omega\tau)},$$

$$E(\varphi, k_0) = \int_0^{\varphi}\sqrt{1 - k_0^2\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi;\quad E(\varphi_0, k_0) = \int_0^{\varphi_0}\sqrt{1 - k_0^2\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi - \text{inte-}$$

grale eliptice de speţa a doua,

$F(\varphi\, k_0) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}$; $F(\varphi_0, k_0) = \int_{\varphi}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}$ — integrale eliptice de primă speţă,

I_m — amplitudinea curentului ce trece prin conductor,
r_0 — raza conductorului,
R — raza cilindrului exterior,
$\Gamma_0'(\varphi_0')$; $\Gamma_0''(\varphi_0')$ etc. — expresii care rezultă din dezvoltarea funcţiei de sub semnul unei integrale;

b) în cazul cînd

$$k_0^2 > 1, \tag{A.20}$$

se obţine pentru densitatea de sarcină spaţială

$$\varrho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\, \omega \sin \omega\tau}}{\sqrt{2\pi r_\tau}\, k \left\{ \sqrt{\frac{2}{q_M}} \sin \omega\tau \,[F(\alpha, \lambda) - F(\alpha_0, \lambda)] + \sqrt{\frac{2}{q_M}}\, \lambda \cos\alpha \right\}}, \tag{A.21}$$

unde

$$\lambda^2 = \frac{q_0 + 2q_M \sin^2 \frac{\omega\tau}{2}}{2q_M}. \tag{A.22}$$

Tensiunea u_t este dată de relaţia

$$u_t = \frac{q_M \cos \omega t}{2\pi\, \varepsilon_0} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\, \varepsilon_0} \ln \frac{r_{ex}}{r_0} + \frac{k}{(2\pi\, \varepsilon_0 r_0)^{3/2}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\Gamma'(\alpha_0')}{2} (\alpha - \alpha_0')^2 + \right. \right. \tag{A.23}$$

$$\left. \left. + \frac{\Gamma''(\alpha_0')}{6} (\alpha - \alpha_0')^3 + \ldots \right] + \frac{1}{ab} \log (1 + a I_{10}) \right\},$$

unde

$$\alpha = \arcsin \left[\frac{1}{\lambda} \sin \frac{\omega t}{2} \right]; \quad \alpha_0' = \arcsin \left[\frac{1}{\lambda} \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \right],$$

$$a = \frac{3k}{2\sqrt{2\pi\, \varepsilon_0 r_0^{3/2}}}; \quad b = \frac{2\sqrt{2q_M}\, \lambda^2}{\omega}; \quad I_{10} = b \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{\cos^2 \alpha\, d\alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}};$$

c) în cazul cînd

$$k_0' = 1, \tag{A.24}$$

expresia densităţii de sarcină spaţială este

$$\rho_\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}\,\omega \sin \omega\tau}{\sqrt{2\pi}\, r_\tau k \left[\frac{\sin \omega\tau}{\sqrt{2q_M}} \ln \frac{1 + \sin \frac{\omega t}{2}}{1 - \sin \frac{\omega t}{2}} + \sqrt{2q_M} \cos \frac{\omega t}{2} \right]}. \tag{A.25}$$

Expresia razei r_τ este dată de relaţia

$$r_\tau = \sqrt[3]{r_0^{3/2} + \frac{3k\sqrt{q_M}}{\omega\sqrt{\pi\varepsilon_0}} \left[\sin \frac{\omega t}{2} - \sin \frac{\omega\tau}{2} \right]}, \tag{A.26}$$

iar tensiunea u_t de relaţia

$$u_t = \frac{q_M \cos \omega t}{2\pi\,\varepsilon_0} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{q_0}{2\pi\,\varepsilon_0} \ln \frac{r_{ex}}{r_0} + \frac{k}{(2\pi\,\varepsilon_0\, r_0)^{3/2}} \left\{ - \frac{2q_M\sqrt{2q_M} \cos \omega\tau}{\omega a} \times \right.$$

$$\times \log \left[1 + a \left(\sin \frac{\omega t}{2} - \sin \frac{\omega\tau}{2} \right) \right] + \frac{\sqrt{2q_M} \cos \omega\tau\, Im}{a\omega} \left[2 \ln \frac{\cos \frac{\omega t}{2}}{\cos \frac{\omega\,\tau_0}{2}} + \right.$$

$$\left. \left. + \left| \sin \frac{\omega t}{2} \ln \frac{1 + \sin \frac{\omega t}{2}}{1 - \sin \frac{\omega t}{2}} \right|_{\tau_0}^{t} \right] + I_3', \tag{A.27}$$

unde I_3' este o expresie care rezultă din dezvoltarea în serie a unei expresii de sub semnul integral.

BIBLIOGRAFIE

1 G. DRĂGAN *Sur l'effet couronne de courant continu dans le cas de deux conducteurs paralèles*, Rev. roum. sci. tech. electr. énerg., **15**, *2*, 203 — 214 (1970).

2 G. DRĂGAN, *Contribution à l'étude de l'effet de courrone bipolaire de courant continu*, Rev. roum. sci. tech. electr. énerg., **14**, *3*, 345—357 (1969).

3 G. DRĂGAN, *Asupra ecuaţiei integrale a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial*, St. cerc. energ. Electr. **18**, *1*, 85—98 (1968).

4 W. Deutsch, *Über die Dichteveteilung unipolarer Ionenströme*, Annalen der Physik, *16*, 588 (1933).

5 L. E. Ţirlin, *Nekotorte voprost matematiceskoi teorii koronnogo razriada pri postoiannom napriajenii*, J T F , *26*, 11, 2524 (1956).

6 Al. A. Vasilescu *Analiza dimensională şi teoria similitudinii*, Edit. Academiei, Bucureşti, 1969.

7 V. M. Kirpicev, *Teoria podobiia*, Izd. AN SSSR, Moscova, 1953.

8 G. N. Alexandrov, *Coronnti razread na liniah elektroperedaci*, Izd. tvo, „Energhia", Moskva, 1964.

9 N.N. Tihodeev, *Criterialnte sootnoşenia v teorii coronnt*, Electriciestvo, nr. *4*, 25 (1957),

10 A. V. Vorobiev, N. N. Tihodeev, *O fiziceskom modelirovanii harakteristic coronnt*, JTF, *25*, 11, 2008 (1955).

11 N. G. Alexandrov, *Obobşcenie harakteristic obşciei coronnt na rasşcieplennih provodah linii elektroperedaci s pomoşciu teorii podobia*, Mejvuzovskaia naucinaia Konferenţia po fiziceskogo i matematicieskogo modelirovania, MEI, F — 27, Moskva, 1959.

STUDIUL UNUI CONCENTRATOR DE CÎMP PENTRU FORMAREA ELECTROMAGNETICĂ

DE

CEZAR FLUERAŞU

583.3; 621.3.011

În lucrare se studiază cîmpul magnetic dintr-un concentrator de cîmp utilizat la formarea electromagnetică. Se dau diagrame pentru calculul repartiţiei cîmpului magnetic pe suprafaţa piesei de prelucrat şi pentru calculul forţelor exercitate asupra acesteia.

1. INTRODUCERE

Formarea electromagnetică este un procedeu de prelucrare a metalelor prin deformare plastică la rece sub acţiunea forţelor electrodinamice exercitate asupra unei piese situate într-un cîmp magnetic foarte intens, rapid variabil în timp. O instalaţie de formare electromagnetică este alcătuită, în principiu, dintr-o baterie de condensatoare C care se descarcă printr-o bobină B, numită bobină de formare (fig. 1). Între bobina de formare şi piesa de prelucrat P se exercită forţe de repulsie. Dacă eforturile unitare din piesă depăşesc limita de curgere a materialului, acesta se va deforma plastic, luînd forma dorită. În acest scop este necesar ca pe suprafaţa piesei inducţia magnetică să atingă valori suficient de mari (de ordinul zecilor de Tesla).

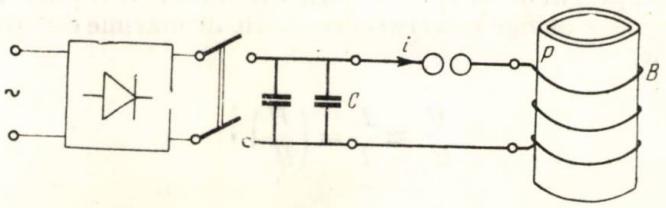


Fig. 1. — Principiul formării electromagnetice.

După cum se observă, asupra bobinei de prelucrat se exercită forţe comparabile cu cele exercitate asupra piesei de prelucrat. Acest fapt

impune utilizarea unor bobine foarte robuste. Există și altă posibilitate, și anume folosirea unor bobine destinate unei singure utilizări. Aceste bobine sînt ieftine, fiind realizate din conductor obișnuit de bobinaj, sînt foarte ușor de executat, însă această soluție nu poate fi luată în considerare în cazul unei producții de serie.

O soluție intrată curent în uz care permite reducerea solicitărilor mecanice ale bobinei concomitent cu creșterea inducției magnetice și deci a forțelor exercitate asupra unor porțiuni bine determinate din suprafața piesei de prelucrat consistă în utilizarea *concentratoarelor de cîmp*. Acestea sînt realizate din piese metalice masive prevăzute cu o tăietură radială. Bobina de formare înconjură concentratorul, iar în deschi-

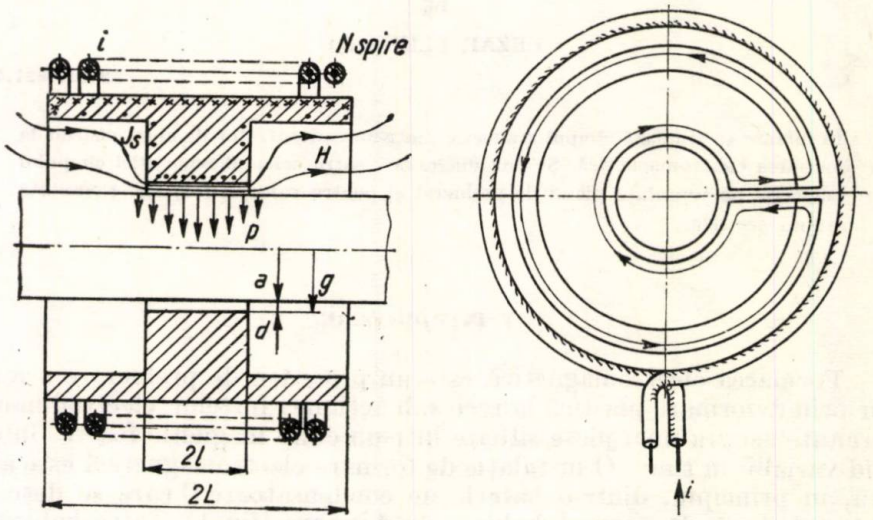


Fig. 2. — Concentrator de cîmp magnetic.

derea interioară a acestuia se introduce piesa de prelucrat. Curentul din bobina de formare induce în concentrator un curent practic egal și de sens contrar cu solenația inductoare. Tăietura radială din concentrator obligă curenții induși să se închidă prin suprafața interioară a acestuia, în special prin pragul de lungime $2\,l$. În dreptul acestui prag, intensitatea cîmpului magnetic atinge valori al căror ordin de mărime este dat de relația aproximativă

$$\frac{H}{H_0} \approx \frac{L}{l} = \left(\frac{H}{H_0}\right)_0, \tag{1.1}$$

în care

$$H_0 = \frac{Ni}{2L} \tag{1.2}$$

reprezintă cîmpul creat de aceeași bobină parcursă de același curent în absența concentratorului.

Calculul exact al cîmpului magnetic dintr-un astfel de concentrator prezintă dificultăţi, care provin din complexitatea configuraţiei geometrice. Din acest motiv, lucrările apărute pînă în prezent se limitează la utilizarea unor metode elementare, bazate pe aproximarea formei liniilor de cîmp [2]. În lucrarea de faţă se încearcă determinarea acestui cîmp cu aproximări mai bune decît cele actuale.

2. MODELUL TEORETIC

O aproximare care simplifică mult calculele fără a afecta sensibil precizia rezultatelor constă în a adopta pentru piesa de prelucrat şi pentru concentrator modelul corpului *perfect conductor*. În acest caz, repartiţia curenţilor induşi este strict superficială, iar liniile de cîmp magnetic sînt tangente la suprafeţele corpurilor conductoare. Această aproximare este justificată de faptul că, datorită duratei reduse a descărcării bateriei de condensatoare şi vitezei mari de variaţie a mărimilor de stare ale cîmpului, acesta pătrunde în conductoare pe o adîncime foarte mică (fracţiuni de milimetru). De asemenea se va neglija influenţa tăieturii radiale. Se va presupune regimul cuasistaţionar.

În principiu, determinarea cîmpului electromagnetic va conduce, ţinînd seama de cele de mai sus, la o ecuaţie de tip Laplace a potenţialului magnetic scalar, cu condiţii la limită de tip Neumann care exprimă anularea derivatei potenţialului după direcţia normalei la suprafaţa pieselor conductoare.

O metodă simplă de studiu constă în modelarea electrocinetică în cuva electrolitică sau pe reţele de modelare discrete.

În lucrarea de faţă prezintă două metode de rezolvare analitică a problemei, bazate pe următoarele două modele teoretice :

a) *Modelul teoretic plan-paralel.* Datorită faptului că valorile cîmpului în dreptul pragului concentratorului sînt puţin afectate de curbură, se poate utiliza un model teoretic plan-paralel, reprezentat printr-o secţiune radială în concentrator. Pentru a se uşura studiul cu ajutorul re-

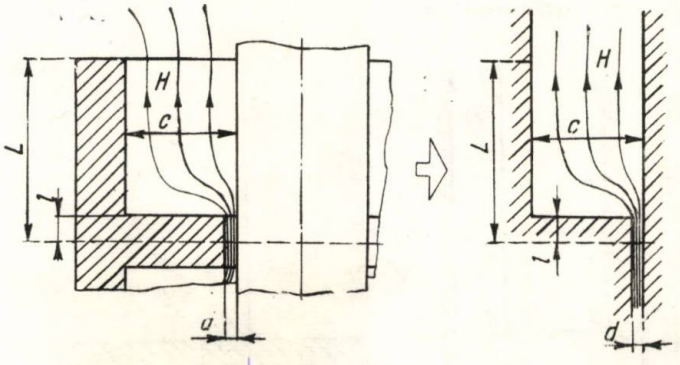


Fig. 3. — Modelul teoretic plan-paralel.

prezentării conforme, s-a adoptat un model teoretic de lungime infinită. Erorile comise prin aceasta sînt analizate mai jos.

b) *Modelul teoretic cu simetrie de rotație.* În scopul aprecierii influenței curburii se va studia și un model teoretic cu simetrie de rotație. În acest model teoretic se admite că, în interstițiul dintre pragul concentratorului și piesa de prelucrat, cîmpul magnetic este uniform. Datorită fap-

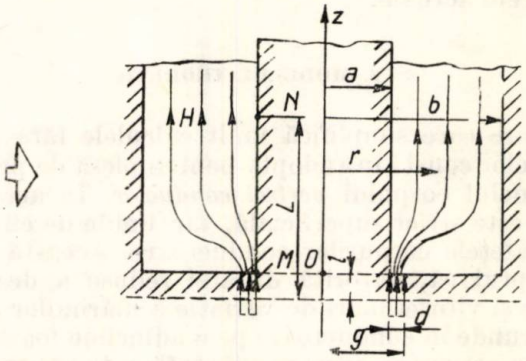


Fig. 4. — Modelul teoretic cu simetrie de rotație.

tului că pe această cale nu se poate determina repartiția cîmpului magnetic din acest interstițiu, rezultatele obținute vor fi utilizate numai la verificarea valabilității modelului teoretic plan — paralel.

3. STUDIUL ÎN APROXIMAȚIA MODELULUI TEORETIC PLAN-PARALEL

3.1. Reprezentarea conformă

Cîmpul magnetic în modelul teoretic plan — paralel poate fi determinat prin reprezentarea conformă a domeniului pe semiplanul superior al variabilei complexe ζ. Funcția care realizează această transformare este următoarea :

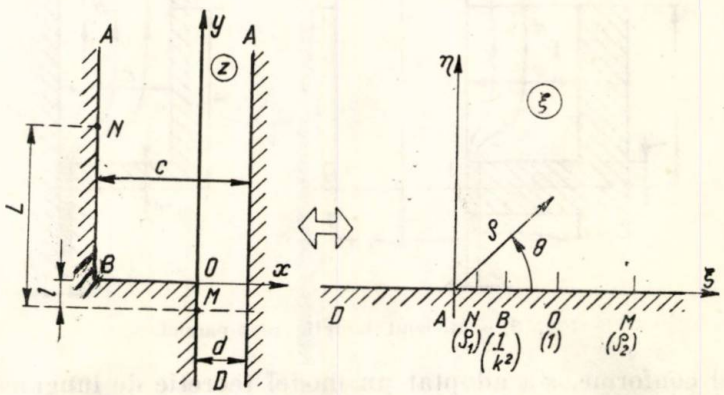


Fig. 5. — Reprezentarea conformă.

$$z = \frac{1}{j\pi}\left[d \ln \frac{1 + c\sqrt{\frac{\zeta - 1}{c^2\zeta - d^2}}}{1 - c\sqrt{\frac{\zeta - 1}{c^2\zeta - d^2}}} - c \ln \frac{1 + d\sqrt{\frac{\zeta - 1}{c^2\zeta - d^2}}}{1 - d\sqrt{\frac{\zeta - 1}{c^2\zeta - d^2}}} \right]. \tag{3.1}$$

Introducînd notaţiile

$$\boxed{X = \frac{x}{d}; \qquad Y = \frac{y}{d}; \qquad k = \frac{c}{d}; \qquad m = \frac{L}{d}; \qquad n = \frac{l}{d}.} \tag{3.2}$$

relaţia (3.1) devine

$$Z = X + jY = \frac{1}{j\pi} \underline{\Psi}(\zeta | k), \tag{3.3}$$

unde

$$\underline{\Psi}(\zeta | k) = \Psi_r(\rho, \theta | k) + j\Psi_i(\rho, \theta | k) = \ln \frac{1 + \underline{\Phi}}{1 - \underline{\Phi}} - k \ln \frac{k + \underline{\Phi}}{k - \underline{\Phi}} \tag{3.4}$$

este o funcţie complexă de variabila complexă

$$\underline{\Phi}(\zeta | k) = \underline{\Phi}(\rho, \theta | k) = \sqrt{\frac{\zeta - 1}{\zeta - \frac{1}{k^2}}}. \tag{3.5}$$

3.2. Determinarea spectrului cîmpului

Ecuaţiile parametrice ale familiilor de linii de cîmp şi echipotenţiale sînt următoarele :

$$\boxed{X = X(\rho, \theta | k = \frac{1}{\pi} \Psi_i(\rho, \theta | k),} \tag{3.6}$$

$$\boxed{Y = Y(\rho, \theta | k) = \frac{-1}{\pi} \Psi_r(\rho, \theta | k).} \tag{3.7}$$

Din aceste ecuaţii, liniile de cîmp se obţin pentru $\theta =$ const, iar liniile echipotenţiale rezultă în cazul $\rho =$ const.

Spre exemplificare, în figura 6 *a* este prezentat spectrul cîmpului în cazul $k = 20$, iar în figura 6 *b* s-a reprezentat separat zona din vecinătatea pragului concentratorului. Spectrul cîmpului din această zonă este

puțin afectat de valorile coeficientului k. Pe baza acestui spectru se poate analiza calitativ eroarea comisă prin adoptarea modelului teoretic de lungime infinită, după cum se va arăta mai jos.

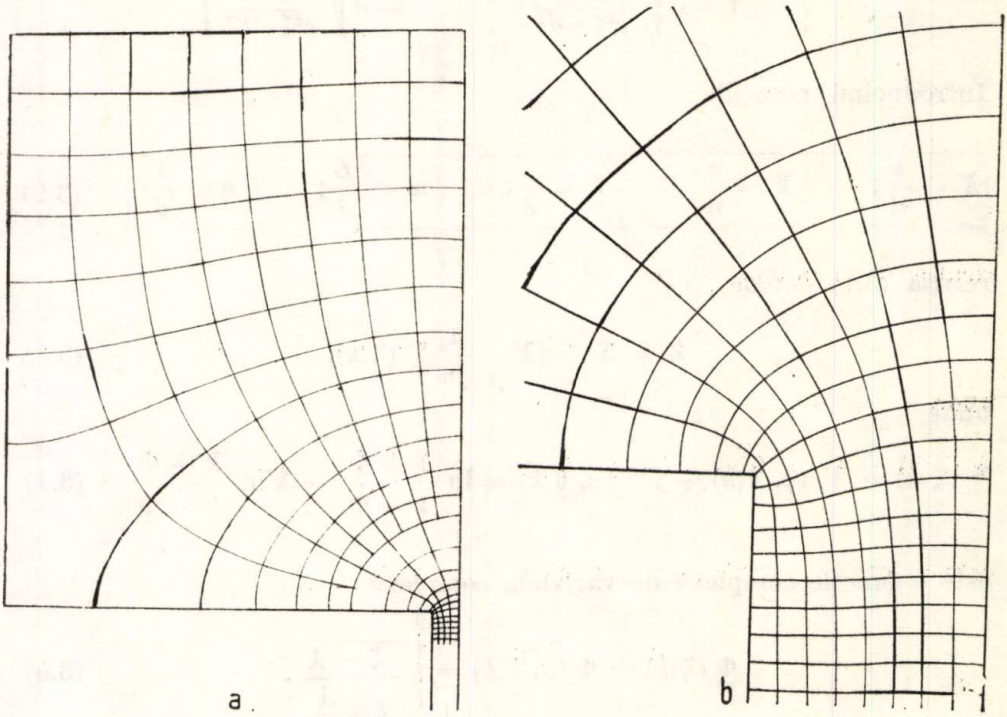


Fig. 6. — Spectrul cîmpului în cazul $k = 20$.

3.3. Determinarea intensității cîmpului magnetic.

În planul complex ζ se poate defini un potențial complex:

$$W(\zeta) = jV_0 \ln \zeta = U + jV, \tag{3.8}$$

$$U = -V_0\,\theta\,;\; V = V_0 \ln \rho, \tag{3.9}$$

în care V_0 este o constantă reală. Liniile $U = \text{const}$ reprezintă liniile de cîmp, iar liniile $V = \text{const}$ liniile echipotențiale.

Intensitatea cîmpului magnetic este dată de relația

$$H_{c_z} = H_x + jH_y = \left[\mathrm{j}\,\frac{\mathrm{d}W(\zeta)}{\mathrm{d}\zeta}\,\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}z}\right]^*. \tag{3.10}$$

Se obține

$$H_{c_z} = \mathrm{j}\,\frac{\pi V_0}{d}\,\frac{1}{\Phi^*}. \tag{3.11}$$

Pe suprafaţa piesei de prelucrat ($\theta = \pi$), cîmpul este tangenţial şi are intensitatea

$$H = \frac{\pi V_0}{d} \frac{1}{\Phi(\rho, \pi | k)}. \tag{3.12}$$

Pentru determinarea constantei V_0 se impune condiţia ca tensiunea magnetică dintre punctele M şi N (fig. 5) să reprezinte jumătate din solenaţia inductoare. Evident, se obţine o valoare aproximativă, dar erorile sînt relativ mici, datorită faptului că în interstiţiul dintre pragul concentratorului şi piesă cîmpul devine relativ repede uniform, iar în zona dinspre capătul concentratorului cîmpul este relativ slab şi căderea de tensiune magnetică în lungul concentratorului e relativ mică. Rezultă

$$V_0 = \frac{Ni}{2} \frac{1}{\ln \frac{\rho_1}{\rho_2}}, \tag{3.13}$$

unde mărimile ρ_1 şi ρ_2 sînt soluţiile ecuaţiilor

$$\rho_1 \Rightarrow Y(\rho_1, 0 | k) = -n, \tag{3.14}$$

$$\rho_2 \Rightarrow Y(\rho_2, 0 | k) = m - n \tag{3.15}$$

şi pot fi determinate, în principiu, printr-o metodă grafică (fig. 7).

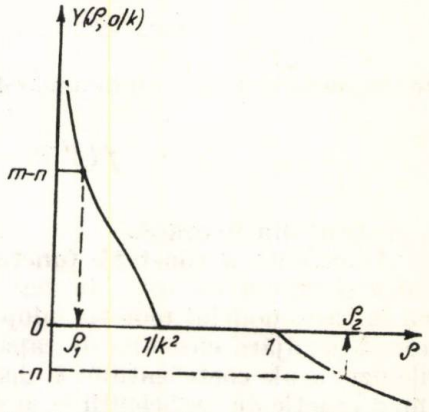


Fig. 7. — Determinarea mărimilor ρ_1 şi ρ_2.

Raportînd intensitatea cîmpului magnetic la valoarea de referinţă H_0, se obţine cu notaţiile din relaţiile (1.1) şi (1.2),

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{H}{H_0}\right)_0 \frac{\pi n}{\Phi(\rho, \pi | k) \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}}. \tag{3.16}$$

În această expresie, argumentul ρ al funcţiei Φ depinde de coordonata Y prin relaţia

$$\rho \Rightarrow Y(\rho, \pi | k) = Y. \tag{3.17}$$

Pe această cale, rezultatele pot fi exprimate în funcţii de coordonata Y, obţinîndu-se relaţia

$$\boxed{\frac{H}{H_0} = \left(\frac{H}{H_0}\right)_0 k_H(Y | k, m, n).} \tag{3.18}$$

Raportul $\left(\frac{H}{H_0}\right)_0$ reprezintă valoarea relativă a intensității cîmpului magnetic în dreptul pragului concentratorului în situația idealizată în care întregul curent indus se închide prin fața interioară a acestuia. Coeficientul k_H are valori subunitare și exprimă faptul că, în realitate, intensitatea cîmpului magnetic are valori mai mici decît cea de mai sus. Acest coeficient poate fi prezentat sub forma

$$\boxed{k_H(Y|k, m, n) = k_{H_0}(k, m, n) \cdot f(Y|k),} \tag{3.19}$$

în care mărimea

$$\boxed{k_{H_0}(k, m, n) = \frac{\pi n}{\ln \frac{\rho_1}{\rho_2}}} \tag{3.20}$$

este un coeficient care nu depinde de coordonata Y, iar funcția

$$f(Y|k) = \frac{1}{\Phi(\rho(Y), \pi|k)} \tag{3.21}$$

are graficul din figura 8.

După cum se constată, funcția f depinde puțin de valorile coeficientului k și numai în zona de mai mic interes în care cîmpul este slab, zonă în care modelul teoretic adoptat nu dă, de altfel, rezultate corecte, datorită neglijării efectului de capăt. Se poate deci afirma că, pentru valorile uzuale ale coeficientului k, distribuția cîmpului magnetic nu depinde în mod practic de coeficienții k, m și n și este determinată de către funcția f, corespunzătoare unei valori medii a coeficientului k, iar intensitatea cîmpului magnetic se obține prin amplificarea ordonatelor acestei funcții cu coeficientul k_{H0}, care ține seama de configurația geometrică a concentratorului.

Acest coeficient poate servi la aprecierea eficienței concentratorului, definită ca raportul dintre intensitatea cîmpului magnetic din planul median al pragului și valoarea sa ideală dată de relația (1.1).

Deoarece presiunea exercitată asupra piesei are expresia

$$p = \frac{\mu_0 H^2}{2}, \tag{3.22}$$

distribuția sa rezultă din relația

$$\boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \left(\frac{H}{H_0}\right)_0^2 \cdot k_H^2,} \tag{3.23}$$

unde

$$p_0 = \frac{\mu_0 H_0^2}{2} \tag{3.24}$$

reprezintă presiunea exercitată în absența concentratorului.

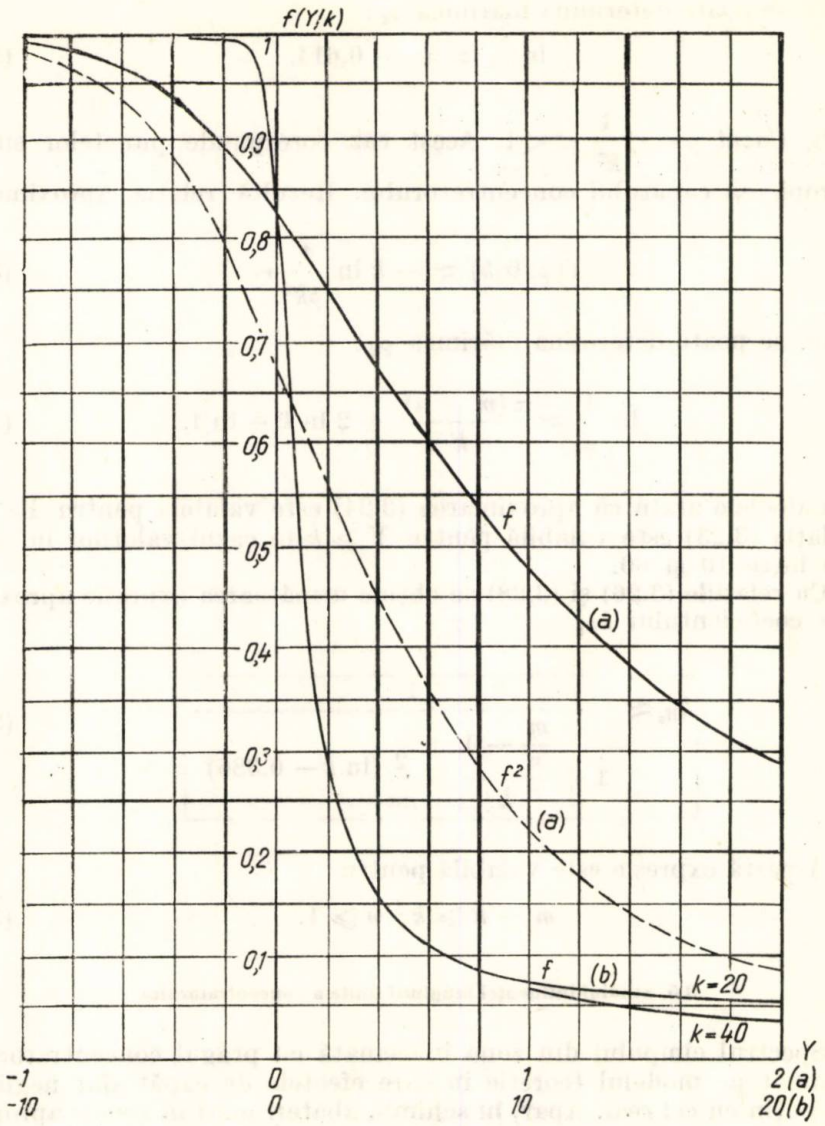


Fig. 8. — Graficele funcţiunilor $f(Y|k)$ şi $f^2(Y|k)$.

3.4. Formule de aproximare

a) *Cazul* $\rho >> 1$. Acest caz corespunde punctelor situate relativ adînc în interstiţiul dintre pragul concentratorului şi piesă. Se obţine relaţia aproximativă

$$Y(\rho, 0|k) \approx \ln 4\rho - 2, \tag{3.25}$$

din care se poate determina mărimea ρ_1:

$$\ln \rho_1 \approx \pi n + 0{,}614. \tag{3.26}$$

b) *Cazul* $\rho << \frac{1}{k^2} << 1$. Acest caz corespunde punctelor situate în apropierea capătului concentratorului. Rezultă relația aproximativă

$$Y(\rho, 0\,|k) \approx -k \ln \frac{4}{\rho k^2}, \tag{3.27}$$

din care se poate determina mărimea ρ_2:

$$\ln \frac{1}{\rho_2} \approx \frac{\pi (m-n)}{k} + 2 \ln k - \ln 4. \tag{3.28}$$

Calculele arată că aproximarea (3.24) este valabilă pentru $Y \leqslant -1$, iar relația (3.23) este valabilă pentru $Y \geqslant k$ în cazul valorilor lui k cuprinse între 10 și 60.

Cu relațiile (3.26) și (3.28) se obține următoarea expresie aproximativă a coeficientului k_{H_0}

$$\boxed{k_{H_0} \approx \frac{1}{1 + \frac{\frac{m}{n} - 1}{k} + \frac{2}{\pi n} (\ln k - 0{,}386)}}. \tag{3.29}$$

Această expresie este valabilă pentru

$$m - n \geqslant k\,;\; n \geqslant 1. \tag{3.30}$$

3.5. Studiul influenței lungimii finite a concentratorului

Spectrul cîmpului din zona învecinată cu pragul concentratorului, determinat pe modelul teoretic în care efectele de capăt sînt neglijate, diferă puțin cu cel real. Apar, în schimb, abateri mari în zonele apropiate de capătul concentratorului. Acest fapt nu prezintă importanță prea mare din acest punct de vedere, deoarece afectează numai zonele de mai mic interes în care cîmpul este slab.

O apreciere calitativă poate fi făcută pe baza figurii 6 *b*, care, fiind practic independentă de coeficientul k, poate reprezenta și spectrul cîmpului în vecinătatea capătului concentratorului dacă lungimea $(L-l)$ este suficient de mare în raport cu coordonata C. Combinînd figura 6 *a* cu 6 *b*, s-ar putea obține, în principiu; spectrul complet al cîmpului cu considerarea efectului de capăt. În realitate, calculele sînt dificil de efectuat, ceea ce a impus adoptarea modelului teoretic în care efectele de capăt sînt neglijate.

O eroare care însă poate afecta valorile cîmpului din dreptul pragului concentratorului apare la determinarea constantei V_0. În scopul estimării acestei erori se vor studia comparativ (fig. 9) un cîmp uniform și cîmpul din vecinătatea unui colț, făcîndu-se abstracție de existența pragului. Considerînd că cele două tuburi de flux sînt parcurse de fluxuri

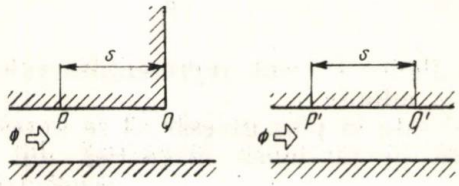


Fig. 9. — Studiul influenței lungimii finite a concentratorului.

egale, se va determina poziția unui punct P situat astfel încît tensiunea magnetică dintre el și colțul Q să difere de cea calculată în lungul aceleiași distanțe, însă în cîmp uniform, cu o valoare dată ε_v,

$$\frac{U_{m_0}}{U_m} = 1 - \varepsilon_v . \tag{3.31}$$

În acest scop se transformă conform domeniul considerat pe semiplanul superior

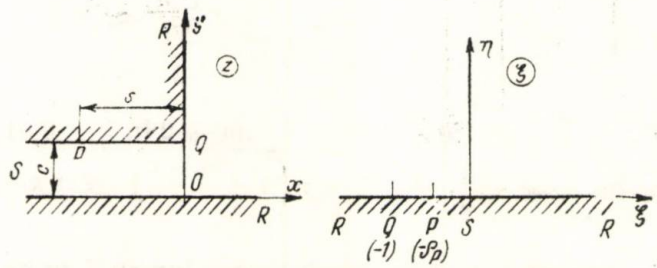


Fig. 10. — Transformarea conformă pentru studiul cîmpului în vecinătatea unui colț.

$$z = \frac{c}{\pi}\left[2\sqrt{\zeta + 1} + \ln\frac{\sqrt{\zeta + 1} - 1}{\sqrt{\zeta + 1} + 1}\right]. \tag{3.32}$$

Tensiunea magnetică dintre punctele P și Q este

$$U_m = V_{mP} - V_{mQ} = V_0 \ln \rho_P , \tag{3.33}$$

iar tensiunea magnetică de referință

$$U_{m_0} = V_0 \frac{\pi s}{c} \tag{3.34}$$

Deoarece $\rho_P << 1$, rezultă relațiile de aproximare

$$1 - \varepsilon_v \approx \frac{\ln \frac{4}{\rho_P} - 2}{\ln \frac{1}{\rho_P}}; \quad \frac{s}{c} \approx \frac{1}{\pi}\left[\ln \frac{4}{\rho_P} - 2\right]. \tag{3.35}$$

În figura 11 sînt reprezentate valorile raportului $\frac{s}{c}$ în funcție de eroarea ε_v admisă.

Mai este în plus necesar să se aprecieze ponderea acestei tensiuni magnetice în tensiunea magnetică din lungul unei jumătăți de concentrator. Revenind la figura 5, tensiunea magnetică în lungul porțiunii BA, raportată la jumătatea solenației inductoare, este

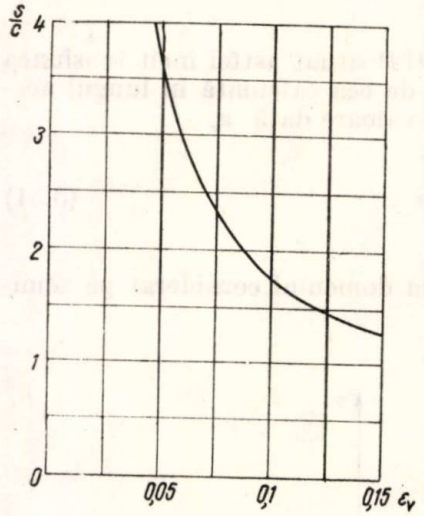


Fig. 11. — Valorile raportului $\frac{s}{c}$.

$$\frac{\frac{U_{mBA}}{Ni}}{2} = 1 - \frac{\ln \rho_1 k^2}{\ln \frac{\rho_1}{\rho_2}}. \tag{3.36}$$

Cu relațiile de aproximare de mai sus rezultă

$$\frac{\frac{U_{mBA}}{Ni}}{2} \approx 1 - \frac{\pi n + 2 \ln k + 0{,}614}{\pi\left(n + \frac{m-n}{k}\right) + 2 \ln k - 0{,}772}. \tag{3.37}$$

Cu aceste expresii se poate estima influența lungimii finite a concentratorului în modul prezentat în continuare.

Fie, de exemplu, $k = 20$, $m = 50$, $n = 10$. Dacă se admite că distanța s de mai sus reprezintă distanța dintre prag și capătul concentratorului ($s = L - l$), rezultă $\frac{s}{c} = 2$. Acestei valori îi corespunde, după figura 11, o eroare de 9% în calculul tensiunii magnetice U_{mBA}. Însă din relația (3.37) rezultă că această tensiune magnetică reprezintă numai aproximativ 15% din jumătatea solenației inductoare. Eroarea rezultantă este deci sub 2%. Aceasta arată că, în limitele erorii de mai sus, la calculul intensității cîmpului din zona centrală modelul teoretic infinit lung poate fi utilizat dacă este satisfăcută inegalitatea

$$\frac{L - l}{c} = \frac{m - n}{k} \geqslant 2. \tag{3.38}$$

3.6. Studiul influenței lungimii finite a pragului

În modelul teoretic adoptat a fost neglijată influența lungimii finite a pragului concentratorului asupra spectrului cîmpului magnetic. Se pot determina calitativ limitele în care este valabilă această aproximare. După cum arată figurile 8 sau 6 *b*, cîmpul este practic uniform la o distanță față de capătul pragului egală cu lățimea interstițiului dintre prag și piesă. Rezultă că pentru a se putea utiliza modelul teoretic de lungime infinită este necesar să fie îndeplinită condiția $n \gg 1$, care se adaugă celor precedente.

Pentru o apreciere mai exactă se va studia separat cîmpul din vecinătatea colțului concentratorului. Transformarea conformă utilizată este reprezentată în figura 10 și este realizată de către relația (3.32), în ambele înlocuindu-se lungimea c prin d.

Se va căuta poziția unui punct P definită de distanța s, în care abaterea relativă a cîmpului față de cel uniform este egală cu o valoare dată ε_H :

$$\frac{H(P)}{H_0} - 1 = \varepsilon_H . \tag{3.39}$$

Deoarece $\varepsilon_H << 1$, se obține următoarea relație :

$$\frac{s}{d} \approx \frac{1}{\pi}\left[\ln \frac{2}{\varepsilon_H} - 2\right]. \tag{3.40}$$

Pentru ca aproximarea făcută prin adoptarea modelului teoretic de lungime infinită să fie valabilă, este necesar ca $l \gg s$ în limitele erorii admise. Valorile-limită sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Valorile-limită ale raportului $n = \frac{l}{d}$

eroarea ε_H	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
$n = \frac{l}{d}$	2,5	1,82	1,05	0,32

Se constată că restricția care rezultă este mică, deoarece valorile uzuale ale coeficientului n depășesc limitele indicate în tabelă.

4. STUDIUL ÎN APROXIMAȚIA MODELULUI TEORETIC CU SIMETRIE CILINDRICĂ

În modelul teoretic cu simetrie cilindrică, reprezentat în figura 4, cîmpul magnetic derivă dintr-un potențial scalar care satisface ecuația lui Laplace

$$\Delta V_m(r, z) \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_m}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 V_m}{\partial z^2} = 0. \tag{4.1}$$

Acest potențial satisface următoarele condiții la limită :

$$\left.\frac{\partial V_m}{\partial r}\right|_{r=a} = \left.\frac{\partial V_m}{\partial r}\right|_{r=b} = 0, \tag{4.2}$$

$$\left.\frac{\partial V_m}{\partial z}\right|_{z=0} = \begin{cases} 0, & b \geqslant r > g, \\ -\dfrac{\Phi}{2\pi\,\mu_0\,a\,d}; & g \geqslant r \geqslant a, \end{cases} \tag{4.3}$$

$$\lim_{z\to\infty} \frac{\partial V_m}{\partial z} = -\frac{\Phi}{\mu_0 \pi\,(b^2 - a^2)'} \tag{4.4}$$

unde Φ este fluxul magnetic și va fi determinat ulterior în funcție de solenație.

Soluția generală poate fi exprimată cu superpoziția a două soluții particulare :

$$V_m = V_m^{\mathrm{I}} + V_m^{\mathrm{II}}. \tag{4.5}$$

Soluția particulară V_m^{I} corespunde unui cîmp uniform :

$$V_m^{\mathrm{I}} = -\frac{\Phi z}{\mu_0\,\pi\,(b^2 - a^2).} \tag{4.6}$$

Soluția particulară V_m^{II} satisface ecuația lui Laplace, cu următoarele condiții de unicitate :

$$\left.\frac{\partial V_m^{\mathrm{II}}}{\partial r}\right|_{r=a} = \left.\frac{\partial V_m^{\mathrm{II}}}{\partial r}\right|_{r=b} = 0, \tag{4.7}$$

$$\left.\frac{\partial V_m^{\mathrm{II}}}{\partial z}\right|_{z=0} = f(r) = f_1(r) + f_2(r), \tag{4.8}$$

unde

$$f_1(r) = \begin{cases} -\dfrac{\Phi}{2\pi\,\mu_0\,a\,d}; & g \geqslant r \geqslant a, \\ 0 & b \geqslant r > g, \end{cases} \tag{4.9}$$

$$f_2(r) = \frac{\Phi}{\mu_0 \pi\,(b^2 - a^2)}. \tag{4.10}$$

și

$$\lim_{z\to\infty} \frac{\partial V_m^{\mathrm{II}}}{\partial z} = 0. \tag{4.11}$$

Soluția generală care satisface condițiile (4.7), (4.8) și (4.11) este de forma

$$V_m^{II}(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} V_i R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) e^{-\lambda_i \frac{z}{a}}, \tag{4.12}$$

în care

$$R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) \equiv J_0\left(\lambda_i \frac{r}{a}\right) Y_1\left(\lambda_i \frac{b}{a}\right) - J_1\left(\lambda_i \frac{b}{a}\right) Y_0\left(\lambda_i \frac{r}{a}\right) \tag{4.13}$$

reprezintă funcțiile proprii radiale. Aceste funcții satisfac ecuația diferențială

$$\frac{d}{\mathrm{d}\frac{r}{a}}\left(\frac{r}{a}\frac{\mathrm{d}R_i}{\mathrm{d}\frac{r}{a}}\right) = -\lambda_i^2 \frac{r}{a} R_i \tag{4.14}$$

și sînt ortogonale cu ponderea $\frac{r}{a}$ pe intervalul $[a, b]$:

$$\int_1^{\frac{b}{a}} \frac{r}{a} R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) R_j\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) d\frac{r}{a} \begin{cases} = 0 & i \neq j, \\ = \| R_i \|^2, & i = j. \end{cases} \tag{4.15}$$

Valorile proprii λ_i sînt soluțiile ecuației

$$\left.\frac{\mathrm{d}R_i}{\mathrm{d}\frac{r}{a}}\right|_1 = -\lambda_i\left[J_1(\lambda_i) Y_1\left(\lambda_i \frac{b}{a}\right) - J_1\left(\lambda_i \frac{b}{a}\right) Y_1(\lambda_i)\right] \equiv$$

$$\equiv -\lambda_i R_i^*\left(1, \frac{b}{a}\right) = 0; \quad i = 1, 2, \ldots \tag{4.16}$$

Pentru determinarea constantelor V_i se dezvoltă relația (4.8) după sistemul complet de funcții ortogonale $\{R_i\}$

$$f(r) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right), \tag{4.17}$$

coeficienții F_i fiind de forma

$$F_i = \frac{\int_1^{\frac{b}{a}} f \frac{r}{a} R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) \mathrm{d}\frac{r}{a}}{\| R \|^2}. \tag{4.18}$$

Calculul integralelor de mai sus nu prezintă dificultăți dacă se ține seama de relațiile (4.14) și (4.16). Prin identificare se obțin coeficienții V_i. Expresia potențialului magnetic scalar este

$$V(r, z) = -\frac{\Phi z}{\mu_0 \pi (b^2 - a^2)} + \frac{\Phi g}{2\pi \mu_0 ad} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_i^*\left(\frac{g}{a}, \frac{b}{a}\right) R_i\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) e^{-\lambda_i \frac{z}{a}}}{\lambda_i^2 \| R_i \|^2}. \tag{4.19}$$

Intensitatea cîmpului magnetic are următoarea valoare pe suprafața piesei de prelucrat:

$$H = -\left.\frac{\partial V_m}{\partial z}\right|_{r=a} = \frac{\Phi}{\mu_0 \pi (b^2 - a^2)} + \frac{\Phi g}{2\pi \mu_0 a^2 d} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_i^*\left(\frac{g}{a}, \frac{b}{a}\right) R_i\left(1, \frac{b}{a}\right) e^{-\lambda_i \frac{z}{a}}}{\lambda_i \| R \|^2}. \tag{4.20}$$

Pentru determinarea constantei Φ se impune condiția ca tensiunea magnetică dintre punctele M și N din figura 4 să fie egală cu jumătatea din solenația indicatoare. Notînd cu

$$H^* = \frac{\Phi}{2\pi \mu_0 ad} \tag{4.21}$$

intensitatea, presupusă constantă, a cîmpului magnetic din întrefier, se obține relația

$$H^* l + V_m(a, 0) - V_m(a, L - e) = \frac{Ni}{2}. \tag{4.22}$$

Înlocuind valoarea care rezultă pentru constanta Φ în expresia intensității cîmpului și raportînd-o pe aceasta la valoarea de referință H_0, se obține, ca și mai sus,

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{H}{H_0}\right)_0 \cdot k_H. \tag{4.23}$$

în care coeficientul subunitar k_H are expresia

$$h_H = \frac{\dfrac{1}{\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 - 1} + \dfrac{g}{2d}\sum_{i=1}^{\infty} \dfrac{R_i^*\left(\dfrac{g}{a}, \dfrac{b}{a}\right) R_i\left(1, \dfrac{b}{a}\right) e^{-\lambda_i \frac{z}{a}}}{\lambda_i \| R_i \|^2}}{\dfrac{a}{2d} + \dfrac{L/l - 1}{\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 - 1} + \dfrac{ga}{2ld}\sum_{i=1}^{\infty} \dfrac{R_i^*\left(\dfrac{g}{a}, \dfrac{b}{a}\right) R_i\left(1, \dfrac{b}{a}\right)}{\lambda_i^2 \| R_i \|^2}\left(1 - e^{-\lambda_i \frac{L-l}{a}}\right)}. \quad (4.24)$$

Aceste expresii foarte complicate se simplifică considerabil dacă se observă [4] că rădăcinile ecuației de valori proprii (4.16) pot fi aproximate prin valorile

$$\lambda_n \approx \frac{n\pi}{\dfrac{b}{a} - 1}, \quad n = 1, 2, \ldots \quad (4.25)$$

Eroarea nu depășește 2% pentru prima rădăcină și 0,5% pentru a doua în cazul în care $\frac{b}{a} = 2$. În cazul $\frac{b}{a} = 3$, aceste erori sînt de, respectiv, 4,1 și 1,2%.

Deoarece pentru concentratoarele uzuale $\frac{b}{a} \leqslant 2$, argumentele funcțiilor Bessel care intervin în expresiile funcțiilor proprii radiale sînt suficient de mari încît să poată fi utilizate dezvoltările asimptotice [4]:

$$J_\nu(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2}\right), \quad (4.26)$$

$$Y_\nu(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4} - \nu\frac{\pi}{2}\right). \quad (4.27)$$

Funcțiile proprii radiale capătă în acest caz forma mai simplă

$$R_n\left(\frac{r}{a}, \frac{b}{a}\right) \sim -\frac{2\left(\dfrac{b}{a} - 1\right)}{n\pi^2\sqrt{\dfrac{r}{a}\dfrac{b}{a}}} \cos\frac{n\pi\left(\dfrac{b}{a} - \dfrac{r}{a}\right)}{\dfrac{b}{a} - 1}, \quad (4.28)$$

iar norma lor este

$$\| R_n \|^2 \sim \frac{2\left(\frac{b}{a}-1\right)^3}{n^2 \pi^4 \frac{b}{a}}. \tag{4.29}$$

Dacă se ține seama și de relațiile

$$c = b - a; \quad g = a + d, \tag{4.30}$$

expresia coeficientului k_H capătă următoarea formă:

$$k_H \approx \frac{\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{a}+1} + \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{a}{g}}\frac{g}{d}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\pi\frac{d}{c}\,e^{-n\pi\frac{z}{c}}}{\frac{1}{2}\frac{a}{d} + \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{a}+1}\left(\frac{L}{l}-1\right) + \frac{1}{\pi^2}\frac{cg}{dl}\sqrt{\frac{a}{g}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\pi\frac{d}{c}\left(1-e^{-n\pi\frac{L-l}{c}}\right)}. \tag{4.31}$$

Dacă se utilizează formulele de sumare [5]

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin nx\, e^{-ny} = \operatorname{arc\,tg}\frac{e^{-y}\sin x}{1-e^{-y}\cos x}, \tag{4.32}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin nx = -x\ln x + x + \frac{x^3}{72} + \ldots \tag{4.33}$$

și dacă se mai ține seama că dacă

$$L - l \geqslant c, \tag{4.34}$$

seria în care intervine exponențiala $e^{-n\pi\frac{L-l}{c}}$ poate fi aproximată prin primul termen, se obține pentru k_H expresia mai simplă

$$k_H \approx \frac{\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{a}+1} + \frac{1}{\pi}\frac{g}{d}\sqrt{\frac{a}{g}}\operatorname{arc\,tg}\frac{e^{-\pi\frac{z}{c}}\sin\pi\frac{d}{c}}{1-e^{-\pi\frac{z}{c}}\cos\pi\frac{d}{c}}}{\frac{1}{2}\frac{a}{d} + \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{a}+1}\left(\frac{L}{l}-1\right) + \frac{1}{\pi}\frac{g}{l}\sqrt{\frac{a}{g}}\left(1-\ln\pi\frac{d}{c}-e^{-\pi\frac{L-l}{c}}\right)} \tag{4.35}$$

Deoarece $d<<a$, poate fi utilizată aproximarea

$$\sqrt{\frac{a}{g}} \approx 1 - \frac{1}{2}\frac{d}{a},$$

iar expresia coeficientului k_H devine în cele din urmă

$$k_H \approx \frac{\dfrac{2\dfrac{d}{c}}{\dfrac{b}{a}+1} + \left(1+\dfrac{d}{2a}\right) f_1\left(\dfrac{z}{c}, \dfrac{d}{c}\right)}{1 + \dfrac{2\dfrac{d}{c}}{\dfrac{b}{a}+1}\left(\dfrac{L}{l}-1\right) + \dfrac{2}{\pi}\dfrac{d}{l}\left(1+\dfrac{d}{2a}\right)\left(1-\ln \pi \dfrac{d}{c} - e^{-\pi\frac{L-l}{c}}\right)} \tag{4.36}$$

în care s-a notat

$$f_1\left(\frac{z}{c}, \frac{d}{c}\right) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\ tg} \frac{e^{-\pi\frac{z}{c}} \sin \pi \dfrac{d}{c}}{1 - e^{-\pi\frac{z}{c}} \cos \pi \dfrac{d}{c}}. \tag{4.37}$$

5. EXEMPLU NUMERIC

Pentru compararea rezultatelor obținute pe cele două căi s-a considerat un concentrator cu următoarele dimensiuni :
$a = 20$ mm, $b = 40$ mm, $d = 1$ mm, $L = 50$ mm, $l = 10$ mm.

În figura 12 s-a reprezentat distribuția cîmpului magnetic pe suprafața piesei de prelucrat, determinată pe cele două căi de mai sus. Valorile din grafic trebuie înmulțite cu raportul $\left(\dfrac{H}{H_0}\right)_0 = 5$.

Se constată că al doilea model teoretic conduce la valori mai mari decît primul în special în apropierea pragului concentratorului. Acest fapt este explicabil, deoarece în acest caz s-a admis că în interstițiul dintre pragul concentratorului și piesă cîmpul este uniform. În realitate, cîmpul este mult mai intens în vecinătatea colțului pragului decît pe suprafața piesei, ceea ce arată că valorile obținute pe baza celui de-al doilea model teoretic sînt în mod cert mai mari decît cele reale.

S-ar putea, în principiu, îmbunătăţi aproximaţia folosind distribuţia cîmpului determinată pe baza modelului teoretic plan-paralel sau o distribuţie apropiată de aceasta. Complexitatea calculelor creşte încă foarte mult, încît nu vom utiliza această cale.

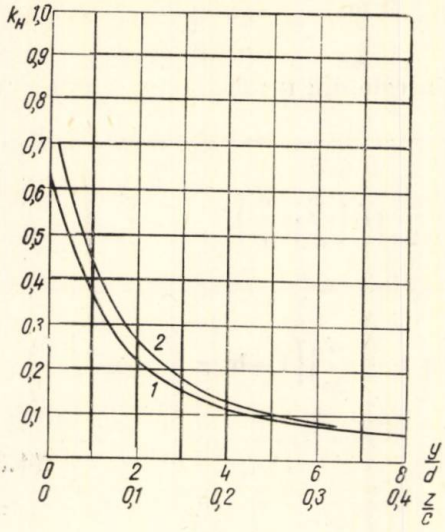


Fig. 12. — Distribuţia cîmpului magnetic în cazul: $a = 20$ mm, $b = 40$ mm $d = 1$ mm, $L = 50$ mm, $l = 10$ mm; *1* — calculat pe baza modelului plan — *1* — calculat pe baza modelului plan-paralel; *2* — calculat pe baza modelului cu simetrie de rotaţie.

6. CONCLUZII

Din rezultatele prezentate în paragraful precedent rezultă concluzia că influenţa neuniformităţii cîmpului în vecinătatea colţurilor pragului este mult mai însemnată decît cea a curburii suprafeţelor.

Din acest motiv, şi datorită faptului că rezultatele sînt mai uşor de obţinut, vom prefera modelul teoretic plan-paralel celui cu simetrie de rotaţie.

În încheiere menţionăm că în cazul în care distanţa d dintre concentrator şi piesă este foarte mică (fracţiuni de milimetru) se poate întîmpla ca aproximaţia corpului perfect conductor să nu mai fie satisfăcătoare, datorită faptului că adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic δ devine comparabilă cu distanţa d. În acest caz, calculele pot fi efectuate admiţînd o „distanţă echivalentă" dintre pragul concentratorului şi piesă egală cu

$$d_e = d + \delta_p + \delta_c , \tag{6.1}$$

în care δ_c şi δ_p sînt adîncimile de pătrundere ale cîmpului electromagnetic şi în piesă:

$$\delta_c = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_c \sigma_c}}, \tag{6.2}$$

$$\delta_p = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_p \sigma_p}}, \tag{6.3}$$

iar $\omega = 2\pi f$ este pulsaţia curentului.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Preperski *Elektromagnetisches Umformen*, E. u. M., **82**, *7*, 342 — 349 (1965).
2. H. Dietz, H. J. Lippmann, H. Schenk *Theorie des Magneform — Verfahrens : Abgestufter Feldkonzentrator*, ETZ-A, **88**, *19*, 475 — 480 (1967).
3. H. Dietz, H. J. Lippmann, H. Schenk, *Messung der magnetischen Induktion in einer Magneform-Kompressionspule*, ETZ-A, **90**, *3*, 51—54 (1969).
4. Jahnke, Emde, Lösch, *Tafeln höherer Funktionen*. Stuttgart, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.
5. I. M. Rijik, I. S. Gradstein *Tabele de integrale, sume, serii şi produse*. Bucureşti, Edit. tehnică, 1955.

CONTRIBUŢII PRIVIND CALCULUL CIRCUITELOR DE CURENT ALTERNATIV CARE CONŢIN UN SINGUR ELEMENT NELINIAR SIMETRIC, OHMIC SAU REACTIV

DE

I. PONNER

621.3

Se prezintă o metodă directă şi una folosind diagrame cu mărimi normate pentru calculul circuitelor care conţin un singur element neliniar simetric, ohmic sau reactiv. Metodele prezentate sînt aplicabile dacă toate sursele de energie sînt de aceeaşi frecvenţă.

Metodele de rozolvare se verifică prin exemple şi măsurători şi se ajunge la concluzii interesante cu privire la rezonanţa circuitelor care conţin reactanţe neliniare.

1. INTRODUCERE

În cazul circuitelor de curent continuu care conţin un singur element neliniar, determinarea punctului de funcţionare de pe caracteristica elementului se face în mod simplu ducînd în planul caracteristicii tensiune-curent al elementului dreapta de sarcină, care intersectează axa tensiunii în dreptul tensiunii de alimentare, tangenta unghiului acestei drepte faţă de axa curentului fiind egală cu rezistenţa de sarcină.

În cazul circuitelor de curent alternativ, această construcţie simplă nu este aplicabilă, deoarece în general căderile de tensiune pe elementul neliniar şi pe celelalte elemente din circuit nu sînt în fază, deci nu se pot aduna algebric.

Circuitul s-ar putea rezolva şi printr-o metodă de încercări succesive [1], dar această metodă este, pe de o parte, destul de laborioasă şi, pe de altă parte, nu arată în mod direct şi cantitativ direcţia în care trebuie să se acţioneze pentru a se obţine o anumită modificare dorită.

În cele ce urmează vom considera cazurile în care elementul neliniar este ohmic sau reactiv şi are o caracteristică simetrică, adică pentru o valoare a tensiunii instantanee dată valoarea absolută a curentului nu depinde de polaritatea tensiunii.

Din această categorie fac parte o serie de elemente neliniare, cum sînt termistoarele, termorezistenţele, rezistenţele de tip thyrit şi virit, inductanţele cu miez magnetic cu pierderi mici, condensatoarele neliniare etc.

În cazul elementelor neliniare cu inerţie mare, cum sînt termistoarele şi termorezistenţele, rezistenţa elementului nu poate urmări variaţiile curentului alternativ, rămînînd practic constantă în decursul unei alternanţe a curentului alternativ. În consecinţă, forma de undă a curentului prin element urmăreşte fidel forma de undă a tensiunii sursei de alimentare.

În cazul elementelor neliniare fără inerţie sau practic fără inerţie, forma de undă a curentului în elementul neliniar diferă de forma de undă a tensiunii aplicate curentului. Calculul circuitului care conţine un element neliniar şi în acest caz se poate face cu o precizie satisfăcătoare pentru scopurile practice dacă, în locul curentului de o formă de undă deformată nesinusoidală, prin element se consideră un curent sinusoidal, avînd aceeaşi valoare efectivă ca şi curentul nesinusoidal [1].

Caracteristica tensiune-curent a elementului care se va utiliza pentru calcule trebuie să fie ridicată pentru valori efective (care, în anumite cazuri, poate să difere de cea ridicată pentru valori instantanee [1]).

2. METODE DE REZOLVARE DIRECTE

2.1. *Cazul elementelor neliniare rezistive.* Vom considera cazul general în care elementul neliniar face parte dintr-un circuit oarecare, avînd o serie de surse de tensiune şi de curent, toate de aceeaşi frecvenţă şi cu un număr oarecare de impedanţe. Raportat la bornele elementului neliniar, pe baza teoremei lui Thèvenin, circuitul considerat se poate reduce la un circuit echivalent, constînd dintr-o sursă de tensiune U_0 în serie cu o impedanţă Z, tensiunea acestei surse corespunzînd tensiunii care apare între punctele de racord ale elementului neliniar la circuitul considerat după îndepărtarea acestui element din circuit, deci cînd circuitul lucrează „în gol". Impedanţa Z reprezintă impedanţa văzută la aceste borne, corespunzător scurtcircuitării tuturor surselor de tensiune, respectiv întreruperii tuturor surselor de curent.

În concluzie, circuitul iniţial se poate reduce la circuitul echivalent reprezentat în figura 1, la care valoarea efectivă a curentului rezultă din

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{(r + R)^2 + X^2}}, \tag{1}$$

în care r este rezistenţa statică a elementului neliniar în punctul lui de funcţionare, iar R şi X sînt rezistenţa, respectiv reactanţa echivalentă a circuitului, văzute la punctele de conectare ale elementului neliniar.

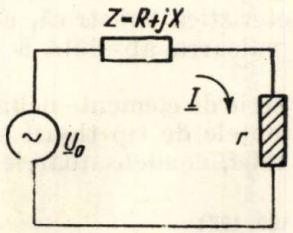


Fig. 1. — Circuit echivalent avînd un element neliniar rezistiv.

Rezistența elementului neliniar depinde de punctul de funcționare, deci de valoarea curentului prin acest element:

$$r = f_1(I). \tag{2}$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{(f_1(I) + R)^2 + X^2}}. \tag{3}$$

Întrucît relația (2) nu se cunoaște sub formă analitică, ea rezultînd din caracteristica tensiune-curent a elementului neliniar ridicată experimental, relația (3) nu se poate explicita, deci determinarea curentului nu se poate face pe o cale analitică.

Dacă relația (2) s-ar aproxima cu o funcție analitică, rezolvarea analitică a problemei ar fi posibilă în principiu, dar cu prețul unor dificultăți foarte mari. Într-adevăr, chiar în cazul unei aproximări a relației (2) cu un segment de dreaptă, relația (3) conduce la o ecuație de gradul patru, care se rezolvă dificil. În cazul unei aproximări a caracteristicii cu un polinom de gradul n, ecuația de determinare a curentului din circuit va fi de gradul $2n + 2$.

Rezolvarea problemei este însă posibilă relativ simplu în modul următor. Relația (1) se poate pune sub forma

$$(r + R)^2 I^2 + (X I)^2 = U_0^2, \tag{4}$$

sau

$$(rI)^2 + 2r\, I\, R\, I + (RI)^2 + (XI)^2 = U_0^2. \tag{5}$$

Termenul rI reprezintă căderea de tensiune la bornele elementului neliniar:

$$U = r\, I = f_2(I), \tag{6}$$

deci relația (5) se poate scrie

$$U^2 + 2R\, I\, U + (RI)^2 + (XI)^2 - U_0^2 = 0. \tag{7}$$

Rezolvînd ecuația (7) în raport cu U, se găsește

$$U = -RI \pm \sqrt{U_0^2 - (X\, I)^2}, \tag{8}$$

care reprezintă ecuația unei elipse cu centrul în origine. Intersecția caracteristicii rezistenței neliniare cu elipsa dată de relația (8) determină punctul de funcționare al rezistenței neliniare. Elementul neliniar avînd o caracteristică simetrică, evident este suficient să se reprezinte doar ramura pozitivă a lui și respectiv, ramura din cadranul I a elipsei.

În cazul particular în care impedanța echivalentă a circuitului este pur ohmică, $X = 0$ și relația (8) devine

$$U = -RI \pm U_0, \tag{9}$$

deci locul geometric este constituit de două drepte paralele.

În cazul particular în care impedanța din circuit este reactivă, $R = 0$ și relația (8) devine

$$U = \pm \sqrt{U_0^2 - (XI)^2}, \tag{10}$$

ceea ce reprezintă ecuația unei elipse, avînd ca axe de simetrie axele sistemului de coordonate.

În comparație cu cazul rezolvării circuitelor de curent continuu care conțin o singură rezistență neliniară, se observă că, în cazul circuitelor de curent alternativ, pentru determinarea punctului de funcționare al rezistenței neliniare în locul dreptei de sarcină intervine în cazul general o elipsă, pe care o putem numi „elipsă de sarcină". În cazul particular în care circuitul este rezistiv, deci de aceeași natură cu elementul neliniar, elipsa de sarcină degenerează într-o dreaptă de sarcină, deci punctul de funcționare al elementului neliniar se determină în mod identic ca în cazul circuitelor de curent continuu.

O dată punctul de funcționare al rezistenței neliniare fiind determinat, se cunoaște tensiunea la bornele ei și curentul care o străbate. Revenind acum la circuitul inițial, determinarea curenților din celelalte ramuri ale circuitului se poate face prin metode obișnuite, cu o precizie cu atît mai bună cu cît unghiurile de fază ale diverselor elemente liniare componente ale circuitului sînt mai apropiate între ele.

În figura 2 este reprezentată caracteristica tensiune-curent a unui element neliniar, iar în figura 3 este ilustrat modul de rezolvare al unui circuit conținînd un asemenea element neliniar. Am considerat că circuitul de la bornele elementului neliniar se poate înlocui cu o tensiune $U_0 = 100$V și cu o impedanță echivalentă avînd partea reactivă constantă, iar partea rezistivă variabilă. Axele de simetrie ale elipsei corespunzătoare lui $R = 0$ sînt axele sistemului de coordonate. Din cauza alegerii particulare a factorilor de scară din figura 3, această elipsă apare sub forma unui cerc. În această figură, pe elipsele corespunzătoare cîtorva valori ale părții reale ale impedanței echivalente a circuitului sînt figurate valorile unghiului de fază ale acestei impedanțe.

În figura 4 este ilustrat modul de rezolvare al circuitului considerat anterior pentru cazul în care partea rezistivă a impedanței echivalente este constantă, iar partea reactivă este variabilă. Atunci cînd partea reactivă a impedanței este nulă, locul geometric al punctului de funcționare este o dreaptă.

În figura 5 este ilustrat modul de rezolvare al circuitului înainte considerat pentru cazul în care modulul impedanței echivalente al circuitului este constant, iar faza impedanței este variabilă. Se observă că valoarea curentului în element crește o dată cu unghiul de fază al impedanței și este maximă pentru $\varphi = 90°$. Această constatare se explică prin aceea că impedanța totală a circuitului văzută la bornele sursei de alimentare este minimă atunci cînd impedanța echivalentă a circuitului, de modul con-

stant, este pur reactiv, deci, însumată în cvadratură cu rezistența dispozitivului, conduce la o impedanță rezultantă de valoarea minimă.

Metoda de rezolvare directă, ilustrată în figurile 3, 4 și 5, se verifică foarte bine. Astfel, considerînd cazul unei rețele avînd $U_0=100$ V, $R=X=$

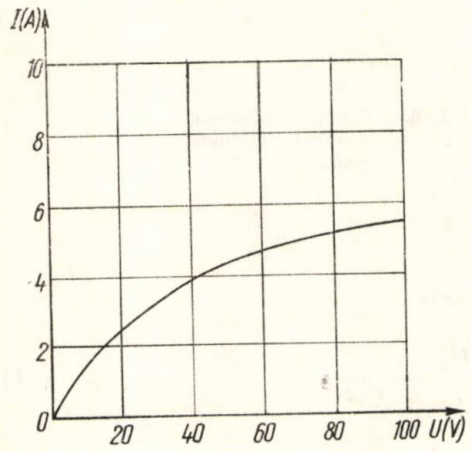


Fig. 2. — Caracteristica tensiuue-curent a unui element neliniar.

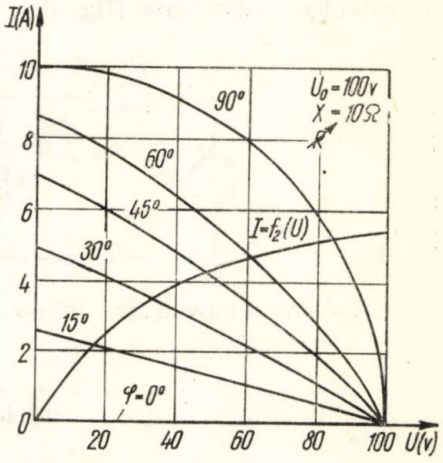


Fig. 3. — Determinarea punctului de funcționare la un element neliniar rezistiv la variația rezistenței echivalente a circuitului.

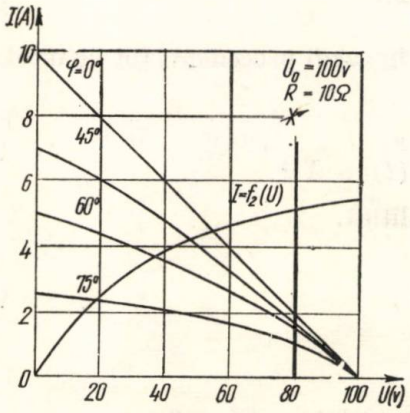


Fig. 4. — Determinarea punctului de funcționare la un element neliniar rezistiv la variația reactanței echivalente a circuitului.

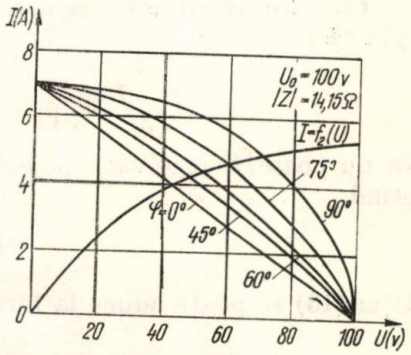


Fig. 5. — Determinarea punctului de funcționare la un element neliniar rezistiv la variația unghiului de fază al circuitului, modulul impedanței echivalente al circuitului rămînînd constant.

$= 10\Omega$, tg $\varphi = 45°$, în cele trei diagrame se citesc perechile de valori ale punctului de funcționare: 48 V/4,27 A; 47,5 V/4,28 A; 48,7 V/4,27 A, adică, abstracție făcînd de imprecizia citirilor și a reprezentărilor, se obțin aceleași valori. Rezistența statică a elementului neliniar rezultă de 11,25 Ω, 11,1 Ω și 11,4 Ω, care, introduse în relația (1), conduc la valorile de curent de

4,25, 4,28 şi, respectiv, 4,24 A, valori apropiate între ele şi care verifică bine punctele de funcţionare determinate grafic.

2.2. *Cazul elementelor neliniare reactive.* În cazul elementelor neliniare reactive, circuitul în a cărui componenţă intră reactanţa neliniară de asemenea se înlocuieşte cu o sursă de tensiune echivalentă U_0, în serie cu o impedanţă echivalentă (fig. 6).

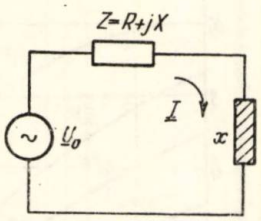


Fig. 6. — Circuit echivalent cu un element neliniar reactiv.

Valoarea curentului în circuit este

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (x + X)^2}}, \tag{11}$$

unde x este reactanţa elementului neliniar în punctul său de funcţionare şi care depinde de curentul care-l străbate, deci

$$x = f_3(I). \tag{12}$$

Curentul în circuit este dat, ca şi în cazul precedent, tot de o relaţie implicită :

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (f_1(I) + X)^2}}, \tag{13}$$

care nu poate fi rezolvată pe cale analitică.
Notînd

$$xI = U, \tag{14}$$

relaţia (13) se poate aduce la forma

$$U^2 + 2XIU + (RI)^2 + (XI)^2 - U_0^2 = 0, \tag{15}$$

care, rezolvată în raport cu U, conduce după cîteva simplificări la

$$U = -XI \pm \sqrt{U_0^2 - (RI)^2}. \tag{16}$$

Această relaţie reprezintă ecuaţia unei elipse. Intersecţia acestei elipse cu caracteristica elementului neliniar determină punctul de funcţionare al acestuia.

Dacă partea reactivă a impedanţei echivalente a circuitului şi a elementului reactiv neliniar sînt de aceeaşi natură, deci amîndouă sînt

inductive sau amîndouă capacitive, în relaţia (16) X se va considera cu semnul pozitiv, iar în caz contrar cu semnul negativ.

În comparaţie cu cazul elementelor neliniare rezistive, se observă că în relaţia (16) locurile lui R şi X sînt inversate.

În cazul particular în care impedanţa echivalentă a circuitului este pur reactivă, $R = 0$ şi relaţia (15) devine

$$U = -XI \pm U_0, \tag{17}$$

ceea ce reprezintă ecuaţia a două drepte paralele. Spre deosebire de cazul precedent, în funcţie de natura reactanţei X dreapta de sarcină poate să aibă înclinare atît negativă, cît şi pozitivă.

În cazul particular în care impedanţa echivalentă a circuitului este pur rezistivă, $X = 0$ şi relaţia (16) devine

$$U = \pm \sqrt{U_0^2 - (RI)^2}, \tag{18}$$

ceea ce reprezintă ecuaţia unei elipse avînd ca axe de simetrie axele sistemului de coordonate.

Determinarea punctului de funcţionare al elementului neliniar se face în mod similar ca în cazul elementelor neliniare rezistive. În cazul în care reactanţele circuitului şi ale elementului neliniar sînt de naturi diferite, din cauza compensării reciproce ale acestor reactanţe coordonatele punctelor elipsei de sarcină pot depăşi valoarea tensiunii echivalente, respectiv a curentului de scurtcircuit al circuitului. În consecinţă, caracteristica elementului neliniar trebuie să fie cunoscută şi dincolo de valoarea tensiunii echivalente a circuitului.

3. METODE DE REZOLVARE CU AJUTORUL UNOR DIAGRAME CU MĂRIMI NORMATE

Pentru a nu trasa elipsa de sarcină pentru fiecare circuit echivalent în parte, este util de a norma elipsa de sarcină şi de a o trasa pentru o serie de valori ale unghiului de fază al circuitului echivalent.

Pentru aceasta introducem noţiunea de *curent de scrutcircuit I_{sc} al circuitului*, prin care înţelegem curentul din acea ramură în care se găseşte elementul neliniar cînd acest element este scrutcircuitat. Valoarea efectivă a acestui curent este

$$I_{sc} = \frac{U_0}{\sqrt{R_2 + X^2}}. \tag{19}$$

3.1. *Cazul elementelor neliniare rezistive.* Împărţind membrul stîng al relaţiei (8) cu U_0, iar membrul drept cu $I_{sc}\sqrt{R^2 + X^2}$, obţinem

$$\frac{U}{U_0} = -\frac{-R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cdot \frac{I}{I_{sc}} \pm \sqrt{1 - \left[\frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}}\right]^2 \cdot \frac{I}{I_{sc}}}. \tag{20}$$

Unghiul de fază a reţelei fiind dat de

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}, \tag{21}$$

după cîteva transformări simple relaţia (20) devine

$$\frac{U}{U_0} = -\frac{I}{I_{sc}} \cos \varphi \pm \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_{sc}}\right)^2 \sin^2 \varphi}, \tag{22}$$

ceea ce reprezintă ecuaţia normată a elipsei de sarcină.

Notînd

$$x = \frac{U}{U_0} \tag{23}$$

şi

$$y = \frac{I}{I_{sc}}, \tag{24}$$

relaţia (22) se poate aduce la forma

$$y^2 + 2xy \cos \varphi + x^2 = 1, \tag{25}$$

care reprezintă ecuaţia unei elipse cu centrul în originea axelor de coordonate, avînd ca axe de simetrie bisectoarele sistemului de coordonate.

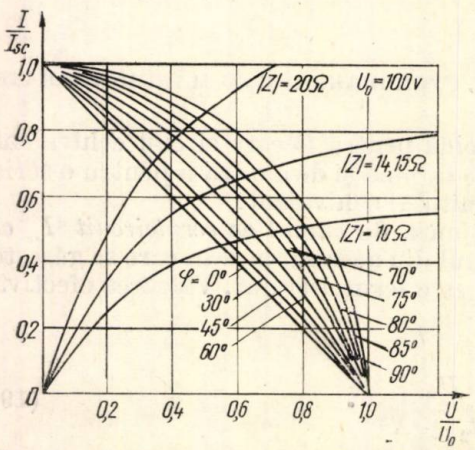


Fig. 7. — Determinarea punctului de funcţionare la elemente neliniare rezistive folosind elipsele de sarcină normate.

În figura 7 sînt trasate elipsele normate corespunzătoare relaţiei (22) pentru o serie de valori ale argumentului φ. În cazul circuitelor pur rezistive $X = 0$, elipsa de sarcină se reduce la două drepte paralele, dintre care una trece în cadranul I. În cazul circuitelor pur reactive, $\varphi = \pm 90°$ şi elipsa de sarcină devine un cerc.

Pentru determinarea punctului de funcţionare al dispozitivului neliniar, pe diagrama cu mărimi normate din figura 7 trebuie trasată caracteristica acestui dispozitiv, de asemenea în mărimi normate. Pentru aceasta tensiunea corespunzătoare fiecărui punct de funcţionare se împarte cu U_0, iar curentul corespunzător cu I_{sc}. Punctul de funcţionare rezultă în dreptul intersecţiei dintre elipsa de sarcină corespunzătoare unghiului de fază al circuitului şi caracteristica tensiune-curent normată a elementului neliniar.

În figura 7 este reprezentată această construcție pentru un element neliniar reactiv, avînd o caracteristică identică cu elementul neliniar rezistiv din figura 2 pentru o tensiune echivalentă a circuitului de $U_0 = 100$ V și trei valori ale modulului impedanței rețelei.

Avantajele utilizării diagramei normate în comparație cu metoda de rezolvare directă sînt importante. În primul rînd, elipsele de sarcină nu mai trebuie calculate pentru fiecare circuit în parte, ele fiind universal valabile pentru orice circuit. Acest lucru este deosebit de important din punctul de vedere al volumului de muncă necesar, deoarece determinarea fiecărui punct al unei elipse de sarcină necesită șapte operații matematice.

În ceea ce privește determinarea caracteristicii normate a elementului neliniar, care este o operație suplimentară în comparație cu metoda de calcul directă, trebuie observat că aceasta este mult mai simplă decît calculul elipselor de sarcină, întrucît este necesară doar împărțirea cîtorva valori de abscisă și de ordonată ale elementului neliniar cu tensiunea echivalentă și, respectiv, cu curentul de scurtcircuit al circuitului, iar curentul de scurtcircuit și unghiul de fază al circuitului necesar pentru alegerea elipsei de sarcină potrivite se calculează ușor.

Avantaje suplimentare ale utilizării diagramelor normate apar în cazul circuitelor la care are loc variația rezistenței sau reactanței echivalente a circuitului, tensiunea echivalentă a circuitului și modulul impedanței rămînînd constante. În acest caz este necesară trasarea doar unei singure caracteristici normate, ale cărei intersecții cu elipsele de sarcină normate determină punctele de funcționare succesive ale elementului neliniar.

De asemenea, dacă au fost trasate deja o serie de caracteristici normate ale elementului neliniar corespunzătoare variației numai uneia dintre cele două componente ale impedanței echivalente a rețelei și au rezultat o serie de puncte de funcționare, cu ajutorul acestor caracteristici normate se pot determina ușor o serie de alte puncte de funcționare ale elementului, menținîndu-se constantă una dintre cele două componente ale impedanței rețelei și calculîndu-se din relația (19) valoarea corespunzătoare a celeilalte componente. Dacă rezultatele astfel obținute se reprezintă sub forma unor curbe, se pot determina punctele de funcționare ale elementului neliniar pentru o serie de valori intermediare ale componentelor impedanței echivalente a circuitului.

Metoda de rezolvare folosind elipsele de sarcină normate se verifică foarte bine. Astfel, considerînd un circuit avînd $U_0 = 100$ V, $R = X = 10\Omega$, $\varphi = 45°$, rezultă $|Z| = 14{,}15\ \Omega$, $I_{sc} = 7{,}07\ A$.

În figura 7 se citește $U/U_0 = 0{,}475$ și $I/I_{sc} = 0{,}605$, care conduc la coordonatele punctului de funcționare al elementului neliniar de 47,5 V/4,27 A. Valoarea rezistenței statice în punctul de funcționare este $r = 11{,}1\Omega$, care, introdusă în relația (1), conduce la un curent de $I = 4{,}29$ A, valoare foarte apropiată de cea citită din figura 7.

3.2. *Cazul elementelor neliniare reactive.* Împărțind membrul stîng al relației (16) cu U_0, iar membrul drept cu $I_{sc}\sqrt{R^2 + X^2}$ și ținînd seama și

de relaţia (21), pentru ecuaţia normată a elipsei de sarcină în cazul elementelor neliniare reactive se găseşte

$$\frac{U}{U_0} = -\frac{I}{I_{sc}} \sin \varphi \pm \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_{sc}}\right)^2 \cos^2 \varphi}. \qquad (26)$$

Se observă că şi această elipsă de sarcină are centrul în origine şi ca axe de simetrie bisectoarele sistemului de coordonate.

În cazul în care elementul neliniar reactiv şi partea reactivă a impedanţei echivalente sînt de aceeaşi natură, unghiul φ trebuie luat cu semn pozitiv, iar în caz contrar cu semn negativ.

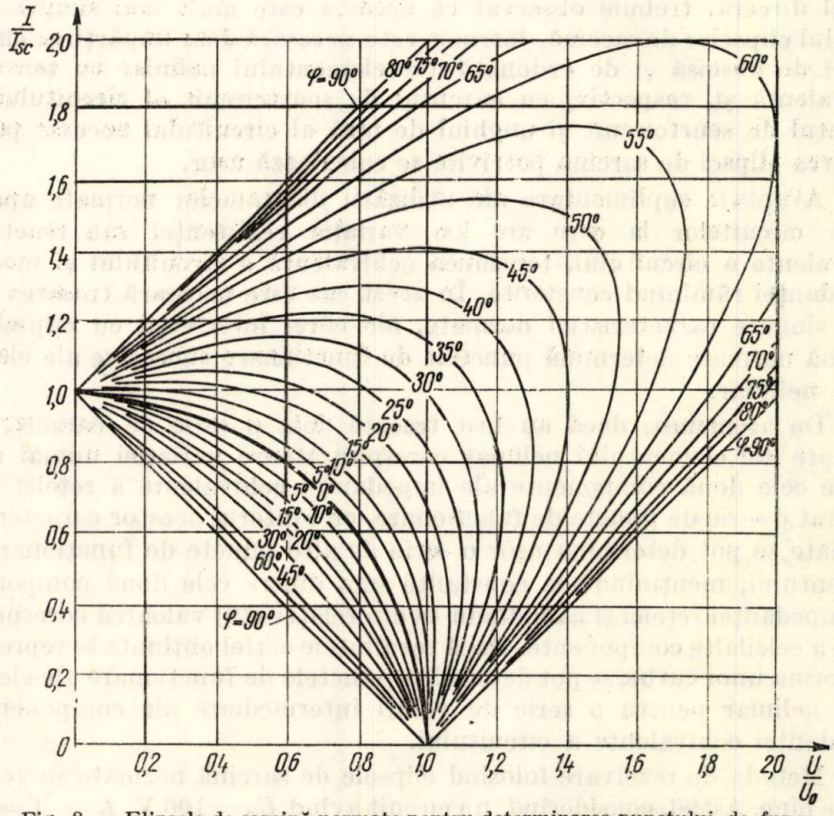


Fig. 8. — Elipsele de sarcină normate pentru determinarea punctului de funcţionare la elementele neliniare reactive.

În figura 8, dedesubtul arcului de cerc corespunzător lui $\varphi = 0$ sînt reprezentate elipsele de sarcină normate pentru cazul cînd partea reactivă a impedanţei circuitului este de aceeaşi natură cu elementul neliniar reactiv, iar deasupra acestui arc de cerc pentru cazul cînd aceste două reactanţe sînt de natură diferite.

Determinarea punctului de funcţionare în cazul elementelor neliniare reactive se face în mod similar ca în cazul elementelor neliniare rezistive,

și anume prin trasarea caracteristicii normate a elementului neliniar pe diagrama din figura 8 și prin citirea coordonatelor punctelor de intersecție a elipselor normate, corespunzătoare unghiului de fază al circuitului.

Se observă că în cazul cînd reactanța rețelei și reactanța elementului neliniar sînt de naturi diferite, din cauza compensării reciproce ale acestora valorile normate ale curentului și ale tensiunii corespunzătoare punctului de funcționare pot fi supraunitare și cu atît mai mari cu cît unghiul de fază al circuitului este mai mare, deci unghiul ei de pierderi mai mic.

Pentru a se putea determina în acest caz punctul de funcționare al elementului neliniar, este necesară cunoașterea caracteristicii acestui element la tensiuni de lucru considerabil mai mari decît tensiunea echivalentă a rețelei.

Evident, elipsele de sarcină normate din figura 8 se pot utiliza și în cazul elementelor de circuit liniare, dar în acest caz este preferabilă metoda de rezolvare directă, folosind cantitățile complexe.

O particularitate interesantă de rezolvare prezintă cazul unui circuit liniar ideal cu o impedanță echivalentă pur reactivă, conectată la un element reactiv liniar de natură opusă față de reactanța circuitului.

Caracteristica elementului liniar fiind

$$I = \frac{U}{x}, \tag{27}$$

iar curentul de scurtcircuit al rețelei

$$I_{sc} = \frac{U_0}{X}, \tag{28}$$

caracteristica normată a elementului devine

$$\frac{I}{I_{sc}} = \frac{X}{x} \cdot \frac{U}{U_0}, \tag{29}$$

care în planul diagramei din figura 8 reprezintă ecuația unei drepte trecînd prin origine și avînd înclinarea $\frac{X}{x}$.

În cazul rezonanței, $\frac{X}{x} = 1$, deci caracteristica normată a elementului coincide cu prima bisectoare a sistemului de coordonate. Unghiul de fază al circuitului fiind de 90°, la care elipsele de sarcină se reduc la cele două drepte paralele și simetrice față de prima bisectoare, intersecția dintre acestea și caracteristica normată a elementului se produce la infinit, deci la valori infinite ale curentului și de tensiunii pe element. Deci prezenta metodă de rezolvare furnizează soluția problemei și în cazul producerii rezonanței într-un circuit liniar ideal.

Diagrama elipselor normate din figura 8 furnizează o concluzie foarte interesantă privind rezonanța circuitelor care conțin un element reactiv neliniar. Considerînd că impedanța echivalentă a circuitului este pur reac-

tivă şi de asemenea elementul neliniar este pur reactiv şi de natură opusă cu reactanţa circuitului, caracteristica normată a elementului neliniar intersectează întotdeauna una dintre cele două ramuri ale elipsei de sarcină corespunzătoare lui $\varphi = 90°$, deci curentul şi tensiunea pe elementul neliniar nu pot avea nici în acest caz ideal valori infinite, ceea ce este caracteristic însă la producerea fenomenului de rezonanţă în cazul circuitelor liniare. În consecinţă rezultă că, în cazul în care un circuit-serie fără pierderi conţine un element reactiv neliniar, în circuit nu se poate produce fenomenul de rezonanţă în sensul de creştere nelimitată a curentului din circuit şi a căderii de tensiune pe elementele circuitului.

Această concluzie teoretică are şi o justificare fizică. Să presupunem că la un moment dat în elementul neliniar ar circula un anumit curent, la care ar corespunde o reactanţă egală şi de semn contrar cu reactanţa reţelei. Curentul în elementul neliniar ar tinde să crească spre infinit, dar, de îndată ce a început creşterea curentului, reactanţa elementului neliniar se modifică şi suma rectanţelor în circuit nu mai este zero, ci are o valoare finită şi deci curentul în circuit nu poate avea o valoare infinită. Deci prezenţa într-un circuit a unui element neliniar reactiv are un efect de opunere faţă de realizarea rezonanţei în circuit.

La circuitele reale care au pierderi, prezenţa rezistenţei de pierderi produce un efect de stabilizare a circuitului şi în circuit se poate produce fenomenul de rezonanţă, în sensul că reactanţa totală a circuitului devine nulă, adică circuitul are o comportare ohmică.

4. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Pentru a vedea în ce măsură aceste metode folosind „elipsele de sarcină" pot fi folosite în practică, am efectuat măsurători asupra unor circuite conţinînd cîte un element neliniar rezistiv şi, respectiv, inductiv şi am comparat rezultatele teoretice cu cele experimentale.

4.1. *Cazul unui element neliniar rezistiv.* Ca element neliniar rezistiv am folosit un bec cu incandescenţă de 60 W/120 V, avînd caracteristica tensiune-curent reprezentată în tabela 1.

Tabela 1

U (V)	3,5	9,5	20,3	30,2	46	70	85	100	125
I (A)	0,12	0,18	0,23	0,27	0,325	0,39	0,44	0,48	0,53

Alimentînd becul de la o sursă de tensiune de 50 Hz, avînd $U_0 = 100$ V, în serie cu o rezistenţă de 200 Ω, dreapta de sarcină corespunzătoare lui $R = 200$ Ω intersectează caracteristica elementului la un punct avînd ordonata de $I = 0{,}305$ A. Valoarea măsurată a curentului din circuit la această determinare a fost $I_{exp} = 0{,}30$ A.

Alimentînd becul în serie cu un condensator de $C = 11{,}6$ μ F de la o sursă de tensiune de 50 Hz, avînd $U_0 = 100$ V, pentru valoarea curentului de scurtcircuit a circuitului rezultă $I_{sc} = 0{,}365$A. Calculînd caracteristica normată a becului şi reprezentînd-o în planul figurii 7, în dreptul intersec-

iei ei cu elipsa normată de $\varphi = 90°$ se citeşte $I/I_{sc} = 0{,}89$, din care rezultă urentul în punctul de funcţionare $I = 0{,}325$ A. Măsurînd curentul în ircuit, am găsit $I_{exp} = 0{,}32$ A.

Se constată deci o foarte bună concordanţă dintre rezultatele teoreice şi cele experimentale, abaterile fiind foarte mici, apropiate de erorile iparatelor de măsură.

4.2. *Cazul unui element neliniar reactiv.* Ca element neliniar reactiv im folosit o bobină cu miez magnetic, avînd datele măsurate la $f = 1\,000$ Hz de $L = 0{,}72$ H, $Q = 5{,}6$, $\varphi_L = 80°$ şi caracteristica tensiune-curent eprezentată în tabela 2.

Tabela 2

U(V)	20	40	60	80	100	125	150	160	175	185	200
I(A)	0,045	0,088	0,136	0,185	0,24	0,31	0,43	0,52	0,72	0,92	1,25

Avînd în vedere deformarea formelor de undă ale mărimilor sinusoidale, curentul prin element şi tensiunea la bornele sale au fost măsurate u ajutorul unui voltmetru electronic Hewlett-Packard tip 3400 *A*, care măsoară riguros valori efective indiferent de gradul de deformare al semnalului, eroarea de măsurare fiind de 1 % la $f = 50$ Hz. Tot acest instrument a fost folosit pentru a măsura datele punctului static de funcţionare al inductanţei în diversele circuite realizate.

Oscilografiind forma de undă a curentului, s-a constatat că deformări vizibile ale ei au apărut începînd cu tensiunea de $U = 125$ V.

Corectînd această inductanţă în serie cu o rezistenţă de $R = 220\ \Omega$ şi alimentînd acest ansamblu de la o tensiune de $U_0 = 250$ V, $f = 50$ Hz, pentru curentul de scurtcircuit al circuitului rezultă $I_{sc} = 1{,}14$ A. Calculînd caracteristica normată a inductanţei şi reprezentînd-o în planul figurii 8, în dreptul punctului de intersecţie cu elipsa de $\varphi = 0°$ se citeşte $U/U_0 = 0{,}715$, din care rezultă $U = 178{,}5$ V, care este o valoare foarte apropiată de valoarea găsită experimental: $U_{exp} = 178$ V.

Conectînd această inductanţă în serie cu un condensator de $C = 11{,}6\ \mu$ F şi rezistenţe de diverse valori şi folosind elipsele de sarcină normate din figura 8, pentru tensiunea la bornele inductanţei au rezultat valorile date în tabela 3. Tot în tabela aceasta au fost cuprinse valorile măsurate ale tensiunii la bornele inductanţei şi abaterile procentuale ale acestora faţă de valorile calculate.

Se observă că în acest caz, cînd reactanţa circuitului este de natură opusă cu reactanţa elementului neliniar, între rezultatele teoretice şi cele experimentale apar erori, care, atunci cînd unghiul de fază al circuitului se apropie de 90°, pot fi destul de însemnate.

Cauza acestor abateri rezidă în faptul că elipsele de sarcină normate din figura 8 au fost deduse pentru elemente neliniare reactive fără pierderi. Or, inductanţa neliniară folosită în măsurători a avut un factor de calitate relativ redus, şi anume $Q = 5{,}6$, ceea ce reflectă prezenţa unei rezistenţe de pierderi apreciabile. Din cauza acestei rezistenţe de pierderi, curentul în circuit şi deci căderea de tensiune pe inductanţă au rezultat mai mici decît valorile teoretice.

Tabela 3

φ(grd)	~90	70	45	30
$R(\Omega)$	~0	100	274	475
U_0(V)	34	51	60	60
I_{sc}(A)	0,124	0,175	0,154	0,110
U(V)	176	137	81,5	52,5
U_{exp}(V)	100	100	70,5	47
ε(%)	−76	−37	−15,5	−11,5

Influenţa rezistenţei de pierderi s-a manifestat mai puţin pronunţat în cazul în care rezistenţa circuitului a fost mai mare, deoarece în acest caz rezistenţa circuitului are un rol preponderent în determinarea curentului din circuit.

Această influenţă însemnată a rezistenţei de pierderi a elementului neliniar s-a datorat faptului că, la frecvenţa reţelei, reactanţa elementului neliniar şi reactanţa condensatorului utilizat au fost de valori apropiate deci s-au compensat reciproc într-o bună măsură.

Utilizînd aceeaşi inductanţă, însă un condensator $C = 3{,}92\ \mu$ F, la care circuitul este destul de departe de rezonanţă, după cum se poate observa din datele cuprinse în tabela 4 erorile cu care se determină punctul static de funcţionare folosind elipsele de sarcină normate rezultă mult mai mici decît mai înainte şi pot fi considerate acceptabile pentru scopurile practice.

Tabela 4

φ(grd)	~90	70	60	45	30	0
$R(\Omega)$	~0	298	472	813	1410	220
U_0(V)	97	128	160	230	245	120
I_{sc} (A)	0,119	0,148	0,170	0,199	0,15	0,545
U (V)	101	105,8	107	105,7	71,5	105
U_{exp} (V)	100	100	100	100	70,5	100
ε(%)	−1	−5,3	−6,5	−5,5	−1,5	−4,7

BIBLIOGRAFIE

[1] PHILIPPOW E., *Nichtlineare Electrotechnik*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest § Portig K. – G., 1963, p. 48, 52 şi 68 – 69.

MODEL MATEMATIC PENTRU CALCULUL NUMERIC AL SUPRATENSIUNILOR INTERNE ÎN REȚELELE TRIFAZICE

DE
A. CRISTOVICI și M. STAADECKER

621.316.1:681.3

În lucrare se prezintă ecuațiile și schema logică care au stat la baza elaborării modelului matematic de calcul al supratensiunilor interne. Se indică particularitățile modelului matematic în cazul rețelelor trifazate, modul de scriere al ecuațiilor fiecărui element în coordonatele specifice și modul de trecere de la un sistem de coordonate la altul.

1. PUNEREA PROBLEMEI

Calculatoarele numerice moderne oferă posibilități și perspective noi în studiul și în analiza supratensiunilor de comutație care apar în rețelele electrice. Calculatorul numeric prezintă avantajul posibilităților de a considera în calcul o rețea complexă, foarte ramificată și cu un număr mare de linii și bare.

Pentru a rezolva problema calculului supratensiunilor de comutație cu ajutorul calculatorului numeric, este necesar să se stabilească modul de propagare al undelor de supratensiune pe fiecare element de rețea, sau, cu alte cuvinte, să se găsească răspunsul tranzitoriu al fiecărui circuit sau element de rețea. O a doua întrebare care se pune și care este legată de aspectul practic ingineresc al problemei este precizia sau gradul de detaliere prin care trebuie exprimat fiecare element de rețea. La aceasta a doua întrebare se poate da un răspuns numai prin studiul fiecărui aspect al comutației și al influenței diferiților parametri asupra nivelului și formei asupra tensiunilor care pot apărea.

Deseori în modelarea fizică a rețelei aplicarea principiului similitudinii a scutit pe cercetători să-și pună problema exprimării matematice a fenomenului. În ultimul timp însă modelarea matematică a fenomenelor preocupă din ce în ce mai mult pe cercetători, ținînd seama de perspectivele oferite de tehnica de calcul ca mijloc de cercetare.

Ținînd seama de aceste probleme, ne-am propus elaborarea unui model matematic al rețelei pentru calculul supratensiunilor de comutație.

2. MODELELE MATEMATICE ALE REȚELEI

Pentru realizarea unui model cît mai comod și mai complet este necesar să se țină seama de faptul că într-o rețea trifazică modul cel mai comod de exprimare al fiecărui element trebuie să țină seama de coordonatele proprii fiecărui element.

Astfel, dacă linia sau elementele liniare concentrate se pot exprima foarte ușor în coordonate simetrice sau modale, elementele neliniare, cum ar fi descărcătorul, caracteristica de magnetizare a transformatorului sau comutația, se pot exprima în coordonatele de fază. De aceea este rațional să se stabilească într-o primă etapă ecuațiile în coordonatele proprii fiecărui element, iar apoi la stabilirea algoritmului general de calcul să se treacă de la un sistem de coordonate la altul.

2.1. Modelul liniei electrice aeriene

Ecuațiile generale ale unei linii trifazice se pot exprima sub forma

$$-\frac{\partial}{\partial x}[u] = [L]\cdot\frac{\partial}{\partial t}[i] + [R]\cdot[i], \tag{1}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}[i] = [c\,(u)]\cdot\frac{\partial}{\partial t}[u] + [G\,(u)]\cdot[u]. \tag{1'}$$

Dacă nu se ține seama de fenomenul corona, respectiv de variația capacităților și a conductanțelor în funcție de tensiune, și dacă se consideră că practic conductanța în aceste condiții este neglijabilă, se obțin ecuațiile

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[u] = [L]\cdot[c]\frac{\partial^2}{\partial t^2}[u] + [R]\cdot[c]\frac{\partial}{\partial t}[u], \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[i] = [c]\cdot[L]\frac{\partial^2}{\partial t^2}[i] + [c]\cdot[R]\frac{\partial}{\partial t}[i]. \tag{2'}$$

Dacă linia nu este complet simetrică, atunci $[L]\cdot[c] \neq [c]\cdot[L]$. În această situație, coordonatele proprii ale liniei nu mai pot fi considerate coordonatele simetrice [1], [2], ci coordonatele modale. În orice caz, prin transformarea de coordonate se urmărește obținerea a trei scheme independente, caracterizată fiecare printr-o impedanță de undă, o viteză de propagare a semnalelor și o caracteristică de atenuare a semnalului.

Astfel, neconsiderîndu-se corona, în coordonate proprii un semnal apărut la unul dintre capetele liniei este regăsit la celălalt capăt după un timp corespunzător duratei de propagare pe fiecare dintre secvențe în parte și atenuat în funcție de caracteristica și atenuarea fiecărei secvențe. La capătul de recepție, trecerea semnalelor din coordonatele proprii în coordonate de fază permite reluarea ciclului de calcul. Dacă se consideră fenome-

nul corona, se poate împărți linia într-un număr suficient de porțiuni, pe care se consideră că semnalul se propagă după regulile unei linii fără distorsiuni, iar la capăt i se aplică corecția de tensiune prin introducerea unei sarcini exprimate prin $C = \Delta C(u)$ și $G = \Delta G(u)$.

Semnalele ajunse într-un nod se reflectă și se refractă. Astfel, dacă se consideră că o linie este racordată între nodurile i și j, iar semnalul care a pornit din nodul j spre nodul i se notează cu Uji, atunci unda reflectată în nod va fi $Uij = \Gamma ij \cdot Uji$, iar cea refractată va fi $Uix = (1+\Gamma ij)Uji$. Ținînd seama de faptul că tensiunea este egală cu suma undei incidente și a celei reflectate, rezultă că $Ui = Uji + \Gamma ij\ Uji = (1 + \Gamma ij)\ Uji$.

Deci tensiunea în noduri se poate calcula ca suma undelor refractate în acest nod, iar undele reflectate ca diferența dintre tensiunea rezultată și unda incidentă.

În acest fel, calculul tensiunilor la noduri se reduce la operații aritmetice simple [4].

Pentru a se reuși să se definească coeficienții de reflexie și de refracție constanți, este necesar ca elementele reactive existente în schemă să fie echivalente cu tronsoane de linie. În acest mod, întreaga schemă va fi redusă la elemente de linie, ceea ce permite aplicarea aceluiași algoritm de rezolvare.

2.2. Modelul elementelor reactive (inductanțe și capacități)

Prin înlocuirea elementelor reactive prin tronsoane de linie se urmărește ca răspunsul tranzitoriu al modelului să fie identic cu al originalului. Echivalarea se face pe baza formulelor care definesc parametrii transonului de linie. Astfel, dacă tronsonul de linie are impedanța de undă $Z_c = \sqrt{\frac{L}{c}}$ și durata de propagare a semnalului pe acest transon este $\Delta t = \sqrt{Lc}$ și dacă dorim să înlocuim o inductanță, atunci avem:

$$Z_c \cdot \Delta t = L.$$

Deci, alegînd, să zicem, Δt egal cu pasul de calcul, rezultă Zc [3].

În practică este necesar să se urmărească ca Δt să fie de circa patru ori mai mic decît constanta de timp a circuitului original. Această exigență este impusă de necesitatea ca pe durata fenomenului exprimată cu constanta de timp să existe un număr de cel puțin patru puncte intermediare.

2.3. Modelul întrerupătorului

Se are în vedere posibilitatea efectuării comutației pe fiecare fază în parte și în ambele sensuri (conectarea sau deconectarea). De asemenea se ține seama de faptul că după comutație este posibilă preinserarea unei rezistențe între contactele întrerupătorului.

În cazul conectării se folosește metoda generatorului echivalent, respectiv în locul comutației se introduce o sursă de tensiune care generează

unde de tensiune pe bornele întrerupătorului egale cu tensiunea la borne înainte de conectare.

Valorile undelor de tensiune generate se calculează după formulele

$$[U_{1i}] = [[1] + [Z2]\cdot[Z1]^{-1} + [R]\cdot[Z1]^{-1}]^{-1}.(Us),$$

$$[U_{2i}] = [[1] + [Z1]\cdot[Z2]^{-1} + [R]\cdot[Z2]^{-1}]^{-1}.(Us),$$

unde

$[Z1]$, $[Z2]$ sînt impedanţele de undă racordate la cele două borne ale întrerupătorului, (R) este valoarea rezistenţei dintre contactele întrerupătorului, care este 0 pentru faza conectată, 10^7 pentru faza deconectată şi R pentru faza conectată printr-o rezistenţă de preînserare, (Us) tensiunea generatorului echivalent, care, în cazul conectării după RAR, are şi o componentă continuă egală cu sarcina reziduală pe linie.

Tensiunea la bornele întrerupătorului ţinînd cont de undele care ajung la bornele sale se calculează după formulele

$$[U1] = [A_{11}]\cdot[u_1'] + [A_{12}]\cdot[u_2'], \tag{3}$$

$$[U_2] = [A_{21}]\cdot[u_1'] + [A_{22}]\cdot[u_2'], \tag{3'}$$

unde

$[u_1']$ şi $[u_2']$ sînt tensiunile la bornele întrerupătorului în ipoteza că întrerupătorul este deconectat,

$$[A_{11}] = ([R] + [Z^2])\cdot([R] + [Z1] + [Z2])^{-1},$$

$$[A_{12}] = [Z2]([R] + [Z1] + [Z^2])^{-1}$$

$$[A_{21}] = [Z_1]\cdot([R] + [Z1] + [Z2])^{-1}$$

$$[A_{22}] = ([R] + [(Z2)]\cdot([R] + [(Z1)] + [Z2])^{-1}.$$

După cum se observă cînd întrerupătorul este deconectat, deci $R = 10^7$, rezultă că $[A_{11}] = [1]$, $[A_{12}] = [0]$, $[A_{21}] = [0]$, $[A_{22}] = [1]$ şi, respectiv, $[u_1] = [u_1']$ şi $[U_2] = [U_2']$.

Dacă se studiază o deconectare, este indicat să se efectueze calculul 1 — 2 perioade a regimului anterior deconectării, după care se dă comanda de deconectare la trecerea prin zero a curentului sau eventual la valoarea impusă a curentului. Din momentul deconectării se poate calcula caracteristica de restabilire a rigidităţii dielectrice între bornele întrerupătorului $DU = DU(t)$, care se aproximează printr-o linie poligonală cu patru segmente [4]. În cazul cînd se studiază, spre exemplu, deconectarea unei linii în gol în momentul în care tensiunea de restabilire dintre bornele întrerupătorului va fi mai mare decît caracteristica $DU(t)$ a întrerupătoru-

lui, se produce reamorsarea arcului în întrerupător. La acest fel se poate studia fie caracteristica de restabilire necesară pentru a nu se produce supratensiuni, fie supratensiunile care apar în cazul reamorsărilor.

2.4. Modelul descărcătorului cu rezistența variabilă

La depășirea unui anumit nivel de tensiune intră în funcțiune descărcătorul al cărui efect de limitare este neliniar. Punctul de funcționare se determină ca o intersecție a caracteristicii descărcătorului cu dreapta $U = U_0 - Z_e \cdot I$, unde U_0 este tensiunea în nodul descărcătorului calculată în absența acestuia, Z_e impedanța de undă a rețelei văzută din punctul de racord al descărcătorului.

Dacă caracteristica descărcătorului se aproximează printr-o linie poligonală, pe care un anumit segment de aproximare este definit prin punctele externe $(u_i, I_i, U_{i+i}, I_{i+1})$, curentul prin descărcător va fi

$$I_d = \frac{U_0 + \dfrac{U_i \cdot I_{i+1} - U_{i+1} \cdot I_i}{I_{i+1} - I_i}}{Z_e + \dfrac{U_{i+1} - U_i}{I_{i+1} - I_i}}.$$

Dacă $I_i < I_d < I_{i+1}$, rezultă că punctul de funcționare a fost bine calculat și deci se poate calcula tensiunea pe descărcător. Dacă nu se îndeplinește condiția de mai sus, se caută punctul de funcționare pe alt segment de aproximare al caracteristicii descărcătorului. În domeniul de funcționare al descărcătorului la supratensiuni de comutație, caracteristica internă se poate aproxima suficient printr-o linie poligonală formată din patru segmente.

Stingerea arcului în descărcător se condiționează fie de trecerea prin zero a curentului prin descărcător, fie de scăderea tensiunii la borne sub tensiunea de stingere a descărcătorului. Aceste condiții sînt suficiente pentru a reproduce în mare caracteristicile descărcătorului cu suflaj magnetic.

2.5. Modelul transformatorului cu caracteristică neliniară de magnetizare

Caracteristica neliniară de magnetizare a transformatorului limitează nivelul supratensiunilor, pe de o parte, în cazul cînd se conectează, spre exemplu, o linie avînd la capăt un transformator în gol, iar pe de altă parte generează armonici care în anumite scheme pot produce supratensiuni periculoase. Din aceste considerente este necesar ca uneori în calcule să se țină seama de caracteristica neliniară de magnetizare a transformatoarelor.

Pentru stabilirea ecuațiilor s-a considerat un autotransformator cu înfășurare terțiară pe care se pot racorda bobine de reactanță. Tensiunea la bornele transformatorului va fi

$$[U]_{\mu i} = [U_N] + \frac{\mathrm{d}[\Phi]_i}{\mathrm{d}t} + [L_1]\frac{\mathrm{d}\,[Ii]}{\mathrm{d}t}, \quad i = a, b, c,$$

unde

$U\mu i$ este tensiunea la bornele şuntului magnetic,
U_N — tensiunea punctului neutru (dacă acesta nu este legat la pămînt),
$\frac{\mathrm{d}\,\Phi\, i}{\mathrm{d}t}$ — fluxul prin înfăşurări,
I_i — curentul prin înfăşurări,
L_1 — reactanţa transversală a transformatorului.

Fluxurile prin înfăşurări se calculează pe baza următoarelor formule considerînd caracteristica de magnetizare exprimată prin aproximaţia

$$i_{\mu i} = A_1\,\Phi_i + A_5 \cdot \Phi_i^5,$$

de unde rezultă

$$\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} = \frac{A_a - B\left(\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\,\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t}\right)}{C + D\Phi_A^4},$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} = \frac{A_b - B\left(\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t}\right)}{C + D\Phi_B^4},$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} = \frac{A_c - B\left(\frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi a,b,c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi\, a,b,c}{\mathrm{d}t}\right)}{C + D\Phi_C^4},$$

în care

$$A_i = U\,\mu_i - UN \qquad i = a,\ b,\ c,$$

$$B = \frac{L_1}{3}\left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_2 + L_3}\right),$$

$$C = 1 + \frac{L_1}{L_2 + L_3} + A_1 \cdot L_1,$$

$$D = 5\,L_1 \cdot A_5,$$

L_1 — reprezintă inductanţa transversală a transformatorului,
L_2 — inductanţa înfăşurării terţiare (legată în triunghi),
L_3 — inductanţa sarcinii racordate pe terţiar,
$A_1 \cdot A_5$ — constantele de aproximare a caracteristicii de magnetizare.

Ecuaţiile sînt scrise pe considerentul existenţei înfăşurării în triunghi, care se exprimă prin existenţa fluxului homopolar exprimat ca sumă a fluxurilor.

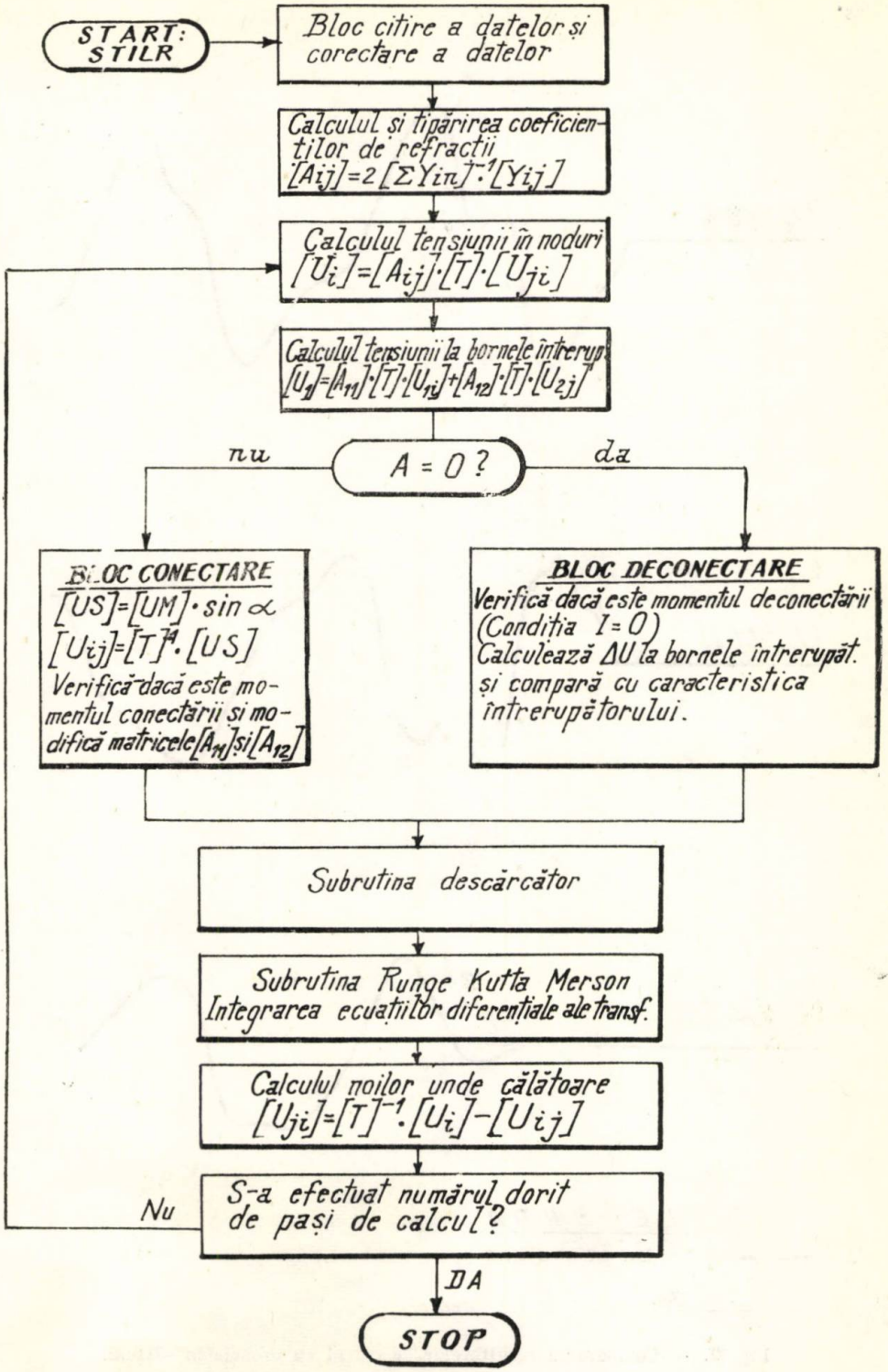


Fig. 1. —Schema logică generală a programului de calcul al supratensiunilor interne.

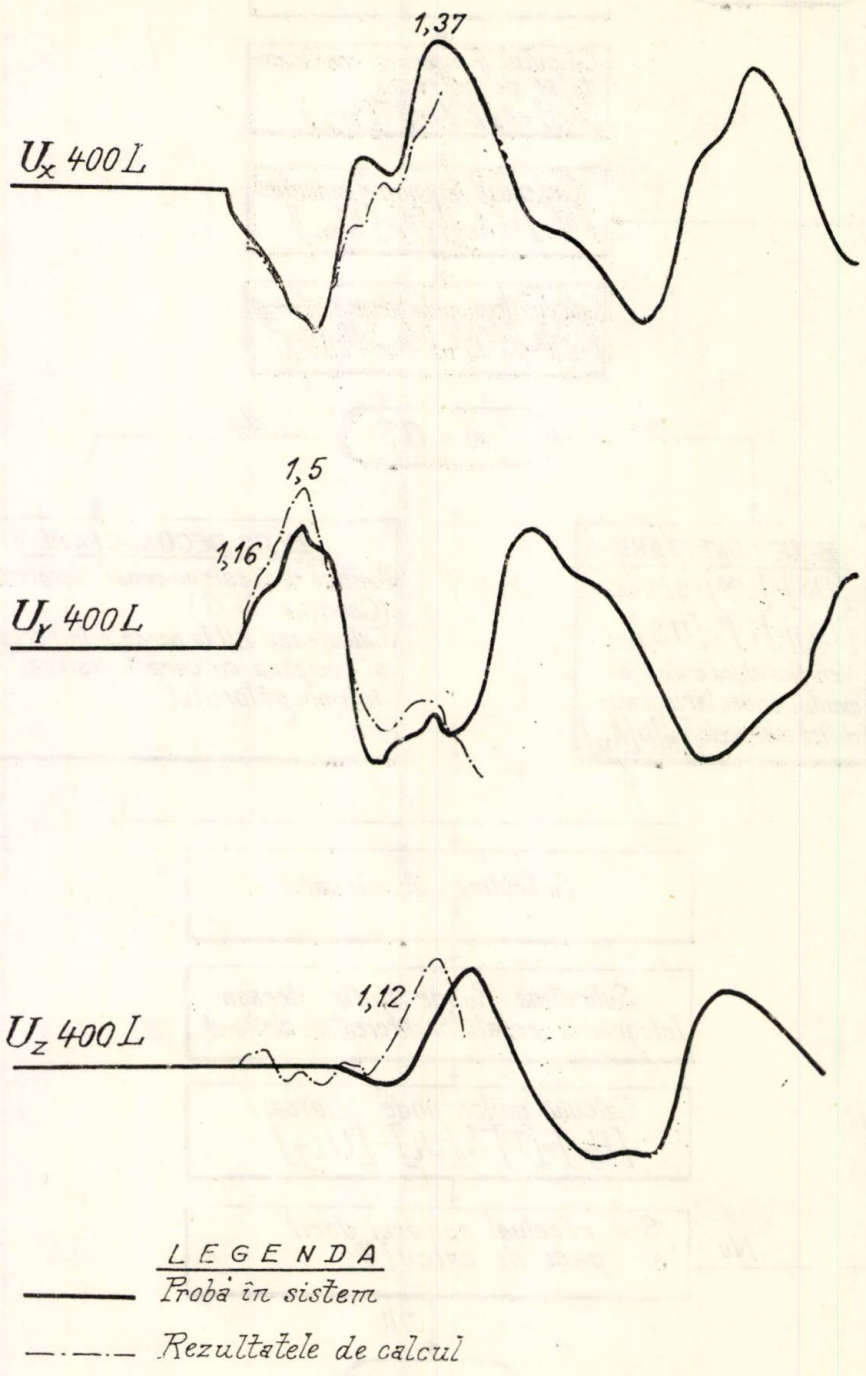


Fig. 2. — Compararea rezultatelor de calcul cu probele în sistem.

Pentru integrarea acestor ecuații se aplică o subrutină Runge-Kutta, cu pas de integrare variabil în funcție de precizie. Ca date de intrare la fiecare pas de calcul se consideră U, care reprezintă tensiunea calculată în absența transformatorului.

După integrarea ecuațiilor de flux rezultă curentul prin înfășurări, care, înmulțit cu impedanța de undă a rețelei externe transformatorului, determină o corecție de tensiune dată de prezenta caracteristică neliniară. Prin aceste corecții se introduce efectul caracteristicii neliniare de magnetizare a transformatorului.

3. SCHEMA LOGICĂ GENERALĂ ȘI PERFORMANȚELE PROGRAMULUI

Modul de legătură dintre diferite subrutine și succesiunea calculului sînt indicate în schema logică generală.

Programul a fost scris în limbaj ALGOL pentru calculatorul Elliott-4120. Timpul de calcul este de 0,12 — 0,15 s /nod și pas, ceea ce conduce la obținerea unor durate de rezolvare de 8 — 10 min pentru o schemă cu 7 noduri și circa 600 de pași de calcul.

Pentru a se verifica corectitudinea rezultatelor obținute s-au făcut comparații între rezultatele calculului și rezultatele experimentale în rețea. Comparația a arătat rezultate bune în sensul că tensiunile maxime obținute prin calcul au fost cu cîteva procente mai mari decît cele obținute prin oscilografierea în rețea, iar forma curbei rezultată din calcul a avut aceeași alură și aceleași inflexiuni ca și cea reală.

În stadiul actual este necesar ca printr-un număr mare de calcule să se verifice influența diferiților parametri asupra rezultatului de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. M. C. Perz, *Natural Modes of Power Line Carrier on Horizontal Three-Phase Lines*, Transactions of Power Apparatus and Systems, iulie 1964.
2. N. Popovici, A. Popescu, A. Cristovici, *Metodă și program de calcul a parametrilor liniilor electrice aeriene trifazate*, Energetica, 5 (1970).
3. L. O. Barthold, G. K. Carter, *Digital Traveling Waves Solution (single-phase equivalents)*, Transactions on Power Apparatus and Systems, decembrie 1961.
4. A. I. Dolghinov, V. S. Satiu, F. I. Motusko, *Traveling Wave Method Solution from Digital Computer*, Electricestvo, 4 (1964).

INFLUENŢA CONECTĂRILOR NESIMULTANE ASUPRA VALORII SUPRATENSIUNILOR LA PUNEREA SUB TENSIUNE A UNEI LINII DE TRANSPORT TRIFAZATE

DE

EMILIA CONSTANTIN

621.316.11 :621.3.015.3

În lucrare se studiază analitic influenţa conectărilor nesimultane asupra valorii supratensiunilor. Folosind metoda calculului operaţional, se determină unghiurile de conectare cele mai dezavantajoase şi valorile maxime ale vîrfurilor de supratensiune. Se constată că la o dispersie de 6 ms pot apărea supratensiuni de 3—4 ori mai mari decît amplitudinea tensiunii conectate. Pentru exemplificare s-au calculat cu metoda Bergeron, folosind un calculator numeric, supratensiunile la punerea sub tensiune a unei linii trifazate în diferite cazuri.

1. INTRODUCERE

Răspîndirea liniilor de înaltă şi de foarte înaltă tensiune a impus necesitatea determinării cît mai exacte a supratensiunilor care pot apărea în decursul diferitelor comutări, deoarece ele, obţinînd valori foarte mari, devin hotărîtoare în dimensionarea izolaţiei liniei. Astfel pot apărea supratensiuni la punerea sub tensiune a liniei, la reanclanşarea ei, la deconectarea unui curent inductiv mic etc. În lucrarea de faţă se analizează cazul punerii sub tensiune a unei linii în gol. Din literatură sînt cunoscute mai multe rezultate obţinute la determinarea supratensiunilor de comutaţie la anclanşarea liniilor, fără să fie însă calculat vîrful de supratensiune care apare la închiderea nesimultană a polilor întrerupătorului.

Metodele folosite pentru calculul supratensiunilor sînt diferite şi depind de precizia cu care se urmăreşte fenomenul. În [1], [2] se aplică metoda Bergeron şi se elaborează un program cu ajutorul căruia se determină cu un calculator variaţia în timp a tensiunilor la cele două capete ale liniei. În [3] se discută unele rezultate obţinute cu un analizor tranzitoriu de reţea, iar în [4] se analizează rezultate experimentale obţinute la o linie de transport. Problema conectărilor nesimultane este discutată în [5],

unde se elaborează o metodă analitică care permite să se țină seama și de influența pămîntului asupra fenomenelor de propagare, iar în [6] se prezintă rezultate obținute prin aplicarea metodei integralei Fourier. Din toate aceste lucrări rezultă că la conectări nesimultane pot apărea vîrfuri de supratensiune care depășesc cu mult dublul tensiunii conectate, dar nu este obținută valoarea lor exactă.

În lucrarea prezentă se urmărește să se determine analitic valoarea supratensiunilor maxime la închiderea nesimultană a polilor întrerupătorului și a unghiului de conectare cel mai dezavantajos. Rezultatele obținute au fost verificate cu ajutorul metodei Bergeron, programată pentru un calculator numeric. Pentru a ține seama de influența puterii de scrutcircuit a sistemului la care se conectează linia, se analizează și cazul cînd la începutul liniei este conectată o inductivitate și, folosind unele rezultate din [7], se obține valoarea vîrfurilor de supratensiune.

2. DETERMINAREA ANALITICĂ A SUPRATENSIUNILOR LA CONECTAREA NESIMULTANĂ A FAZELOR

Pentru a determina vîrfurile de supratensiune la punerea sub tensiune a unei linii, s-a considerat sub formă analitică o linie trifazată simetrică în gol. Se admite în prima etapă că linia se conectează la o sursă de putere infinită, adică se neglijează și inductivitatea de dispersie a transformatorului. Se preconizează folosirea metodei analitice, și anume a calculului operațional, deoarece permite să se obțină printr-un calcul relativ simplu tensiunile în regim tranzitoriu chiar la conectări nesimultane. Pentru a simplifica calculele se neglijează pierderile pe linie și influența pămîntului asupra propagării undelor. Rezultatele obținute nu vor fi întocmai identice cu cele obținute experimental, dar, chiar dacă s-ar ține seama de atenuarea undelor, nu se pot obține rezultate exacte, deoarece fenomenele tranzitorii sînt influențate încă de foarte mulți factori, cum ar fi : pămîntul nu este un conductor omogen, înălțimea la care se găsește conductorul nu este constantă, conductorul de protecție nu are potențialul egal cu zero pe toată lungimea liniei etc. Valorile ce se vor obține pentru supratensiuni cu metoda analitică vor fi în orice caz acoperitoare, deoarece pierderile pe linie și din pămînt au ca efect atenuarea undelor.

Variația în timp a tensiunilor pe linie se calculează pornind de la ecuațiile telegrafiștilor, care se scriu pentru linia trifazată în forma matriceală :

$$-\frac{\mathrm{d}\|\underline{U}(x,\,p)\|}{\mathrm{d}x}=\|Z\|\cdot\|\underline{I}(x,p)\|,$$

$$-\frac{\mathrm{d}\|\underline{I}(x,\,p)\|}{\mathrm{d}x}=\|Y\|\cdot\|\underline{U}(x,\,p)\|,$$

în care s-au notat cu $\|\underline{U}(x,p)\|$, respectiv $\|\underline{I}(x,p)\|$ matricele transformatelor Laplace ale tensiunilor de fază, respectiv ale curenților de fază, iar cu $\|Z\|$ matricea impedanțelor lineice longitudinale și $\|Y\|$ matricea admitanțelor lineice transversale.

Prin eliminarea uneia dintre necunoscute se obține

$$-\frac{d^2\|\underline{U}(x,\ p)\|}{dx^2} = \|Z\| \cdot \|Y\| \cdot \|\underline{U}(x,\ p)\|,$$

$$-\frac{d^2\|\underline{I}\|(x, p)\|}{dx^2} = \|Y\| \cdot \|Z\| \cdot \underline{I}(x, p)\|. \qquad (1)$$

Neglijînd pierderile pe linie și influența pămîntului, rezultă

$$\|Z\| \cdot \|Y\| = \|Y\| \cdot \|Z\| = \|\gamma\|^2 = p\ \varepsilon_0\ \mu_0\ \|1\|,$$

în care $\|\gamma\|$ este matricea constantelor de propagare.

Impedanța de undă a liniei devine egală cu

$$\|z_0\| = \begin{Vmatrix} z & z' & z' \\ z' & z & z' \\ z' & z' & z \end{Vmatrix},$$

în care z este impedanța de undă proprie, iar z' cea reciprocă.

Se consideră în continuare că polii întrerupătorului se închid în ordinea cea mai dezavantajoasă, adică se conectează întîi faza a la $t = 0$, pe urmă faza c la $t = t_1$, deoarece pe această fază devine tensiunea de alimentare maximă după timpul $T/6$ și poate provoca supratensiuni mari, iar la $t = t_2$ se închide întrerupătorul de pe faza b (fig. 1).

La conectarea fazei a celelalte două faze sînt în gol și se obțin condițiile de limită.

$$\underline{U}_a(0,\ p) = \underline{U}_{a0}, \qquad \underline{I}_b(0,\ p) = \underline{I}_c(0,\ p) = 0,$$

$$\underline{I}_a(l,\ p) = \underline{I}_b(l,\ p) = \underline{I}_c(l,\ p) = 0.$$

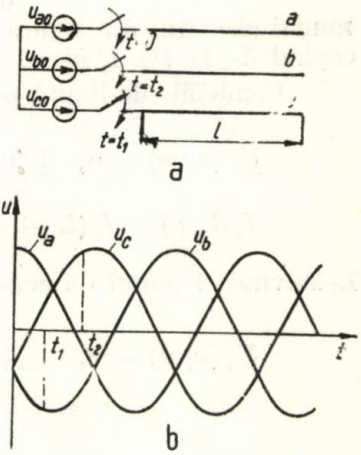


Fig. 1. — Conectarea nesimultană a fazelor la o linie trifazată.

Rezolvînd ecuațiile (1) cu aceste condiții, se obține

$$\underline{U}_a(x,\ p) = \underline{U}_{a0}\,\frac{\mathrm{ch}\gamma(l-x)}{\mathrm{ch}\gamma l},$$

$$\underline{U}_b(x,\ p) = \underline{U}_c(x,\ p) = \frac{z'}{z}\,\underline{U}_{a0}\,\frac{\mathrm{ch}\gamma(l-x)}{\mathrm{ch}\gamma l}. \qquad (2)$$

Valoarea momentană a tensiunii poate fi calculată din (2) cu teorema dezvoltării sau cu metoda d'Alembert [9]. Primul vîrf de supratensiune apare la sfîrşitul liniei la $t = \tau$ (τ fiind timpul de parcurs al liniei). Admiţînd că se conectează în momentul cînd tensiunea pe faza a este maximă, adică

$$u_{a0} = U_0 \cos\omega t,$$

se obţine vîrful de supratensiune egal cu dublul amplitudinii tensiunii conectate la sfîrşitul liniei:

$$u_{am} = 2U_0.$$

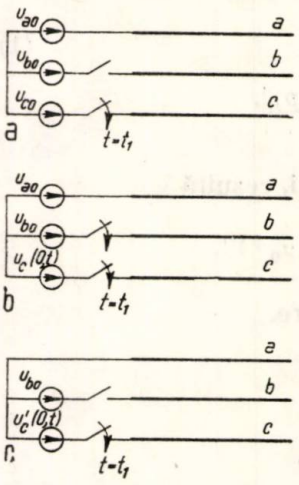


Fig. 2. — Metoda suprapunerii la conectarea fazei c.

Pentru a determina variaţia în timp a tensiunilor la conectarea fazei c se foloseşte metoda suprapunerii. Circuitul din figura 2 a se înlocuieşte cu cele două circuite din figura 2 b şi 2c. Cu $u_c(0,t)$ s-a notat tensiunea la începutul fazei c de la cazul precedent, adică atunci cînd a fost pusă sub tensiune numai faza a. Înseamnă că variaţia în timp a tensiunii pentru circuitul din figura 2b este cunoscută şi trebuie rezolvat numai circuitul din figura 2 c, iar rezultatul obţinut se suprapune începînd de la $t = t_1$ peste tensiunea obţinută anterior.

Condiţiile de limită pentru circuitul din figura 2 c sînt

$$\underline{U}_a(0, p) = 0, \quad \underline{U}'_c(0, p) = \underline{U}_{c0} - \underline{U}_c(0, p), \quad \underline{I}_b(0, p) = 0,$$

$$\underline{I}_a(l, p) = \underline{I}_b(l, p) = \underline{I}_c(l, p) = 0.$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (1) cu aceste condiţii de limită, se obţine

$$\underline{U}_a(x, p) = 0, \quad \underline{U}_b(x, p) = \underline{U}'_c(0, p) \cdot \frac{z'}{z + z'} \cdot \frac{\mathrm{ch}\gamma(l - x)}{\mathrm{ch}\gamma l}, \tag{3}$$

$$\underline{U}_c(x, p) = \underline{U}'_c(0, p) \frac{\mathrm{ch}\gamma(l - x)}{\mathrm{ch}\gamma l}.$$

Originea timpului este însă în acest caz în momentul conectării fazei c, adică la t_1 faţă de vechiul sistem, şi tensiunile conectate vor avea faţă de acest sistem de referinţă expresiile

$$u_{a0} = U_0 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$u_{c0} = U_0 \cos(\omega t - 240 + \varphi_1),$$

iar tensiunea aplicată circuitului din figura 2*c* rezultă egală cu

$$u'_c(0,\ t) = u_{c0} - u_c(0,\ t) = U_0 \cos(\omega t - 240 + \varphi_1) - U_0 \frac{z'}{z} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

care se mai poate scrie și sub forma

$$u'_c(0,\ t) = U_0 \cos \omega t \left\{ \cos(240 - \varphi_1) - \frac{z'}{z} \cos \varphi_1 \right\} +$$

$$+ U_0 \sin \omega t \left\{ \sin(240 - \varphi_1) + \frac{z'}{z} \sin \varphi_1 \right\}.$$

Valoarea maximă a tensiunii pe faza *c* rezultă după determinarea funcției originale a expresiei (3) și este la sfîrșitul liniei egală cu

$$u'_{c_m} = 2U_0 \left\{ \cos(240 - \varphi_1) - \frac{z'}{z} \cos \varphi_1 \right\}.$$

La această valoare se mai adaugă tensiunea de pe faza *c* de la cazul precedent, și anume valoarea cea mai dezavantajoasă, și se obține

$$u_{c_m} = 2U_0 \left\{ \cos(240 - \varphi_1) - \frac{z'}{z} \cos \varphi_1 \right\} - U_0 \frac{z'}{z} + U_0 \frac{z'}{z} \cos(\varphi_1 + \omega\tau).$$

Cum $\omega\tau \ll \varphi$, rezultă

$$u_{cm} = 2U_0 \cos(240 - \varphi_1) - \frac{z'}{z} U_0 \cos \varphi_1 - U_0 \frac{z'}{z}. \qquad (4)$$

Se observă că vîrful de supratensiune cu expresia (4) depinde de momentul închiderii întrerupătorului pe faza *c* prin unghiul φ_1. Unghiul cel mai dezavantajos rezultă din

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sqrt{3}}{1 + z'/z};$$

În acest caz apare la sfîrșitul liniei pe faza *c* un vîrf de supratensiune cu valoarea

$$u^*_{c_m} = -U_0 \{\sqrt{(1 + z'/z)^2 + 3} + z'/z\}.$$

Expresiile obținute pentru unghiul de conectare cel mai dezavantajos și supratensiunea maximă arată că ele sînt influențate substanțial de cuplajul

dintre faze. În cazul particular cînd $z' = 0$, rezultă $\varphi_1 = 60°$, și $u^*_{c_m} = -2U_0$, adică valorile de la conectarea liniei monofazate, deoarece tensiunea la începutul fazei c este maximă la $\varphi_1 = 60°$.

Dependența unghiului de conectare cel mai dezavantajos și a supratensiunii maxime de z'/z este reprezentată în figura 3.

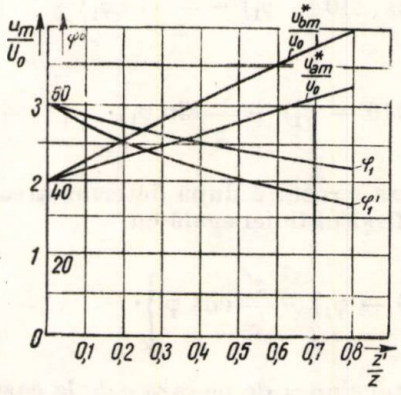


Fig. 3. — Curbele de variație ale vîrfurilor de supratensiune și ale unghiurilor de conectare funcție de z'/z.

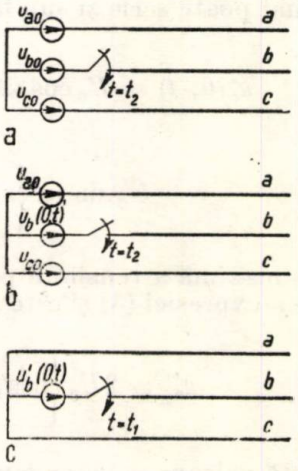


Fig. 4. — Metoda suprapunerii la conectarea fazei b.

La conectarea fazei b se aplică aceeași metodă de calcul. Circuitele corespunzătoare sînt reprezentate în figura 4, iar

$$u'_{b0} = u_{b0} - u_b(0,t),$$

n care

$$u_b(0,\ t) = \frac{z'}{z+z'} u'_c(0,\ t) + \frac{z'}{z} u_{a0}.$$

După efectuarea calculelor se obține

$$u_b(0,\ t) = -\frac{z'}{z+z'} u_{b0},$$

respectiv

$$u'_{b0} = \frac{z+2z'}{z+z'} u_{b0}.$$

Cu condițiile de limită

$$\underline{U}_a(0,\ p) = \underline{U}_c(0,\ p) = 0, \qquad \underline{U}_b(0,\ p) = \underline{U}_{b0},$$

$$\underline{I}_a(l,\ p) = \underline{I}_b(l,\ p) = \underline{I}_c(l,\ p) = 0,$$

se obține după rezolvarea sistemului de ecuații

$$\underline{U}_a(x, p) = \underline{U}_c(x, p) = 0, \qquad \underline{U}_b(x, p) = \frac{z + 2z'}{z + z'} \cdot \frac{\operatorname{ch} \gamma (l - x)}{\operatorname{ch} \gamma l}.$$

Adunînd această valoare la tensiunile determinate anterior, se obține după găsirea funcției originale, la sfîrșitul liniei, valoarea maximă a supratensiunii, egală cu

$$u_{bm} = 2U_0 \frac{z + 2z'}{z + z'} \cos(120 - \varphi_2) + U_0 \frac{z'}{z}(1 + \cos \varphi_2) +$$

$$+ \frac{z'}{z + z'}\left\{\cos(240 - \varphi_2) - \frac{z'}{z}\cos\varphi_2\right\} + \frac{z'}{z + z'}\left\{\cos(240 - \varphi_1) - \frac{z'}{z}\cos\varphi_1\right\}. \tag{5}$$

Din expresia (5) se calculează unghiurile de conectare dezavantajoase și se obține

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -\sqrt{3},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1' = \sqrt{3}\, z/(z + 2z'),$$

adică $\varphi_2 = 120°$, deci atunci cînd tensiunea e maximă pe faza b, iar $\varphi_1' < \varphi_1$.

Vîrful de supratensine pe faza b este egal cu

$$u^*_{b_m} = U_0 \frac{2z^2 + 4zz' + z'^2}{z(z + z')} + \frac{z'}{z(z + z')} U_0 \sqrt{z^2 + zz' + z'^2},$$

se observă că, dacă nu există cuplaj între conductoare, se obține $u^*_{b_m} = 2U_0$.

Variația lui φ_1' și $u^*_{b_m}$ sînt reprezentate de asemenea în figura 3 funcție de raportul z'/z.

Curbele obținute în figura 3 arată că, la conectarea nesimultană a fazelor, vîrfurile de supratensiune care apar pe linie sînt mult mai mari decît la anclanșarea simultană. Aceste valori mari rezultă atunci cînd fazele se conectează în ordinea în care devine maximă tensiunea pe ele și polii întrerupătorului se închid cu puțin înainte sau chiar atunci cînd tensiunea de fază are valoarea egală cu amplitudinea. Înseamnă că o dispersie de aproximativ 6 ms la închiderea polilor întrerupătorului poate conduce la apariția supratensiunilor calculate. Valorile mari ale supratensiunilor apar datorită cuplajului între faze și, după cum se vede din figura 3, ele cresc o dată cu creșterea raportului z'/z și pot depăși chiar valoarea $3U_0$.

În cazul liniilor mai lungi cu efect Ferranti mai pronunțat pot apărea după primul vîrf de supratensiune și valori mai mari ale supratensiunilor, și anume egale cu $u^*_m/\cos \omega\tau$, dar aceste valori sînt de obicei atenuate datorită pierderilor pe linie, în schimb primele vîrfuri de supratensiune apar neatenuate.

3. INFLUENȚA PUTERII DE SCRUTCIRCUIT A SURSEI ASUPRA VALORII SUPRATENSIUNILOR LA PUNEREA SUB TENSIUNE A UNEI LINII

Pentru a ține seama de puterea de scurtcircuit finită, se echivalează sistemul la care se conectează linia cu o sursă ideală și o inductivitate concentrată. Valoarea inductivității concentrate este determinată în principal,

în cazul cînd se conectează la un sistem puternic, de inductivitatea de dispersie a transformatorului prin care se pune sub tensiune linia. Schema de conectare pentru linia trifazată este reprezentată în figura 5. Se consideră de asemenea cazul cînd polii întrerupătorului se închid nesimultan pe cele trei faze în ordinea a, c, b. Pentru a putea calcula vîrfurile de supratensiune

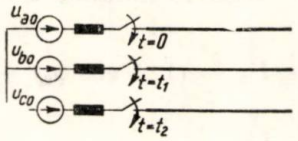


Fig. 5. — Conectarea unei linii trifazate la o sursă de putere finită.

se folosesc unele rezultate obținute în [7]. În această lucrare s-a arătat că la conectarea unei linii la o sursă de putere finită pot apare vîrfuri de supratensiune care depășesc dublul amplitudinii tensiunii conectate. Primul vîrf de supratensiune depinde, în cazul cînd se conectează în momentul cînd tensiunea este maximă, de lungimea liniei și de raportul $L_d/L.l = \alpha$, în care L_d este inductivitatea concentrată, L inductivitatea lineică, iar l lungimea liniei. Curba obținută pentru linii care nu depășesc 400 km este reprezentată în figura 6. Din această curbă se determină creșterea procentuală a supratensiunilor față de dublul amplitudinii tensiunii conectate și,

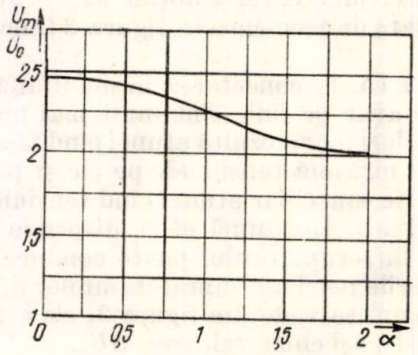


Fig. 6. — Supratensiunea maximă la punerea sub tensiune a unei linii monofazate de la o sursă de putere finită.

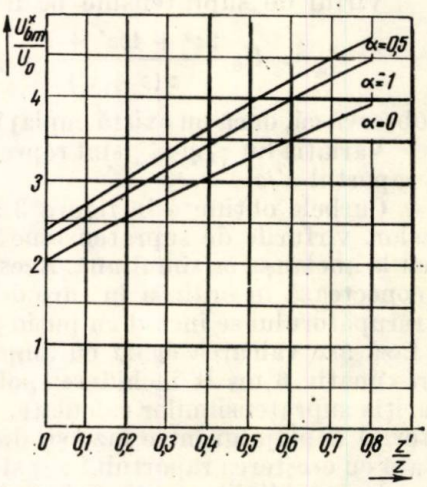


Fig. 7. — Supratensiunile maxime la conectarea nesimultană a fazelor unei linii trifazate la o sursă de putere finită.

operînd cu același procentaj și în cazul liniei trifazate, se recalculează curbele din figura 3. În figura 7 s-au reprezentat supratensiunile maxime care apar la închiderea ultimei faze pentru diferite valori ale lui α.

Comparînd curbele din figura 7 cu cea din figura 3, se constată că, în cazul cînd puterea de scurtcircuit a sistemului este finită, pot apărea vîrfuri mai pronunțate de supratensiuni. Astfel se pot atinge valori care ajung pînă la $4U_0$ și care devin foarte periculoase pentru izolația liniei.

Apariția unor vîrfuri de supratensiune cuprinse între (2,5 — 4) U_0 este menționată și în lucrări publicate [3], [6], valorile fiind obținute fie cu analizoare tranzitorii, fie prin măsurători experimentale.

4. EXEMPLE

Pentru a verifica valorile obținute pentru vîrfurile de supratensiune s-au calculat tensiunile la punerea sub tensiune a unor linii folosind metoda Bergeron [8]. Calculele au fost efectuate sub formă numerică la calculatorul MECIPT.

Ca un prim exemplu s-a considerat o linie de 200 km cu $z'/z = 0{,}4$ și s-a analizat influența momentului de închidere a polilor întrerupătorului pe cele trei faze. S-a ales un pas de calcul corespunzător timpului de $\tau/4$. Din curbele obținute s-a observat că situația cea mai dezavantajoasă este aceea cînd se conectează faza c la 15 $\tau/4$, adică la un unghi $\varphi_1 = 45°$, iar faza b la 40 $\tau/4$, adică la un unghi $\varphi_2 = 120°$, adică tocmai valorile calculate și care rezultă din figura 3. Curbele obținute sînt reprezentate în figura 8.

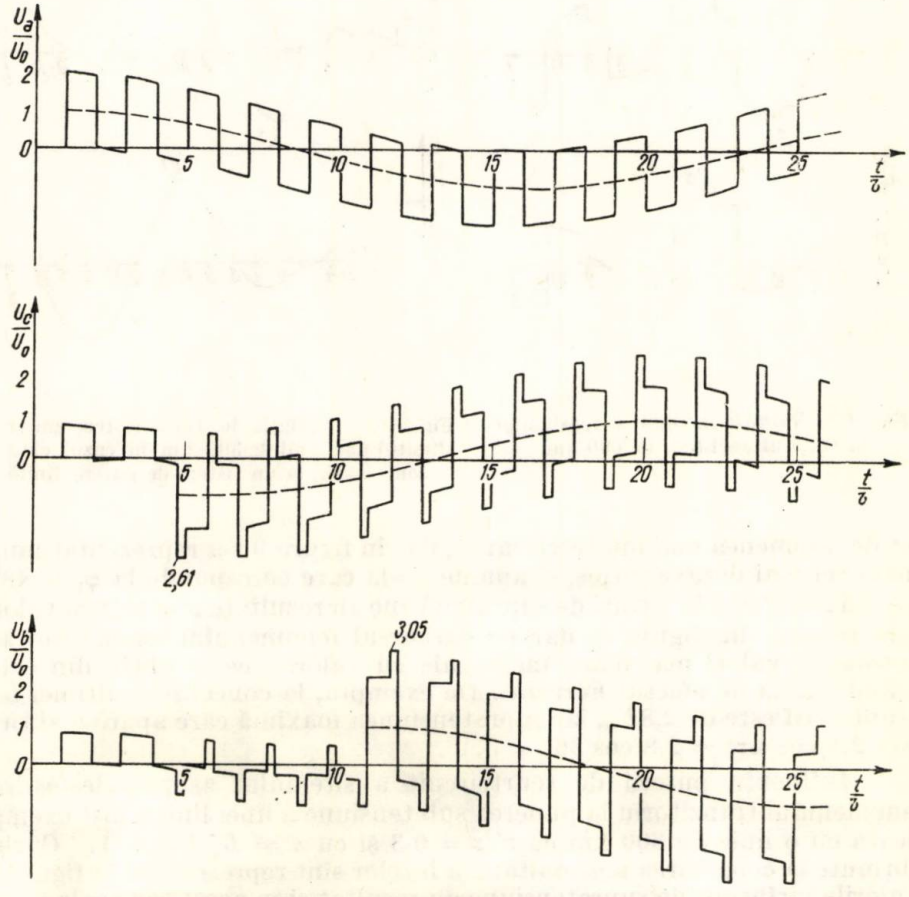


Fig. 8. — Variația în timp a tensiunilor la sfîrșitul unei linii de 200 km dacă se închid fazele la unghiurile cele mai dezavantajoase.

Valorile maxime ale vîrfurilor de supratensiune sînt de asemenea egale cu cele ce rezultă din figura 3. Analizînd şi celelalte rezultate obţinute la alte valori ale unghiurilor, s-a constatat că valorile supratensiunilor scad puţin cu modificarea unghiurilor.

În figura 9 s-au reprezentat curbele obţinute la punerea sub tensiune a unei linii de 600 km cu $z'/z = 0{,}3$ şi cu un pas de calcul $\tau/12$. S-au calcu-

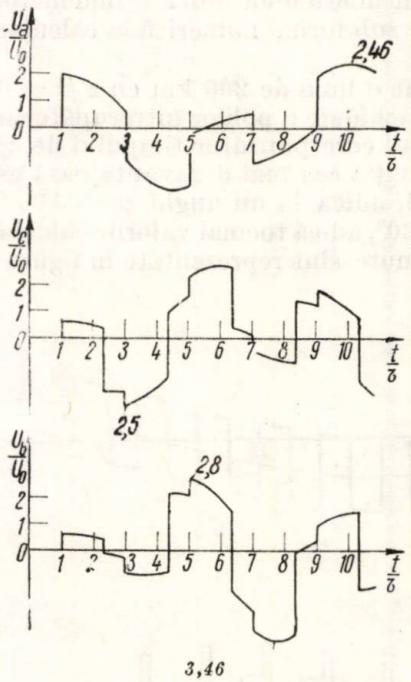


Fig. 9. — Variaţia în timp a tensiunilor la sfîrşitul unei linii de 600 km.

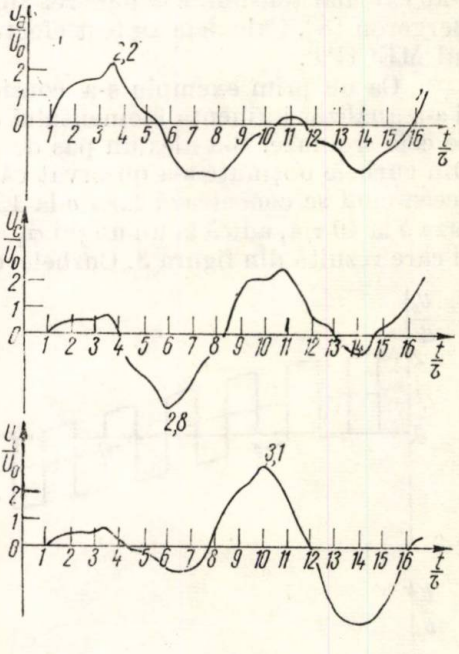


Fig. 10. — Variaţia în timp a tensiunilor la sfîrşitul unei linii de 300 km în cazul cînd se conectează la un sistem de putere finită.

lat de asemenea mai multe variante, dar în figura 9 s-a reprezentat numai cazul cel mai dezavantajos, şi anume acela care corespunde la $\varphi_1 = 48°$ şi $\varphi_2 = 120°$. Primele vîrfuri de supratensiune au rezultate identice cu valorile care rezultă din figura 3, dar pe parcursul fenomenului tranzitoriu s-au obţinut şi valori mai mari, însă egale cu valorile ce se obţin din calcul ţinînd seama de efectul Ferranti. De exemplu, la conectarea ultimei faze, primul vîrf este de $2{,}8U_0$, iar supratensiunea maximă care apare mai tîrziu este $2{,}8/\cos \omega\tau = 2{,}8/\cos 36° = 3{,}46$.

Influenţa puterii de scurtcircuit a sitemului asupra desfăşurării fenomenului tranzitoriu la punerea sub tensiune a unei linii a fost exemplificată cu o linie de 300 km cu $z'/z = 0{,}3$ şi cu $\alpha = L_d/L.l = 1$. Curbele obţinute la conectarea nesimultană a fazelor sînt reprezentate în figura 10. Valorile vîrfurilor de supratensiune au rezultat şi în acest caz egale cu cele calculate şi reprezentate în figura 7.

5. CONCLUZII

Conectarea nesimultană a fazelor la punerea sub tensiune a unei linii trifazate duce la apariția unor supratensiuni mult superioare celor care apar la conectarea simultană. Supratensiunile devin foarte mari dacă ordinea de închidere a polilor este ordinea în care devin maxime tensiunile de fază, adică $a - c - b$. Variația în timp a tensiunilor la sfîrșitul liniei depinde de timpul la care se conectează fazele. Din calculele efectuate rezultă că se obțin supratensiuni mari dacă faza c este conectată înainte de a trece prin maxim, adică la un unghi $\varphi_1' > 60°$, iar faza b la un unghi $\varphi_2 = 120°$. Aceasta înseamnă că la o dispersie de 6 ms la închiderea polilor se pot atinge valorile calculate pentru supratensiuni. Vîrful de supratensiune este maxim la conectarea ultimei faze și poate ajunge pînă la 3 U_0. Valorile supratensiunilor depind substanțial de cuplajul dintre faze, adică de raportul z'/z, și sînt cu atît mai mari, cu cît este mai mare acest raport.

La conectarea liniei la un sistem cu putere de scurtcircuit finită, se obțin valori de supratensiune mai mari. Pe baza calculului rezultă că în acest caz poate să apară o creștere de 20% a tensiunilor față de valorile calculate anterior, adică se pot atinge valori foarte periculoase pentru izolația liniei.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Althammer R. Petitpierre, *Schaltvorgänge und Schaltüberspannungen in Höchstspannungsnetzen*, B. B. Mitteilungen, **51**, *1/2*, 33— 46, (1964).
2. H. Bäcker, H. Neu, *Ein Verfahren zum Berechnen von Schaltvorgängen an einer Drehstromleitung*, ETZ-A, **87**, *1*, 25—27 (1966).
3. H. D. Kuhn, I. Rogalscky, *Schaltspannungen in Höchstspannungsnetzen*, ETZ-A, **89**, *21*, 577—582 (1968).
4. A. I. Mc. Elroy, W. S. Price, H. M. Smith, D. F. Shankle, *Field Measurement of Switching Surges on Unterminated* 345 *kV Transmission Lines*, IEEE Transactions, PAS, **82**, *8*, 465—487 (1963).
5. E. Wagner, *Beitrag zur Berehnung der Ausgleichsvorgänge beim nichtgleichzeitigen Schalten der Phasen einer symmetrischen Drehstromleitung*, Archiv für Elektrotechnik, **52**, *5*, 327—340 (1969).
6. M. J. Battison, S. I. Day, N. Mullineux, K. C. Parton, J. R. Reed, *Calculation of switching phenomena in power systems*, Proc. of IEE, **114**, *4*, 478—486 (1967).
7. E. Wagner, *Contribuții la calculul supratensiunilor la conectarea liniilor de transport la surse de putere finită*, Electrotehnica **18**, *6* 193—199 (1970).
8. H. Prinz, W. Zaengl, O. Völcker, *Das Bergeronverfahren zur Lösung von Wanderwellenaufgaben*, Bulletin ASE, **53**, *16*, 725—739 (1962).
9. M. I. Kontorovici, *Calculul operațional și fenomenele tranzitorii în circuitele electrice*, Edit. energetică de stat, 1955.

OSCILAȚII LINIARE ȘI NELINIARE ALE ARMĂTURII MOTORULUI ELECTROMAGNETIC

DE

A. MORARU

621.313.823.5

Se stabilește un model mecanic simplificat al oscilomotorului pentru studiul oscilațiilor armăturii sale, determinînd o „masă echivalentă" în mișcare.

Se arată că, sub influența forțelor electromagnetice și de sarcină fără lovire, armătura mobilă execută oscilații aproximativ sinusoidale, ceea ce simplifică mult studiul.

Regimul de oscilație staționară neliniară cu lovirea unui limitator rigid se studiază prin suprapunerea de două regimuri de oscilații liniare. Se pun în evidență domeniile caracteristice ale oscilațiilor neliniare, condițiile de apariție și de întreținere ale acestor oscilații și elementele cantitative care le caracterizează.

1. INTRODUCERE

O caracteristică specifică a motorului electromagnetic cu mișcare liniară alternativă [1], [2] este aceea că amplitudinea oscilației armăturii sale și poziția medie în jurul căreia se efectuează această oscilație se pot modifica în limite relativ largi în funcție de caracterul și mărimea forțelor dezvoltate de motorul electromagnetic propriu-zis, respectiv a celor opuse de sarcină (de obicei un compresor [3]). Din considerente constructive și funcționale este necesară totuși limitarea pozițiilor extreme pe care le poate ocupa armătura mobilă și în acest scop se prevăd anumite dispozitive de limitare, de obicei sub forma unor opritoare rigide sau cu elasticitate redusă.

În anumite regimuri de funcționare excepționale (și de scurtă durată) în care armătura mobilă atinge opritoarele, regim determinat de creșterea forței electromagnetice dezvoltate de motor peste o anumită valoare critică, armătura mobilă execută oscilații neliniare specifice, putînd apărea și un fenomen de „acroșaj", în care oscilațiile cu lovire pe limitatoare se mențin și după reducerea forței electromagnetice a motorului. Chiar dacă în funcționarea normală a oscilomotorului limitatoarele nu sînt atinse și regimul de oscilații neliniare cu lovire pe limitatoare trebuie evitat, întrucît

poate duce la avarii, studiul acestui regim este important pentru a cunoaşte condiţiile în care poate să apară caracterul oscilaţiilor şi condiţiile în care se iveşte fenomenul de „acroşaj".

În cele ce urmează se vor analiza oscilaţiile forţate ale armăturii mobile a oscilomotorului în regim liniar (fără lovire) şi neliniar, cu lovirea unui singur limitator, indicînd o metodă de studiu mai generală. Lucrările întîlnite în literatura de specialitate referitoare la oscilaţiile mecanice cu lovire pe limitatoare (de exemplu [4], [5], [6] ş. a.) folosesc metode de analiză diferite şi orientează studiul acestor oscilaţii fie spre aspecte calitative (stabilitatea mişcării), fie spre aspecte energetice [6].

2. ECUAŢIILE DE MIŞCARE

Armătura mobilă a oscilomotorului (fig. 1 *a*), de masă m_1 (inclusiv cea a mecanismului acţionat), putînd executa numai deplasări axiale în raport cu statorul, caracterizate prin coordonata x, este supusă acţiunii

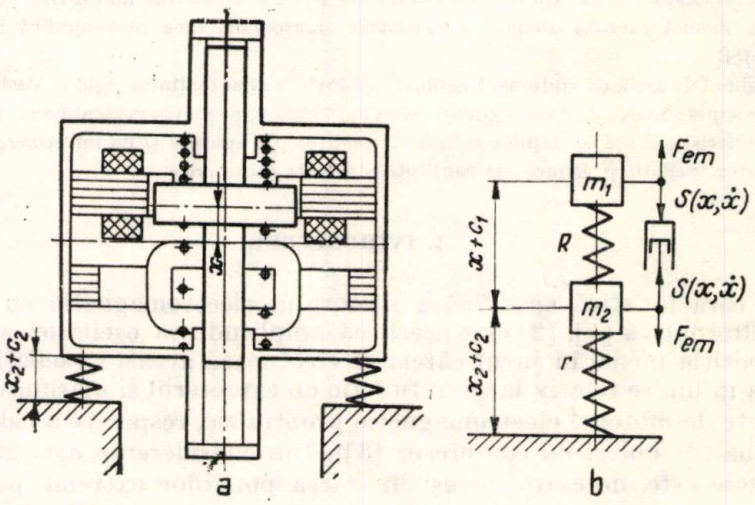


Fig. 1. — Construcţia schematică a oscilomotorului (*a*) şi schema lui mecanică echivalentă (*b*).

unor arcuri de rigiditate rezultantă R, sprijinite de stator, şi frînată de o forţă de sarcină S, dependentă de poziţia x şi de viteza relativă $v = \dot{x}$ a armăturii în raport cu statorul : $S\ (x,\ \dot{x})$. Statorul oscilomotorului, de masă m_2 (inclusiv carcasa şi părţile fixe ale mecanismului acţionat), poate de asemenea executa oscilaţii mici, fiind suspendat elastic pe arcuri de rigiditate r. Se vor lua în consideraţie numai deplasările axiale ale statorului, de coordonată x_2. Între armătura mobilă şi stator se exercită forţa electromagnetică $F_{em}(t)$.

Modelul mecanic simplificat al oscilomotorului se va prezenta ca în figura 1 *b*, fiind definit de două puncte materiale de mase m_1 şi m_2, două

arcuri de rigidități r și R, sarcina combinată $S(x, \dot{x})$ și forța exterioară $F_{em}(t)$. Coordonatele mișcării sistemului sînt :

x — distanța axială dintre armătura mobilă și stator,

x_2 — coordonata de poziție axială absolută a statorului.

Mișcarea sistemului se poate determina din ecuațiile lui Lagrange [4] în funcție de energia cinetică T, energia potențială V și forțele F_n pentru fiecare coordonată generalizată q_n a sistemului

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_n} + \frac{\partial V}{\partial q_n} = F_n, \tag{1}$$

unde $\dot{q}_n = \dfrac{\mathrm{d}q_n}{\mathrm{d}t}$ este viteza generalizată a coordonatei q_n.

Incluzînd masele arcurilor (cîte jumătate) în masele m_1 și m_2, rezultă în cazul sistemului analizat

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x} + \dot{x}_2)^2, \\ V &= \frac{1}{2} r x_2^2 + \frac{1}{2} R x^2, \\ F_1 &= F_{em} - S, \\ F_2 &= 0, \\ q_1 &= x, \\ q_2 &= x_2. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Se deduce sistemul de ecuații

$$m_2 \ddot{x}_2 + m_1 \ddot{x} + Rx = F_{em} - S, \tag{3}$$

$$(m_2 + m_1)\, \ddot{x}_2 + m_1 \ddot{x} + r\, x_2 = 0. \tag{4}$$

De obicei $m_2 >> m_1$, iar rigiditatea suspensiei r este mică, încît se poate neglija ultimul termen în ecuația (4), rezultînd relația

$$(m_2 + m_1)\, \ddot{x}_2 = - m_1 \ddot{x}.$$

După integrare, alegînd convenabil originile de coordonate, rezultă

$$x_2 = - \frac{m_1}{m_2 + m_1} x, \tag{5}$$

adică statorul execută o mișcare absolută asemenea și de sens opus mișcării relative dintre armătura mobilă și stator. Factorul de asemănare este raportul dintre masa armăturii mobile și masa sistemului.

Substituind (5) în (3), rezultă ecuația diferențială

$$m\ddot{x} + R\,x = F_{em} - S = P, \tag{6}$$

în care s-a notat cu

$$m = \frac{m_1\,m_2}{m_1 + m_2} \tag{7}$$

„masa echivalentă" a sistemului în mișcare. Relația (6) reprezintă ecuația de mișcare forțată, sub influența unei forțe exterioare $P = F_{em} - S$, a unui oscilator mecanic ideal cu un grad de libertate, constituit dintr-un punct material de masă m, aflat sub acțiunea unui arc de rigiditate R solidarizat de un sistem inerțial de masă infinită (fig. 2).

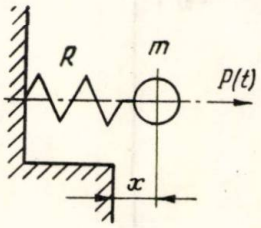


Fig. 2. — Oscilatorul mecanic ideal cu un grad de libertate.

Modelul din figura 2 permite simplificarea raționamentelor și va fi utilizat în continuare. Acest model este folosit adesea intuitiv, fără justificarea lui și fără considerarea valorii „echivalente" (7) a masei.

3. MIȘCAREA ARMĂTURII ÎN REGIM DE OSCILAȚII FORȚATE LINIARE

Se examinează întîi regimul oscilațiilor forțate ale armăturii mobile, în care aceasta nu atinge limitatoare și deci oscilațiile se mențin liniare. Se notează cu T perioada unei oscilații complete.

Forța electromagnetică $F_{em}(t)$ și cea de sarcină $S(t)$*) sau, în general, orice forță exterioară $P(t)$ se pot descompune în două componente:

— o componentă F_a (sau S_a, P_a), pe care o vom numi „activă" și care efectuează lucru mecanic pe un ciclu de funcționare:

$$\int_0^T F_a\,v\,\mathrm{d}t = \oint F_a \mathrm{d}x \neq 0, \text{ respectiv } \int_0^T S_a\,v\,\mathrm{d}t \neq 0; \tag{8}$$

*) Forța de sarcină $S\,(x, \dot{x})$ se poate prezenta ca funcție de timp dacă se cunoaște mișcarea $x(t)$.

— o componentă F_r (sau S_r, P_r), pe care o vom numi „reactivă", care nu efectuează lucru mecanic pe un ciclu de funcționare (deci derivă dintr-un potențial):

$$\int_0^T F_r\, v\, dt \equiv 0, \text{ respectiv } \int_0^T S_r\, v\, dt \equiv 0. \tag{9}$$

Suma celor două componente trebuie să fie egală cu forța corespunzătoare:

$$F_a(t) + F_r(t) = F_{em}(t), \text{ respectiv } S_a(t) + S_r(t) = S(t). \tag{10}$$

Este de remarcat faptul că relațiile (8), (9) și (10) nu definesc univoc împărțirea forțelor în cîte două componente, chiar dacă este precizată forma mișcării*), deci există o infinitate de moduri de împărțire în asemenea componente a forțelor. Aici se va lua în considerație o descompunere în componente ortogonale care corespunde dezvoltării în serie Fourier a mărimilor periodice $x(t)$, $F_{em}(t)$ și $S(t)$. Pentru o mișcare de forma

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} x_k \sin(k\omega t - \beta_k) \tag{11}$$

rezultă componentele ortogonale

$$\left.\begin{aligned} F_a &= \sum_k F_{ak} \cos(k\omega t - \beta_k),\quad S_a = \sum_k S_{ak} \cos(k\omega t - \beta_k), \\ F_r &= F_0 + \sum_k F_{rk} \sin(k\omega t - \beta_k),\quad S_r = S_0 + \sum_k S_{rk} \sin(k\omega t - \beta_k), \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

F_0, F_{ak}, F_{rk}, S_0, S_{ak} și S_{rk} fiind coeficienții Fourier ai forțelor $F_{em}(t)$ și $S(t)$:

$$\left.\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T F_{em}(t)\, dt, & S_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T S(t)\, dt, \\ F_{ak} &= \frac{2}{T}\int_0^T F_{em}(t) \cos(k\omega t - \beta_k)\, dt, & S_{ak} &= \frac{2}{T}\int_0^T S(t) \cos(k\omega t - \beta_k) dt, \\ F_{rk} &= \frac{2}{T}\int_0^T F_{em}(t) \sin(k\omega t - \beta_k)\, dt, & S_{rk} &= \frac{2}{T}\int_0^T S(t) \sin(k\omega t - \beta_k)\, dt, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Mai sus s-a notat cu $\omega = 2\pi/T$ pulsația fundamentalei mișcării.

*) Forța electromagnetică F_{em} este în general funcție de poziție x, de viteza $v = \dot{x}$ și de timp.

Soluția particulară a regimului staționar de oscilații forțate corespunzător ecuației (6) se poate obține prin metoda substituției, ținînd seama de relațiile (10), (11) și (12). După calcule simple rezultă sistemul

$$m\ddot{x} + R\,x = F_r - S_r, \tag{14}$$

$$0 = F_a - S_a. \tag{15}$$

Prima ecuație (14) corespunde unui sistem conservativ și evidențiază conservarea energiei interne a oscilatorului:

$$W = \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2 + \frac{1}{2} R\,x^2 + \int (S_r - F_r)\,\mathrm{d}x.$$

Componentele reactive ale forțelor dezvoltate de motor și de sarcină participă la acumularea temporară a energiei interne (sub formă cinetică sau potențială).

A doua ecuație (15) corespunde unui sistem disipativ și evidențiază transferul continuu de energie de la sistemul electromagnetic la sarcină prin intermediul componentelor active ale forțelor.

Ecuațiile (14) și (15) mai pot fi prezentate și pe componente armonice. Este interesantă în special concluzia care rezultă din ecuația pentru componentele reactive:

$$(R - k^2\,\omega^2 m)\;x_k = F_{rk} - S_{rk}, \tag{16}$$

unde $k = 0{,}1,\ 2,\ \ldots.$

Într-adevăr, se observă că din considerente funcționale la oscilomotor raportul $\omega^2 m/R$ are o valoare apropiată de unitate și deci pentru $k > 1$ al doilea termen din paranteza expresiei (16) devine predominant. Mai trebuie observat că pentru funcțiile periodice care nu prezintă discontinuități de primă speță — condiție satisfăcută de $F_{em}(t)$ și $S(t)$ — coeficienții seriilor Fourier variază cel puțin invers proporțional cu pătratul ordinului armonicii. Rezultă că amplitudinile x_k ale armonicilor deplasării $x(t)$ scad foarte repede cu ordinul (aproximativ cu puterea a patra a ordinului k), pe cînd prima armonică ($k = 1$) are amplitudinea mărită, datorită apropierii de rezonanță. În concluzie toate armonicile superioare ale mișcării au amplitudinea mult mai mică decît fundamentala și deci mișcarea se poate considera cu bună aproximație ca fiind sinusoidală. Această deducție este confirmată și de constatările experimentale.

Reținînd concluzia de mai sus, în continuare oscilațiile forțate liniare ale armăturii mobile a oscilomotorului se consideră sinusoidale, de forma

$$x(t) = x_0 + x_m \sin(\omega t - \beta). \tag{17}$$

Corespunzător, componentele active ale forțelor vor fi sinusoidale *):

$$F_a = F_{a1} \cos(\omega t - \beta), \tag{18}$$

respectiv

$$S_a = S_{a1} \cos(\omega t - \beta), \tag{18'}$$

iar componentele reactive vor fi

$$F_r = F_{em} - F_a = F_0 + F_{r1} \sin(\omega t - \beta) + F_d(t), \tag{19}$$

respectiv

$$S_r = S - S_a = S_0 + S_{r1} \sin(\omega t - \beta) + S_d(t), \tag{19'}$$

în care $F_d(t)$ și $S_d(t)$ sînt componente reziduale „deformante", cuprinzînd armonice superioare ale forțelor, a căror influență asupra mișcării este neglijabilă.

Astfel parametrii x_0, x_m și β, care definesc complet mișcarea sinusoidală (17) a armăturii mobile a oscilomotorului, vor trebui să verifice identic sistemul de ecuații

$$F_0(x_0, x_m, \beta) - S_0(x_0, x_m) = R\, x_0, \tag{20}$$

$$F_{r1}(x_0, x_m, \beta) - S_{r1}(x_0, x_m) = (R - m\omega^2)\, x_m, \tag{20'}$$

$$F_{a1}(x_0, x_m, \beta) - S_{a1}(x_0, x_m) = 0. \tag{20''}$$

Un algoritm adecvat poate conduce la determinarea valorilor parametrilor mișcării chiar atunci cînd nu se poate da o soluție analitică sistemului (20), datorită complexității legilor de dependență a componentelor forțelor de acești parametri.

4. MIȘCAREA ARMĂTURII MOBILE CU LOVIREA UNUI LIMITATOR RIGID PERFECT ELASTIC

Lovirea unui obstacol (sau limitator) în cursul mișcării armăturii mobile duce la perturbarea mișcării, datorită forței de legătură unilaterală pe care o determină contactul temporar dintre armătura mobilă și obstacol. Această legătură unilaterală poate determina apariția unor oscilații neliniare întreținute, care însă, printr-un artificiu, se vor putea reduce la cazul unor oscilații liniare pe porțiuni.

Într-adevăr, considerînd limitatorul rigid, forța de legătură unilaterală acționează un timp foarte scurt (în comparație cu perioada mișcării) și deci se poate asimila cu un impact. În regimul staționar de oscilații

*) S-ar putea considera și o variație nesinusoidală a forțelor active, îndeplinind relația (14), însă aceasta nu ar aduce informații suplimentare.

cu lovirea limitatorului, impactul se va repeta la fiecare oscilaţie a armăturii, rezultînd un impact periodic cu perioada de repetiţie egală cu perioada oscilaţiilor forţate (T) ale armăturii. Se poate deci considera mişcarea forţată cu lovire a armăturii ca rezultatul acţiunii simultane a forţei excitatoare exterioare periodice $P(t)$ şi a unui impact periodic $Q(t)$, ambele de aceeaşi perioadă T şi aflate în relaţii de amplitudini şi de faze care urmează a fi determinate pentru respectarea condiţiilor de legătură unilaterală.

Astfel oscilaţia neliniară (cu lovire) a armăturii se poate studia prin suprapunerea a două regimuri de oscilaţii forţate liniare.

În cazul cînd se consideră ciocnirea perfect elastică, impactul nu dă naştere unei disipări de energie şi deci lovirea va afecta numai ecuaţia de echilibru a componentei reactive a forţelor (14), respectiv (20), (20′). Astfel mişcarea cu lovire a armăturii mobile sub influenţa unei componente reactive P_{rm} a forţei exterioare armonice

$$p_r = P_{rm} \cos(\omega t + \gamma)$$

se poate descrie ca soluţia particulară (forţată) a ecuaţiei

$$m\ddot{x} + R\,x = P_{rm} \cos(\omega t + \gamma) + Q(t), \tag{21}$$

în care $Q(t)$ este un impact periodic de impuls I (figura A.1 sau expresia A.2 din anexă). Valoarea impulsului şi faza relativă γ urmează a se determina din ecuaţiile de legătură unilaterală.

Ecuaţia (21) fiind liniară, soluţia ei forţată se poate determina prin suprapunerea efectelor:

$$x = x_p + x_i, \tag{22}$$

x_p fiind mişcarea determinată numai de forţa reactivă exterioară p_r fără lovire, iar x_i este mişcarea determinată numai de impactul periodic $Q(t)$.

Prima componentă rezultă imediat:

$$x_p = \frac{P_{rm}}{R} \frac{1}{1 - n^2} \cos(\omega t + \gamma), \tag{23}$$

unde s-a notat

$$n = \frac{T_i}{T} = \frac{\omega}{\Omega} = \omega \sqrt{\frac{m}{R}} \tag{24}$$

multiplicitate a perioadei oscilaţiilor libere T_i în raport cu perioada T a forţei exterioare.

Pentru a doua componentă, în anexă s-a dezvoltat separat studiul mişcării unui oscilator mecanic ideal, reprezentat de un punct material

de masă m aflat sub acțiunea unui arc de rigiditate R, sub influența impactului I repetat periodic la intervale T de timp. Mișcarea dintre două impacturi succesive, considerînd originea timpului în momentul primului impact, este de forma

$$x = A \cos \frac{\omega t - \pi}{n}, \tag{25}$$

unde

$$A = \frac{\pi / n}{\sin \pi / n} \frac{I}{RT}. \tag{26}$$

Astfel, în intervalul dintre două loviri succesive pe limitator, mișcarea rezultantă va fi descrisă de relația

$$x(t) = \frac{P_{rm}}{R} \cdot \frac{\cos(\omega t + \gamma)}{1 - n^2} + A \cos \frac{\omega t - \pi}{n}. \tag{27}$$

Condițiile de legătură pentru limitatorul rigid perfect elastic se pot scrie sub forma

$$x(0) = x(T) = a,$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0} = -\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)_{t=T} < 0. \tag{29}$$

Prima condiție (28) exprimă faptul că lovirea limitatorului are loc la distanța a de originea considerată pentru oscilațiile $x(t)$, iar a doua condiție (29) exprimă reflexia vitezei datorită ciocnirii de limitatorul perfect elastic și îndepărtarea de obstacol după ciocnire.

Din a doua condiție rezultă imediat

$$I < 0 \tag{30}$$

și

$$\sin \gamma = 0 \quad \text{sau} \quad \gamma = 0, \quad \pi. \tag{31}$$

Nu toate valorile lui γ sînt admisibile, lucru care rezultă explicitînd condiția (28) sub forma

$$P_{rm} \frac{\cos \gamma}{1 - n^2} + \frac{I}{T} \frac{\pi / n}{\operatorname{tg} \pi / n} = R a \tag{32}$$

și ținînd seama de (30).

Analizînd diferitele situaţii întîlnite în funcţie de valoarea pulsaţiei relative n, se poate întocmi tabela 1, care exprimă condiţiile de existenţă a regimurilor de oscilaţii liniare sau neliniare. În această tabelă s-a notat cu G forţa de referinţă (critică)

$$G = (1 - n^2)\, R\, a. \tag{33}$$

Tabela 1

Condiţii de existenţă şi de amorsare a oscilaţiilor liniare sau cu lovire de limitator rigid perfect elastic

		Intervale de valori ale pulsaţiei relative $n = \omega / \Omega$						
		$1/n = 0$	0,5	1	1,5	2	2,5	3 . . .
Fără lovire	existenţă	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	. . .
	fază γ	π	π	0	0	0	0	. . .
Cu lovire	amorsare	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	. . .
	existenţă		$P_{rm} > 0$		$P_{rm} > 0$		$P_{rm} > 0$	. . .
	fază γ	π	0	0	π	0	π	. . .

Analizînd tabela 1, se disting pentru oscilaţiile neliniare (cu lovire) mai multe domenii semnificative, şi anume :

— domenii „impare", în care oscilaţiile neliniare (cu lovire) au aceeaşi fază γ ca şi oscilaţiile liniare, iar lovirea apare şi se întreţine numai dacă $P_{rm} > \lvert G \rvert$; domeniile corespund intervalelor

$$\frac{1}{k} < n < \frac{2}{2k+1}, \text{ unde } k = 0,\ 1,\ 2 \ldots$$

— domenii „pare", în care oscilaţia neliniară este în opoziţie de fază cu oscilaţia liniară, iar lovirea poate avea loc la orice valoare a forţei excitatoare $P_{rm} > 0$, cu condiţia ca înainte să fi îndeplinit temporar condiţia de amorsare $P_{rm} > \lvert G \rvert$; aici apare fenomenul de „acroşaj" la $P_{rm} < \lvert G \rvert$. Domeniile corespund intervalelor

$$\frac{2}{2k+1} < n < \frac{1}{k+1}, \text{ unde } k = 0,\ 1,\ 2 \ldots$$

Domeniile de mai sus se pot evidenţia sugestiv într-o diagramă (fig. 3) în care pentru compactitatea reprezentării în ordonată s-a figurat produsul $P_{rm} \cos \gamma$, iar în abscisă inversul pulsaţiei relative $1/n$. Astfel, întrucît $P_{rm} > 0$ prin definiţie, semiplanul superior corespunde fazei $\gamma = 0$, iar semiplanul inferior fazei $\gamma = \pi$ (cu imagine oglindită). Se disting uşor domeniile în care se funcţionează fără lovire (FL) sau cu lovire

(L), ca și domeniile cu lovire în stare acroșată (LA). S-au mai pus în evidență domeniile interzise (haşurate orizontal) și domenii de instabilitate (haşurate vertical) în care se ajunge prin mărirea forței excitatoare P_{rm} peste valoarea critică $|G|$; în acest domeniu, oscilația se defazează trep-

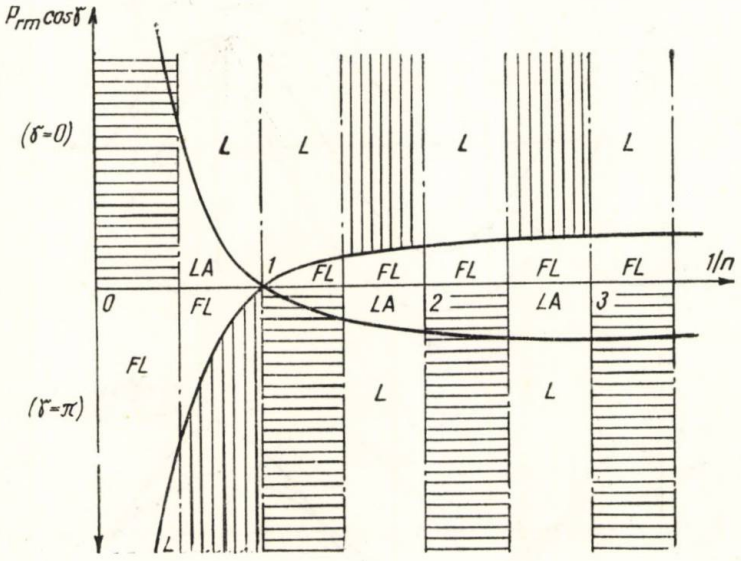


Fig. 3. — Domeniile oscilațiilor neliniare la lovirea unui limitator rigid perfect elastic.

tat înainte în cursul unui regim tranzitoriu pînă avansează cu o semiperioadă și se trece astfel în domeniul complimentar „par" în care se întreține oscilațiile neliniare cu lovire, chiar la reducerea valorii forței excitatoare*). Se mai observă că, crescînd forța P_{rm} peste valoarea critică $|G|$, trecerea de la oscilațiile liniare la cele neliniare în domeniile „impare" se face treptat, fără schimbarea fazei γ, și este deci posibilă revenirea în domeniul oscilațiilor liniare la scăderea forței excitatoare sub valoarea critică. O analiză separată pune în evidență și faptul că în domeniile „pare" de oscilații neliniare loviturile (impulsurile I) sînt mult mai puternice decît în domeniile „impare".

Succesiunea periodică a domeniilor „pare" și „impare" la pulsații mici ale forței excitatoare ($\omega < \Omega$ sau $n<1$) se datorește rezonanței pe armonicile superioare ale impactului periodic. Practic însă pentru studiul comportării oscilomotorului prezintă interes numai vecinătatea pulsației proprii Ω, funcționarea avînd loc de obicei la pulsații mai mari ale forței excitatoare ($\omega > \Omega$ sau $n > 1$).

*) Teoretic, amplitudinea forței excitatoare P_{rm} poate scădea pînă la zero, dar acest rezultat-limită neverosimil se datorește imperfecțiunii modelului matematic adoptat. În realitate, ciocnirea este totdeauna imperfect elastică, asupra oscilatorului acționează totdeauna forțe perturbatoare și disipative etc.

Pentru exemplificare, în figura 4 s-au reprezentat două situaţii caracteristice de mişcare a armăturii cu lovire pentru $n = 1{,}25$ şi $n = 0{,}833$, marcînd şi elementele mai importante care definesc mişcarea. Pe aceste curbe se recunosc uşor particularităţile semnalate mai sus.

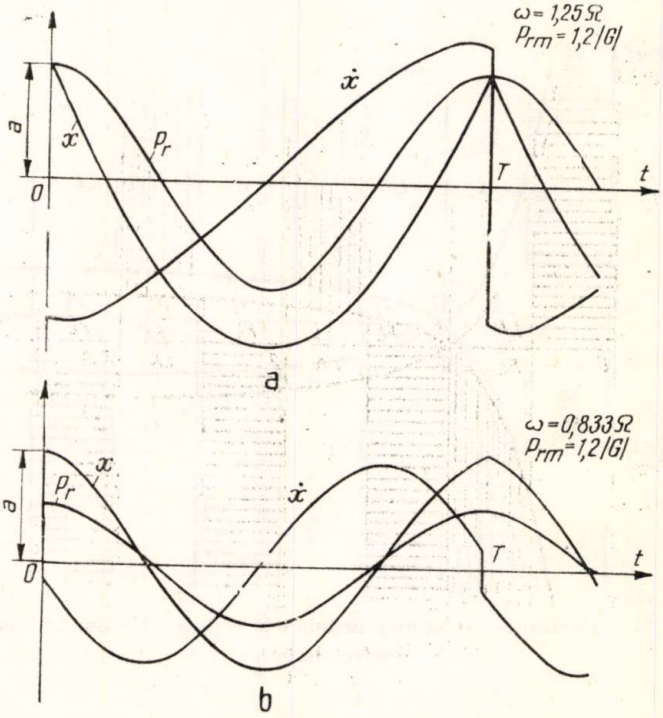


Fig. 4. — Oscilaţii neliniare la lovirea unui limitator rigid perfect elastic : a — $\omega = 1{,}25\ \Omega$; b — $\omega = 0{,}833\ \Omega$.

Cursa mişcării cu lovire c se poate determina din expresia de definiţie

$$c = x(0) - x\left(\frac{T}{2}\right).$$

După efectuarea calculelor se obţine

$$c = 2a + \left(\frac{P_{rm}}{R}\frac{\cos\gamma}{1-n^2} - a\right)\left(1 + \frac{1}{\cos\pi/n}\right). \qquad (34)$$

Se observă că în vecinătatea pulsaţiei proprii ($n \sim 1$ şi $\gamma = 0$) cursa mişcării cu lovire este aproximativ egală cu dublul distanţei a la limitator, fiind ceva mai mare decît aceasta la pulsaţii mai mari ($c > 2a$ la $\omega > \Omega$), respectiv ceva mai mică la pulsaţii mai mici ($c < 2a$ la $\omega < \Omega$), dar în general influenţa forţei excitatoare P_{rm} rămînînd mică.

Se mai observă că în această vecinătate ($n \sim 1$), faza mişcării cu lovire coincide cu faza forţei excitatoare ($\gamma = 0$).

5. MIȘCAREA ARMĂTURII MOBILE CU LOVIRE PARȚIAL PLASTICĂ

Lovirea limitatoarelor de cursă rigide nu reprezintă niciodată un proces perfect elastic și la fiecare impact se pierde o anumită parte din energia cinetică a armăturii mobile. De această pierdere se poate ține seama cu ajutorul coeficientului de restituire ρ.

În acest caz, mișcarea armăturii va fi descrisă de aceeași ecuație (21), cu soluția particulară (23) și cu condiția de legătură (28). Condiția (29) se înlocuiește aici în forma

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = -\rho\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=T} < 0, \tag{35}$$

exprimînd restituirea incompletă a energiei cinetice.

Din ultima inegalitate a condiției (35) se deduce din nou condiția (30), iar apoi, notînd cu ν factorul de pierdere în ciocnire :

$$\nu = \frac{1-\rho}{1+\rho}, \tag{36}$$

se obțin relațiile de condiție

$$\frac{P_{rm}}{R}\frac{\sin\gamma}{1-n^2} - \frac{\nu}{n}\frac{\pi}{n}\frac{I}{RT} = 0, \tag{37}$$

$$\frac{P_{rm}}{R}\frac{\cos\gamma}{1-n^2} + \frac{\pi/n}{\operatorname{tg}\pi/n}\frac{I}{RT} = a. \tag{38}$$

Și aici se poate întocmi tabela 2, cuprinzînd condițiile de existență și de amorsare a oscilațiilor liniare și neliniare. Valorile critice ale pulsației relative $n = \omega / \Omega$ care separă domeniile sînt aceleași ca la lovirea limitatorului perfect elastic (tabela 1). Aici însă unghiul de fază γ al oscilațiilor neliniare are valori dependente de factorul de pierdere ν, de pulsația relativă n și de mărimea forței excitatoare raportate la Ra.

În tabela 2 s-a notat pentru prescurtare cu G valoarea (33) și, în plus,

$$q = \frac{\nu}{n}\operatorname{tg}\frac{\pi}{n}, \tag{39}$$

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{q\frac{G}{P_{rm}} + \sqrt{q^2\left(1+q^2-q^2\frac{G^2}{P_{rm}^2}\right)}}{1+q^2}\right), \tag{40}$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{-q\frac{G}{P_{rm}} + \sqrt{q^2\left(1+q^2-q^2\frac{G^2}{P_{rm}^2}\right)}}{1+q^2}\right), \tag{41}$$

în (40) și (41) avînd în vedere prima determinare (în cadranele I sau IV).

Tabela 2

Condiții de existență și de amorsare a oscilațiilor liniare sau cu lovire de limitator rigid parțial plastic

		Intervalele de valori ale pulsației relative $n = \omega/\Omega$						
	$1/n =$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3 ...
Fără lovire	existență	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	$P_{rm} < \lvert G \rvert$	...
	fază γ	π	π	0	0	0	0	...
Cu lovire	amorsare	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	$P_{rm} > \lvert G \rvert$	...
	existență		$P_{rm} > \frac{\lvert G \rvert}{\sqrt{1+1/q^2}}$		$P_{rm} > \frac{\lvert G \rvert}{\sqrt{1+1/q^2}}$		$P_{rm} > \frac{\lvert G \rvert}{\sqrt{1+1/q^2}}$	...
	fază γ	$\pi - \alpha_1$	α_1	$-\alpha_2$	$-\pi + \alpha_2$	$-\alpha_2$	$-\pi + \alpha_2$	...
	în cadranul	II	I	IV	III	IV	III	...

Se observă că, datorită considerării pierderilor prin ciocnire, s-a perfecționat modelul matematic al mișcării și deci domeniile de existență ale oscilațiilor neliniare (cu lovire) în intervalele de „acroșaj" $\left(\frac{2}{2k+1} < n < \frac{1}{k+1}\right)$ nu mai includ și amplitudinile nule ale forței excitatoare P_{rm} decît în puncte singulare.

Și aici se poate întocmi o diagramă sugestivă (fig. 5) similară cu cea din cazul limitatorului perfect elastic. În această diagramă se pot pune mai bine în evidență diferitele domenii de existență a oscilațiilor liniare și neliniare. Semnificația notațiilor este aceeași ca la figura 3. Se observă restrîngere a domeniilor de lovire în stare acroșată (LA) în contul apariției unor domenii instabile (haşurate vertical) prin care se revine la oscilații liniare (fără lovire).

În domeniul oscilațiilor liniare (FL), faza mișcării este $\gamma = 0$ la $n < 1$ și $\gamma = \pi$ la $n > 1$.

Și aici trecerea din domeniile instabile supracritice ($P_{rm} > \lvert G \rvert$, haşurate vertical) în domeniile complementare cu lovire (L, domenii „pare") se face prin defazarea înainte a mișcării în decursul unui proces tranzitoriu, însă aici defazarea cuprinde mai puțin de o semiperioadă.

În rest, considerațiile ce se pot face sînt similare cu cele de la mișcarea cu lovire de limitator elastic.

Pentru exemplificare, în figura 6 s-au reprezentat două situații caracteristice de mișcare a armăturii cu lovire parțială plastică pentru $n = 1{,}25$ și $n = 0{,}833$, marcînd și elementele mai importante care definesc mișcarea.

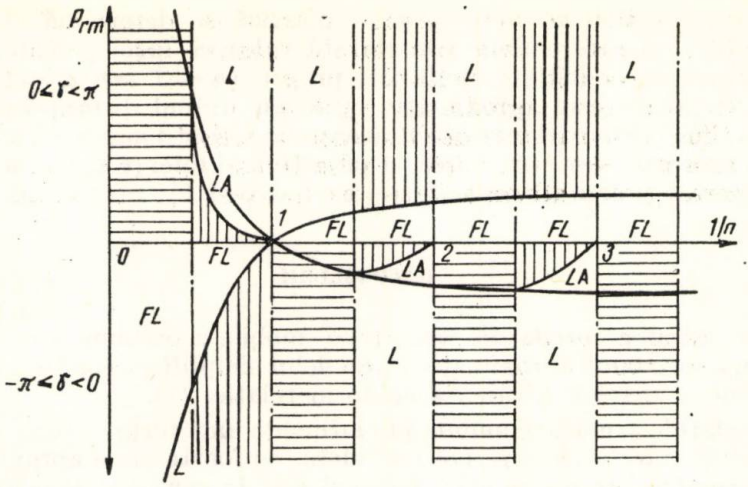


Fig. 5. — Domeniile oscilaţiilor neliniare la lovirea unui limitator rigid parţial plastic.

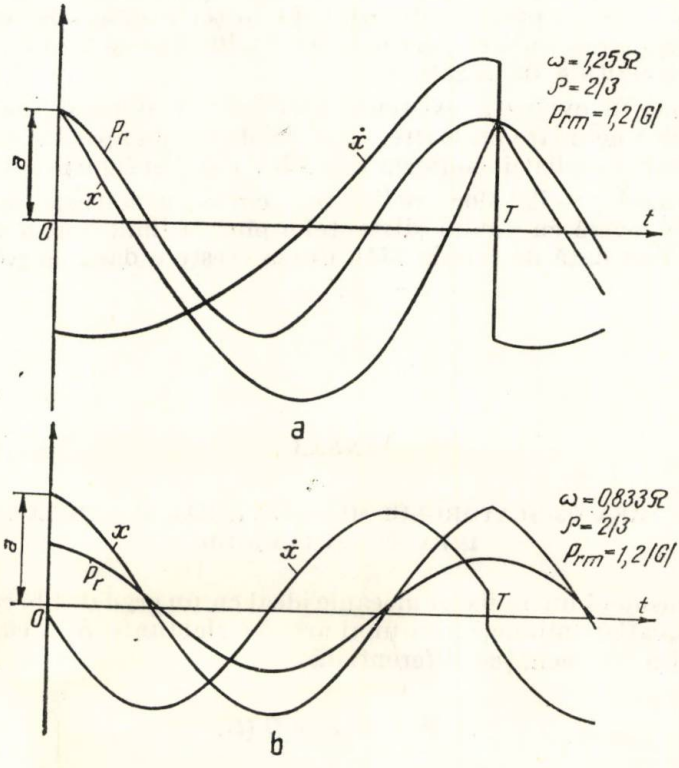


Fig. 6. — Oscilaţii neliniare la lovirea unui limitator rigid parţial plastic : a — $\omega = 1{,}25\ \Omega$; b — $\omega = 0{,}833\ \Omega$.

Cursa mişcării cu lovire parţial plastică se determină cu aceeaşi expresie (34), în care trebuie considerată valoarea fazei γ conform tabelei 2. Şi aici, în vecinătatea pulsaţiei proprii ($n \sim 1$ sau $\omega \sim \Omega$), cursa mişcării cu lovire este aproximativ egală cu dublul distanţei a pînă la limitator, fiind ceva mai mare decît aceasta la pulsaţii mai mari ($c > 2\,a$ la $\omega > \Omega$), respectiv ceva mai mică la pulsaţii mai mici ($c < 2a$, la $\omega < \Omega$), iar în general şi aici influenţa forţei excitatoare P_{rm} rămîne mică.

6. CONCLUZII

S-a arătat că oscilaţiile armăturii mobile a oscilomotorului se pot studia cu foarte bună aproximaţie pe modelul simplificat conform figurii 2, considerînd o masă echivalentă conform relaţiei (7).

Oscilaţiile armăturii mobile sub influenţa unor forţe electromagnetice şi de sarcină (fără lovire) se pot considera cu foarte bună aproximaţie ca fiind sinusoidale, de forma (17). În acest caz, în ecuaţiile de echilibru dinamic ale armăturii mobile este suficient să se considere numai valorile medii şi fundamentale ale forţelor, ca în (20), (20′), (20″).

Mişcarea periodică staţionară a armăturii mobile cu lovirea unui limitator rigid se poate studia aproximativ ca suprapunerea a două regimuri de oscilaţie liniare : primul sub influenţa forţei excitatoare, iar al doilea sub influenţa unui impact periodic de amplitudine şi fază care se determină din condiţiile de legătură.

S-a pus în evidenţă existenţa mai multor domenii caracteristice ale oscilaţiilor neliniare cu lovire, ca şi condiţiile de apariţie şi de întreţinere ale acestor oscilaţii, conform tabelelor 1 şi 2 şi figurilor 3 şi 5.

În cazul oscilaţiilor neliniare, cursa armăturii mobile este aproximativ egală cu dublul distanţei a pînă la limitator, o valoare mai apropiată fiind dată de relaţia (34). Cursa creşte o dată cu pulsaţia relativă ω/Ω.

ANEXĂ

MIŞCAREA OSCILATORULUI MECANIC IDEAL SUB INFLUENŢA IMPACTULUI PERIODIC

Se consideră un oscilator mecanic ideal cu un grad de libertate (fig. 2) de masă m, aflat sub acţiunea unui arc de rigiditate R, a cărui mişcare este descrisă de ecuaţia diferenţială

$$m\,\ddot{x} + R\,x = Q\,(t), \tag{A.1}$$

x fiind coordonata de poziţie a oscilatorului, iar $Q(t)$ forţa exterioară care acţionează asupra lui. Forţa se consideră ca o succesiune periodică

de impacturi (fig. A.1) de impuls I, perioada de repartiție fiind $T = 2\pi/\omega$. Oscilația forțată determinată de aceste impacturi se poate determina fie folosind analiza Fourier, adică reprezentînd forța sub forma seriei

$$Q(t) = \frac{I}{T}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \cos\, k\omega t\right), \tag{A.2}$$

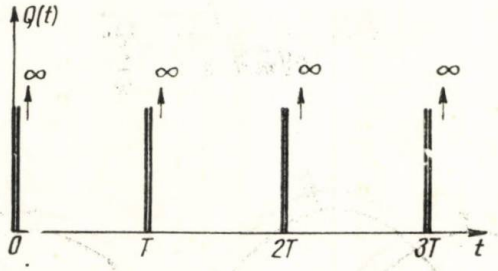


Fig. A. 1. — Impact periodic.

ceea ce duce la o soluție sub formă de serie trigonometrică greu de mînuit, fie căutînd o soluție valabilă numai pe porțiuni (între două impacturi succesive). Soluția valabilă pe porțiuni se obține integrînd direct ecuația (A.1).

Într-adevăr, soluția generală a ecuației omogene este de forma

$$x = A_1 \cos \Omega t + A_2 \sin \Omega t = A \cos (\Omega t - \alpha), \tag{A.3}$$

unde $\Omega = \sqrt{\frac{R}{m}}$ este pulsația oscilațiilor libere ale oscilatorului.

Între două impacturi succesive, mișcarea oscilatorului va fi descrisă de (A.3), întrucît în acest răstimp $Q\ (t) = 0$.

Integrînd de două ori în raport cu timpul termenii ecuației (A.1), se observă ușor că $x(t)$ este o funcție continuă de timp, iar viteza $v(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ este o funcție care suferă o discontinuitate de prima speță, de valoare $\Delta v = \frac{I}{m}$ în momentul impactului.

Alegînd originea timpului în momentul unui impact, cu condițiile de mai sus se determină ușor constantele de integrare A și α pentru intervalul următor impactului.

Rezultă

$$\cos\ \alpha = \cos\ (\Omega\ T - \alpha)$$

sau

$$\alpha = \frac{1}{2}\Omega\ T = \pi\frac{\Omega}{\omega} \tag{A.4}$$

şi

$$2A\,\Omega\,\sin\,\alpha = \Delta\,v = \frac{I}{m}$$

sau

$$A = \frac{I}{2\sqrt{mR}\,\sin\,\pi\,\frac{\Omega}{\omega}}. \qquad \text{(A.5)}$$

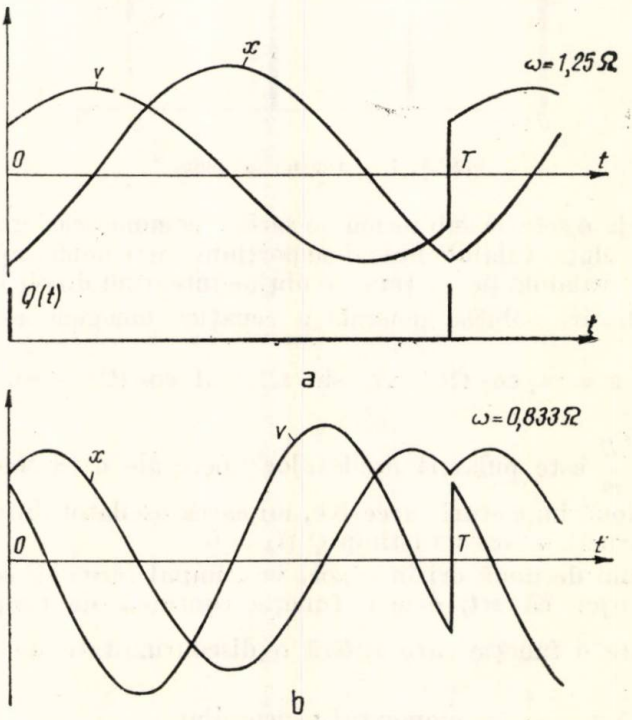


Fig. A.2. — Oscilaţii forţate sub influenţa impactului periodic : a — $\omega = 1{,}25\,\Omega$; b — $\omega = 0{,}833\ \Omega$.

În figura A.2 s-au reprezentat curbe ale mişcării $x(t)$ pentru două situaţii : a) $\omega > \Omega$ şi b) $\omega < \Omega$. Se observă diferenţa esenţială dintre oscilaţia în regim suprarezonant (a), în care predomină componenta inerţială ($m\,\omega^2 > R$), şi oscilaţia în regim subrezonant (b), în care predomină componenta elastică a reacţiei oscilomotorului ($R > m\,\omega^2$).

În ambele regimuri, mişcarea $x(t)$ este descrisă de arce de sinusoidă, racordate în puncte de rebrusment corespunzătoare momentului producerii impactului.

Din relația (A.5) mai rezultă că fenomenul de rezonanță poate să apară dacă pulsația oscilațiilor libere Ω a oscilomotorului este un multiplu întreg al pulsației ω a impacturilor :

$$\frac{\Omega}{\omega} = n\,\hat{\imath}. \tag{A.6}$$

La oscilomotor acest raport este apropiat, dar diferit de unitate.

BIBLIOGRAFIE

1. MARINESCU M., *Despre transformarea directă a forțelor electromagnetice pulsatorii în forțe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor liniare de tip electromagnetic*, St. cerc. electr. energ., **15**, *1*, 63—72 (1965).
2. MORARU A., *Contribuții, la teoria motorului electromagnetic. Ecuații și caracteristici de funcționare.* St. cerc. electr. energ., **19**, *2*, 315—335 (1969).
3. MARINESCU M., *Acționarea compresoarelor cu oscilomotor de tip parametric. Metodică de calcul.* St. cerc. electr. energ., **16**, *3*, 385—601 (1966).
4. MARRIS C. M., CREDE C. E., *Shock and Vibration Handbook*, New York, vol. 1, Mc Graw-Hill, 1961.
5. OSMAKOV S. A., SAVINOV O. A., *O dvijenii vibratora, svobodno-opiraiuşcegosia na uprugoi ogranicitel*, Izv. ANSSR, OTN, *3*, (1960).
6. SILAS GH., BRÎNDEU L., HEGEDUS A., *Mișcări periodice cu ciocniri ale vibratorului liber*, Bul. șt. și tehnic al Inst. polit. Timișoara (serie nouă), **12** (**20**), *1* (1967).

CÎTEVA CRITERII CU PRIVIRE LA PRESCRIEREA ERORII DE APROXIMARE DE TIP CEBÎŞEV ÎN CORECTAREA DISTORSIUNILOR DE TIMP DE PROPAGARE DE GRUP

DE

AD. MATEESCU

Se studiază influenţa erorii de aproximare de tip Cebişev în corectarea timpului de propagare de grup asupra propagării impulsurilor pe căile de comunicaţie. Se evaluează distorsiunea suplimentară datorată erorii uniforme şi erorii ponderate. Se arată că mărimile erorii la capetele benzii de frecvenţă transmise nu provoacă deformări importante asupra impulsului de recepţie. În schimb, ponderarea erorii conduce la obţinerea unor corectoare mai economice.

1. INTRODUCERE

Necesitatea corectării distorsiunilor de timp de propagare de grup apare mai ales în cazul transmiterii impulsurilor pe căile de telecomunicaţii : în transmiterea datelor pe circuite telefonice, în transmiterea semnalelor video pe cable, în circuitele de telecomandă. Un sistem de transmisie liniar, nu introduce distorsiuni dacă funcţia de transfer T (j ω) care îl caracterizează satisface condiţiile

$$| T(j\omega) | = \text{const}; \quad b(\omega) = -\arg \{T(j\omega)\} = \omega\tau_0. \tag{1}$$

Condiţia (1) pentru liniaritatea fazei poate fi exprimată în mod echivalent prin intermediul funcţiei de timp de propagare de grup $t_g(\omega)$:

$$t_g(\omega) = \frac{db(\omega)}{d\omega} = \tau_0 = \text{const}. \tag{2}$$

Condiţiile (1) nu pot fi satisfăcute în practică decît într-o bandă finită de frecvenţe şi admiţînd anumite abateri faţă de valorile constante impuse. Pe căile de telecomunicaţii, condiţia $| T(j\omega) | = \text{const}$ este, în

general, satisfăcută pentru frecvenţele transmise. Introducînd în circuit egalizoare de timp de propagare de grup, şi condiţia (2) poate fi satisfăcută cu o aproximaţie $\Delta\tau(\omega)$, astfel încît în locul relaţiei (2) se obţine

$$t_g(\omega) = \tau_0 \pm \Delta\tau(\omega). \tag{3}$$

Pentru a obţine corectoare cu număr minim de elemente de circuit se utilizează frecvent o repartiţie de tip Cebîşev a erorii de aproximare $\Delta\tau(\omega)$ [1] — [3].

În scopul corectării caracteristicii $t_g(\omega)$ cu circuite economice este interesant să se stabilească, pe de o parte, relaţia dintre eroarea $\Delta\tau(\omega)$ şi distorsionarea impulsului recepţionat şi, pe de altă parte, dependenţa dintre eroarea $\Delta\tau(\omega)$ şi numărul de elemente ale circuitului corector.

2. REZULTATE CUNOSCUTE. SCOPUL LUCRĂRII

Se ştie că limitarea domeniului frecvenţelor transmise pe căile de telecomunicaţii conduce la deformarea unui impuls de înaltă frecvenţă, chiar dacă în banda de trecere sînt asigurate condiţiile (1). Să aplicăm la intrarea unui sistem trece-bandă liniar, avînd caracteristica de transfer dealã (fig. 1), impulsul din figura 2 *a*, care poate fi exprimat prin relaţia

$$u_1(t) = \begin{cases} \sin \omega_0 t & \text{pentru } 0 < t < \Delta t, \\ 0 \text{ pentru } & t < 0 \text{ şi } t > \Delta t. \end{cases} \tag{4}$$

Înfăşurătoarea acestui impuls este reprezentată în figura 2 *c*.

Sistemul de transmisiuni are banda de trecere $B = \omega_s - \omega_i$, ω_s şi ω_i fiind frecvenţele limită superioară şi inferioară. Se poate face ipoteza (valabilă în practică) că sînt satisfăcute următoarele condiţii:

$$\left.\begin{aligned} & b(\omega_0) = k\pi, \\ & B = \omega_s - \omega_i < \omega_0 \text{ (banda de trecere e mai mică decît } \omega_0), \\ & \omega_s - \omega_0 = \omega_0 - \omega_i \text{ (frecvenţa } \omega_0 \text{ este la mijlocul benzii de trecere).} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

În acest caz [4], aplicînd la intrarea sistemului impulsul $u_1(t)$ se obţine la ieşire un impuls $u_2(t)$ de forma

$$u_2(t) = \frac{1}{\pi}\left\{ Si\left[\frac{B}{2}(t - \tau_0)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t - \tau_0 - \Delta t)\right]\right\} \sin \omega_0 t. \tag{6}$$

Impulsul răspuns $u_2(t)$ este reprezentat în figura 2 *b*.

Înfășurătoarea impulsului de răspuns este funcția

$$P(t) = \frac{1}{\pi}\left\{ Si\left[\frac{B}{2}(t - \tau_0)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t - \tau_0 - \Delta t)\right]\right\}, \qquad (7)$$

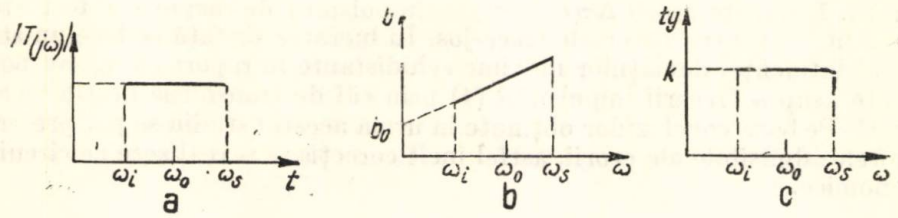


Fig. 1. — Caracteristicile de transfer ideale ale căii de telecomunicații : *a* — variația modulului funcției de transfer cu frecvența ; *b* variația defazării cu frecvența ; *c* — variația timpului de propagare de grup cu frecvența.

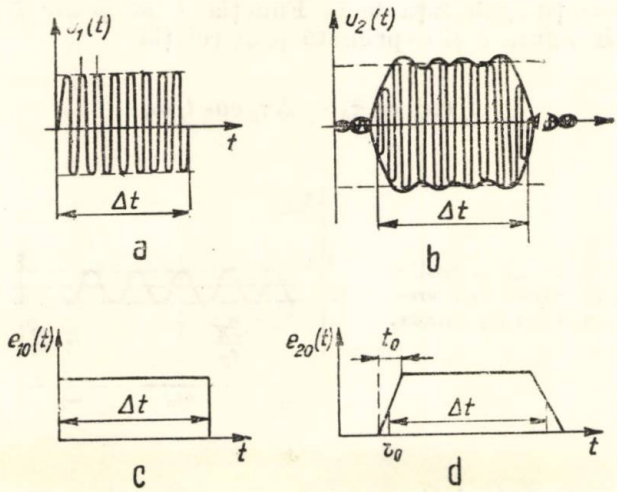


Fig. 2. — Variația în timp a semnalelor : impulsul de intrare $u_1(t)$; *a*) și înfășurătoarea lui ; *c*) și impulsul recepționat $u_2(t)$; *b*) și înfășurătoarea lui *d*).

care este reprezentată aproximativ în figura 2 *d*. Timpul de creștere a impulsului $t_0 = \frac{2\pi}{B}$ este presupus mic față de lățimea Δt a sa. Este necesar ca

$$\Delta t \geqslant t_0 = \frac{2\pi}{\omega_s - \omega_i} \qquad (8)$$

pentru ca amplitudinea impulsului recepţionat să nu se reducă. Condiţia (8) limitează viteza de transmitere a impulsurilor şi este o consecinţă a limitării benzii de transmisiune în calea de telecomunicaţii.

Acceptarea unei erori $\Delta\tau(\omega)$ în corectarea caracteristicii de timp de propagare de grup influenţează forma impulsului de răspuns (fig. 2*b* şi *d*). Aproximarea constantei τ_0 se poate face în sens Cebîşev, ceea ce conduce la o eroare $\Delta\tau(\omega)$, uniform repartizată în banda de trecere a căii sau ponderată. Influenţa erorii $\Delta\tau(\omega)$ asupra impulsului de răspuns a fost studiată în [4] pentru sistemele trece-jos. În lucrarea de faţă se face un studiu al influenţei deviaţiilor maxime echidistante în raport cu τ_0 sau ponderate asupra trecerii impulsului (4) prin căi de transmisie de tip trece-bandă. Pe baza concluziilor obţinute în urma acestui studiu se pot prescrie limitele admisibile ale erorii, astfel încît corecţia să se realizeze cu circuite economice.

3. TRECEREA IMPULSURILOR PRIN CANALE TRECE-BANDĂ LA CARE TIMPUL DE PROPAGARE DE GRUP PREZINTĂ DEVIAŢII EGALE ŞI ALTERNATE CA SEMN

Fie un canal trece-bandă cu caracteristica $t_g(\omega)$ corectată în sens Cebîşev cu deviaţii egale faţă de τ_0. Funcţia $t_g(\omega)$ poate fi reprezentată prin curba din figura 3 şi exprimată prin relaţia

$$t_g(\omega) = \tau_0 + \Delta\tau_0 \cos t_e\,\omega, \tag{9}$$

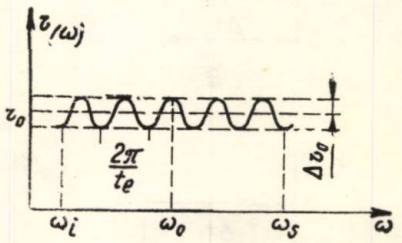


Fig. 3. — Caracteristica $t_g(\omega)$ în cazul unei erori $\Delta\tau(\omega)$ uniform repartizate.

unde $\Delta\tau_0$ reprezintă deviaţia maximă a timpului de propagare de grup, iar t_e perioada oscilaţiilor caracteristicii $t_g(\omega)$. Funcţia (9) ar putea fi exprimată la fel de simplu şi cu ajutorul unei sinusoide. Numărul n de perioade $n = \dfrac{\omega_i - \omega_s}{2\pi} t_e$ din intervalul $\omega_s - \omega_i$ poate să nu fie întreg, aşa cum s-a presupus în figura 3.

Ţinînd seama de relaţia (2), se găseşte funcţia de fază corespunzătoare variaţiei $t_g(\omega)$ din (9):

$$b(\omega) = \omega\,\tau_0 + \omega\Delta\,\tau_0 \frac{\sin \omega t_e}{\omega t_e}, \tag{10}$$

care poate fi scrisă și în forma

$$b(\omega) = \omega\ \tau_0 + \omega\Delta\tau\,(\omega) \tag{10'}$$

Pentru simplificarea calculelor să presupunem că la intrarea căii de telecomunicații cu $|\ T\,(j\,\omega)\ | = 1$ în domeniul $\omega_s - \omega_i$ și $b(\omega)$, dat de ecuația (10), se aplică un salt de înaltă frecvență (la $u_1(t)$, definit de relația (4), presupunem $\Delta\,t = \infty$). Semnalul $u_2\,(t)$, care se obține la ieșire, poate fi calculat așa cum se arată în anexă. Se găsește

$$u_2\,(t) = u_{20}\,(t) + \Delta\,u_2\,(t), \tag{11}$$

în care

$$u_{20}\,(t) = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\,Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0)\right]\right\}\sin\omega_0\,t. \tag{12}$$

Al doilea termen din expresia (12) este identic cu primul termen din (6).

Înfășurătoarea acestei funcții este

$$e_{20}\,(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\,Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0)\right] \tag{12'}$$

și este schițată schematic în figura 4, neglijîndu-se supracreșterile.

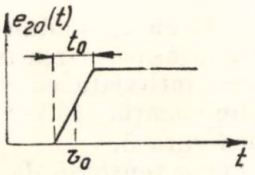


Fig. 4. — Reprezentarea schematică a înfășurătoarei $e_{20}\,(t)$.

Termenul $\Delta\,u_2\,(t)$ din (11) reprezintă contribuția deviațiilor funcției $t_g\,(\omega)$ față de valoarea τ_0. Expresia funcției $\Delta\,u_2\,(t)$ a fost dedusă în anexă în ipoteza că relațiile (5) sînt satisfăcute. S-a presupus de asemenea că $\omega_0\,t_e = n\,\pi$, dar această ipoteză simplificatoare nu modifică esențial funcția de răspuns chiar dacă $\omega_0\,t_e \neq n\,\pi$. În aceste condiții s-a obținut expresia (C.10) pentru $\Delta\,u_2\,(t)$:

$$\Delta u_2\,(t) = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi\,t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0 - t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0 + t_e)\right]\right\}\sin\omega_0\,t. \tag{13}$$

Înfășurătoarea funcției $\Delta u_2\,(t)$ este

$$\Delta\,e_2\,(t) = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi\,t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0 - t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}\,(t - \tau_0 + t_e)\right]\right\}. \tag{13'}$$

Relaţiile (11), (12) şi (13) conduc la următoarea expresie a tensiunii de ieşire :

$$u_2(t) = [e_{20}(t) + \Delta e_2(t)], \sin \omega_0 t, \tag{14}$$

în care, notînd înfăşurătoarea cu $P(t)$, găsim

$$P(t) = e_{20}(t) + \Delta e_2(t). \tag{14'}$$

Relaţiile pentru înfăşurătoare (12'), (13') şi (14') sînt analoge cu cele obţinute în [5] pentru un sistem trece-jos cu banda de trecere $\frac{B}{2}$.

Schematizînd curba înfăşurătoare se obţine reprezentarea din figura 5. Prin linie întreruptă este reprezentată înfăşurătoarea $e_{20}(t)$, care

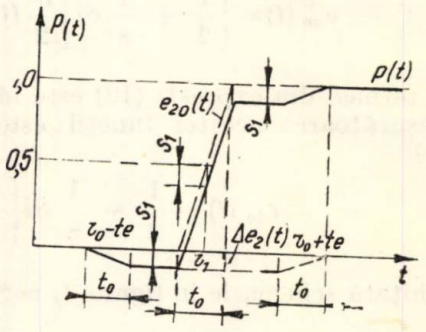


Fig. 5. — Reprezentarea schematică a înfăşurătoarei $P(t)$ în cazul erorii $\Delta\tau(\omega)$ uniform repartizate.

reprezintă o funcţie sinus-integral întîrziată cu τ_0 şi adunată la constanta 1/2. Prin linie punctată este reprezentată înfăşurătoarea $\Delta e_2(t)$, care este constituită din două funcţii sinus-integral întîrziate cu $\tau_0 - t_e$, respectiv $\tau_0 + t_e$, şi avînd semnul care rezultă din ecuaţia (13'). S-a presupus că, pentru $\omega = \omega_0$, $\Delta\tau_0$ este pozitiv, ca în figura 3.

Dacă se compară înfăşuratoarea $P(t)$ a tensiunii de ieşire din cazul sistemului cu fază liniară (fig. 4) cu înfăşurătoarea $P(t)$ a tensiunii la ieşirea din sistemul cu faza corectată (fig. 5), se constată că în al doilea caz curba este deplasată cu s_1 în jos dacă $\Delta\tau(\omega_0)$ este maxim şi pozitiv, respectiv cu s_1 în sus dacă $\Delta\tau(\omega_0)$ este maxim şi negativ în intervalul de timp de la $(\tau_0 - t_e)$ la $(\tau_0 + t_e)$.

Mărimea s_1 poate fi considerată o măsură a distorsiunilor care apar datorită deviaţiei funcţiei $t_g(\omega)$ de la valoarea constantă. Expresia pentru s_1 se obţine din relaţia (13') :

$$s_1 = \frac{\Delta\tau_0}{2t_e}. \tag{15}$$

Din figura 3 se observă că, dacă n este numărul de perioade ale funcţiei $t_g(\omega)$ în intervalul $\omega_i < \omega < \omega_s$, atunci

$$t_e = \frac{2\pi n}{\omega_i - \omega_s} = \frac{2\pi n}{B}. \tag{16}$$

Înlocuind în (15), se obține

$$s_1 = \frac{B\,\Delta\tau_0}{2\,\pi n}. \tag{17}$$

Relațiile (15) și (17) corespund celor determinate în [5] pentru un sistem trece-jos cu frecvența de tăiere egală cu $\frac{B}{2}$. Exemplele calculate în [5] arată că în practică $s_1 \ll 10\%$.

În cazul aplicării la intrarea sistemului a unui impuls de înaltă frecvență de durată Δt, în locul înfășurătorii din figura 5 se vor obține înfășurătoarele din figura 6, în care s-a presupus

$$\Delta t > t_0 \quad \text{și} \quad \Delta t > 2\,t_e \tag{18}$$

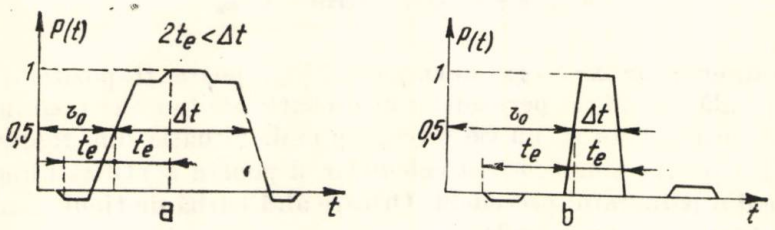


Fig. 6. — Înfășurătorile impulsului de răspuns la un impuls de înaltă frecvență : a — durata $\Delta t > 2t_e$; b — $\Delta t < t_e$. Reprezentare simplificată.

pentru figura 6*a*, (18) respectiv

$$\Delta t > t_0 \quad \text{și} \quad \Delta t < t_e \tag{18'}$$

pentru figura 6 *b*. În figura 6 *a* ($\Delta t > 2\,t_e$), numai forma impulsului este distorsionată, iar în figura 6 *b* ($\Delta t < t_e$) apar în plus și două impulsuri de ecou.

4. TRECEREA IMPULSURILOR PRIN CĂI DE TRANSMISIE LA CARE CORECȚIA TIMPULUI DE PROPAGARE DE GRUP ESTE REALIZATĂ CU O EROARE PONDERATĂ

Caracteristica $t_g(\omega)$ a unui sistem de transmisie poate fi corectată așa cum se arată în figurile 3 sau 7. Caracteristica $t_g(\omega)$ din figura 7*a* poate fi utilă în practică, deoarece se poate realiza corecția de fază, utilizînd un număr mai mic de elemente de circuit față de situația în care eroarea este neponderată. Caracteristica din figura 7 *b* are numai o importanță teoretică. Făcînd ipoteza că înfășurătoarea este o parabolă de gradul doi, expresia analitică a funcției $t_g(\omega)$, reprezentată în figura 7, este

$$t_g(\omega) = \tau_0 + \Delta\,\tau_0\,\{1 + \varepsilon\,(\omega - \omega_0)^2\,\cos\,t_e(\omega - \omega_0)\}, \tag{19}$$

unde am notat $\Delta\tau_0 - \Delta\tau(\omega_0)$.

În cazul $\varepsilon > 0$ se găsește curba din figura 7 *a*, iar pentru $\varepsilon < 0$ rezultă curba din figura 7*b*. Desigur că în practică curba obținută prin aproximare ponderată nu are totdeauna alura din figura 7*b* : valoarea $\Delta\tau(\omega_s)$

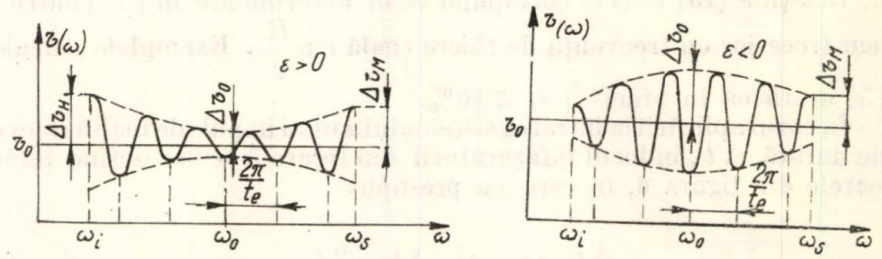


Fig. 7. — Caracteristica $t_g(\omega)$ cu variații ponderată a erorii : *a* — cu eroarea minimă la ω_0; *b* — cu eroare maximă la ω_0.

poate fi diferită de $\Delta\tau(\omega_i)$; deviația $\Delta\tau(\omega_0)$ poate fi pozitivă, negativă sau nulă ; numărul perioadelor de oscilație ale funcției $t_g(\omega)$ în domeniul de trecere poate să nu fie întreg ș.a.m.d. Situația din figura 7 *b* a fost aleasă pentru simplificarea calculelor și pentru a utiliza ulterior rezultatele din paragraful precedent. Oricare altă curbă de tipul considerat poate fi tratată în mod analog.

Valoarea $\Delta\tau(\omega_s) = \Delta\tau(\omega_i) = \Delta\tau_M$ se obține (vezi fig. 7 *b*) ținînd seama că

$$|\cos t_e(\omega_s - \omega_0)| = |\cos t_e(\omega_i - \omega_0)| = 1.$$

Din (19) se obține

$$\Delta\tau_M = \Delta\tau_0\{1 + \varepsilon(\omega_s - \omega_0)^2\}$$

și, deoarece

$$\omega_s - \omega_0 = \frac{B}{2},$$

rezultă

$$\Delta\tau_M = \Delta\tau_0\left(1 + \frac{\varepsilon B^2}{4}\right), \tag{20}$$

$$\varepsilon = 4\frac{\Delta\tau_M - \Delta\tau_0}{B^2\,\Delta\tau_0}. \tag{21}$$

Funcția de fază corespunzătoare relației (19) este de forma (3), în care

$$\Delta\tau(\omega) = \Delta\tau_0 \frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)} + \Delta\tau_0\, \varepsilon(\omega-\omega_0) \frac{2\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)} + \\ + \Delta\tau_0 \frac{2\varepsilon}{t_e^2} \cos t_e(\omega-\omega_0) + \Delta\tau_0 \frac{2\varepsilon}{t_e^2} \frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)}. \tag{22}$$

Răspunsul circuitului considerat la o funcție $u_1(t)$ dată de relația (4), cu $\Delta t = \infty$, conduce la o expresie ca (11), în care termenul $\Delta u_2(t)$ ce evaluează contribuția neregularităților caracteristicii $t_g(\omega)$ conține patru componente, corespunzătoare celor patru termeni din (22):

$$\Delta u_2(t) = \{\Delta u_2(t)\}_1 + \{\Delta u_2(t)\}_2 + \{\Delta u_2(t)\}_3 + \{\Delta u_2(t)\}_4. \tag{23}$$

Așa cum se arată în anexa D, înfășurătoarele corespunzătoare acestor componente sînt

$$\{\Delta e_2(t)\}_1 = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}, \tag{24}$$

$$\{\Delta e_2(t)\}_2 = \frac{\Delta\tau_0\,\varepsilon}{2\pi t_e}\left(\frac{B}{2}\right)^2\left\{h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right] - h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]\right\}, \tag{25}$$

$$\{\Delta e_2(t)\}_3 = -\frac{\Delta\tau_0\,\varepsilon}{\pi t_e^2}\frac{B}{2}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] + Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}, \tag{26}$$

$$\{\Delta e_2(t)\}_4 = \frac{\Delta\tau_0\,\varepsilon}{\pi t_e^3}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]\right\}. \tag{27}$$

Funcția $h(x)$ din (25) este definită, așa cum s-a arătat în anexă, prin relația

$$h(x) = \frac{\sin x - x\cos}{x^2}, \tag{28}$$

care este reprezentată grafic în figura 8.

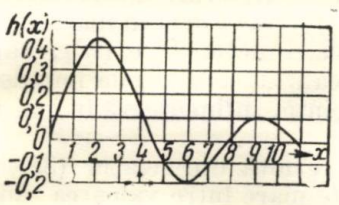


Fig. 8. — Funcția $h(x)$.

Înfășurătoarea semnalului de ieșire va fi

$$P(t) = e_{20}(t) + \{\Delta e_2(t)\}_1 + \{\Delta e_2(t)\}_2 + \{\Delta e_2(t)\}_3 + \Delta e_2(t)\}_4, \quad (29)$$

$e_2(t)$ fiind dat de relația (12'), iar ceilalți termeni de relațiile (24) — (27). Analizînd valorile maxime ale înfășurătoarelor din (24)—(27), se constată că pentru $\varepsilon=0$ se regăsește situația din paragraful precedent, cînd deviațiile maxime ale funcției $t_e(\omega)$ sînt egale și alternate ca semn. Cazul sistemului trece-jos studiat în [5] se regăsește pentru o bandă de trecere $\frac{B}{2}$.

Pentru $\varepsilon \neq 0$, dintre cei patru termeni ai relațiilor (24) — (27), ultimii doi pot fi neglijați în comparație cu primii doi. În consecință se poate aproxima relația (29) cu

$$P(t) \approx e_{20}(t) + \{\Delta e_2(t)\}_1 + \Delta e_2(t)\}_2. \quad (30)$$

În figura 9 se reprezintă schematic funcția (30) pentru o variație a timpului de propagare de grup ca cea din figura 7 *a*. Pentru $\{\Delta e_2(t)\}_2$ s-a considerat că valoarea sa maximă este cea care corespunde valorii maxime a funcției din figura 8, adică

$$s_2 = 0{,}4 \frac{\Delta\tau_0\, \varepsilon}{2\, t_e\, \pi} \left(\frac{B}{2}\right)^2. \quad (31)$$

Prin analogie cu parametrul s_1, definit prin ecuația (15), putem considera că s_2 este o măsură a influenței deviațiilor ponderate asupra impulsului de răspuns.

Din ecuațiile (14), (20), și (31) se găsește că pentru $\varepsilon > 0$

$$s_2 = \frac{s_1}{7{,}2}\left[\frac{\Delta\tau_M}{\Delta\tau_0} - 1\right] \quad (32)$$

sau

$$\frac{\Delta\tau_M}{\Delta\tau_0} = 7{,}2\frac{s_2}{s_1} + 1. \quad (33)$$

Din figura 9 se constată că oscilațiile ponderate nu au influențe supărătoare asupra impulsului de răspuns. Funcția $\{\Delta e_2(t)\}_2$ este localizată în domeniul în care înfășurătoarea $P(t)$ nu are supracreșteri importante. Influența oscilațiilor ponderate nu afectează deci în mare măsură simetria impulsului de răspuns. Dimpotrivă funcția $\{\Delta e_2(t)\}_1$, care evaluează efectul oscilațiilor uniforme, este localizată acolo unde impulsul de răspuns prezintă supracreșteri și, în consecință, influențează în mai mare măsură simetria impulsului de răspuns.

În general $s_2 < s_1$, așa cum rezultă din relația (32). În practică putem admite o diferență destul de mare între valoarea minimă a aba-

terii erorii $\Delta\tau_0$ și valoarea maximă $\Delta\tau_M$ a acestei abateri (fig. 7 *a*). Relația (33) ne arată că, dacă admitem $s_2 \approx s_1$ (așa cum s-a considerat și în figura 9), rezultă $\Delta\tau_M$ de aproximativ 8 ori mai mare decît $\Delta\tau_0$, deci putem admite o îndepărtare destul de mare a oscilațiilor funcției $t_g(\omega)$ față de o valoare constantă la capetele benzii utile.

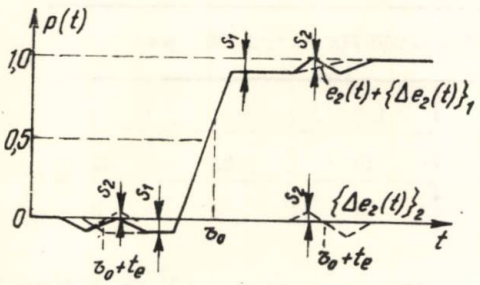


Fig. 9. — Reprezentarea simplificată a funcției $P(t)$ în cazul erorii $\Delta\tau(\omega)$ ponderate.

Cazul în care deviațiile sînt ponderate și $\varepsilon > 0$ (fig. 7 *b*) nu este important în practică, întrucît pentru o anumită asimetrie a impulsului de răspuns se impune un anumit $\Delta\tau_0$, care asigură comportarea optimă în centrul benzii de frecvență.

Răspunsul sistemului la un impuls de înaltă frecvență poate fi dedus pe cale grafică, la fel ca în paragraful precedent.

5. LEGĂTURA DINTRE REPARTIȚIA ERORII ȘI GRADUL DE COMPLEXITATE AL CIRCUITULUI CORECTOR

Calculul automat a egalizoarelor de timp de propagare de grup cu ajutorul calculatoarelor electronice [6] a permis să se tragă concluzii interesante cu privire la efectul ponderii erorii asupra gradului de complexitate al circuitului corector. Exemplele de calcul prezentate în [6] se referă la egalizarea timpului de propagare de grup al unei căi telefonice în banda 450—3 250 Hz în vederea transmiterii datelor.

În tabela 1 se prezintă gradul N al funcției de transfer corectoare în raport cu ω (deci implicit complexitatea circuitului corector) în cazul unei distribuții neponderate a erorii.

Se constată că N crește o dată cu reducerea erorii, deci cu îmbunătățirea calității corectorului, ceea ce este evident.

Tabela 1

Complexitatea circuitului corector la distribuție neponderată a erorii

$f_i = 450$ Hz; $f_s = 3\,250$ Hz; $\tau_0 \approx 2\,000$ μs

$\Delta\tau_0$ [μs]	116	74	40
N	8	10	12

În tabela 2 se prezintă modificarea parametrului N la o eroare ponderată. Constatăm că, admiţînd o eroare $\Delta \tau_M$ mai mare la capetele benzii transmise, circuitul corector devine mai economic.

Tabela 2

Complexitatea circuitului corector la distribuţie ponderată a erorii

$f_i = 450$ Hz $f_s = 3\,250$ Hz $\tau_0 \approx 2\,000$ μs

$\Delta \tau_M$ [μs]	84	157	161	159
$\Delta\tau_0$ [μs]	42	40	33	41
N	10	8	8	6

Pentru $\Delta\tau_0 = 42\mu$ s, la o eroare neponderată se obţine $N = 12$ (tabela 1). Admiţînd o mărire de 7 ori a erorii la capetele benzii de frecvenţă transmise, se obţine $N = 6$ (tabela 2), deci implicit o reducere la jumătate a numărului de elemente de circuit fără a mări practic distorsionarea răspunsului. În conformitate cu cele arătate în paragraful 4, mărirea erorii $\Delta\tau_M$ într-un raport mai mic de 8 faţă de $\Delta\tau_0$ nu introduce distorsiuni importante. În schimb se realizează o economie importantă de elemente de circuit.

6. CONCLUZII

Corectarea în sens Cebîşev a caracteristicii timpului de propagare de grup aparţinînd unei căi de transmisiuni care nu introduce distorsiuni de atenuare într-un domeniu finit de frecvenţe modifică impulsul (4) aplicat la intrare într-un mod diferit decît o cale cu caracteristici de transfer ideale (1). Această modificare a fost evaluată cantitativ pentru căi de comunicaţii care satisfac condiţiile (5) şi impulsuri transmise cu viteze ce satisfac relaţia (8). S-a găsit o expresie pentru măsura distorsiunilor suplimentare datorate erorii de aproximare.

Parametrul s_1 (17) în cazul erorii uniform repartizate şi s_2 (31) în cazul erorii ponderate exprimă legătura dintre distorsiune şi mărimea erorii. Relaţiile (17) şi (31) pot fi luate ca bază în prescrierea erorii $\Delta\,\tau(\omega)$. Aceste relaţii sînt generale, deoarece coincid cu cele stabilite în [5] pentru căi de transmisie de tip trece-jos.

Pentru viteze de transmisie uzuale, s_1 este mai mic de 10%, deci aproximarea în sens strict Cebîşev nu va conduce la deformări prea mari a impulsului de răspuns.

Ponderarea erorii poate fi acceptată, deoarece $s_2 < s_1$ pentru $\Delta\tau_M < 8\,\Delta\tau_0$. Admiţînd o eroare mai mare la capătul benzii de trecere, se pot realiza corectoare de fază mai economice.

ANEXĂ

RĂSPUNSUL UNUI SISTEM TRECE-BANDĂ CU CARACTERISTICĂ DE FAZĂ CORECTATĂ LA UN SEMNAL TREAPTĂ DE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ

A. Răspunsul unui sistem trece-bandă la un semnal treaptă de înaltă frecvență

Se presupune că sistemul satisface condițiile (5) și funcția $t_g(\omega)$ este dată de (3).

La intrarea acestui sistem se aplică semnalul (4), cu $\Delta t = \infty$. Tensiunea $u_2(t)$ care se găsește la ieșirea din sistem poate fi calculată [4] cu relația

$$u_2(t) = \sin b(\omega_0) \cos \omega_0 t + \frac{2}{\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos b(\omega) \cos \omega t \, d\omega,$$

deci (A.1)

$$u_2(t) = \sin \omega_0 \tau_0 + \omega_0 \Delta \tau(\omega_0) \cos \omega_0 t + \tag{A.2}$$

$$+ \frac{2}{\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos [\omega \tau_0 + \omega \Delta \tau(\omega)] \cos \omega t \, d\omega.$$

Facem ipoteza că la frecvența ω_0 este satisfăcută relația

$$b(\omega_0) = k\pi, \tag{A.3}$$

ceea ce se întîmplă de obicei în practică atunci cînd ω_0 este frecvența centrală a sistemului de transmisiuni.

În aceste condiții, primul termen din expresia (A.2) dispare și se găsește

$$u_2(t) = \frac{2}{\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos [\omega \tau_0 + \omega \Delta \tau(\omega)] \cos \omega t \, d\omega \tag{A.4}$$

sau

$$u_2(t) = \frac{2}{\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega \tau_0 \cos \omega \Delta \tau(\omega) \cos \omega t \, d\omega -$$

$$- \frac{2}{\pi} \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega_0 \tau \sin \omega \Delta \tau(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$

și, deoarece $\Delta\tau(\omega)$ este în general mic, putem aproxima

$$\cos \omega \Delta \tau(\omega) \approx 1, \qquad \sin \omega \Delta \tau(\omega) \simeq \omega \Delta \tau(\omega) \text{ și}$$

$$u_2(t) = \frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega\tau_0 \cos \omega t \, d\omega - \tag{A.5}$$

$$- \frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0 \, \omega \Delta\tau(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega\tau_0 \cos \omega t \, d\omega.$$

Primul termen al expresiei (A.5) reprezintă impulsul recepționat la trecerea $u_1(t)$ printr-un sistem trece-bandă ideal care satisface condiția (1) și căruia i se aplică la intrare semnalul (4) cu $\Delta t = \infty$. Fie acesta

$$u_{20}(t) = \frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega\tau_0 \cos \omega t \, d\omega. \tag{A.6}$$

Al doilea termen al expresiei (A.3) reprezintă contribuția datorată neliniarității caracteristicii de fază:

$$\Delta u_2(t) = - \frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0 \, \omega \, \Delta\tau(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega\tau_0 \cos \omega t \, d\omega. \tag{A.7}$$

Funcția de răspuns $u_2(t)$ este dată deci de suma

$$u_2(t) = u_{20}(t) + \Delta u_2(t). \tag{A.8}$$

În continuare, expresiile $u_{20}(t)$ și $\Delta u_2(t)$ sînt transformate într-o formă convenabilă.

B. Răspunsul unui sistem trece-bandă ideal la un semnal treaptă de înaltă frecvență (calculul $u_{20}(t)$)

Relația (A.6) poate fi pusă sub forma

$$u_{20}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t + \tau_0) \, d\omega + \tag{B.1}$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t - \tau_0) \, d\omega.$$

Fie

$$u'_{20}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t + \tau_0),$$

$$u''_{20}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t - \tau_0) \, d\omega. \tag{B.2}$$

Pentru a efectua integralele se introduce schimbarea de variabilă $\omega = \omega_0 \alpha$ și se găsește

$$u'_{20}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\omega_i}{\omega_0}}^{\frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\cos \omega_0 \alpha (t + \tau_0)}{1 - \alpha^2}$$

sau mai departe

$$u'_{20}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\omega_i}{\omega_0}}^{\frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\cos \omega_0 \alpha (t + \tau_0)}{1 + \alpha} \, d\alpha +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\omega_i}{\omega_0}}^{\frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\cos \omega_0 \alpha (t + \tau_0)}{1 + \alpha} \, d\alpha.$$

În prima integrală se operează o nouă schimbare de variabilă $1 + \alpha = z$, iar în a doua $1 - \alpha = z$. Se obține

$$u'_{20}(t) = \frac{1}{2\pi} \cos \omega_0 (t + \tau_0) \left[\int_{1 + \frac{\omega_i}{\omega_0}}^{1 + \frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\cos \omega_0 z (t + \tau_0)}{z} \, dz - \right.$$

$$\left. - \int_{1 - \frac{\omega_i}{\omega_0}}^{1 - \frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\cos \omega_0 z (t + \tau_0)}{z} \, dz \right] + \frac{1}{2\pi} \sin \omega_0 (t + \tau_0) \left[\int_{1 + \frac{\omega_i}{\omega_0}}^{1 + \frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\sin \omega_0 z (t + \tau_0)}{z} \, dz - \right.$$

$$\left. - \int_{1 + \frac{\omega_i}{\omega_0}}^{1 - \frac{\omega_s}{\omega_0}} \frac{\sin \omega_0 (t + \tau_0)}{z} \, dz \right].$$

În continuare se notează $\omega_0 z (t + \tau_0) = y$ și se găsește

$$u'_{20}(t) = \frac{\cos \omega_0 (t + \tau_0)}{2\pi} \left[\int_{(\omega_0 + \omega_i)(t + \tau_0)}^{(\omega_0 + \omega_s)(t + \tau_0)} \frac{\cos y}{y} \, dy - \int_{(\omega_0 - \omega_i)(t + \tau_0)}^{(\omega_0 - \omega_s)(t + \tau_0)} \frac{\cos y}{y} \, dy \right] +$$

$$+ \frac{\sin \omega_0 (t + \tau_0)}{2\pi} \left[\int_{(\omega_0 + \omega_i)(t + \tau_0)}^{(\omega_0 + \omega_s)(t + \tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy - \int_{(\omega_0 - \omega_i)(t + \tau_0)}^{(\omega_0 - \omega_s)(t + \tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy \right]. \quad \text{(B.3)}$$

În mod analog pentru $u''_{20}(t)$ rezultă expresia

$$u''_{20}(t) = \frac{\cos \omega_0 (t - \tau_0)}{2\pi} \left[\int_{(\omega_0+\omega_i)(t-\tau_0)}^{(\omega_0+\omega_s)(t-\tau_0)} \frac{\cos y}{y} \, dy - \int_{(\omega_0-\omega_i)(t+\tau_0)}^{(\omega_0-\omega_s)(t-\tau_0)} \frac{\cos y}{y} \, dy \right] +$$

$$+ \frac{\sin \omega_0 (t - \tau_0)}{2} \left[\int_{(\omega_0+\omega_i)(t-\tau_0)}^{(\omega_0+\omega_s)(t-\tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy - \int_{(\omega_0-\omega_i)(t-\tau_0)}^{(\omega_0-\omega_s)(t+\tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy \right]. \quad \text{(B.4)}$$

Pentru simplificarea relațiilor (B.3) și (B.4) se pot face ipotezele (5), care în practică sînt satisfăcute.

Pe baza proprietăților funcțiilor sinus integral și consinus integral și a relațiilor (5), expresia (B.3) se simplifică:

$$u'_{20}(t) \approx -\frac{1}{2\pi} \sin \omega_0 (t + \tau_0) \int_{(\omega_0-\omega_i)(t+\tau_0)}^{(\omega_0-\omega_s)(t+\tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy =$$

$$= \frac{\sin \omega_0 (t + \tau_0)}{\pi} \int_0^{\frac{B}{2}(t+\tau_0)} \frac{\sin y}{y} \, dy = \frac{\sin \omega_0 (t + \tau_0)}{\pi} Si \left[\frac{B}{2} (t + \tau_0) \right].$$

Deoarece în practică τ_0 este mare, $Si\left[\frac{B}{2}(t + \tau_0)\right]$ tinde către $\pi/2$ și se obține

$$u'_{20}(t) \simeq \frac{\sin \omega_0 (t + \tau_0)}{2}. \quad \text{(B.5)}$$

Utilizînd aceleași simplificări, relația (B. 4) devine

$$u''_{20}(t) = \frac{\sin \omega_0 (t - \tau_0)}{\pi} Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0) \right]. \quad \text{(B.6)}$$

Deoarece s-a presupus că $\omega_0 \tau_0 = k\pi$, rezultă că

$$\sin \omega_0 (t - \tau_0) = \sin \omega_0 (t + \tau_0) = \sin \omega_0 t. \quad \text{(B.7)}$$

Din (B.1) și (B.2) se obține

$$u_{20}(t) = u'_2(t) + u''_2(t). \quad \text{(B.8)}$$

Ținînd seama de (B.5), (B.6) și (B.7), se găsește

$$u_{20}(t) = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0) \right] \right\} \sin \omega_0 t. \quad \text{(B.9)}$$

Înfășurătoarea impulsului de răspuns este funcția

$$e_{20}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0) \right]. \quad \text{(B.10)}$$

C. Contribuția deviațiilor funcției $t_g(\omega)$ la impulsul $u_2(t)$

În paragraful A s-a stabilit că contribuția neregularităților funcției $t_g(\omega)$ poate fi exprimată prin relația

$$\Delta u_2(t) = -\frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0 \omega \Delta\tau(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega\tau_0 \cdot \cos \omega t \, d\omega. \qquad (C.1)$$

Fie deviația timpului de întîrziere al fazei de forma prezentată în relația (8):

$$\Delta\tau(\omega) = \Delta\tau_0 \frac{\sin \omega t_e}{\omega t_e}. \qquad (C.2)$$

Înlocuind în (C.1), se găsește

$$\Delta u_2(t) = -\frac{2\Delta\tau_0}{\pi t_e}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega t_e \sin \omega\tau_0 \cos \omega t \, d\omega. \qquad (C.3)$$

Aplicînd cîteva transformări trigonometrice produsului de sub integrală, se găsește

$$u_2(t) = -\frac{\Delta\tau_0}{2\pi t_e}\left\{\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} [\cos \omega(t+\tau_0-t_e) - \cos \omega(t-\tau_0-t_e)]\, d\omega + \right.$$

$$\left. + \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} [\cos \omega(t - \tau_0 + t_e) - \cos \omega(t+\tau_0+t_e)]\, d\omega\right\}. \qquad (C.4)$$

Factorii de sub semnul integral sînt de aceeași formă, de aceea este util să se introducă notațiile

$$I_1 = \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t + \tau_0 - t_e)\, d\omega, \qquad (C.5)$$

$$I_2 = \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t - \tau_0 - t_e)\, d\omega, \qquad (C.5')$$

$$I_3 = \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t + \tau_0 + t_e)\, d\omega, \qquad (C.5'')$$

$$I_4 = \int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega(t - \tau_0 + t_e)\, d\omega. \qquad (C.5''')$$

Pentru efectuarea integralelor $I_1 - I_4$ se utilizează substituțiile și simplificările aplicate la punctul B (B.5) și integrala I_1 se reduce la expresia

$$I_1 = \sin \omega_0 (t + \tau_0 - t_e) \left\{ Si \left[\frac{B}{2} (t + \tau_0 - t_e) \right] \right\}.$$

În ipoteza că τ_0 este mare și t_e mic, se găsește

$$I_1 \approx \frac{\pi}{2} \sin \omega_0 (t + \tau_0 - t_e). \tag{C.6}$$

Integrarea pentru I_2, I_3 și I_4 conduce la expresiile

$$I_2 \approx \sin \omega_0 (t - \tau_0 - t_e) \left\{ Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 - t_e) \right] \right\}, \tag{C.6'}$$

$$I_3 \approx \frac{\pi}{2} \sin \omega_0 (t + \tau_0 + t_e), \tag{C.6''}$$

$$I_4 \approx \sin \omega_0 (t - \tau_0 + t_e) \left\{ Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 + t_e) \right] \right\}. \tag{C.6'''}$$

Din expresiile (C. 4) și (C.5) rezultă

$$\Delta u_2 (t) = - \frac{\Delta \tau_0}{2\pi t_e} [(I_1 - I_2) - (I_3 - I_4)]. \tag{C.7}$$

Ipoteza $\omega_0 \tau_0 = k\pi$ permite simplificarea relației (C.7), care devine

$$\Delta u_2 (t) = - \frac{\Delta \tau_0}{2\pi t_e} \left\{ \frac{\pi}{2} - Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 - t_e) \right] \right\} \sin \omega_0 (t - t_e) + \tag{C.8}$$

$$+ \frac{\Delta \tau_0}{2\pi t_e} \left\{ \frac{\pi}{2} - Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 + t_e) \right] \right\} \sin \omega_0 (t + t_e).$$

Acest semnal de răspuns este format din două impulsuri de înaltă frecvență, având aceeași pulsație ω_0 și fazele inițiale $\omega_0 t_e$, respectiv $(- \omega_0 t_e)$.

În majoritatea situațiilor practice, $\omega_0 t_e = n \pi$ și atunci

$$\sin \omega_0 (t - t_e) = \sin \omega_0 (t + t_e) = \sin \omega_0 t, \tag{C.9}$$

iar relația (C. 8) devine

$$\Delta u_2 (t) = \frac{\Delta \tau_0}{2\pi t_e} \left\{ Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 - t_e) \right] - Si \left[\frac{B}{2} (t - \tau_0 + t_e) \right] \right\} \sin \omega_0 t. \tag{C.10}$$

Înfășurătoarea funcției din (C. 10) este

$$\Delta e_2(t) = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}. \quad (C.11)$$

D. Contribuția deviațiilor ponderate ale caracteristicei de fază la tensiunea de răspuns $u_2(t)$

Fie funcția care exprimă variația fazei de forma (21), la care:

$$\Delta\tau(\omega) = \Delta\tau_0 \frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)} + \Delta\tau_0\,\varepsilon(\omega-\omega_0)^2 \frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)} + \quad (D.1)$$

$$+ \Delta\tau_0 \frac{2\varepsilon}{t_e^2}\cos t_e(\omega-\omega_0) + \Delta\tau_0 \frac{2\varepsilon}{t_e^2}\frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)}.$$

Funcția din (D.1) este constituită din patru termeni, care se vor nota în mod corespunzător cu indicii 1, 2, 3, 4, adică

$$\Delta\tau(\omega) = \{\Delta\tau(\omega)\}_1 + \{\Delta\tau(\omega)\}_2 + \{\Delta\tau(\omega)\}_3 + \{\Delta\tau(\omega)\}_4. \quad (D.2)$$

Fiecare dintre termenii expresiei (D.2) contribuie la răspunsul datorat ondulațiilor caracteristicii de fază $\Delta u_2(t)$, astfel că se va obține

$$\Delta u_2(t)\{\Delta u_2(t)\}_1 + \{\Delta u_2(t)\}_2 + \{\Delta u_2(t)\}_3 + \{\Delta u_2(t)\}_4. \quad (D.2')$$

Fiecare termen din (D.2') poate fi calculat pe baza relației (A.7).

D.a. *Contribuția primului și a celui de-al patrulea termen* $\{\Delta u_2(t)\}_1$, *respectiv* $\{\Delta u_2(t)\}_4$

Conform relațiilor (A. 7), (D.2) și (D.2') contribuția primului termen datorat neregularităților $\{\Delta u_2(t)\}_1$ poate fi calculată dacă se evaluează integrala

$$\{\Delta u_2(t)\}_1 = -\frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s} \frac{(\omega-\omega_0)}{\omega_0^2-(\omega-\omega_0)^2}\{\Delta\tau(\omega)\}_1 \sin(\omega-\omega_0)\tau_0\cos(\omega-\omega_0)t\,d\omega, \quad (D.3)$$

în care

$$\{\Delta\tau(\omega)\}_1 = \Delta\tau_0\frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)}. \quad (D.4)$$

Comparînd relațiile (D.3) și (D.4) cu (C.1) și (C.2), se constată că acestea diferă numai prin deplasarea cu ω_0 a variabilei ω. În consecință, integrala definită (D.3) va conduce la o expresie identică cu (C.10), adică

$$\{\Delta u_2(t)\}_1 = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}\sin\omega_0 t, \quad (D.5)$$

a cărei înfăşurătoare este

$$\{\Delta e_2(t)\}_1 = \frac{\Delta\tau_0}{2\pi t_e}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\} \cdot \quad \text{(D.6)}$$

Pe baza unor consideraţii analoge se găseşte şi $\{\Delta u_2(t)\}_4$:

$$\{\Delta u_2(t)\}_4 = \frac{\Delta\tau_0\varepsilon}{\pi t_e^3}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}\sin\omega_0 t, \quad \text{(D.7)}$$

cu înfăşurătoarea corespunzătoare

$$\{\Delta e_2(t)\}_4 = \frac{\Delta\tau_0\varepsilon}{\pi t_e^3}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right] - Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}. \quad \text{(D.8)}$$

D.b. *Contribuţia celui de-al doilea termen* $\{\Delta u_2(t)\}_2$

Ţinînd seama de (A.7), (D.2) şi (D.2'), se găseşte

$$\{\Delta u_2(t)\}_2 = -\frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s}\frac{(\omega-\omega_0)\omega_0}{\omega_0^2-(\omega-\omega_0)^2}\{\Delta\tau(\omega)\}_2\sin(\omega-\omega_0)\tau_0\cos(\omega-\omega_0)t\,d\omega, \quad \text{(D.9)}$$

în care $\{\Delta\tau(\omega)\}_2$ are expresia din (D.1), adică

$$\{\Delta\tau(\omega)\}_2 = \Delta\tau_0\varepsilon(\omega-\omega_0)^2\frac{\sin t_e(\omega-\omega_0)}{t_e(\omega-\omega_0)}. \quad \text{(D.10)}$$

Ca şi în paragraful precedent, ţinînd seama de deplasarea originii funcţiei în punctul ω_0, în evaluarea integralei (D.9) se poate calcula în locul acesteia expresia echivalentă

$$\{\Delta u_2(t)\}_2 = -\frac{2}{\pi}\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}}\frac{\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}\Delta\tau_0\varepsilon\omega^2\frac{\sin\omega t_e}{\omega t_e}\sin\omega\tau_0\cos\omega t\,d\omega. \quad \text{(D.11)}$$

Evident, (D. 11) poate înlocui (D.9) numai cu condiţia

$$\omega_s - \omega_0 = \omega_0 - \omega_i = \frac{B}{2},$$

care a fost considerată satisfăcută în toate calculele anterioare.

Dezvoltînd produsul celor trei funcţii trigonometrice din integrală, se găseşte

$$\{\Delta u_2(t)\}_2 = \frac{\Delta\tau_0 \varepsilon}{2\pi t_e}\left\{\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega_0\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega(t+\tau_0+t_e)\,d\omega + \right.$$

(D.12)

$$+\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega_0\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega(t+\tau_0-t_e)\,d\omega + \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega_0\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega(t+\tau_0-t_e)\,d\omega -$$

$$\left. -\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega_0\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega(t-\tau_0+t_e)\,d\omega\right\}.$$

Paranteza mare din (D.13) este formată dintr-o sumă de patru integrale de forma :

$$I = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega_0\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\omega p\,d\omega, \qquad \text{(D.13)}$$

parametrul p luînd în fiecare termen din (D.12) valorile

$$p = t+\tau_0+t_e;\quad p = t-\tau_0-t_e \qquad \text{(D.14)}$$

ş.a.m.d.

În (D.13) se face substituţia

$$\omega = \omega_0\,\alpha$$

şi se găseşte

$$I = \omega_0^2 \int_{-\frac{B}{2\omega_0}}^{\frac{B}{2\omega_0}} \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\cos(\omega_0 p\,\alpha)\,d\alpha. \qquad \text{(D.15)}$$

Făcînd substituţii analoge cu cele din paragraful B, se constată că relaţia (D.12) poate fi redusă la o expresie de forma

$$\{\Delta u_2(t)\}_2 = \frac{\Delta\tau_0\varepsilon}{2t_e}\left(\frac{B}{2}\right)^2\left\{\sin\omega_0(t-\tau_0+t_e)h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]-\right.$$

(D.16)

$$\left.-\sin\omega_0(t-\tau_0-t_e)\cdot h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]\right\},$$

unde funcţia $h(x)$ este de forma (27), reprezentată în figura 8.
Înfăşurătoarea acestei expresii este

$$\{\Delta e_2(t)\}_2 = \frac{\Delta\tau_0 \varepsilon}{2t_e}\left(\frac{B}{2}\right)^2\left\{h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]-h\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]\right\}. \quad \text{(D.17)}$$

D.c. *Contribuţia celui de la treilea termen* $\{\Delta u_2(t)\}_3$

Din formulele (A.7), (D.2′) rezultă

$$\{\Delta u_2(t)\}_3 = -\frac{2}{\pi}\int_{\omega_i}^{\omega_s}\frac{\omega_0\omega\{\Delta\tau(\omega)\}_3}{\omega_0^2-\omega^2}\sin\omega\tau_0\cos\omega t\,d\omega,$$

relaţie care cu $\cos\omega_0 t_e = -1$, aşa cum se arată în figura 7, devine

$$\{\Delta u_2(t)\}_3 = -\frac{\Delta\tau_0\varepsilon}{2\pi t_e^2}\frac{B}{2}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)\right]+ \right. \quad \text{(D.18)}$$

$$\left. +Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]\right\}\sin\omega_0(t-\tau_0),$$

în care s-a introdus notaţia

$$si\left[\frac{B}{2}p\right]+\frac{\sin\frac{B}{2}p}{\frac{B}{2}p}.$$

Înfăşurătoarea funcţiei din (D.18) este

$$) = -\frac{\Delta\tau_0\varepsilon}{2\pi t_e^2}\frac{B}{2}\left\{Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0+t_e)+Si\left[\frac{B}{2}(t-\tau_0-t_e)\right]\right\}. \quad \text{(D.19)}$$

BIBLIOGRAFIE

1. G. Bosse, *Ein Rechenverfahren zur Approximation vorgegebener Laufzeit-Kurven*, Frequenz, *3* [1963].
2. Ad. Mateescu, *Calculul circuitelor corectoare de fază printr-o metodă grafo-analitică* Telecomunicaţii, *7* şi *8* (1966).

3. Y. Ishizaki, H. Watanabe H. *An Iterative Chebyshev Approximation for Network Design*, IEEE Transactions on CT-15, *4* (1968).
4. G. V. Dobrovolski, *Peredacia impulsov po canalam sveazi*, Moskva, Sveazizdat, 1960.
5. K. Andreichi, *Influența derivațiilor constante ale timpului de propagare de grup as upra comportării în impulsuri a canalelor cu caracteristică trece-jos 19*, Frequenz, *8* (1965).
6. Ad. Mateescu, N. Necula, *Sinteza automată a egalizoarelor de timp de propagare de grup*, Comunicare la Sesiunea științifică a cadrelor didactice din I. P. B., București, mai 1969.

UN TIP DE SENZITIVITATE A INDICELUI DE PERFORMANȚĂ ȘI PROBLEMA CONDUCERII SUBOPTIMALE A UNEI CLASE DE SISTEME NELINIARE

DE

ED. RĂDĂCEANU

Se studiază senzitivitatea indicelui de performanță în problema Kalman-Letov la introducerea neliniarității în ecuația sistemului.
Rezultatele sînt obținute prin aplicarea metodei echivalenței [1], [4], [7] pentru generarea unor clase de sisteme echivalente din punct de vedere optimal cu cele ce s-ar obține în problema Kalman-Letov, reținînd doar partea liniară a sistemului neliniar de studiat și căutînd un sistem aproximant pentru acesta din urmă care să facă parte dintr-o clasă de echivalență cu sistemul format cu partea liniară a sistemului inițial.

1. INTRODUCERE

În [6] Pagurek dezvoltă conceptul de senzitivitate a indicelui de performanță al sistemului liniar cu indice de performanță integrală dintr-o formă pătratică separabilă de variabilele de stare și de comandă, concept introdus de Dorato[3].

În cele ce urmează se propune extinderea studiului senzitivității indicelui de performanță la cazul cînd sistemul încetează să mai fie liniar, ecuația sistemului fiind de tipul

$$\dot{x} = f(x,\ u,\ t),\quad x(t_0) = x_0,$$

unde $f(x, u, t) = Ax + \varphi(x, u, t) + Bu$

Acest studiu ar avea drept consecință posibilitatea utilizării informațiilor obținute de la partea liniară a sistemului neliniar pentru o conducere suboptimală a acestuia, sinteza comenzii optimale pentru sistemul neliniar putînd fi cel mai adesea foarte dificilă.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 247–263, 1971

2. EXPUNEREA PROBLEMELOR

Fie sistemele

$$(S_1)\ \dot{x} = f_1(x, u, t),\ x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

cu indicele de performanţă

$$J(x, u, t_0) = \int_{t_0}^{t_1} f^0(x, u)\,dt \tag{2}$$

şi

$$(S_2)\ \dot{x} = f_2(x, u, t),\quad x(t_0) = x_0,$$

cu acelaşi indice de performanţă.
$f_1(\cdot), f_2(\cdot), f^0(\cdot)$ se iau convexe, u cu valori într-un compact $\Omega \subset E^r$, iar x definit pe o mulţime convexă deschisă în E^n (cazul fără restricţii), cu $\lim_{t_1 \to \infty} x(t_1) = 0$.

Conform teoremei 4.2[4], există u^0 şi soluţia corespunzătoare x^0 în virtutea fiecăruia dintre sistemele (S_1) şi (S_2) pentru care

$$\inf_{u \in \Omega} J(x, u, t_0) = J(x^0, u^0, t_0).$$

Vom lua $t_0 = 0$, omiţînd şi argumentul t_0 din notaţia funcţionalei indice de performanţă. Fie

$$J_{f_1} = \inf_{u \in \Omega} J(x, u) \qquad \text{în virtutea sistemului } (S_1),$$

$$J_{f_2} = \inf_{u \in \Omega} J(x, u) \qquad \text{în virtutea sistemului } (S_2).$$

DEFINIŢIA 1. Numim indice de sensibilitate a indicelui de performanţă al sistemului (S_1) în raport cu funcţia f_1 expresia

$$\lim_{\|f_2(\cdot) - f_1(\cdot)\| \to 0} \left(\frac{J_{f_2} - J_{f_1}}{f_2(\cdot) - f_1(\cdot)} \right).$$

DEFINIŢIA 2. Numim δ_r variaţie a indicelui de performanţă $J(x, u, t_0)$ cantitatea

$$\delta_r = \sup_{\substack{\|x\| \leqslant r \\ u \in \Omega}} [|J_{f_2} - J_{f_1}| / \|f_2(\cdot) - f_1(\cdot)\|].$$

Fie

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial f_2}{\partial x}\right|_{x=0} = A, \tag{3}$$

unde A este o matrice $n \times n$ de rang n, hurwitziană.

Presupunem $(\overline{S}_2)$ de forma particulară

$$(\overline{S}_1) \quad \dot{x} = Ax + \varphi(x) + Bu, \tag{4}$$

unde B este matrice cu n linii și r coloane, iar u vector real cu r componente în compactul Ω.

Problema 1. Fie sistemele

$$(S_1) \quad \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0,$$

$$(\overline{S}_1) \quad \dot{x} = Ax + \varphi(x) + Bu, \quad x(0) = x_0$$

și

$$J(x, u) = \frac{1}{2}\int_0^\infty f^0(x, u)\,dt,$$

$(\overline{S}_1)$ stabil în primă aproximație (vezi nota), φ de clasă C^1 în E^n.

Se cere:

1) pentru $\rho > 0$ dat să se determine r pentru care δ_r, variația lui $J(x, u)$, este $\delta_r < \rho$;

2) pentru r și ρ dați să se determine clasa de funcții $\varphi(x)$ pentru care se obține $\delta_r < \rho$.

Se vor studia două cazuri:

1) sistemul $(\overline{S}_1)$ în buclă deschisă;

2) Sistemul $(\overline{S}_1)$ în buclă închisă, ambele pentru $f^0(x, u) = x'Rx + u'Qu$,

unde R este o matrice simetrică de rang n pozitiv definită și Q o matrice simetrică de rang r pozitiv definită.

Cazul 1. Pentru sistemul (S_1) se obține prin sinteză comanda optimală

$$u^0 = -Q^{-1}B'Px \text{ sau, ca funcție de timp, } u^0 = \zeta(t), \tag{5}$$

unde P este soluția simetrică și pozitiv definită a ecuației algebrice în care degenerează ecuația Riccati

$$PB'Q^{-1}BP - PA - A'P - R = 0. \tag{$\mathfrak{R}$}$$

Vom utiliza aceeași comandă $u = \zeta(t)$ pentru $(\overline{S}_1)$ în buclă deschisă.

Fie $x_i(t)$ soluția pentru $u = \zeta(t)$ în virtutea lui (S_1) și $x_\varphi(t)$ cea în virtutea lui $(\overline{S}_1)$, tot pentru $u = \zeta(t)$.

Notăm

$$x_\varphi(t) - x_i(t) = \varepsilon(t). \tag{6}$$

Avem

$$\varphi(x_\varphi) = \varphi(x_i + \varepsilon(t)) \approx \varphi(x_i) + \varphi'_{x_i}\varepsilon(t), \tag{7}$$

iar în virtutea lui (S_1) şi $(\overline{S}_1)$

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A + \varphi'_{x_t})\,\varepsilon(t) + \varphi(x_t),\quad \varepsilon(0) = 0. \tag{8}$$

S-a notat φ'_{x_t} ... matricea derivată a vectorului φ în raport cu vectorul x_t. Soluţia acestei ecuaţii este

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Phi(t)\,\Phi(s)^{-1}\,\varphi(x_t(s))\,ds, \tag{9}$$

unde $\Phi(t)$ este matricea fundamentală a sistemului omogen

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A + \varphi'_{x_t})\,\varepsilon(t). \tag{10}$$

Din (9) obţinem

$$\|\varepsilon(t)\| \leqslant \int_0^t \|\Phi(t)\,\Phi(s)^{-1}\| \cdot \|\varphi(x_t)\|\,ds, \tag{11}$$

iar pentru variaţia valorii indicelui de performanţă, corespunzător comenzii $u = \zeta(t)$, în virtutea sistemelor (S_1) şi $(\overline{S}_1)$ avem

$$\Delta J = J(x_\varphi,\ \zeta(t)) - J(x_t,\ \zeta(t)) =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty (x'_\varphi,\ Rx_\varphi + u'Qu - x'_tRx_t - u'Qu)\,dt = \tag{12}$$

$$= \frac{1}{2}(\varepsilon' Rx_t + x'_t R\varepsilon + \varepsilon' R\varepsilon)\,dt.$$

Notăm

$$\varphi_1 = \sup_{\|x\| \leqslant r} \|\varphi(x_t(x))\| \tag{13}$$

şi avem

$$\|\varepsilon(t)\| \leqslant \varphi_1 \int_0^t \|\Phi(t)\,\Phi(s)^{-1}\|\,ds. \tag{14}$$

Din condiţia de stabilitate în primă aproximaţie rezultă că există constantele pozitive B_1 şi β_1 astfel încît

$$\|\varepsilon(t)\| \leqslant \varphi_1 B_1 \int_0^t e^{-\beta_1(t-s)}\,ds = \frac{\varphi_1 B_1}{\beta_1}(1 - e^{-\beta_1 t}). \tag{15}$$

S-a obținut deci o majorare a deviației traiectoriei sistemului neliniar față de cea a sistemului liniar, cu care vom studia mai departe pe ΔJ și $\| \varphi(x) \|$.

Dar $x_i(t) \leqslant r\, e^{-\alpha_1 t}$, $\alpha_1 = |A|$ (unde A este hurwitziană).
De asemenea există constantele pozitive c_1 și γ_1 astfel încît

$$\varepsilon(t) \leqslant c_1 \cdot \varepsilon_{max} \cdot e^{-\gamma_1 t},$$

unde $\varepsilon_{max} = \sup_{t,\ \|x\| \leqslant r} \varepsilon(t)$.

Cu aceste relații obținem

$$|\Delta J| \leqslant \int_0^\infty (2\,|R|\, r c_1\, \varepsilon_{max} \cdot e^{-(\alpha_1+\gamma_1)t} + c_1^2\, \varepsilon_{max}^2\, |R|\, e^{-2\gamma_1 t})\, dt,$$

$$|\Delta J| \leqslant \frac{2}{\alpha_1 + \gamma_1} |R|\, r\, c_1\, \varepsilon_{max} + \frac{1}{2\gamma_1} |R|\, c_1^2\, \varepsilon_{max}^2 . \tag{16}$$

Cu (15) obținem

$$|\Delta J| \leqslant \frac{2}{\alpha_1 + \gamma_1} |R|\, r c_1 \left(\frac{\varphi_1 \beta_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}) \right)^{1/2} + \frac{1}{2\gamma_1} |R|\, c_1^2 \frac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}). \tag{16'}$$

Fie

$$\frac{2}{\alpha_1 + \gamma_1} |R|\, r c_1 \left(\frac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}) \right)^{1/2} + \frac{1}{2\gamma_1} |R|\, c_1^2 \frac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}) \leqslant \rho, \tag{17}$$

care permite obținerea lui $\varphi_1(\rho, r, \alpha_1, \gamma_1 \beta_1, B_1, c_1, |R|)$ pentru care

$$|\Delta J| \leqslant \rho. \tag{18}$$

Alegînd pe φ_1, putem determina pe r corespunzător:

$$r_i = r \leqslant \frac{\rho - \dfrac{1}{2\gamma_1} |R|\, c_1^2 \dfrac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t})}{\dfrac{2}{\alpha_1 + \gamma_1} |R|\, c_1 \left(\dfrac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}) \right)^{1/2}}. \tag{19}$$

Notă. Condiția de stabilitate după primă aproximație pentru legea de comandă optimală a sistemului (S_1) se exprimă astfel:

a) pentru sistemul $(\overline{S}_1)$ în buclă închisă:

— matricea $A - BPB'$ să fie hurwitziană, unde P este soluția simetrică și pozitiv definită a ecuației $(\mathcal{R})$, și

$-\| \varphi(x) \|^2 \leqslant l\, (\|x\|^2)^{1+\alpha}$, $l > 0$, $\alpha > 0$ (norma euclidiană);

b) pentru sistemul $(\overline{S}_1)$ în buclă deschisă:

— matricea A hurwitziană.

Construind U şi θ astfel încît $u(t) < U\, e^{\theta t}$ şi $A+\theta$ să fie hurwitziană.

Deci, cum era de aşteptat, condiţiile de stabilitate pentru $(\bar{S}_1)$ în buclă deschisă pentru legea de comandă optimală corespunzătoare lui (S_1) sînt mai severe decît pentru acelaşi sistem în buclă închisă.

Cazul 2. Să utilizăm pentru sistemul $(\bar{S}_1)$ sinteza comenzii optimale obţinute pentru (S_i) şi să determinăm condiţiile pentru $||\varphi(x)||$ şi $||x||$ pentru ca această sinteză să fie suboptimală pentru $(\bar{S}_1)$.

Ca şi la cazul 1,

$$u = -Q^{-1}B'Px, \quad x_\varphi - x_i = \varepsilon(t).$$

Avem

$$\dot{x}_i = Ax_i - BQ^{-1}B'\,Px_i, \tag{20}$$

$$\dot{x}_\varphi = Ax_\varphi + \varphi(x_\varphi) - BQ^{-1}BPx_\varphi. \tag{21}$$

Scăzînd (20) din (21), obţinem

$$\dot{\varepsilon} = (A + \varphi'_{x_\varphi})\,\varepsilon + \varphi(x_i) - BQ^{-1}B'P\,\varepsilon, \quad \varepsilon(0) = 0 \tag{22}$$

şi corespunzător

$$\Delta J = J(x_\varphi, u_\varphi) - J(x_i, u_i) = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x'_\varphi Rx_\varphi + x'_i PBQ^{-1}QQ^{-1}B'Px_\varphi -$$

$$- x'_i Rx_i - x'_i PBQ^{-1}QQ^{-1}B'Px_i)\,dt,$$

$$\Delta J = \frac{1}{2}\int_0^\infty [\varepsilon'(R + RBQ^{-1}B'P)x_i + x'_i(R + PBQ^{-1}B'P)\varepsilon +$$

$$+ \varepsilon'(R + PBQ^{-1}B'P)\varepsilon]\,dt. \tag{23}$$

Notăm $\bar{R} = R + PBQ^{-1}B'P$.

Vom obţine, ca şi în cazul 1, pentru acelaşi ρ

$$\frac{2}{\alpha_1+\gamma_2}|\bar{R}|\,rc_2\left(\frac{\varphi_1 B_2}{\beta_2}(1-e^{-\beta_2 t})\right)^{1/2} + \frac{1}{2\gamma_2}|\bar{R}|\,c_2^2\frac{\varphi_1 B_2}{\beta_2}(1-e^{-\beta_2 t}) \leqslant \rho. \tag{24}$$

S-au înlocuit indicii inferiori 1 cu 2 acolo unde intervenţia unor factori suplimentari modifică estimările făcute în cazul 1.

Expresia (24), ca şi (17), permite obţinerea lui φ_1 pentru r dat. Alegînd φ_1, îl putem determina pe r, pe care să-l notăm acum $\bar{r}$:

$$\bar{r} = \frac{\rho - \dfrac{1}{2\gamma_2}|\bar{R}|\,c_2^2\dfrac{\varphi_1 B_2}{\beta_2}(1-e^{-\beta_2 t})}{\dfrac{2}{\alpha_1+\gamma_2}|\bar{R}|\,c_2\left(\dfrac{\varphi_1 B_2}{\beta_2}(1-e^{-\beta_2 t})\right)^{1/2}}. \tag{25}$$

Observăm că, în general, $\bar{r}$ diferă de r pentru același ρ. Datorită intervenției termenului $BQ^{-1}B'P$, relațiile dintre diferitele elemente componente ale lui (19) și (25) sînt de tipul

$$c_2 < c_1, \quad \beta_2 > \beta_1, \qquad |\bar{R}| > |R|.$$
$$\gamma_2 > \gamma_1, \quad B_2 > B_1,$$

Pentru φ_1 și ρ dați, raportul $\bar{r}/r$ este dat de expresia

$$\frac{\bar{r}}{r} = \frac{\rho - \dfrac{1}{2\gamma_2}|\bar{R}|\,c_2^2\,\dfrac{\varphi_1 B_2}{\beta_2}(1 - e^{-\beta_2 t})}{\rho - \dfrac{1}{2\gamma_1}|R|\,c_1^2\,\dfrac{\varphi_1 B_1}{\beta_1}(1 - e^{-\beta_1 t})} \cdot \frac{\dfrac{|R|\,c_1}{\alpha_1 + \gamma_1}\left(\dfrac{B_1}{\beta_1}(1 - e^{-\beta_1 t})\right)^{1/2}}{\dfrac{|\bar{R}|c_2}{\alpha_1 + \gamma_2}\left(\dfrac{B_2}{\beta_2}(1 - e^{-\beta_2 t})\right)^{1/2}}.$$

Valoarea acestui raport poate servi la alegerea uneia sau celeilalte dintre variantele prezentate [1]).

Pentru problema 1 am determinat domeniul în care este posibilă utilizarea comenzii optimale a părții liniare a unui sistem neliniar în calitate de comandă suboptimală în buclă deschisă pentru acesta din urmă, ca și posibilitatea utilizării sintezei optimale corespunzătoare părții liniare în calitate de sinteză suboptimală pentru sistemul neliniar în buclă închisă.

Vom încerca în cele ce urmează determinarea unui sistem aproximant neliniar care să realizeze o aproximare mai fină a comportării sistemului inițial, pentru a putea lărgi clasa sistemelor neliniare pentru care utilizarea informațiilor de la partea lor liniară poate fi efectivă. Acest sistem neliniar aproximant va fi un sistem optimal-echivalent cu partea liniară a sistemului neliniar inițial.

Problema 2. Fie sistemul $(\bar{S}_1)$ $\dot{x} = Ax + \varphi(x) + Bu$, $x(0) = x_0$, cu indicele de performanță

$$J(x, u) = \frac{1}{2}\int_0^\infty f^0(x, u)\,dt.$$

Să se stabilească condițiile în care este posibilă aproximarea sistemului $(\bar{S}_1)$ cu sistemul $(\bar{S}_2)$ $\dot{x} = Ax + \psi(x) + Bu$, $x(0) = x_0$, cu același indice de performanță și care este optimal echivalent (vezi anexa 1) cu sistemul liniar

$$(S_1) \quad \dot{x} = Ax + Bu, \qquad x(0) = x_0.$$

Vom examina, ca și la problema 1, cazul particular

$$f^0(x, u) = x'Rx + u'Qu.$$

---

[1]) Se va alege cea pentru care se asigură o rază mai mare pentru bula $||x|| \leqslant r$. Evident, faptul că legătura inversă este un foarte important factor stabilizator la diferite perturbații nu a fost luat în considerație.

Sistemul $(\overline{S}_2)$ urmează să-l determinăm astfel încît aproximarea lui $(\overline{S}_1)$ cu $(\overline{S}_2)$ să fie satisfăcătoare. Evident, $(\overline{S}_2)$ nu poate fi determinat în mod unic pentru un grad de aproximare dat.

Fie deci

$$\psi(x) = C(x)\, V_x(x),$$

unde

$C(x)$ este o matrice strîmb simetrică arbitrară,

$V(x)$ — soluția ecuației Hamilton-Jacobi-Bellman corespunzătoare sistemului liniar (S_1) și care presupunem că există.

S-a notat

$$\text{grad } V(x) \text{ cu } V_x(x)$$

Ca și la problema 1 vom face studiul în cele două cazuri :

1) sistemul cu buclă deschisă ;

2) sistemul cu buclă închisă.

Cazul 1. Pentru sistemul $(\overline{S}_2)$, legea de comandă optimală este aceeași ca pentru (S_1), și anume $u^0 = -Q^{-1} B'Px$, sau $u^0 = \xi(t)$. Această comandă o utilizăm în buclă deschisă la conducerea sistemului $(\overline{S}_1)$.

Fie

$$\varepsilon(t) = x_\varphi - x_\psi, \quad \varepsilon(0) = 0,$$

unde s-a notat cu x_ψ traiectoria sistemului (S_2) în virtutea comenzii $u^0 = \xi(t)$.

Din ecuațiile $(\overline{S}_1)$ și $(\overline{S}_2)$ rezultă

$$\dot{\varepsilon}(t) \approx (A + \varphi'_{x_1})\ \varepsilon(t) + \varphi(x_\psi) - C(x_\psi)\, V_{x_\psi},$$

a cărei soluție este

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \Phi(t)\, \Phi(s)^{-1} [\varphi(x_\psi) - C(x_\psi)\, V_{x_\psi}]\, ds,$$

unde $\Phi(t)$ este matricea fundamentală e sistemului omogen

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A + \varphi'_{x_\psi})\, \varepsilon(t).$$

Notăm

$$\Phi(s, t) = \Phi(t)\, \Phi(s)^{-1}$$

și avem

$$||\varepsilon(t)|| \leqslant \int_0^t ||\Phi(s, t)|| \cdot ||\varphi(x_\psi) - C(x_\psi)\, V_{x_\psi}||\, ds \leqslant \delta_1 \varphi_1,$$

unde

$$\delta_1 = \int_0^t || \Phi (s, t)) || \, ds \leqslant \widetilde{B} \int_0^t e^{-\widetilde{\beta}_1 (t-s)} \, dS = \frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1} (1 - e^{-\widetilde{\beta}_1 t}) < \frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1 \beta_1},$$

$$\varphi_1 = \sup_{||x|| \leqslant r} || \varphi (x_\psi) - C (x_\psi) \, V_{x_\psi} ||.$$

La problema 1 s-a obținut

$$|| \varepsilon (t) || \leqslant \frac{\varphi_1 B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}). \tag{15}$$

Dacă există $C(x)$ astfel încît

$$\sup_{||x_\psi|| \leqslant r} || \varphi (x_\psi) - C (x_\psi) \, V_{x_\psi} || < \sup_{||x_t|| \leqslant r} || \varphi (x_\varphi) ||,$$

atunci soluția sistemului $(\overline{S}_2)$ aproximează mai bine decît cea a sistemului (S_1) soluția sistemului $(\overline{S}_1)$ pentru $|| x || \leqslant r$, aceleași condiții inițiale și dacă

$$\frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1} (1 - e^{-\widetilde{\beta}_1 t}) \simeq \frac{B_1}{\beta_1} (1 - e^{-\beta_1 t}). \tag{26}$$

Presupunem că matricea $C(x)$ există și fie

$$\varphi_2 = \sup_{||x|| \leqslant r_1} || \varphi (x) ||, \; r_2 > r_1,$$

astfel încît

$$\sup_{||x|| \leqslant r_2} || \varphi (x_\psi) - C (x_\psi) \, V_{x_\psi} || = \sup_{||x|| \leqslant r_1} || \varphi (x) ||.$$

Să stabilim variația funcționalei $J (x, u)$. Procedînd ca la problema 1, obținem

$$\Delta J_\psi \leqslant \frac{2}{\sigma + \nu} | R | \, d_1 d_2 \, r \, \varepsilon_{\max} + \frac{1}{2\nu} | R | \, d_1^2 \, \varepsilon_{\max}^2, \tag{27}$$

unde s-a considerat

$$\varepsilon (t) \leqslant d_1 \, \varepsilon_{\max} e^{-\nu t}, \; x (t) \leqslant d_2 \, r \, e^{-\sigma t}, \quad \sigma, \nu > 0$$

și s-a notat

$$\Delta J_\psi = J (x, u) |_{(\overline{S}_1)} - J (x, u) |_{(\overline{S}_2)}.$$

Înlocuind ε_{max} conform (15), se obține

$$\Delta J_\psi \leqslant \frac{2r}{\sigma+\nu}|R|\,d_1 d_2\left(\varphi_1\frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1}(1-e^{-\widetilde{\beta}_1 t})\right)^{1/2}+\frac{1}{2\nu}|R|\,d_1^2\,\varphi_1\frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1}(1-e^{-\widetilde{\beta}_1 t}).$$

Pentru $\Delta J_\psi \leqslant \theta$ obținem

$$r_\psi = r \leqslant \frac{\theta-\frac{1}{2\nu}|R|\,d_1^2\,\varphi_1\frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1}(1-e^{-\widetilde{\beta}_1 t})}{\frac{2}{\sigma+\nu}|R|\,d_1 d_2\left(\varphi_1\frac{\widetilde{B}_1}{\widetilde{\beta}_1}(1-e^{-\widetilde{\beta}_1 t})\right)^{1/2}}. \tag{28}$$

Dacă în (19) și (28) înlocuim α_1, σ cu $\min(\alpha_1, \sigma)$, γ_1, ν cu $\min(\gamma_1, \nu)$, B_1, $\widetilde{B}_1$ cu $\min(B_1, \widetilde{B}_1)$, β_1, $\widetilde{\beta}_1$ cu $\min(\beta_1\,\widetilde{\beta}_1)$, d_1, c_1 cu $\min(d_1, c_1) = c$, $d_2 = 1$, obținem $r_\psi > r_i$ pentru $\varphi_1 < \varphi$ și același θ, adică aceeași deviație maximă a indicelui de performanță este asigurată într-o bulă mai mare, de rază $r_\psi > r_i$, decît în cazul precedent.

Notă. Dacă $\varphi(x)$ este polinom în x, cum $C(x)V_x$ conține termeni de ordin superior, $\nu > \gamma_1$, putem determina dependența $r_\psi(r_i)$, făcînd

$$\Delta J_\psi - \Delta J_i = 0,$$

unde s-a notat $\Delta J_i = J(x, u)|_{(\widetilde{S}_1)} - J(x, u)|_{(S_1)}$.

Obținem

$$\left(\frac{1}{2\gamma_1}-\frac{1}{2\nu_1}\right)d_2\,\varepsilon_{max} = 4c\left(\frac{r_\psi}{\sigma_1+\nu_1}-\frac{r_i}{\alpha_1+\gamma_1}\right)$$

sau

$$r_\psi = \left(\left(\frac{1}{2\gamma_1}-\frac{1}{2\nu_1}\right)d_2\,\varepsilon_{max}+4c\frac{r_i}{\alpha_1+\gamma_1}\right)\frac{\sigma+\nu_1}{4c}.$$

Se vede că pentru aceeași variație a indicelui de performanță, pentru ca $r_\psi > r_i$, este suficient să avem $\sigma + \nu > \alpha_1 + \gamma_1$.

Cazul 2. Se va utiliza comanda dată de legea obținută prin sinteza rezultată pentru (S_1), $u = Q^{-1}B'Px$. Aceleași considerații ca la problema 1 conduc la concluzia că $\bar{r}_\psi > r_\psi$, unde $\|x\| \leqslant \bar{r}_\psi$ asigură $\Delta J < \theta$.

Ca și la cazul 1, $\bar{r}_\psi > \bar{r}$ pentru același θ și $\sigma_2 + \nu_2 > \alpha_1 + \gamma_2$.

Observație. Existența matricei $C(x)$ se demonstrează la anexa 2. Problema cea mai dificilă rămîne elaborarea unui algoritm pentru determinarea lui $C(x)$ La determinarea matricei $C(x)$, care conduce la un sistem (S_2) aproximant satisfăcător, trebuie avută în vedere și obținerea unei

forme cît mai simple pentru aceasta, cu repercusiuni nu numai în simplitatea schemei de modelare, ci și în precizia rezultatelor.

ANEXA 1

DEFINIȚIA 3. Două sisteme se numesc echivalente din punctul de vedere al sintezei comenzii optimale dacă admit aceeași sinteză a acesteia.

DEFINIȚIA 4. Două sisteme se numesc echivalente din punctul de vedere al costului dacă valorile extremizate ale funcționalelor-criteriu corespunzătoare celor două sisteme sînt egale.

DEFINIȚIA 5. Două sisteme se numesc optimal echivalente dacă sînt echivalente din punct de vedere al costului și al sintezei comenzii optimale.

Se demonstrează că o condiție suficientă ca sistemele (S_1) și $(S_2$

$$(S_1)\quad \dot{x} = f_1(x,\ u,\ t),$$

$$(S_2)\quad \dot{x} = f_2(x,\ u,\ t),$$

cu funcționala criteriu $J\ (x,\ u\ t)$, să fie optimal echivalente este existența unei matrice strîmb simetrice $C(x,\ u,\ t)$, cu componente continue în toate argumentele, astfel încît

$$f_2(x,\ u,t) = f_1(x, u, t) + C(x,\ u,\ t)\,\frac{\partial V_1(x,\ t)}{\partial x},$$

unde $V_1\ (x,\ t)$ este soluția ecuației Hamilton-Jacobi-Bellman în virtutea lui (S_1).

ANEXA 2

În cele ce urmează se demonstrează existența în cazul general a unei matrice strîmb simetrice $C(x)$ pentru care devierea soluției sistemului (S_2) față de cea a lui $(\overline{S}_1)$ să fie minimă. Urmează ca această deviere minimă să fie comparată cu cea admisă, pentru ca la rîndul său devierea indicelui de performanță să fie în limite satisfăcătoare.

Pentru demonstrarea existenței matricei $C(x)$ adoptăm o idee din [2]. Fie

$$\varphi\,(x) - C\,(x)\ V_x = w$$

și

$$f_0\,(\cdot) = \|Lw - v\|,$$

unde $v = \varepsilon_{\text{admis}}$, iar L este operator integral de nucleu $\Phi(s,\ t)$, deci liniar și mărginit în virtutea proprietăților lui $\varphi(x)$ și $C\,(x)V_x$ pentru ca (S_1) și (S_2) să aibă soluție.

Fie

$$\sup_{\|x\|\leqslant r} \| \varphi(x_\psi) - C(x_\psi)\, V_{x_\varphi} \| = \varphi_1.$$

Să notăm

$$f_1(w) = \|w\| - \varphi.$$

$f_0(\cdot)$ și $f_1(\cdot)$ sînt continue și convexe. Deci există un minim global în raport cu v. Fie w_0 valoarea lui w pentru care este atins inf $f_0(t)$. Avem

$$\lambda_0 f_0(w) + \lambda_1 f_0(w) \geqslant \lambda_0 f_0(w_0) + \lambda_1 f_0(w_0)$$

sau

$$\lambda_0 \| Lw_0 - v \| + \lambda_1 \| w_0 \| \leqslant \lambda_0 \| Lw - v \| + \lambda_1 \| w \|,$$

unde

$$\lambda_0 > 0, \quad \lambda_1 > 0, \quad \lambda_0 + \lambda_1 = 1.$$

Cum $w_0 \neq 0$, căci altfel nu ar mai putea fi vorba de aproximare, ci $(\bar{S}_1) \equiv (\bar{S}_2)$, evident $\lambda_0 \neq 0$ și deci $f_0(w_0) = 0$ numai dacă $\lambda_1 = 0$.

Funcțiile $f_0(\cdot)$ și $f_1(\cdot)$ sînt diferențiabile Frechet, deci pentru w_0 are loc relația

$$\frac{\lambda_0}{f_0(w_0)} (L^* L w_0 - L^* v) + \frac{\lambda_1 w_0}{\| w_0 \|} = 0,$$

de unde rezultă că există $k > 0$, astfel încît

$$L^* L w_0 - L^* v + k w_0 = 0$$

sau

$$w_0 = (L^* L + kI)^{-1} L^* v.$$

Operatorul LL^* este autoadjunct și pozitiv și, cum $\Phi(s, t)$ este mărginit, rezultă că $(L^* L + kI)$ este inversabil, iar $(L^* L + kI)^{-1}$ mărginit. Din $\varphi(x) - C(x)\, V_x = w_0$ rezultă $C(x)$.

ANEXA 3

STUDIUL UNUI SISTEM DE ORDINUL DOI

Pentru sistemele de ordinul doi cu $\varphi(x)$ cu componente polinoame în x_1 și x_2, matricea $C(x)$ o putem lua de forma

$$C(x) = \begin{pmatrix} 0 & \gamma(x) \\ -\gamma(x) & 0 \end{pmatrix},$$

unde $r(x)$ este un polinom în x_1 și x_2, a cărui formă depinde, evident, de cea a lui $\varphi(x)$.

Neliniaritatea sistemului examinat este polinom de gradul **doi** complet în x_1 și x_2, fără ca aceasta să afecteze generalitatea procedeului.

Fie

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad q = 1,$$

u scalar pentru sistemul

$$\dot{x} = Ax + \varphi(x) + bu,$$

cu indicele de performanță

$$J(x, u) = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x'Rx + qu^2)\,dt,$$

și fie

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} a_1x_1^2 + b_1x_2^2 + 2c_1x_1x_2 \\ a_2x_1^2 + b_2x_2^2 + 2c_2x_1x_2 \end{pmatrix}.$$

Cu norma euclidiană, condiția

$$||\varphi(x) - C(x)V_x||^2 < \bar{\varepsilon}_1$$

se scrie

$$\left(\varphi_1(x) - \gamma(x)\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\varphi_2(x) + \gamma(x)\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 < \bar{\varepsilon}_1.$$

Dezvoltînd, obținem

$$\varphi_1(x)^2 + \varphi_2(x)^2 - 2\gamma(x)\left(\varphi_1(x)\frac{\partial V}{\partial x_2} - \varphi_2(x)\frac{\partial V}{\partial x_1}\right) +$$

$$+\gamma^2(x)\left(\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2\right) - \bar{\varepsilon}_1 < 0.$$

Pentru aceasta, $\gamma(x)$ trebuie să fie ales între rădăcinile $\gamma_1(x)$ și $\gamma_2(x)$ ale ecuației obținute prin egalarea cu zero a membrului stîng al inecuației

$$\gamma_{1,2} = \frac{\varphi_1(x)\frac{\partial V}{\partial x_2} - \varphi_2(x)\frac{\partial V}{\partial x_1} \pm \sqrt{\left(\varphi_1(x)\frac{\partial V}{\partial x_2} - \varphi_2(x)\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 - \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\gamma V}{\partial x_2}\right)^2\right]\left(\varphi_1(x)^2 + \varphi_2(x)^2 - \xi_1\right)}}{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2},$$

cu condiţia $\Delta > 0$, unde Δ s-a notat cantitatea de sub radical. Se obţine

$$-\left(\varphi_1(x)\frac{\partial V}{\partial x_1}+\varphi_2(x)\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2+\bar{\varepsilon}_1\left[\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2\right]>0$$

sau

$$\bar{\varepsilon}_1 > \sup_{\|x\|\leqslant r}\frac{\left(\varphi_1(x)\dfrac{\partial V}{\partial x_1}+\varphi_2(x)\dfrac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2}{\left(\dfrac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2+\left(\dfrac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2}$$

Vom menţine δ_1 constant în cursul procesului de determinare a matricei strîmb simetrice $C(x)$; r este primul element pe care îl determinăm din condiţia ca relaţia de mai sus să fie îndeplinită; $\bar{\varepsilon}_1$ se obţine din condiţia $\|\varepsilon(t)\| \leqslant \delta_1 \bar{\varepsilon}_1^{1/2}$, unde la rîndul său $\|\varepsilon(t)\|$ este dat de condiţia $|\Delta J| \leqslant 0$. Avem :

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} = 2a_1x_1 + 2c_1x_2; \qquad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} = 2b_1x_2 + 2c_1x_1,$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} = 2a_2x_1 + 2c_2x_2; \qquad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2} = 2b_2x_2 + 2c_2x_1,$$

de unde

$$\left\|\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}\right\|_{i,j=1,2} \leqslant 2 \max\{|a_1+c_1|, |b_1+c_1|, |a_2+c_2|, |b_2+c_2|\}\|x\|.$$

Să obţinem o majorare pentru

$$E = \frac{\varphi_1(x)\dfrac{\partial V}{\partial x_1}+\varphi_2(x)\dfrac{\partial V}{\partial x_2}}{\left(\dfrac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2+\left(\dfrac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2} \qquad (*).$$

Pentru sistemul liniar $\dot{x} = Ax + bu$, cu indicele de performanţă $J(x, u)$, se obţine soluţia ecuaţiei Hamilton-Jacobi-Bellman de forma

$$V(x) = \alpha k x_1^2 + k x_2^2; \qquad k = -\beta + \sqrt{\beta^2 + 1}.$$

Înlocuind în (*), obţinem

$$E = \frac{[(a_1x_1^2 + 2c_1x_1x_2 + b_1x_1^2)2\alpha k x_1 + (a_2x_1^2 + 2c_2x_1x_2 + b_2x_2^2)\,2kx_2]^2}{(2\alpha k x_1)^2 + (2kx_2)^2}.$$

Aplicînd formula Schwartz-Buniakowski, obținem

$$E \leqslant [(a_1x_1^2+2c_1x_1x_2+b_1x_2^2)^2+(a_2x_1^2+2c_2x_1x_2+b_2x_2^2)^2]^{1/2}[(2\alpha kx_1)^2+$$

$$+ (2kx_2)^2]^{1/2} : [(2\alpha kx_1)^2 + (2kx_2)^2],$$

$$E \leqslant \frac{||\varphi||}{(2\alpha kx_1)^2 + (2kx_2)^2}.$$

Există M astfel încît

$$(2\alpha kx_1)^2 + (2kx_2)^2 = M||x||^2$$

și deci putem lua

$$\varepsilon_1 = \frac{||\varphi||}{M||x||},$$

de unde rezultă $||x||$.

ε_1 a fost obținut dintr-o condiție de tipul

$$||\varepsilon(t)|| \leqslant \varepsilon_{max} = \delta_1 \bar{\varepsilon}_1^{1/2}.$$

În exemplul pe care-l studiem, $|r| = 1$. Pentru sistemul aproximant luăm $C(x) = \begin{pmatrix} 0 & \gamma(x) \\ -\gamma(x) & 0 \end{pmatrix}$, cu $\gamma(x) = \xi x_1 + \zeta x_2$, ξ și ζ rămînînd a fi determinate.

Avem

$$C(x)\, V_x = \begin{pmatrix} 2kx_2(\xi x_1 + \zeta x_2) \\ -2\alpha kx_1(\xi x_1 + \zeta x_2) \end{pmatrix}$$

și deci (S_ψ) este descris prin ecuațiile

$$\dot{x}_1 = x_2 + 2k\xi x_1 x_2 + 2k\zeta x_2^2,$$

$$\dot{x}_2 = -\alpha x_1 - \beta x_2 - 2\alpha k\xi x_1^2 - 2\alpha k\zeta x_1 x_2 + u.$$

Avem, cu norma euclidiană

$$||\varphi(x) - C(x)\, V_x||^2 = [a_1x_1^2 + 2(b_1 - k\zeta)x_2^2 - 2k\xi x_1x_2]^2 + [(a_2 +$$

$$+ 2\alpha k\xi)x_1^2 + 2(b_2 + \alpha k\zeta)x_1x_2 + c_2x_2^2]^2; \quad ||\varphi(x)||^2 = (a_1x_1^2 + 2bx_1x_2 +$$

$$+ c_1x_2^2)^2 + (a_2x_1^2 + 2b_2x_1x_2 + c_2x_2^2)^2.$$

Valorile lui ξ și ζ se obțin din rezolvarea inegalității

$$[a_1x_1^2 + 2(b_1 - k\zeta)x_2^2 - 2k\xi x_1x_2]^2 + [(a_2 + 2\alpha k\xi)x_1^2 + 2(b_2 +$$

$$+ \alpha k\zeta)x_1x_2 + c_2x_2^2]^2 < (a_1x_1^2 + 2b_1x_1x_2 + c_1x_2^2)^2 + (a_2x_1^2 + 2b_2x_1x_2 + c_2x_2^2)^2$$

pentru $\| x \| \leqslant r$ (**).
Trebuie deci să se determine numerele reale finite ξ și ζ, nu ambele nule, astfel încît inegalitatea (**) să fie adevărată, iar partea stîngă a ei să aibă valoarea minimă.

Deci

$$\min_{\xi} \min_{\zeta} \{[a_1 + 2(b_1 - k\zeta) - 2k\xi]^2 + [a_2 + 2\alpha k\xi +$$

$$+ 2(b_2 + \alpha k\zeta) + c_2]^2\} = p$$

trebuie să verifice inegalitatea

$$p < (a_1 + 2b_1 + c_1)^2 + (a_2 + 2b_2 + c_2)^2 \quad (*^*_*).$$

Acest lucru are loc pentru $(\zeta + \xi)$ cuprins între valorile

$$(\xi + \zeta)_{1,2} = [k(a_1 + 2b_1 - \alpha(a_2 + 2b_2 + c_2) \pm \sqrt{k^2[\alpha(a_2 + 2b_2 + c_2) -$$

$$- (a_1 + 2b_1)]^2 + 4k^2(1 + \alpha^2)[c_1^2 + 2c_1(a_1 + 2b_1)]} : 4k^2(1 + \alpha^2),$$

cu condiția

$$\operatorname{sgn} c_1 = \operatorname{sgn}(a_1 + 2b_1).$$

Cu cît membrul stîng al inegalității

$$4k^2(1 + \alpha^2)(\xi + \zeta)^2 + 4k[\alpha_2(a_2 + 2b_2 + c_2) - (a_1 + 2b_1)](\zeta + \xi) -$$

$$- c_1^2 - 2c_1(a_1 + 2b_1) < 0$$

obținute din $(*^*_*)$ este mai negativ, cu atît deviația maximă a soluției sistemului (S_ψ) față de soluția lui (S_φ) va fi mai mică decît cea a soluției lui (S_t) în raport cu soluția lui (S_φ).

Pentru $\xi = 0$, sistemul (S_ψ) devine

$$\dot{x}_1 = x_2 - \frac{\alpha(a_2 + 2b_2 + c_2) - (a_1 + 2b_1)}{1 + \alpha^2} x_2^2,$$

$$\dot{x}_2 = -\alpha x_1 - \beta x_2 + \frac{\alpha(a_2 + 2b_2 + c_2) - (a_1 + 2b_1)}{1 + \alpha^2} x_1x_2 + u.$$

3. CONCLUZII

Metoda prezentată permite obținerea de sisteme aproximante pentru sisteme neliniare, care să fie optimal echivalente cu partea liniară a acestora din urmă. Aceste sisteme aproximante realizează o aproximare mai fină decît cea care s-ar obține considerînd numai partea liniară a sistemului pentru același domeniu $||x|| \leqslant r$, corespunzătoare lui $|\Delta J| \leqslant \theta$.

Sistemul aproximant are o structură mai simplă decît cel inițial, conducînd la scheme de modelare sau de realizare mai simple. În domeniul $||x|| \leqslant r$, sinteza comenzii de la partea liniară a sistemului este comandă suboptimală pentru sistemul neliniar (S_φ).

BIBLIOGRAFIE

1. S. Barnett, C. Storey, *Comment on Invariance and Sensitivity*, IEEE Trans, AC-**12**, *2* (1967).
2. A. V. Balakrishnan, *Optimal Control Problems in Banach Spaces*, Journal of the SIAM-Control, **3**, *1* (1965).
3. D. Dorato, *On Sensitivity in Optimal Control Systems*, IEEE Trans, AC-**8**, *7* (1963).
4. J. Leake, Ruey-wen-liu, *Exhaustive equivalence classes of Optimal Systems with Separable Controls*, SIAM Journal of Control, **4** (1966).
5. E. B. Lee, L. Markus, *Foundations of Optimal Control Theory*, SIAM Series on Control, J. Wiley and Sons, 1967.
6. B. Pagurek, *Sensitivity of the performance of optimal control systems to plant parameter variations*, IEEE Trans, AC-10, *2* (1965).
7. Ed. Rădăceanu, — *Asupra rezolvării unor probleme de comandă optimală prin metoda echivalenței*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2* (1969).

CIRCUITELE LOGICE CU TRANZISTOARE ÎN SCHEMELE DE COMANDĂ DIN CENTRALELE ŞI STAŢIILE ELECTRICE

DE

M. PORŢEANU

621.523:621.316.3

Se prezintă sinteza unor scheme de comandă cu circuite logice tranzistorizate pentru centrale şi staţii electrice. Lucrarea tratează de asemenea problema alimentării şi se fac consideraţii privind eficacitatea economică a tranzistorizării schemelor de comandă, prezentîndu-se în acest sens un caz concret, şi anume cel al schemelor de comandă pentru întrerupători şi separatori.

În centralele şi staţiile electrice, volumul de aparataj pentru comandă, reglaj, semnalizări, protecţie, măsură şi înregistrări a crescut considerabil, conducînd atît la mărirea dimensiunilor pupitrelor, panourilor şi camerelor de comandă, cît şi la sporirea costului părţilor de construcţie, canale de cabluri şi circuite. Printre soluţiile care au condus la eliminarea dificultăţilor sus-menţionate s-a impus şi utilizarea circuitelor logice tranzistorizate. Dintre avantajele principale ale acestora pentru energetică sînt de menţionat atît standardizarea semnalelor, circuitelor şi elementelor constructive şi funcţionale, întrebuinţarea cablurilor telefonice cu mult mai ieftine decît cele de curenţi tari, miniaturizarea aparatajului ca urmare a funcţionării la tensiuni reduse, şi posibilitatea de realizare a unor scheme cu funcţiuni mult mai complexe decît în cazul releelor electromagnetice. Firme de prestigiu din străinătate, ca „Siemens", „A. E. G. — Telefunken", B. B. C. şi altele, au echipat numeroase centrale şi staţii cu această tehnică. Este elocvent în acest sens exemplul firmei „Siemens", care în ultimii ani a introdus circuite logice cu tranzistoare în peste 50 de centrale electrice pentru grupuri cu puteri cuprinse între 3 şi 330 MW.

Lucrarea de faţă îşi propune să prezinte unele aspecte care apar în legătură cu tehnica circuitelor logice tranzistorizate şi cîteva scheme originale de comandă pentru centrale şi staţii electrice realizate din module logice cu tranzistoare şi rezistenţe.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 265—280, 1971

1. REPREZENTAREA FUNCȚIONĂRII SCHEMELOR DE COMANDĂ

Funcționarea oricărei scheme de comandă poate fi reprezentată dacă se stabilește formula de structură, după care, considerînd funcția pe care o generează, se obține funcția de lucru, care indică conductibilitatea schemei în funcție de elementele componente [1]. Dacă ne referim la cazul întreruptorului cînd comanda se face cu relee electromagnetice, așa cum s-a arătat în [2], pentru circuitul de anclanșare corespunde funcția de lucru

$$f_A = \bar{b}\, i(r \cup s\,(c_1 \cup a_c \cup t_1)), \tag{1.1}$$

pentru cel de declanșare

$$f_D = ((c_2 \cup b \cup t_2) \cup k_2)\, iDd_1d_2, \tag{1.2}$$

iar pentru circuitul de blocaj

$$f_B = p \cup b\,(r \cup s(c_1 \cup a_c \cup t_1)). \tag{1.3}$$

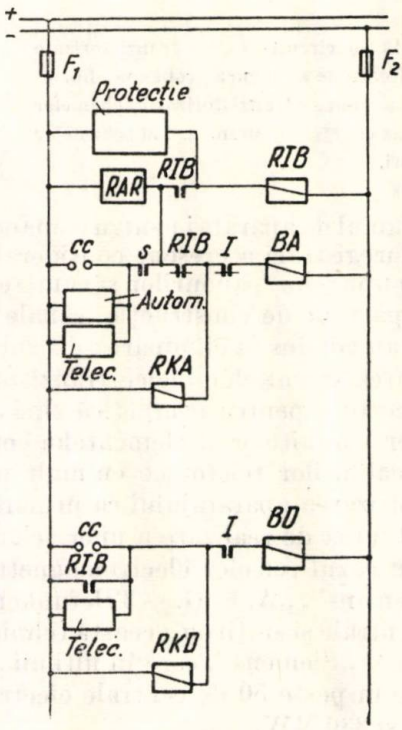


Fig.—1.1

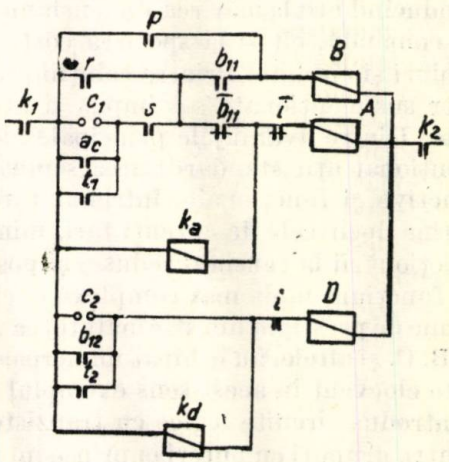


Fig.—1.2

După cum s-a arătat în acest exemplu, pentru o schemă de comandă dată se poate stabili funcționarea ei. Aceasta constituie o problemă de analiză. Reciproca este următoarea : se dau condițiile de funcționare și se cere realizarea schemei. Cu alte cuvinte, trebuie să fie stabilită configurația schemei, deci numărul de elemente constituente și conexiunile dintre ele,

proces cunoscut sub numele de sinteză. În cele ce urmează se prezintă sinteza unor scheme de comandă direct în circuite logice tranzistorizate, avînd drept constituent de bază NICI-ul. Deși tipurile de structuri ale acestuia sînt foarte diferite, în toate cazurile se realizează funcția logică

$$f = \overline{a_1 \cup a_2 \cup \ldots \cup a_n} = \bar{a}_1 \bar{a}_2 \ldots \bar{a}_n, \tag{1.4}$$

în care a_1, a_2, ..., a_n sînt variabilele asociate celor n intrări.

2. COMANDA ANCLANȘĂRII ȘI DECLANȘĂRI ÎNTRERUPTOARELOR

Comanda de anclanșare se dă fie din cheia de comandă, fie automat prin AAR sau RAR, funcția de lucru corespunzătoare fiind

$$c_a = a_{1_I} \cup a_{2_I}, \tag{2.1}$$

unde variabila asociată comenzii de anclanșare s-a notat cu c_a, iar cele asociate diferitelor căi de proveniență a acesteia prin a_{1_I} și a_{2_I}, adică din cheia de comandă, respectiv automat.

Comanda de declanșare din cheia de comandă corespunde la funcția de lucru

$$c_a = d_{1_I}, \tag{2.2}$$

unde c_a este variabila asociată comenzii, iar d_{1_I} cea asociată contactelor cheii de comandă. Semnalelor care provin din c. n. d și c. n. î. li se asociază variabilele a_{3_I}, respectiv a_{4_I}. Acestea sînt multiplicate și inversate pentru a servi drept semnale de intrare în alte scheme. Variabilele asociate lor s-au notat prin I_1 și $\overline{I_1}$, respectiv prin I_2 și $\overline{I_2}$.

Atît anclanșarea, cît și declanșarea întreruptorului nu se poate produce decît dacă sînt îndeplinite anumite condiții, care diferă în funcție de tipul întreruptorului, felul celulei în care acesta este montat și tipul sistemului de bare colectoare. Aceste condiții pot fi reprezentate prin funcțiile de lucru

$$a_{5_I} = f_1(b_1, \ldots, b_n) \tag{2.3}$$

și

$$d_{5_I} = f_2(b_1, \ldots, b_n), \tag{2.4}$$

în care $b_1, \ldots, b_n$ sînt variabilele asociate diferitelor semnale de blocare. Prin a_{5_I} și d_{5_I} s-au notat variabilele asociate blocajului la anclanșare, respectiv la declanșare.

Dacă se consideră că comanda de declanșare prin cheie poate avea loc numai cînd întreruptorul este anclanșat, ceea ce înseamnă că $\overline{I_1} = 0$ și $I_2 = 0$, iar condițiile de blocare pentru declanșare sînt îndeplinite, funcția de lucru a comenzii de declanșare este

$$f_d = d_{1_I} d_{3_I} d_{4_I} \overline{d}_{5_I} \tag{2.5}$$

sau

$$f_d = \overline{c}_d \cup \overline{I}_1 \cup I_2 \cup \overline{d}_{5_I} \tag{2.6}$$

ținînd cont de relația (2.2) și de faptul că avem

$$d_{3_I} = \overline{(\overline{I}_1)}, \tag{2.7}$$

iar

$$d_{4_I} = \overline{(I_2)}. \tag{2.8}$$

Un mijloc de mărire a siguranței în funcționare a circuitului de declanșare îl constituie dublarea comenzii, prin impunerea condiției ca orice comandă din cheie să se transmită pe două căi diferite : direct din cheie și prin comanda de declanșare corespunzătoare funcției de lucru dată de relația (2.6). În acest caz, funcția de lucru a comenzii de declanșare cu siguranță de funcționare mărită se poate scrie sub forma

$$f_{d_S} = c_d f_d = \overline{\overline{c_d} \cup \overline{f_d}} \tag{2.9}$$

sau

$$f_{d_S} = \overline{c_d} \cup \overline{c_d} \cup \overline{I_1} \cup I_2 \cup \overline{d_{5_I}}. \tag{2.10}$$

Se observă că termenul c_d este conținut de două ori, rostul acestei dublări provenind din condiția impusă pentru acționarea pe două căi diferite.

Declanșarea întreruptorului este posibilă și prin protecție, aceasta avînd prioritate asupra oricărei alte comenzi, chiar dacă condițiile de blocare nu sînt îndeplinite. În scopul încercării periodice a circuitului de declanșare și ale elementelor acestuia se prevede un buton de încercare B_d. Cu aceste condiții noi, funcția de lucru a comenzii rezultante de declanșare devine

$$c_{RD} = p \cup B_d \cup f_{d_S} = p \cup B_d \cup \overline{\overline{c_d} \cup \overline{c_d} \cup \overline{I_1} \cup I_2 \cup \overline{d_{5_I}}}, \tag{2.11}$$

unde c_{RD} este variabila asociată comenzii rezultante de declanșare.

Circuitele de comandă logică tranzistorizată pe care urmărim să le obținem trebuie să permită blocajul la antipompaj și prioritatea comenzii rezultante de declanșare în raport cu comanda de anclanșare. Succesiunile lui c_{RD} și c_a sînt prezentate în tabela primitivă a trecerilor (fig. 2.1), din care rezultă tabela redusă din figura 2.2, ale cărei linii pot fi fuzionate conform diagramei din figura 2.3.

Varianta cu numărul cel mai redus de NICI-uri corespunde tabelei reduse din figura 2.4, la matricele de excitație și de ieșire din figura 2.5, respectiv figura 2.6, funcțiile de lucru fiind

$$f_{c_a} = \overline{\overline{c_a} \cup c_{RD} \cup y}, \tag{2.12}$$

unde

$$Y = \overline{\overline{c_a} \cup \overline{c_{RD}} \cup y}. \tag{2.13}$$

Circuitul astfel obţinut este reprezentat în figura 2.7.

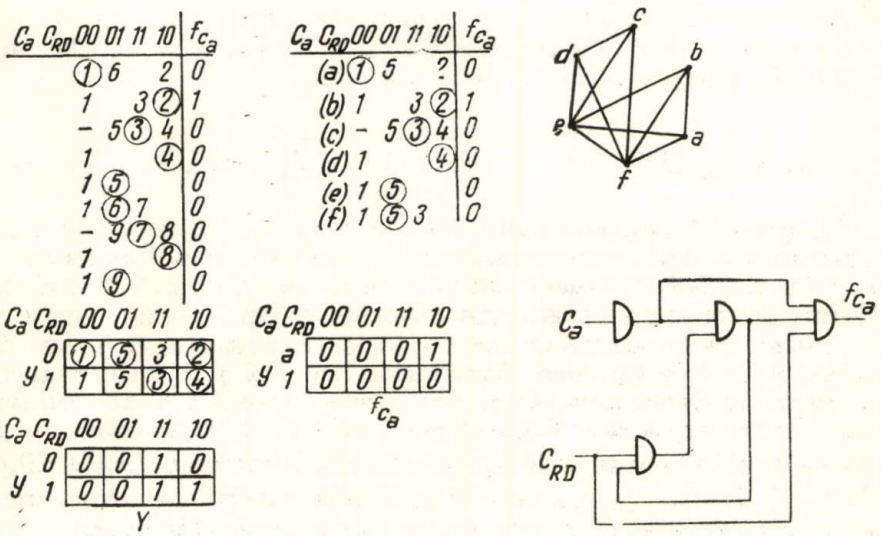


Fig. 2.1; 2.2; 2.3; 2.4; 2.5; 2.6; 2.7.

Întocmai ca la declanşare, considerăm că şi anclanşarea se poate face numai atunci cînd sînt îndeplinite anumite condiţii: întreruptorul este deschis adică $I_1 = 0$ şi $\overline{I_2} = 0$, iar condiţiile de blocare la anclanşare sînt îndeplinite. Funcţia de lucru corespunzătoare este

$$f_a = f_{c_a}\, \overline{I_1}\, I_2\, \overline{a_{5_I}} \tag{2.14}$$

sau, sub altă formă,

$$f_a = \overline{\overline{f_{c_a}} \cup I_1 \cup \overline{I_2} \cup a_{5_I}}. \tag{2.15}$$

Pentru a obţine un circuit de anclanşare cu o structură redondantă se impune condiţia ca anclanşarea să nu fie posibilă, decît dacă, simultan cu comanda transmisă conform funcţiei de lucru f_a, există şi comanda dată prin cheie. Aceasta conduce la funcţia de lucru a comenzii rezultante de anclanşare sub forma

$$f_{c_{R_a}} = f_a c_a. \tag{2.16}$$

Ținînd cont de relațiile (2.15) și (2.12), avem

$$f_{c_{Ra}} = \overline{\overline{c_a} \cup c_{RD} \cup y \cup I_1 \cup \overline{I_2} \cup a_{5_I} \cup \overline{c_a}}, \tag{2.17}$$

unde y rămîne cel dat de relația (2.13). Și aici se observă că un termen este conținut de două ori în expresia funcției de lucru, și anume c_a. Structura redondantă pe care ne-am impus-o a condus la această dublare.

Întrucît comanda de anclanșare se poate da și printr-un buton de încercare B_a, funcția de lucru rezultantă este

$$f_{a_R} = f_{c_{Ra}} \cup B_a = \overline{\overline{c_a} \cup c_{RD} \cup y \cup I_1 \cup \overline{I_2} \cup a_{5_I} \cup \overline{c_a}} \cup B_a. \tag{2.18}$$

În figura 2.8. respectiv figura 2.9 sînt prezentate circuitele de anclanșare, respectiv de declanșare obținute în procesul de sinteză. Toate semnalele care provin din chei, butoane și contacte mecanice sînt trecute prin circuite de filtrare și divizoare de tensiune, rezultînd în final semnale logice care pot fi prelucrate de schema cu circuite logice tranzistorizate. Se consideră că execuția se face cu relee electromangetice RA și RD pentru anclanșare, respectiv declanșare. Amplificatoarele logice AA și AD realizează aceeași funcție logică ca și NICI-ul, releele RA și RD fiind acționate prin semnale logice 0. Unele semnale logice, cum ar fi, de exemplu, $CA, \overline{CA}, CD, \overline{CD}$, $P, \overline{P}, I_1, \overline{I_1}, I_2, \overline{I_2}$, c_{RD}, f_{a_R}, servesc și în alte scheme (de semnalizare a poziției, semnalizarea de avarie, comanda cu preselecție etc.).

Protecția tranzistoarelor împotriva supratensiunilor de comutație provocată de releele electromagnetice RA și RD este asigurată de conectarea în paralel cu bobinele acestora a unor diode polarizate invers.

Execuția în curenți tari se face prin circuite separate. Acestea sînt în funcțiune numai dacă există tensiune pe baretele (+) și (−), iar siguranțele k_1 și k_2 sînt montate și neîntrerupte. Convenim ca toate aceste condiții să fie reprezentate prin variabilele k_1 și k_2. În final, comenzile de anclanșare și declanșare vor face să fie acționate bobinele de anclanșare A, respectiv de declanșare D ale întreruptorului. Întrucît acestea nu sînt dimensionate pentru a suporta trecerea unui curent de lungă durată, comenzile trebuie să dureze un timp scurt. De obicei, în acest scop, în circuitele celor două bobine se înseriază c. n. î., respectiv c. n. d. de poziție a întreruptorului, care la sfîrșitul cursei de anclanșare, respectiv de declanșare, se comută, întrerupînd curentul.

Declanșarea prin protecție trebuie să aibă prioritate față de oricare altă comandă. Rezultă deci că vom avea următoarele funcții de lucru finale:

$$f_A = r_a \, i \, k_1 k_2 \tag{2.19}$$

pentru bobina de anclanșare și

$$f_D = k_1 k_2 (r_d \cup p) i \tag{2.20}$$

pentru bobina de declanşare, în care

$$r_a = f_{a_R} \tag{2.21}$$

şi

$$r_d = c_{RD}. \tag{2.22}$$

Circuitele finale sînt prezentate în figura 2.10.

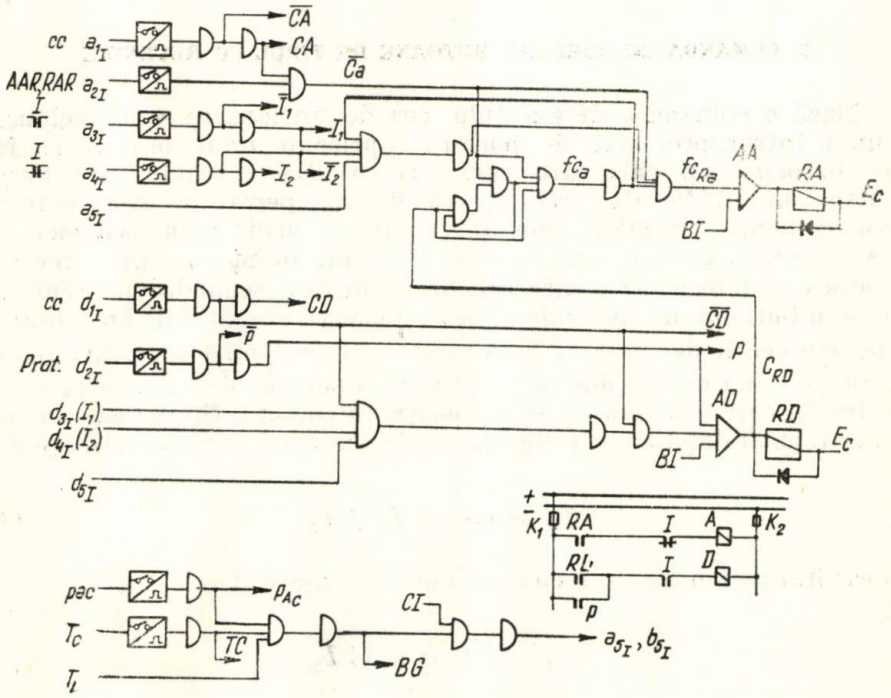


Fig. 2.8, 2.9, 2.10, 2.11.

Orice acţionare este condiţionată de îndeplinirea anumitor condiţii, care diferă de la un tip la altul de întreruptor, precum şi de destinaţia acestuia în schema primară. Astfel, la întreruptorul cu aer comprimat se impune condiţia ca presiunea aerului comprimat să aibă o anumită valoare pentru ca cursa de anclanşare sau declanşare să se poată desfăşura complet. În orice împrejurare se cere ca tensiunea de comandă TC să nu lipsească, la fel ca tensiunea pentru circuitele logice. Condiţia de blocare generală va fi reprezentată prin funcţia de lucru

$$BG = p_{ac}\ T_c\ T_L = \overline{\overline{p_{ac}} \cup \overline{T_c} \cup \overline{T_L}}, \tag{2.23}$$

de valoare 1 cînd fiecare dintre termenii componenţi are valoarea 1. În acest caz se deblochează acţionarea din punctul de vedere al condiţiilor generale de blocaj.

Pentru fiecare circuit de comandă pot exista condiții de blocaj suplimentare, în cazul de față reprezentate prin variabila *CI* asociată acestora. Funcția de lucru corespunzătoare blocajului la anclanșare și declanșare pentru întreruptorul considerat este deci

$$a_{5_I} = d_{5_I} = BG\ c_I \tag{2.24}$$

iar circuitul de blocaj corespunzător este reprezentat în figura 2.11.

3. COMANDA CU CHEI SAU BUTOANE DE TIPUL CU REVENIRE

Dacă o comandă, de exemplu cea de anclanșare sau declanșare a unui întreruptor sau de pornire, oprire a unui motor, se face prin butoane sau chei care revin pe poziția inițială, este posibil ca impulsul să fie de prea scurtă durată pentru a asigura terminarea comenzii. Similar releului de fixare utilizat în schemele cu relee electromagnetice, în acest caz se întrebuințează un circuit de memorare a informației, care are drept intrare semnalul provenit din cheia sau butonul de comandă, adică a_{1_I} pentru circuitul de anclanșare și d_{1_I} pentru cel de declanșare. Acesta este memorat pînă la terminarea comenzii sau, mai precis, pînă la terminarea operației de anclanșare sau de pornire, în care caz contactele de poziție se comută. Ștergerea memoriei se face tocmai după acest criteriu, funcția de lucru corespunzătoare fiind

$$f_{s_a} = \overline{I}_1 I_2 = \overline{I_1 \cup \overline{I}_2} \tag{3.1}$$

în circuitul de memorare a comenzii de anclanșare și

$$f_{s_d} = I_1 \overline{I}_2 = \overline{\overline{I}_1 \cup I_2} \tag{3.2}$$

în circuitul de memorare a comenzii de declanșare.

Notînd prin a_{1_I} variabila asociată comenzii de anclanșare (pornire) și prin d_{1_I} cea asociată comenzii de declanșare (oprire) din cheia de comandă sau butonul cu revenire, funcțiile de lucru care trebuiesc realizate sînt

$$f_{M_a} = \overline{y_a \cup f_{s_a}} = \overline{y_a \cup \overline{I_1 \cup \overline{I}_2}}, \tag{3.3}$$

cu

$$Y_a = \overline{y_a \cup \overline{I_1 \cup \overline{I}_2} \cup a_{1_I}}, \tag{3.4}$$

respectiv

$$f_{M_d} = \overline{y_d \cup \overline{I_1 \cup I_2}} = \overline{y_d \cup f_{s_d}}, \tag{3.5}$$

în care

$$Y_a = \overline{\overline{\overline{y_a \cup \overline{I_1} \cup I_2 \cup d_{1_I}}}}. \tag{3.6}$$

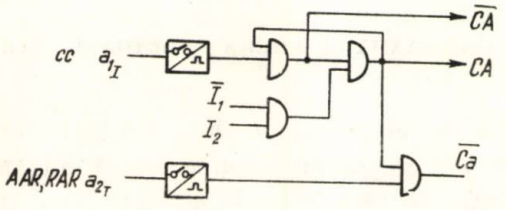


Fig. 3.1.

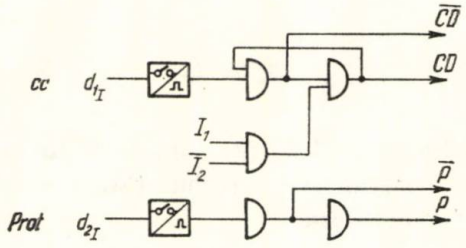


Fig. 3.2.

Dacă circuitele corespunzătoare funcţiilor de lucru date de relaţiile (3.3) şi (3.4), respectiv (3.5) şi (3.6) sînt întrebuinţate pentru comanda anclanşării sau declanşării întreruptorului, atunci

$$\overline{CA} = \overline{f_{M_a}}, \tag{3.7}$$

$$\overline{c_a} = \overline{f_{M_a}}\ \overline{a_{2_I}} = \overline{f_{M_a} \cup a_{2_I}}, \tag{3.8}$$

$$CD = f_{M_d} \tag{3.9}$$

$$\overline{CD} = \overline{f_{M_d}}, \tag{3.10}$$

$$P = d_{2_I}, \tag{3.11}$$

$$\overline{P} = \overline{d_{2_I}}. \tag{3.12}$$

Circuitele corespunzătoare sînt reprezentate în figura 3.1. pentru anclanșare și în figura 3.2 pentru declanșare. Figura 3.3 prezintă o altă soluție, cea în care comenzile date prin butoanele B_a sau B_d sînt considerate de durate suficiente.

4. COMANDA CU CHEI SAU BUTOANE FIXE

În acest caz se întrebuințează o cheie sau un buton cu o poziție fixă (fig. 4.1). Problema principală care se pune constă în transformarea semnalului de lungă durată provenit de la cheia sau butonul cu poziție fixă într-un semnal de scurtă durată. Pentru aceasta se întrebuințează un bloc de semnal scurt, al cărui circuit de temporizare trebuie să aibă funcția de lucru

$$f_h = T, \tag{4.1}$$

iar circuitul este cel din figura 4.2. Întrucît acesta din urmă prezintă hazardul de timp [3], este necesar să fie întrebuințată structura redondantă din figura 4.3, cu funcția de lucru

$$f_{h_e} = \overline{\overline{T} \cup y_{h_e} \cup \overline{a}}, \tag{4.2}$$

cu

$$Y_{h_e} = \overline{T \cup \overline{a} \cup Y_{h_e}}. \tag{4.3}$$

Dacă se pune problema transformării unui semnal de scurtă durată într-un semnal de lungă durată, funcția de lucru necesară este tot de forma relației (4.1), însă acționarea elementului timp diferă, după cum se poate vedea din figura 4.4. Structura redondantă pentru acest caz trebuie să realizeze funcția de lucru

$$f_{h_e} = \overline{\overline{y_{h_e} \cup \overline{T}} \cup \overline{a \cup T} \cup \overline{T \cup a} \cup Y_{h_e}}, \tag{4.4}$$

unde

$$Y_{h_e} = \overline{\overline{T \cup a} \cup \overline{y_{h_e} \cup \overline{T}} \cup \overline{a \cup y_{h_e}}}, \tag{4.5}$$

ceea ce corespunde la circuitul din figura 4.5.

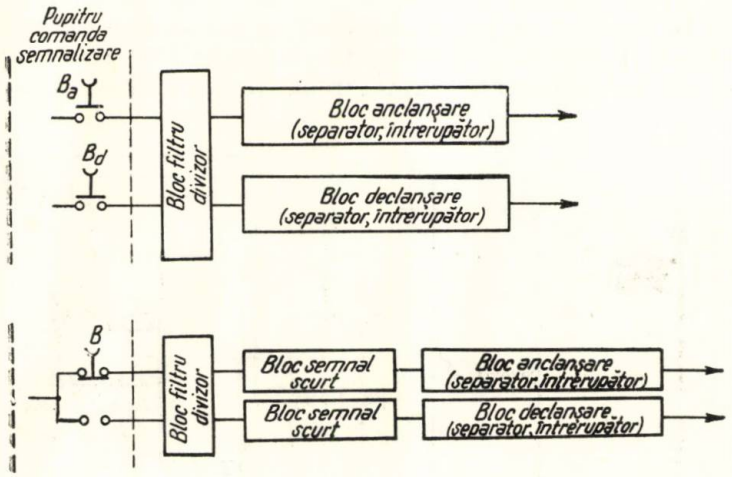


Fig. 4.1.

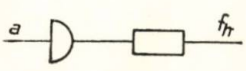


Fig. 4.2.

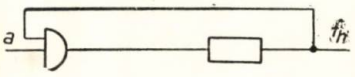


Fig. 4.4.

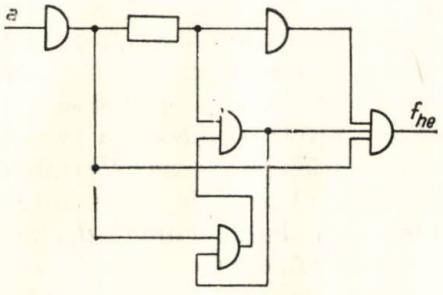


Fig. 4.3.

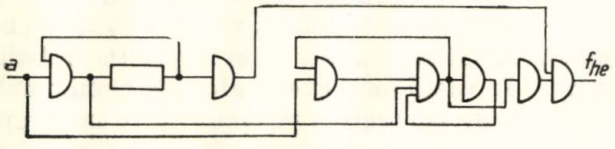


Fig. 4.5.

5. ALIMENTAREA ȘI CIRCUITELE DE PROTECȚIE

În centralele și stațiile electrice nu se admite alimentarea din rețeaua de curent alternativ, întrucît la căderea acesteia circuitele de comandă ar rămîne fără tensiune operativă. Din acest motiv se întrebuințează surse independente, care cel mai frecvent sînt acumulatoare de diferite construcții și capacități. În figura 5 se prezintă modul de alimentare din două baterii de acumulatori, BA_1 și BA_2, curentul trecînd prin limitatoare care asigură protejarea echipamentului la suprasarcini și la scurtcircuite. Controlul

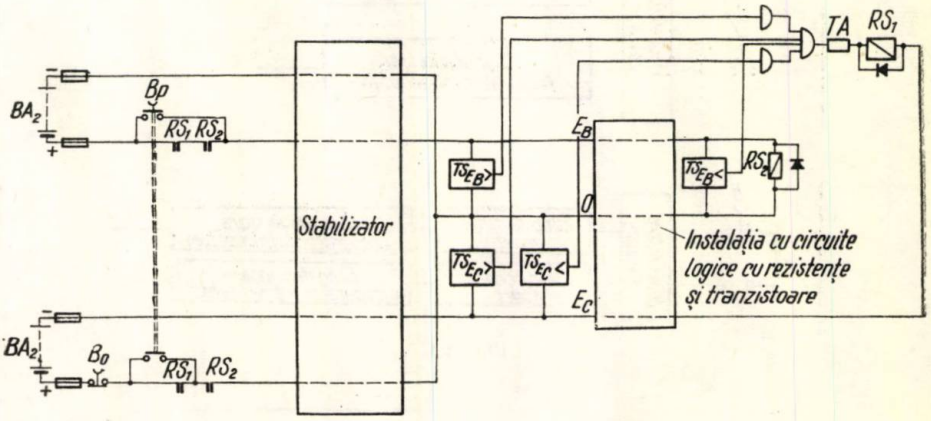


Fig. 5.

limitelor de tensiune admisibile se face prin triggere Schmitt de tensiune minimă TSE_C și TSE_B și cele de tensiune maximă TSE_C și TSE_B pentru tensiunea de alimentare a colectorului, respectiv a bazei tranzistoarelor. Dimensionarea acestora se face conform [4], [5], semnalele de ieșire fiind prelucrate de o schemă logică, din care în final se comandă releul de supraveghere RS_1. Releul RS_2 controlează prezența tensiunii pozitive.

Blocarea electromagnetică este realizată printr-o schemă care conține contactele releelor RS_1, RS_2 și butoanele de pornire B_P și oprire B_0. La anclanșare are loc mai întîi, prin butonul dublu B_P, închiderea circuitului de alimentare cu tensiune pozitivă, după care, dacă pe întreaga buclă cuprinzînd toate plăcile cu circuite logice ale instalației există tensiunea E_B în limitele admisibile, releul RS_2 își închide contactele și permite alimentarea cu tensiune negativă E_C. Numai dacă aceasta se găsește în limitele admisibile și schema logică de supraveghere lucrează, releul RS_1 își închide contactele ținînd butonul B_P. La revenirea acestuia în poziția inițială, alimentarea este astfel asigurată. În cazul unor eventuale defecțiuni, unul dintre releele RS_1 sau RS_2 își deschide contactele și simultan se întrerupe alimentarea atît cu tensiune pozitivă, cît și cu cea negativă. La deconectare se acționează

nează butonul B_0, ceea ce face ca întîi să fie întreruptă tensiunea negativă și apoi cea pozitivă.

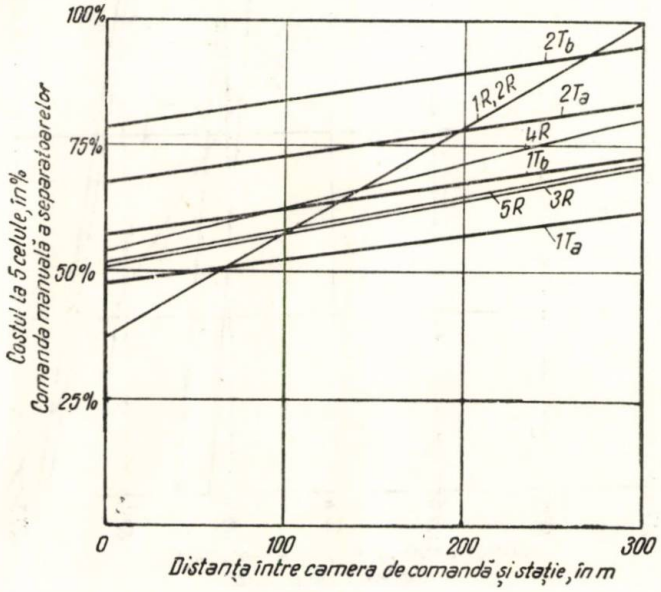


Fig. 6.1

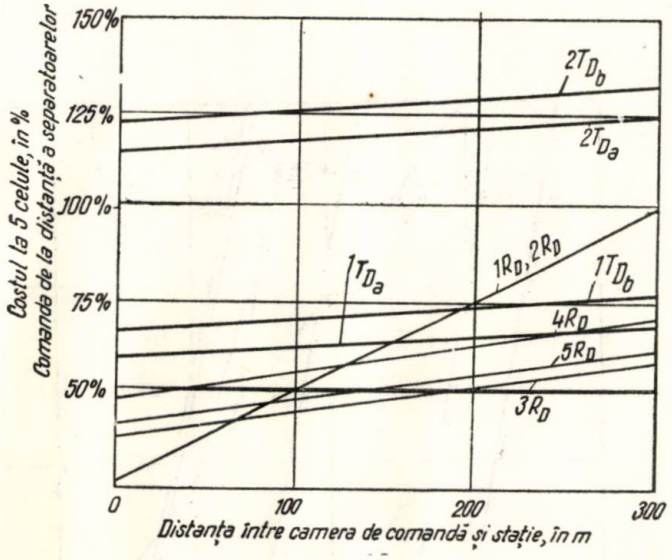


Fig. 6.2

6. CONSIDERAȚII ECONOMICE

În figurile 6.1—6.4 se reprezintă variația costului total al circuitelor de comandă a întreruptorilor și separatorilor, cost care a fost stabilit considerîndu-se prețurile din 1969 ale materialelor, inclusiv cablurilor,

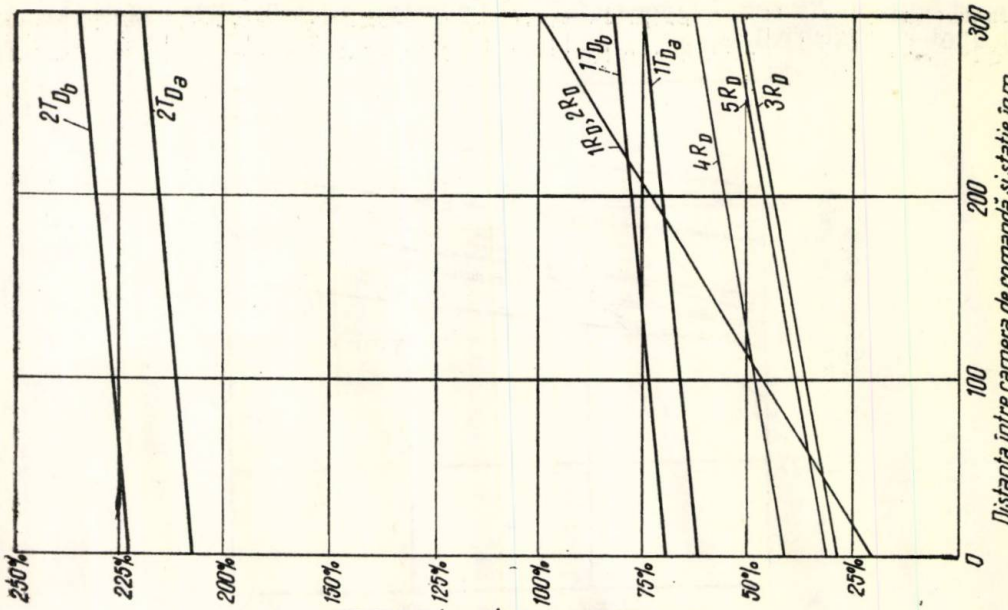

250%
225%
200%
150%
125%
100%
75%
50%
25%
0
100
200
300
2T_Db
2T_Da
1R,2R_D
1T_Db
1T_Da
4R_D
5R_D
3R_D
Costul la 30 celule, în %
Comanda de la distanță a separatoarelor
Distanța între camera de comandă și stație, în m

Fig. 6.4

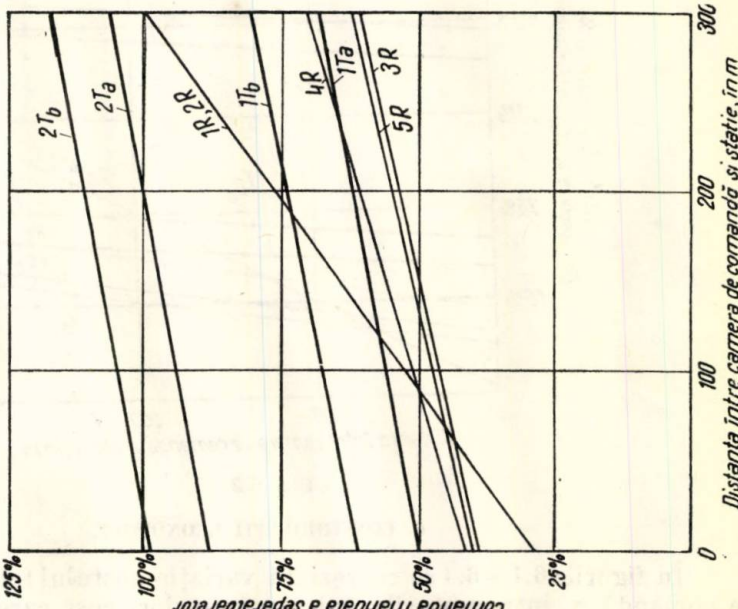

125%
100%
75%
50%
25%
0
100
200
300
2T_b
2T_a
1R,2R
1T_b
4R
1T_a
3R
5R
Costul la 30 celule, în %
Comanda manuală a separatoarelor
Distanța între camera de comandă și stație, în m

Fig. 6.3

Tabela 4

Variante analizate pentru costul circuitelor de comandă la stații de 10,20 și 35 kV.

Denumirea variantei	Comanda întreruptorilor							Comanda separatoarelor		Controlul circuitelor de semnalizare	
	cu relee electromagnetice					cu circuite logice tranzistorizate		manuală	de la distanță	fără control	cu control
	individuală	cu preselecție		curenți							
		cîmp	aparat	tari	slabi	inidvi-dual	cu preselecția cîmpului				
1 *R*	da	—	—	da	—	—	—	da	—	da	—
2 *R*	da	—	—	da	—	—	—	da	—	da	—
3 *R*	da	—	—	—	da	—	—	da	—	da	—
4 *R*	—	da	—	—	da	—	—	da	—	da	—
5 *R*	—	—	da	—	da	—	—	da	—	da	—
1 T_a	—	—	—	—	—	da	—	da	—	da	—
1 T_b	—	—	—	—	—	da	—	da	—	—	da
2 T_a	—	—	—	—	—	—	da	da	—	da	—
2 T_b	—	—	—	—	—	—	da	da	—	—	da
1 R_D	da	—	—	da	—	—	—	—	da	—	—
2 R_D	da	—	—	da	—	—	—	—	da	—	—
3 R_D	da	—	—	—	da	—	—	—	da	—	—
4 R_D	—	da	—	—	da	—	—	—	da	—	—
5 R_D	—	—	da	—	da	—	—	—	da	—	—
1 T_{Da}	—	—	—	—	—	da	—	—	da	da	—
1 T_{Db}	—	—	—	—	—	da	—	—	da	—	da
2 T_{Da}	—	—	—	—	—	—	da	—	da	da	—
2 T_{Db}	—	—	—	—	—	—	da	—	da	—	da

surselor de alimentare, manopera şi regiile aferente, pentru 5 şi 30 de celule în funcţie de distanţa dintre camera de comandă şi staţie. Diferitele variante cu relee şi circuite logice tranzistorizate analizate sînt prezentate în tabela 1. În general, costurile diferă de la an la an, în funcţie de perfecţionările tehnologice.

Costul cablurilor de legătură dintre diferite puncte de comandă, costul cutiilor şi capetelor terminale, al suprafeţei clădite, inclusiv canalele de cabluri şi alte costuri, nu s-au putut aprecia, ca şi costul economiilor în timp şi manoperă care rezultă la proiectare, execuţie, montaj, punere în funcţiune, întreţinere periodică, precum şi marele avantaj al înlocuirii uşoare în caz de avarii, fapt deosebit de important pentru energetică.

7. CONCLUZII

Circuitele logice cu semiconductoare, şi în special cele cu tranzistoare, s-au răspîndit foarte mult în ultimii 10 ani în diferite domenii de automatizări industriale. Pentru energetică, aplicarea lor prezintă un deosebit interes din punct de vedere economic şi tehnic. Avantajele principale constau în posibilitatea de standardizare a elementelor constructive, şi a sistemelor de conexiuni şi cablaje, folosirea tranzistorilor, obţinîndu-se în final un cost scăzut, uşurarea proiectării şi execuţiei, mare flexibilitate în exploatare şi depanare. În lucrare s-au prezentat cîteva aplicaţii la circuitele de comandă din centrale şi staţii, pentru care compararea costului faţă de cazul utilizării releelor arată avantajele economice concrete pentru cazul circuitelor logice tranzistorizate.

BIBLIOGRAFIE

1. Gr. C. Moisil, *Teoria algebrică a schemelor cu contacte şi relee*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1965.
2. M. Porţeanu, *Determinarea posibilităţilor de funcţionare a circuitelor de comutaţie cu ajutorul funcţiilor şi matricelor booleene*, Energetica, **15**, *3*, 120 — 130 (1967).
3. M. Porţeanu, *Les aleas produits par l'élement de retard d ans les circuits de commutation à transistors*, comunicare la Simpozionul IFAC asupra necontinuităţilor şi nesimultaneităţilor în circuitele de comutaţie, 1968.
4. M. Porţeanu *Transistorisierter Schmitt Trigger für positive und negative Eingangsspannungen zur Anwendung in logischen Schaltungen*, Internationale Elektronische Rundschau, **21**, *7*, 179—185; *8*, 209—211 (1967).
5. M. Porţeanu, *Triggere Schmitt cu tranzistoare pentru circuite logice*, Automatica şi electronica, **11**, *5*, 212—224 (1967).

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES", SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE. TOM. 16, NR. 1, 1971

A. ȚUGULEA, GH. COSTACHE 621.315.21

Parametrii tranzitorii longitudinali ai unei linii bifilare ecranate

În articol sînt calculați parametrii tranzitorii longitudinali, adică rezistența și inductanța tranzitorie, pentru o linie bifilară ecranată.

Rezultatele obținute sînt prezentate sub forma unor funcții universale relative, în care variabila timp este raportată la constanța de pătrundere a cîmpului electromagnetic în ecran.

Sînt prezentate de asemenea expresiile aproximative ale acestor parametri tranzitorii, utile pentru calculul practic.

În tabele sînt date valorile unor funcții universale auxiliare utile pentru calcul.

G. DRĂGAN, D. CRISTESCU, N. GOLOVANOV 537.2:621.3.09

Distribuția tensiunii în lungul unui circuit electric cu capacități

Repartiția tensiunii de-a lungul unor circuite cu capacități (divizoare de tensiune, lanțuri de izolatoare etc.) se determină considerînd o valoare constantă a capacităților față de pămînt sau față de electrodul sub tensiune, ceea ce nu corespunde realității. În lucrare se determină relația de calcul a repartiției tensiunii în cazul unui circuit cu capacități, presupunîndu-se o dependență liniară a valorii capacității față de pămînt, respectiv față de conductorul sub tensiune; soluția obținută se exprimă cu ajutorul funcțiilor Bessel de rangul 1 și 2 de ordinul 1/3.

Relațiile generale obținute se particularizează pentru cazul cînd circuitul este cu parametri concentrați și se verifică pentru cazul particular al considerării valorii constante a capacităților.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 281—284, 1971

F. SPINEI 538.551.2:621.3.09

O metodă de analiză a circuitelor electrice neliniare de curent continuu

În lucrare se stabilește o metodă de analiză care permite încadrarea soluțiilor circuitelor electrice neliniare rezistive de curent continuu, avînd elemente ale căror caracteristici satisfac în fiecare punct relația $R_d/R_s > 1$ (sau $R_d/R_s < 1$). Prin aplicarea succesivă a procedurii de mai sus, avînd în vedere convergența metodei, se pot determina soluțiile cu gradul de exactitate dorit.

A. ȚUGULEA, AL. NICOLAE 621.3.018.44. :621.313.045.13

Parametrii tranzitorii ai barelor conductoare circulare situate în crestăturile mașinilor electrice

Se calculează rezistența și inductivitatea tranzitorie pentru o bară masivă circulară situată într-o crestătură semiînchisă. Se studiază comportarea asimptotică a acestor parametri la valori mici și mari ale timpului.

Aplicațiile numerice efectuate pentru materiale și dimensiuni uzuale în construcția mașinilor sincrone cu poli aparenți și înfășurare de amortizare, arată că durata fenomenelor tranzitorii electromagnetice din bară este de ordinul de mărime al duratei fenomenelor supratranzitorii din mașină.

GH. COSTACHE 621.3.011.1. :538.542. :537.226.3.

Efectul de proximitate tranzitoriu și parametrii tranzitorii longitudinali ai unei linii bifilare

Utilizînd forma operațională a ecuațiilor cîmpului electromagnetic, este studiat efectul de proximitate tranzitoriu — în cazul unei linii bifilare formate dintr-un conductor masiv și unul filiform.

Sînt calculați de asemenea parametrii tranzitorii longitudinali, rezistența lineică tranzitorie $r(t)$ și inductivitatea lineică tranzitorie (t) ai acestei linii, rezultatul fiind generalizat pentru linia bifilară formată din conductoare masive.

Rezultatele obținute sînt prezentate sub forma unor funcții universale. În tabele am prezentat cîteva date necesare calculelor practice.

M. VASILIU 538.551.3

Formule de dezvoltare pentru regimul periodic permanent (partea I)

În lucrare se prezintă formule de dezvoltare pentru determinarea regimului periodic permanent în sisteme liniare invariante în timp și strict stabile. Formulele sînt aplicabile numai sistemelor cu funcții de transfer raționale sau meromorfe. Răspunsurile corespunzătoare tuturor excitațiilor de interes practic sînt tabelate, pentru fiecare excitație fiind dată formula sa de dezvoltare. Excitațiile considerate sînt funcții periodice descrise în intervalul primei perioade prin funcțiile treaptă, rampă, triunghiulară, trapezoidală, exponențială, hiperbolice și trigonometrice.

A. ȚUGULEA și N. CRISTEA 631.313.1.001

Influența ecranului electromagnetic asupra pierderilor în cuvele transformatoarelor

În lucrare se studiază dependența pierderilor în ecranul și cuva transformatoarelor în funcție de grosimea ecranului și de poziția sa în spațiul dintre coloane și cuvă.

Se definesc rezistențe echivalente de pierderi în ecran și cuvă, cu ajutorul cărora se determină poziția optimă a ecranului; de asemenea se definește un coeficient de eficiență a ecranării pe baza căruia se determină domeniul de grosimi utile pentru reducerea pierderilor.

Se prezintă valori numerice ale rezistențelor echivalente de pierderi și ale coeficientului de eficiență pentru un transformator de mare putere uzual.

A. NICOLAIDE 621.3.013. :532.5 :.538.31. :621. :313

Influența repartiției inductanței magnetice asupra caracteristicilor unui canal magnetohidrodinamic cu o pereche de electrozi

În aplicațiile tehnice ale canalelor megnetohidrodinamice cu o pereche de electrozi care funcționează în curent continuu, ca pompă, generator, debitmetru, este necesar să se poată calcula performanțele instalației pentru diferite forme ale curbei de repartiție a inductanței magnetice în lungul canalului. În literatură această problemă este soluționată pentru anumite cazuri relativ simple, obținîndu-se rezultate sub forma unor serii, iar utilizarea acestor serii necesită un volum mare de calcul.

În lucrarea de față, diferitele performanțe ale canalului sînt exprimate cu ajutorul a doi coeficienți. Expresiile acestor coeficienți au fost obținute ca o sumă finită cu un număr mic de termeni. Astfel s-a obținut o soluție în calculul performanțelor care are o valabilitate largă, este deosebit de convenabilă pentru calculele numerice și a permis să se stabilească unele concluzii interesante asupra comportării canalelor.

H. ALBERT 621.311.1.004.4

Scheme echivalente pentru calculul siguranței în funcționare a conexiunilor energetice

Schemele echivalente pentru calculul siguranței în funcționare sînt utile pentru o mai ușoară analiză a comportării conexiunilor energetice din acest punct de vedere și pentru evidențierea influenței pe care un element al schemei îl are asupra siguranței ansamblului. Ele diferă pentru aceeași conexiune în funcție de condițiile de siguranță impuse.

Se prezintă condițiile de echivalare, modul concret de determinare a schemelor echivalente și cîteva aplicații.

VL. RĂSVAN 621.53.001

Asupra unei probleme de comandă optimală pentru sistemele liniare cu argument întîrziat

Se rezolvă o problemă de reglare optimală pentru sisteme liniare cu argument întîrziat pe baza unei metode apropiate de cea a lui R. E. Kalman, Y. C. Ho și K. S. Narendra, publicată în „Contributions to Differential Equations". Se regăsește rezultatul cunoscut al lui N. N. Krasovski pentru cazul particular studiat.

V. CARACUDOVICI, CS. NAGY, S. MANEA 620.09

ÎMBUNĂTĂȚIREA CALITĂȚII PROGNOZELOR ENERGETICE PRIN MODIFICAREA EXPONENȚILOR FUNCȚIILOR DE MODELARE

Plecînd de la importanța pe care o are alegerea funcției de modelare pentru realizarea prognozelor statistice obținute prin extrapolare, se analizează îmbunătățirile ce pot fi aduse funcțiilor de modelare prin modificarea exponenților termenilor și se exemplifică cu rezultatele obținute în domeniul consumului total și casnic de energie electrică.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 3—11, 1971

V. CARACUDOVICI 620.09

SEPARAREA INFLUENȚEI FACTORILOR CLIMATICI ASUPRA SERIILOR TEMPORALE CARE SERVESC LA FUNDAMENTAREA PROGNOZELOR STATISTICE ÎN DOMENIUL CONSUMULUI CASNIC DE ENERGIE

Se prezintă două procedee pentru determinarea influenței exercitate de factorii climatici asupra seriilor temporale ale consumului de energie; primul, bazat pe stabilirea unei corelații între abaterile consumului de energie față de trendul seriei și, al doilea, bazat pe utilizarea corelațiilor multiple pentru separarea influenței factorilor de variație. În ultima parte se exemplifică aplicarea procedeelor propuse pe seria consumurilor specifice de energie primară pe locuitor, în R.S. România în perioada 1955—1966 și se compară prognozele obținute prin extrapolarea lor.

St. cere. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 13—18, 1971

V. NITU 621.311.17.004.64

FACTORII CARE DETERMINĂ SIGURANȚA CENTRALELOR TERMOELECTRICE

În articol se arată că asigurarea menținerii nivelului de siguranță calculat pentru sistem, se poate realiza prin stabilirea indicatorilor de siguranță care trebuie realizați de centrale sau componente ale centralei. De asemenea trebuie studiată influența evenimentelor rare cu probabilitate foarte mică de apariție ca de exemplu incendii, avarii ale instalațiilor comune cu baraje, turnuri de răcire, coșuri de fum, inundații, etc., asupra indicatorilor de siguranță admiși pentru centrală. Se prezintă în articol un exemplu de calcul.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 19—38, 1971

C. HAIDUC, L. CONSTANTINESCU, D. MIHAI 621.039.51.134

MODEL MATEMATIC PENTRU ANALIZA UNIFORMIZĂRII REPARTIȚIEI FLUXULUI DE NEUTRONI ÎN REACTOARE NUCLEARE ENERGETICE CU REFLECTOR RADIAL MODUNIF-1

În lucrare se prezintă modelul matematic MODUNIF-1 de analiză a uniformizării fluxului de neutroni rapizi și termici în reactoare nucleare energetice cu reflector radial și programul de calcul în limbaj Fortran-IV pentru calculatorul electronic IBM—360—30. Se dau rezultatele obținute pe calculator asupra cîmpurilor de neutroni, coeficienților de neuniformitate și necesarului minim de D_2O la reactoarele PHWR studiate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 39—54, 1971

N. DĂNILĂ, A. NABIJOVICI 536.24 :621.039

DETERMINAREA CONSUMULUI SPECIFIC DE ABUR LA CENTRALELE NUCLEARE-ELECTRICE CU ABUR SATURAT

Se stabileşte o metodă de calcul pentru consumul specific de abur al turbinelor cu abur saturat, prevăzute cu separatori de apă externi, cu supraîncălzire intermediară a aburului şi cu separarea internă a umidităţii, pentru centrale nucleare — electrice, şi se prezintă rezultatele calculelor efectuate conform metodei propuse la calculatorul electronic.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 55—72, 1971

B. POPA 621.69

COMPARAREA PROCESULUI DE RETUR REALIZAT PRINTR-UN ORIFICIU CENTRAL ŞI ORIFICII MULTIPLE LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

Se tratează comportarea sistemului de reglare realizat la injectoarele cu cameră de turbionare şi retur printr-un orificiu central în comparaţie cu cel obţinut prin orificii multiple.

Raportul de reglare poate fi schimbat prin acţionare asupra ventilului de reglare sau prin schimbarea diametrului duzei injectorului. Din comparaţie reiese că injectoarele cu orificii multiple de retur au un domeniu de reglaj mai larg.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 1, p. 73—83, 1971

V. PIMSNER, ST. ŞTEFAN 621.135

DEPENDENŢA DINTRE MĂRIMEA STRATULUI-LIMITĂ ŞI SOLUŢIA CONSTRUCTIVĂ A REŢELEI DE PAIETE

Determinarea pierderilor de energie în reţeaua de palete prezintă interes în studiul dependenţei dintre arhitectura interioară a reţelei de palete şi caracteristicile sale energetice. În acest sens s-au folosit ecuaţiile lui Levi-Civita (1), cărora li s-au aplicat metodele teoriei cu diferenţe finite în scopul unei reţele confuzoare cu $d/1 < 10$. Rezultatele analitice obţinute pentru reţeaua proiectată după legea $\alpha_1 = \text{const}$ concordă cu rezultatele experimentale. Metoda utilizată permite studiul pierderilor de energie.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 85—92, 1971

ST. PETRESCU 536 71 :536.8

CONSIDERAŢII CINETICE PRIVIND PRESIUNEA PE UN PISTON MOBIL

Folosind teoria cinetică-moleculară a gazelor şi ţinînd seama de influenţa timpului de relaxare finit, se găseşte pentru presiunea pe un piston mobil de viteză w expresia

$$p_p = p_{mg}\,[1 \pm (2{,}764\,\alpha_1 + \alpha_2\sqrt{3k})\,w c_m],$$

în care P_{mg} reprezintă presiunea medie momentană din gaz, c_m viteza moleculară medie momentană globală, α_1 şi α_2 coeficienţi subunitari care depind de caracteristicile sistemului, iar k exponent adiabat. Semnul + reprezintă comprimarea, iar semnul destinderea.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 93—107, 1971

R. RĂDULEŢ, A. ŢUGULEA, AL. TIMOTIN 621.3

TEOREME DE UNICITATE PENTRU REGIMURI VARIABILE ALE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Se arată că diferitele regimuri ale cîmpului electromagnetic variabil care prezintă interes în aplicaţii pot fi studiate corect pe modele teoretice cu proprietăţi fizice idealizate şi se demonstrează teoremele de unicitate necesare formulării corecte a problemelor privind determinarea cîmpurilor electromagnetice.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 109—128, 1971

G. DRĂGAN 621.3.015.532

ASUPRA UTILIZĂRII TEORIEI SIMILITUDINII PENTRU STUDIUL DESCĂRCĂRII CORONA

Dată fiind complexitatea relaţiilor de calcul, utilizarea teoriei similitudinii pentru studiul descărcării corona prezintă avantaje deosebite.

Considerîndu-se ecuaţiile generale ale descărcării corona, în lucrare se utilizează teorema π pentru stabilirea relaţiilor criteriale care permit generalizarea studiilor efectuate pentru un caz asupra unor cazuri similare.

Luînd în considerare cazul particular al ecuaţiei integrale al descărcării corona în ipoteza dependenţei mobilităţii ionilor funcţie de valoarea locală a intensităţii cîmpului electric, se determină relaţiile de calcul adimensionale, luînd ca bază o serie de mărimi considerate independente. Aceste relaţii au permis obţinerea unor interesante concluzii privind influenţa diferiţilor parametri.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, 129—143, 1971

C. FLUERAŞU 583.3 ; 621.3.011

STUDIUL UNUI CONCENTRATOR DE CÎMP PENTRU FORMAREA ELECTROMAGNETICĂ

În lucrare se studiază cîmpul magnetic dintr-un concentrator de cîmp utilizat la formarea electromagnetică. Se dau diagrame pentru calculul repartiţiei cîmpului magnetic pe suprafaţa piesei de prelucrat şi pentru calculul forţelor exercitate asupra acesteia.

St. cerc. energ. electrc., tom. 21, nr. 1, p. 145—165, 1971

I. PONNER 621.3

CONTRIBUŢII PRIVIND CALCULUL CIRCUITELOR DE CURENT ALTERNATIV CARE CONŢIN UN SINGUR ELEMENT NELINIAR SIMETRIC, OHMIC SAU REACTIV

În lucrare se prezintă o metodă directă şi o metodă folosind diagrame cu mărimi normate pentru calculul circuitelor care conţin un singur element neliniar simetric, ohmic sau reactiv. Metodele prezentate sînt aplicabile dacă toate sursele de energie sînt de aceeaşi frecvenţă.

Metodele de rezolvare se verifică prin exemple şi măsurători şi se trag concluzii cu privire la rezonanţa circuitelor care conţin reactanţe neliniare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 167—180, 1971

A. CRISTOVICI, M. STAADECKER 621.316.1 :681.3

MODEL MATEMATIC PENTRU CALCULUL NUMERIC AL SUPRATENSIUNILOR INTERNE ÎN REŢELELE TRIFAZICE

În lucrare se prezintă ecuaţiile şi schema logică care au stat la baza elaborării modelului matematic de calcul al supratensiunilor interne. Se indică particularităţile modelului matematic în cazul reţelelor trifazate, modul de scriere al ecuaţiilor fiecărui element în coordonatele specifice şi modul de trecere de la un sistem de coordonate la altul.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 1, p. 181—189, 1971

EM. CONSTANTIN 621.316.11: 621.3.015.3

INFLUENŢA CONECTĂRILOR NESIMULTANE ASUPRA VALORII SUPRATENSIUNILOR LA PUNEREA SUB TENSIUNE A UNEI LINII DE TRANSPORT TRIFAZATE

În lucrare se studiază analitic influenţa conectărilor nesimultane asupra valorii supratensiunilor. Folosind metoda calculului operaţional, se determină unghiurile de conectare cele mai dezavantajoase şi valorile maxime ale vîrfurilor de supratensiune. Se constată că la o dispersie de 6 ms pot apărea supratensiuni de 3—4 ori mai mari decît amplitudinea tensiunii conectate. Pentru exemplificare s-a calculat cu metoda Bergeron, folosind un calculator numeric, supratensiunea la punerea sub tensiune a unei linii trifazate în diferite cazuri.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 1, p. 191—201, 1971

A. MORARU 621.313.823.5

OSCILAŢII LINIARE ŞI NELINIARE ALE ARMĂTURII MOTORULUI ELECTROMAGNETIC

Se stabileşte un model mecanic simplificat al oscilomotorului pentru studiul oscilaţiilor armăturii sale, determinînd o „masă echivalentă" în mişcare.

Se arată că, sub influenţa forţelor electromagnetice şi de sarcină fără lovire, armătura mobilă execută oscilaţii aproximativ sinusoidale, ceea ce simplifică mult studiul.

Regimul de oscilaţie staţionară neliniară cu lovirea unui limitator rigid se studiază prin suprapunerea de două regimuri de oscilaţii liniare. Se pun în evidenţă domeniile caracteristice ale oscilaţiilor neliniare, condiţiile de apariţie şi de întreţinere ale acestor oscilaţii şi elementele cantitative care le caracterizează.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 203—221, 1971

AD. MATEESCU 621.391.001

CÎTEVA CRITERII CU PRIVIRE LA PRESCRIEREA ERORII DE APROXIMARE DE TIP CEBÎŞEV ÎN CORECTAREA DISTORSIUNILOR DE TIMP DE PROPAGARE DE GRUP

Se studiază influenţa erorii de aproximare de tip Cebîşev în corectarea timpului de propagare de grup asupra propagării impulsurilor pe căile de comunicaţii. Se evaluează distorsiunea suplimentară datorată erorii uniforme şi erorii ponderate. Se arată că mărirea erorii la capetele benzii de frecvenţă transmise nu provoacă deformări importante asupra impulsului de recepţie. În schimb, ponderarea erorii conduce la obţinerea unor corectoare mai economice.

St. cerc. energ. electr., tom, 21, nr. 1, p. 223—245, 1971

ED. RĂDĂCEANU

UN TIP DE SENZITIVITATE A INDICELUI DE PERFORMANȚĂ ȘI PROBLEMA CONDUCERII SUBOPTIMALE A UNEI CLASE DE SISTEME NELINIARE

Se studiază senzitivitatea indicelui de performanță în problema Kalman-Letov la introducerea neliniarității în ecuația sistemului.

Rezultatele sînt obținute prin aplicarea metodei echivalenței [1], [4], [7] pentru generarea unor clase de sisteme echivalente din punct de vedere optimal cu cele ce s-ar obține în problema Kalman-Letov, reținînd doar partea liniară a sistemului neliniar de studiat și căutînd un sistem aproximant pentru acesta din urmă care să facă parte dintr-o clasă de echivalență cu sistemul format cu partea liniară a sistemului inițial.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 247—263, 1971

M. PORȚEANU

621.523 : 621.316.3

CIRCUITELE LOGICE CU TRANZISTOARE ÎN SCHEMELE DE COMANDĂ DIN CENTRALELE ȘI STAȚIILE ELECTRICE

Se prezintă sinteza unor scheme de comandă cu circuite logice tranzistorizate pentru centrale și stații electrice. Lucrarea tratează de asemenea problema alimentării și se fac considerații privind eficacitatea economică a tranzistorizării schemelor de comandă, prezentîndu-se în acest sens un caz concret, și anume cel al schemelor de comandă pentru întreruptori și separatori.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 265—280, 1971

V. CARACUDOVICI, CS. NAGY, S. MANEA

620.0

VERBESSERUNG DER QUALITÄT DER ENERGIEBEDARFSPROGNOSEN MITTELS EINFÜHRUNG EINES UNGANZZAHLIGEN EXPONENTEN

Ausgehend von der Bedeutung der richtigen Auswahl de mathematischen Beziehung, die zur Energiebedarfsprognose verwendet wird, wird die Verbesserung der Qualität dieser Prognosen durch Einführung eines unganzzahligen Exponenten in die betreffenden Funktionen analysiert. Es werden einige Resultate aus dem Gebiete des Elektroenergieverbrauches angeführt.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 19—38, 1971

V. CARACUDOVICI

620.09

TRENNUNG DER KLIMATISCHEN EINFLUSSE AUF DIE ZEITREIHEN DIE ZUR STATISTISCHEN ENERGIEBEDARFSPROGNOSE IM HAUSHALTSEKTOR DIENEN

Es werden zwei Verfahren zur Bestimmung des Einflusses der klimatischen Faktoren auf die Zeitreihen, die den Haushaltsenergiebedarf darstellen, behandelt ; das erste beruht auf der Korrelation zwischen Abweichungen vom Trend der Zeitreihe und Abweichungen der mittleren Jahrestemperaturen von der mittleren Temperatur der gesamten Periode, das zweite auf der Verwendung mehrfacher Korrelationen zur Trennung des Einflusses verschiedener Faktoren. Es werden die Resultate der Anwendung der beiden Methoden auf die Haushaltsenergiebedarfs prognose in Rumänien (Grundperiode 1955—1966) so wie die Prognoseergebnisse der zwei verwendeten Verfharen verglichen.

St. cerc. energ. electr., tom., 21, nr. 1, p. 19—38, 1971

V. NITU

621.311.17.004.64

FACTORS DETERMINING THE RELIABILITY OF THERMO-ELECTRIC POWER STATIONS

The article points out to the fact that the maintenance of the safety level that has been calculated for the system may be ensured by means of the determination of safety indices that must be attained by the power station or a component of it. At the same time we must study the influence of some seldom arising events which possess a small occurence probability, as for instance: fires, common installation damages, such as dams, cooling towers, chimney stacks, floods, etc., on the safety indices that have been allowed for the power station.

The article also presents a computation example.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 19—38, 1971

C. HAIDUC, L. CONSTANTINESCU, D. MIHAI

621.039.51.134.

MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR L'ANALYSE DE L'UNIFORMISATION DU FLUX DES NEUTRONS DANS DES RÉACTEURS ÉNERGÉTIQUES À RÉFLECTEUR RADIAL MODUNIF — 1

On présente le modèle mathématique MODUNIF — 1 d'analyse de l'uniformisation du flux des neutrons rapides et thermiques dans des réacteurs nucléaires énergétiques à réflecteur radial et le programme de calcul en utilisant le code Fortran IV pour le calculateur électronique IBM 360—30. On donne les résultats obtenus sur le calculateur concernant les champs des neutrons, les coefficients de non-uniformité et le nécessaire minime de D_2O pour les réacteurs PHWR étudiés.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 39—54, 1971

Н. ДЭНИЛЭ, А. НАБИЖОВИЧ

536.24:621.039

ОПРЕДЛЕЕНИЕ УДЕЛЬНОГО РАСХОДА ПАРА НА АТОМНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТАНЦИЯХ С НАСЫЩЕННЫМ ПАРОМ

В статье устанавливается метод расчета удельного расхода пара турбин с насыщенным паром, предусмотренных с внешними сепараторами воды, с промежуточным перегревом пара и внутренней сепарацией влаги, для атомных электростанций, и даются результаты расчетов, произведенных по передложенному методу на электронной вычислительной машине.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 55—72, 1971

B. POPA

621.69

VERGLEICH ZWISCHEN DEM DURCH EINE ZENTRALDÜSE UND DURCH VIELFACHE DÜSEN ERZIELTEN RÜCKLAUFVORGANG BEI DEN DRALLDÜSEN

Es wird das Verhalten des durch eine Düse erzielten Einstellsystems im Vergleich zum System mit vielfachen Düsen hervorgehoben. Das Einstellverhältnis kann durch Einwirkung auf das Einstellventil oder durch Veränderung des Ausgangsdurchmessers der Dralldüse verändert werden. Aus dem Vergleich ergibt sich, daß der Brenner mit vielfachen Düsen einen breiteren Einstellbereich besitzt.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 73—83, 1971

В. ПИМСНЕР, С. ШТЕФАН 621.135

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ТОЛЩИНОЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ И КОНСТРУКТИВНЫМ РЕЩЕНИЕМ ПРОФИЛЬНОЙ РЕШЕТКИ

Определение потери энергии в лопаточной решетке представляет интерес в изучении зависимости между внутренней архитектурой профильной решетки и ее энергетической характеристикой. Были использованы уравнения Леви-Чивита (1) с помощью конечноразностного метода в случае конфузорной решетки с $d/I<10$

Полученные аналитические результаты для решетки, спроектированной по закону $\alpha_1=\text{const}$, соответствуют экспериментальным данным. Использованый метод позволяет изучить потери энергии.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1., p. 85—92, 1971

ST. PETRESCU 635.71 : 536.8

SOME KINETICAL CONSIDERATIONS ON THE PRESSURE OF A MOVABLE PISTON

Using the kinetic theory of gases and taking into account the influence of the finite relaxation time, the author finds the following relation for the pressure on a mowable piston having the speed w

$$P_p = P_{mg}\left[1 \pm \left(2{,}764\ \alpha_1 + \alpha_2\sqrt{3k}\right)\frac{w}{c_m}\right]$$

in which p_{mg} — the momentary average pressure of the gas c_m — the momentary average molecular speed; $\alpha_1 < 1$ and $\alpha_2 < 1$ are coeficients which depend on the system properties and k — the ratio of specific heats. The sign + is valid for compression and the sign — for expansion.

St. cerc. energ. electr., tom., 21, nr. 1, p. 93—107, 1971

R. RĂDULEŢ, A. ŢUGULEA, AI. TIMOTIN 621.3

THÉORÈMES D'UNICITÉ CONCERNANT LES RÉGIMES VARIABLES DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les différents régimes variables du champ électromagnétique présentant un intérêts particulier du point de vue pratique, tels les régimes quasi stationnaires, peuvent être étudiés exactement en utilisant des modèles théoriques définis par des propriétés de matériaux idéalisées. Ceci rend possible la démonstration des théorèmes d'unicité des solutions des équations du champ, théorèmes indispensables au posement correct des problèmes mathématiques correspondants.

St. cerc. energ. electr., tom., 21, nr. 1, p. 109—128, 1971

G. DRĂGAN 621.3.015.532

SUR L'UTILISATION DE LA THÉORIE DE LA SIMILITUDE POUR L'ÉTUDE DE L'EFFET COURONNE

Les relations de calcul pour l'étude de l'effet couronne étant extrêmement complexes il est recommandable d'utiliser la théorie de la similtude. En considérant les équations générales de l'effet couronne, on utilise dans ce travail le théorème pour la détermination des relations critérielles, qui permettent la généralisation des études effectuées pour un cas sur des situations similaires. En considérant le cas particulier de l'équation intégrale de l'effet couronne dans l'hypothèse de la dépendance de la mobilité des ions de l'intensité locale du champ électrique, on détermine les relations de calcul addimensionnelles. Ces relations ont permis d'obtenir des conclusions intéressantes concernant l'influence des divers paramètres.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 1, p. 129—143, 1971

C. FLUERAȘU

583.3 : 621.3.011

STUDY OF A FIELD CONCENTRATOR FOR THE ELECTROMAGNETIC FORMING

A field concentrator for the electromagnetic forming of metals is investigated. Using the results obtained in this paper, the magnetic fiel dand the forces acting ou the workpiece can be determined.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 145—165, 1971

I. PONNER

538.551.2 : 621.3.09

CONTRIBUTIONS TO THE COMPUTATION OF A.C. CIRCUITS CONTAINING A SINGLE SYMMETRIC NONLINEAR CHEMICAL REACTIVE ELEMENT

This paper deals wit a direct method and with a method using normed diagrams for computing a.c. electrical circuits containing a symmetric resistive or reactive nonlinear element. The methods are valid if all the sources have the same frequency.
Some interesting conclusions concerning the resonance of nonlinear devices are given.
The methods are checked by examples and the results are compared with the experimental data, the concordance between data being good.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 167—180, 1971

A. CRISTOVICI, M. STAADECKER

621.316.1 : 681.3

MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR LE CALCUL DES SURTENSIONS DE MANŒUVRE DANS LES RÉSEAUX TRIPHASÉS, À L'AIDE DES ORDINATEURS

On présente les équations et les schémas logiques, qui ont été considérés pour le modèle mathématique de calcul des surtensions de manoeuvre.

De même, on présente lrs particularités du modèle mathématique pour les réseaux triphasés, le système des équations pour chaque élément du réseau écrit dans les coordonnées spécifiques, ainsi que la méthode de liaison entre des systèmes de coordonnées.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 181—189 1971

Em. CONSTANTIN

621.316.11 : 621.3.015.3

EINFLUSS NICHTGLEICHZEITIGER SCHALTVORGÄNGE AUF DEN WERT DER ÜBERSPANNUNGEN BEI DER UNTERSPANNUNGSETZUNG EINER DREIPHASIGEN DREHSTROMLEITUNG

Im Berichte werden der Einfluss nichtgleichzeitiger Schaltvorgänge auf den Werte der Überspannungen analytisch berechnet Die Methode der Operatorenrechnung benutzend werden die ungünstigsten Schaltwinckel und die maximalen Werte der Uberspannungs spitzen besimmt.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 191—201, 1971

A. MORARU

621.313.323.8.

OSCILLATIONS LINÉAIRES ET NON LINÉAIRES DE L'ARMATURE DU MOTEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE

On établit un modèle mécanique simplifié de l'oscillomoteur pour l'étude des oscillations de son armature, en déterminant une "masse équivalente" en mouvement. On démontre que sous l'influence de deux forces électromagnétiques et de charge—sans choc—l'armature mobile exécute des oscillations presque sinusoïdales, ce qui simplifie beaucoup les études. Le réglage des oscillations non linéaires avec choc sur un limiteur rigide est étudié par la détermination de deux régimes d'oscillations linéaires. On met en évidence les domaines caractéristiques des oscillations non linéaires, les conditions de leur apparition et de leur entretien, ainsi que les grandeurs quantifiables qui caractérisent ces oscillations.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 303—321, 1971

AD. MATEESCU

621.391.001

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR L'ERREUR D'APPROXIMATION AU SENS DE TSHEBYSCHEV DANS LA CORRECTION DU TEMPS DE PROPAGATION DU GROUPE

On étudie l'influence de l'erreur d'approximation du temps de propagation du groupe sur la transmission des impulsions dans les canaux des télécommunications. On estime la distorsion supplémentaire provoquée par une erreur uniforme et par une erreur pondérée. On montre que l'augmentation de l'erreur aux fréquences extrêmes de la bande passante cause une distorsion négligeable dans l'impulsion réponse. Dans ce dernier cas, il est possible d'obtenir un correcteur économique.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 1, p. 223—242, 1971

ED. RĂDĂCEANU

621.376.3

A SENSITIVITY TYPE OF THE PERFORMANCE INDEX AND THE SUBOPTIMAL CONTROL PROBLEM OF A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS

This paper is concerned with the performance index sensitivity in the Kalman-Letov problem when a nonlinearity in the system equation is introduced.

The results are obtained by applying the method of equivalence [1] [4] [7] for generating some classes of systems optimally equivalent which those which would be obtained in the Kalman-Letov problem, retaining only the linear part of the nonlinear system and looking for an approximate system for this one, which should be in the same class of equivalence as the system formed with the linear part of the initial system.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 1, p. 247—264, 1971

M. PORTEANU

621.316.3

CIRCUITS LOGIQUES AVEC TRANSISTORS DANS LES SCHÉMAS DE COMMANDE DES CENTRALES ET DES STATIONS ÉLECTRIQUES

On présente une application de quelques schémas de commande avec circuits logiques transistorisés pour des centrales et des stations électriques. On examine le problème de l'alimentation, ainsi que les considérations concernant l'efficacité économique de la transformation des schémas de commande, en présentant le cas concret des schémas de commande pour les interrupteurs et les séparateurs.

ERATĂ

La pag.	figura	în loc de:	se va citi:
35	15	$\lambda_0 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3(\cdots) +$	$\lambda_0 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3(\cdots) +}{\mu_1\mu_2\mu_3 + \mu_2\mu_3\lambda_1 + \mu_3\mu_1\lambda_2 + \mu_2\mu_1\lambda_3}$

St. cerc. energ. electr., tom. 20, nr. 1, 1971.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultate, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne de pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri, rezumatele în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

1971 JUL 29

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627, p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicații industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 238 p., 16,50 lei.

D. F. LĂZĂROIU, **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268, p. 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18, 50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288, p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de șoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU și AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafață la metale și aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafață la metale și aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

I. P. Informația c. 6112

43 821

Lei 40.—

F 1736

04

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., Tom. 21, Nr. 2, p. 285—472, Bucureşti, 1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Întreprinderea de comerț exterior — LIBRI", Căsuța poștală 134—135 (Calea Victoriei 126), București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa : BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 21, nr. 2 1971

SUMAR

Termoenergetică şi termotehnică

Pag.

MARTIN BERCOVICI 287
V. V. GHIA, N. LEMNEANU, Viteza minimă a picăturii de diametru maxim pulverizată de injectoarele cu cameră de turbionare 293
V. ŞOVA, Analiza fenomenelor de schimb de căldură şi de masă în procesul uscării convective forţate, pe baza investigării experimentale a stratului—limită 305
C. A. VASILESCU, Model al proceselor din motorul Diesel foarte înalt supraalimentat 321
B. BARBESCU, Consideraţii privind efectul răcirii aerului la admisie asupra presiunii optime de supraalimentare a motorului Diesel 337

Electroenergetică şi electrotehnică

AL. TIMOTIN, Elementul electromagnetic pasiv de circuit 347
C. I. MOCANU, Regimul tranzitoriu de pătrundere a cîmpului electromagnetic nestaţionar în conductoare la excitaţie treaptă de cîmp magnetic 363
D. DABA, Unele consideraţii privind forţele efective şi echivalente exercitate de cîmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor fluide 389
GH. DUMITRESCU, V. I. TURCU, Metodă de determinare a variaţiei curentului de-a lungul unei linii electrice lungi deschise la capăt şi îndeplinind condiţia Heaviside 399
C. APETREI, M. DOGARU, Analiza unor regimuri speciale de funcţionare în circuitul de excitaţie al maşinii sincrone 415
SERGIU CONDREA, Contribuţii la sinteza reţelelor trece-tot 443
EDMOND NICOLAU, Utilizarea funcţiilor Lambda în analiza antenelor 455
Material documentar 469

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 285—472, 1971

MARTIN BERCOVICI

La 19 ianuarie 1971 a fost răpus de boală, în plină activitate, acad. prof. Martin Bercovici, personalitate proeminentă a energeticii românești

Născut la Bîrlad în 1902, a urmat școala primară și liceul în orașul natal. Calitățile sale deosebite au fost remarcate de profesori încă în timpul cît era student al Politehnicii din București, astfel încît fostul său profesor, acad. I. S. Gheorghiu, fiind pe atunci în conducerea tehnică a Societății de gaz și electricitate din București, a ținut să asigure cît mai curînd colaborarea tînărului inginer la activitatea acestei întreprinderi.

Începîndu-și activitatea de inginer în 1927 în cadrul Societății de gaz și electricitate, Martin Bercovici a îmbrățișat treptat o gamă largă de probleme cum au fost :

— dezvoltarea și modernizarea instalațiilor de alimentare cu energie electrică pe baza unei concepții unitare ;

— introducerea unor metode de protecţie a instalaţiilor electrice adaptate structurii reţelelor;

— conducerea lucrărilor de proiectare, montaj şi punere în funcţiune a unor obiective de mare importanţă (staţia de 110 kV Grozăveşti, realizarea reţelei de 30 kV, inclusiv staţiile de 30/5 kV, şi reorganizarea reţelei de 5 kV a oraşului Bucureşti);

— introducerea unor tarife ştiinţific fundamentate şi stimulatoare.

După 10 ani de activitate a fost numit subdirector tehnic al întreprinderii, iar în 1944 subdirector general.

Din 1948, în calitate de director în Ministerul Industriei, şi după 1949 — data înfiinţării Institutului de Studii şi Proiectări Energetice —ca director al acestui institut, căruia i-a pus bazele, a condus întocmirea materialului documentar şi a studiilor care urmau să fundamenteze planul de electrificare a ţării pe prima etapă de 10 ani (1951—1960). Studiile pentru primul plan de electrificare, efectuate sub conducerea sa, au căpătat o înaltă apreciere din partea conducerii de partid şi de stat, prin acordarea în 1951 institutului şi colectivului de elaborare a Premiului de Stat clasa I.

Paralel cu studiile privind planul de electrificare şi în continuare, el a condus şi a participat direct la proiectarea primelor centrale, staţii şi reţele electrice prevăzute în acest plan. Pentru contribuţia adusă la proiectarea şi la executarea termocentralei „Gh. Gheorghiu-Dej" (Doiceşti) a devenit în 1952 laureat al Premiului de Stat.

Atît în prima perioadă, în care s-a concentrat asupra problemelor alimentării cu energie electrică a oraşului Bucureşti, cît mai ales în cursul lucrărilor de elaborare a primului plan de electrificare, trăsăturile dominante ale activităţii sale au fost orizontul larg, promovarea noului şi a progresului, conceperea de soluţii noi şi originale, aprofundat fundamentate. Ca exemplu de soluţii introduse de el în prima etapă de activitate menţionăm : dezvoltarea reţelelor de 30 şi 5kV ale oraşului Bucureşti într-o structură unitară, sigură şi elastică în exploatare, echiparea staţiilor cu aparataj modern, introducerea tarifului pe tranşe pentru energia electrică.

O dată cu începerea lucrărilor pentru planul de electrificare, i-a revenit întreaga organizare de la început a proiectării în domeniul energetic, ceea ce a implicat, pe lîngă găsirea celor mai potrivite forme organizatorice, gruparea puţinilor specialişti cu experienţă în acest domeniu şi a unui număr mare de tineri. Tuturor acestora le-a insuflat pasiunea pentru căutarea şi introducerea în practică a căilor optime de rezolvare a problemelor inginereşti, fundamentarea competentă a deciziilor, cu considerarea multilaterală a implicaţiilor lor. Bazate pe o documentaţie vastă asupra realizărilor tehnice din alte ţări, soluţiile sale erau adaptate la condiţiile specifice create de situaţia momentană şi de perspectiva de dezvoltare a cererii de energie, a dezvoltării industriale şi a disponibilităţii resurselor energetice din ţara noastră.

Între 1952 şi 1954 a lucrat ca director general tehnic în Ministerul Energiei Electrice şi Industriei Electrotehnice. Din această perioadă, pe lîngă activitatea de avizare a proiectelor în domeniul energetic, de elaborare a normativelor de proiectare şi de exploatare a instalaţiilor energetice, este de subliniat şi contribuţia pe care a adus-o în definirea profilului industriei electrotehnice româneşti prin evaluarea cantitativă şi calitativă a evoluţiei cerinţelor rezultate din dezvoltarea energeticii. Este de asemenea de re-

marcat că în această perioadă a susţinut cu fermitate adoptarea soluţiei moderne de alimentare în curent alternativ la 50 Hz a căilor ferate electrificate, în ciuda împotrivirii a numeroşi specialişti.

Din 1954 şi pînă în 1967 a fost întîi director al direcţiei energiei electrice şi industriei electrotehnice, apoi consilier tehnic la Comitetul de Stat al Planificării. În această instituţie s-a ocupat în principal de analizarea şi de avizarea tuturor proiectelor pentru noile instalaţii energetice ce se executau în ţară şi a întreprins numeroase studii în legătură cu dezvoltarea sectorului energetic al R. S. România (energie primară şi energie electrică) pentru perioadele 1959 — 1965 şi 1966 — 1980.

A luat parte la toate lucrările care au avut loc în cadrul C.A.E.R. pentru energie în perioada 1955 — 1961, la studiile şi la tratativele pentru interconectarea sistemului electroenergetic naţional cu sistemele vecine, precum şi la tratativele privind amenajarea complexă a Dunării, în special a sectorului româno-iugoslav (Hidrocentrala de la Porţile de Fier). În calitate de membru al Comisiei mixte româno-iugoslave pentru amenajarea nodului hidroenergetic şi de navigaţii de la Porţile de Fier şi de preşedinte al părţii române a Comisiei mixte româno-iugoslave pentru avizarea proiectelor de amenajare a acestui nod, a luat parte activă la toate lucrările de pregătire şi de realizare a centralei hidroelectrice de la Porţile de Fier.

În perioada cît a activat în C. S. P. a fost decorat cu „Ordinul Muncii" clasa a II-a şi apoi cu „Ordinul Muncii" clasa I pentru merite deosebite în munca de realizare a planului de electrificare pe 10 ani.

Poate că domeniul pe care acad. prof. Martin Bercovici l-a ilustrat cu cea mai mare strălucire a fost acela al activităţii didactice, căreia i s-a dedicat cu dragostea şi priceperea de dascăl înăscut începînd din 1941, cînd din iniţiativa şi sub conducerea sa au luat fiinţă cursuri universitare şi medii pentru tinerii pe care legile fasciste îi excluseseră din facultăţi. Din 1947 a predat, în calitate de conferenţiar, apoi profesor şi profesor şef de catedră, în principal cursul de reţele şi sisteme electrice la Facultatea de energetică a Institutului politehnic Bucureşti. Pentru studenţii săi, cursurile aveau întotdeauna un caracter inedit şi foarte atrăgător. Pentru ca prelegerile sale să fie cît mai interesante, el le planifica amănunţit, aplicînd cîteva principii de bază : prin sondaje sub formă de întrebări şi urmărind privirile studenţilor, controla permanent nivelul de cunoştinţe al auditorului şi gradul de înţelegere a cunoştinţelor transmise, corectînd ritmul de predare după ritmul de înţelegere şi de notare de către studenţi ; prin trecerea gradată de la simplu la complex, cunoştinţele noi apăreau pentru studenţi ca rezultînd „de la sine", întocmai cum în muzică noile acorduri sînt sugerate auditorului de către cele precedente ; sublinia esenţialul în fiecare problemă sub forma unei fraze de încheiere, care rezulta cu atîta stringenţă logică, încît studenţii aveau senzaţia că această încheiere ar fi dedus-o singuri, chiar fără ajutorul dascălului lor. Cursurile sale reflectau deopotrivă bogata sa experienţă practică în domeniul energeticii şi studiul aprofundat al literaturii de specialitate, erudiţia sa multilaterală.

În legătură cu conţinutul cursului său sînt de remarcat cîteva idei conducătoare : conceperea sistemului electroenergetic ca o unitate funcţională, în care diferitele elemente componente de natură eterogenă apar sub aspecte diferite faţă de modul cum sînt studiate fiecare separat ; sinteza cunoştinţelor asimilate la diferite discipline de bază : matematică, electro-

tehnică, mașini electrice, aparate electrice, tehnica tensiunilor înalte, protecția prin relee, și concretizarea modului lor de aplicare la aprecerea fenomenelor complexe care apar în exploatarea normală și de avarie a sistemelor energetice; îmbinarea cunoștințelor teoretice, tehnologice și economice cu cele practice din exploatarea și construcția rețelelor în studiul arhitecturii rețelelor și al dezvoltării sistemelor electroenergetice. Dintre numeroasele contribuții originale aduse în modul de predare a cursului menționăm: modul de explicare al fenomenelor tranzitorii de scurtcircuit în mașina sincronă și în rețele și al aplicării componentelor simetrice în studiul regimurilor asimetrice; folosirea teoriei grafelor în analiza rețelelor; contribuții privind modul de studiu al regimurilor liniilor lungi, al tensiunilor de revenire etc.

Paralele cu activitatea profesională și cea didactică, acad. M. Bercovici a adîncit și a generalizat o serie de probleme întîlnite în cursul acestor activități la nivelul unor lucrări științifice, prezentate sub formă de comunicări științifice în sesiuni ale corpului didactic și ale unor institute științifice din țară sau la manifestări internaționale, precum și sub formă de articole în publicații de specialitate. Dintre acestea amintim în domeniul electroenergeticii pe cele privind calculul curenților de scurtcircuit trifazați în mașini sincrone și rețele electrice, configurația și protecția rețelelor electrice de distribuție, teoria componenților simetrice și aplicațiile ei în electrotehnică, reglajul puterilor și frecvenței în sisteme electrice, influența liniilor de înaltă tensiune asupra liniilor de telecomunicații, transportul energiei la mare distanță în curent alternativ și în curent continuu, calculul tensiunilor de revenire, aplicarea teoriei grafelor în studiul rețelelor electrice, aplicarea calculului matriceal în studiul regimurilor rețelelor electrice cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Menționăm de asemenea alcătuirea, împreună cu un colectiv de colaboratori, a unui tratat privind *Calculul rețelelor electrice*, în două volume, din care primul, *Calculul mecanic*, a fost publicat, iar al doilea se găsea într-o fază avansată de redactare în momentul decesului său.

Activitatea sa științifică principală s-a desfășurat de-a lungul a aproape două decenii în cadrul Institutului de energetică al Academiei, unde a întemeiat și a condus colectivul de energetică generală.

Disciplină de graniță, dezvoltată în întreaga lume abia în ultimele decenii, energetica generală era în trecut complet necunoscută în țara noastră. Elaborarea primelor lucrări în acest domeniu, concomitent cu formarea colectivului de cercetare amintit mai sus, au făcut din Martin Bercovici un pionier al acestei ramuri științifice la noi în țară.

Cu problematica energeticii generale, Martin Bercovici s-a întîlnit pentru întîia oară cu ocazia lucrărilor de întocmire a primului plan de electrificare, cînd examinarea resurselor de producere a energiei electrice a pus în evidență faptul că într-o țară socialistă problema asigurării în perspectivă a energiei necesare dezvoltării economiei naționale se poate rezolva într-un mod principial nou, superior ca eficiență economică, dacă se iau în considerare toate formele și purtătorii de energie cu relațiile lor de interdependență, pornind de la resursele energetice naturale și ținînd seama de toate procesele de transport și de transformare pînă la consumatori.

În activitatea colectivului de energetică generală, creat și condus de el pînă în ultimele clipe ale vieții, s-au materializat numeroase cercetări

valoroase, începînd cu inventarierea generală a tuturor resurselor energetice naturale ale țării noastre (*Atlasul resurselor hidroenergetice* și *Atlasul resurselor termoenergetice*) și pînă la studiile de reducere și de raționalizare a consumurilor specifice de energie la consumatorii industriali și din alte ramuri ale economiei. Transformările energetice complexe care au loc pentru asigurarea tuturor formelor și purtătorilor de energie necesare consumatorilor au fost studiate prin întocmirea bilanțului energetic general al țării atît pentru perioade trecute, cît și pentru perspectivă. În ceea ce privește dezvoltarea în perspectivă, au fost introduse conceptele de optimizare atît pentru structura sistemului electroenergetic, cît și pentru întreaga bază energetică a țării, creîndu-se instrumente de calcul de mare eficiență, care permit rezolvarea la înalt nivel științific a problemelor de planificare de perspectivă în domeniul energeticii cu ajutorul metodelor moderne ale cercetării operaționale.

Activitatea științifică a acad. M. Bercovici s-a împletit tot timpul cu aceea de îndrumător, de mentor al tinerilor cercetători. Alcătuindu-și la Institutul de energetică al Academiei R. S. România un colectiv compus aproape numai din tineri, Martin Bercovici și-a luat implicit sarcina formării lor ca cercetători științifici, sarcină de care s-a achitat în chip strălucit, reușind să formeze nu numai circa 15 cercetători cu experiență, ci mai mult decît atît : un colectiv de cercetare cu o concepție proprie de lucru, o adevărată școală științifică. Sub îndrumarea sa atentă s-au format un număr de circa 20 de doctori ingineri, dintre care 5 în specialitatea „energetică generală" în cadrul Institutului de energetică al Academiei, iar ceilalți în specialitățile „rețele și sisteme electrice", „electroenergetica" și „tehnica tensiunilor înalte" din cadrul Institutului politehnic din București.

Pe lîngă această activitate directă de formare de cercetători științifici, acad. M. Bercovici a polarizat permanent în jurul său pe cei cu care intra în raporturi de muncă, împărtășindu-le din vasta și multilaterala sa experiență cu căldura și talentul ce-l caracterizau.

A desfășurat și o vastă activitate de propagandă tehnică mai ales pe linia fostei „Asociații științifice a inginerilor și tehnicienilor", în cadrul căreia a format în 1953 și apoi a condus Secția de energetică și de electrotehnică. În această calitate a organizat și a condus personal lucrările conferinței pe țară privind îmbunătățirea factorului de putere, acțiune care a avut un puternic efect practic în anii următori, precum și a două consfătuiri în problema normării și reducerii consumului de energie în industrie. De asemenea a inițiat și a organizat consfătuirea cu tema „Electrificarea agricolă și rurală" și a avut o însemnată contribuție la organizarea sesiunii „Energia nucleară în energetică" (1960), unde a prezentat o importantă comunicare, în care a făcut o estimare globală a dezvoltării energeticii românești pînă în 1980. Acum, după trecerea a peste un deceniu, putem aprecia la întreaga ei valoare profunzimea analizei făcute de acad. M. Bercovici, deoarece estimările făcute atunci s-au realizat întocmai.

Tot pe linia A.S.I.T. a inițiat și a organizat „Conferința electricienilor" (prima în 1957) și a adus o contribuție esențială la crearea legăturilor

cu marile organizații științifice internaționale de specialitate : CIGRE, CEI, WPC, CIGB.

Acad. M. Bercovici a fost și un strălucit ambasador al științei românești peste hotare, participînd activ la numeroase congrese și conferințe științifice internaționale.

Inginerul, profesorul și savantul Martin Bercovici lasă o operă vastă și multilaterală, precum și o amintire neștearsă tuturor celor care au colaborat cu el ori s-au format sub îndrumarea lui.

Dispariția sa reprezintă o grea pierdere pentru știința, tehnica și învățămîntul din țara noastră.

VITEZA MINIMĂ A PICĂTURII DE DIAMETRU MAXIM PULVERIZATĂ DE INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

DE

V. V. GHIA, N. LEMNEANU

662.68

Lucrarea propune metoda de calcul a vitezei minime de deplasare a picăturii de diametru maxim pulverizată de injectoarele mecanice cu cameră de turbionare. Se compară rezultatele obţinute prin calcul cu datele experimentale, constatîndu-se o bună concordanţă între acestea.

1. GENERALITĂŢI

În special datorită fineţei de pulverizare ridicate, unghiului de pulverizare relativ mare şi costului redus al energiei folosite la pulverizare, injectoarele mecanice cu cameră de turbionare au găsit o largă răspîndire la instalaţiile de ardere a combustibililor lichizi. Caracteristicile menţionate fac însă recomandabilă aplicarea acestor injectoare şi la instalaţiile care pulverizează lichide în vederea vaporizării acestora.

Astfel sînt instalaţiile de distrugere a apelor reziduale prin vaporizare şi ardere, instalaţiile de uscare a laptelui pentru producerea laptelui praf, instalaţiile de epurare şi răcirea gazelor de ardere etc.

De cele mai multe ori, partea principală a acestor instalaţii constă dintr-o incintă cilindrică înaltă, încălzită cu gaze de ardere, aer cald sau printr-un sistem de rezistenţe electrice. Lichidul, fiind injectat de la partea superioară a incintei, permite vaporizarea picăturilor pulverizate, în special datorită căldurii pe care o primesc prin convecţie şi radiaţie. La începutul traiectoriei lor curbilinii, viteza picăturilor este relativ mare pentru ca în continuare să scadă treptat. Astfel se ajunge la o valoare-limită care se atinge la deplasarea picăturilor pe o traiectorie verticală, considerată practic rectilinie. În majoritatea cazurilor, pentru dimensionarea incintei de vaporizare este necesară cunoaşterea *vitezei minime* de cădere V_m pentru picătura cu diametrul maxim d_{max}. Această picătură, care se deplasează cel mai rapid, necesitînd cel mai îndelungat timp pentru vaporizare completă, determină timpul necesar pentru vaporizarea întregului jet.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 293–303, 1971

Neexistînd în literatura de specialitate, lucrarea prezentă propune în final o metodă de calcul a vitezei V_m pentru picăturile pulverizate de injectoarele mecanice cu cameră de turbionare. Mai întîi se deduc în mod analitic ecuaţiile mişcării pentru o picătură care se deplasează pe verticală şi viteza minimă de cădere a acesteia $\dot{z}_m$.

În continuare se prezintă rezultatele obţinute experimental studiind jeturi pulverizate, care se vor compara cu datele teoretice obţinute din calcul.

2. ECUAŢIILE MIŞCĂRII UNEI PICĂTURI

Pentru început admitem că jetul se deplasează în aer imobil. La ieşirea din camera de turbionare, particulele de lichid au o mişcare elicoidală. Pe măsură ce picăturile se depărtează de orificiul duzei (reprezentat prin punctul O în figura 1), vitezele tangenţială şi radială a picăturilor devin tot mai mici şi apoi neglijabile. În punctul A se poate considera că picătura de lichid pulverizat are practic viteza axială $\boldsymbol{v}_0$, iar deplasarea este rectilinie. La timpul τ, picătura P se găseşte la distanţa z, fiind acţionată de greutatea proprie $\overline{G}$ şi de rezistenţa aerului $\overline{R}$. Datorită rezistenţei $\overline{R}$, pe măsură ce picătura se deplasează, viteza acesteia $\overline{v}$ se micşorează.

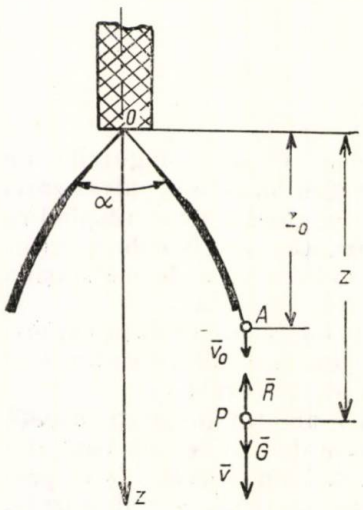


Fig. 1. — Reprezentarea schematică a jetului pulverizat.

Aplicînd ecuaţia fundamentală a dinamicii proiectată pe axa oz pentru o picătură de masă m şi acceleraţie $\ddot{z}$, se obţine

$$m\ddot{z} = G - R. \tag{1}$$

Forţa de rezistenţă a aerului R se poate exprima sub forma [1]:

$$R = k\pi d^2 \rho \frac{v^2}{8}, \tag{2}$$

unde

k este coeficientul de rezistenţă al sferei,

d — diametrul picăturii considerată de formă sferică,

ρ — masa specifică a aerului,

v — viteza de deplasare a picăturii.

Pentru valorile criteriului Reynolds $\mathrm{Re} < 100$, coeficientul de rezistenţă al sferei poate fi pus sub forma

$$k = \frac{24}{\mathrm{Re}} = \frac{24}{vd}, \tag{3}$$

unde $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ reprezintă viscozitatea cinematică a aerului.

Înlocuind (3) în relaţia (2), se obţine

$$R = 3\pi\mu\, \bar{d}v \tag{4}$$

Ţinînd seama că $G = mg$, unde g este acceleraţia gravitaţiei, şi înlocuind (4) în relaţia (1), rezultă

$$m\ddot{z} = mg - 3\pi\mu\, dv. \tag{5}$$

Masa picăturii este $m = \gamma \frac{\pi d^3}{6}$, astfel că, înlocuind în (5), se obţine

$$\ddot{z} + \xi\dot{z} = g, \tag{6}$$

în care $\dot{z} = v$, iar mărimea ξ are expresia

$$\xi = \frac{18\mu}{\gamma d^2}. \tag{7}$$

Mărimea γ reprezintă masa specifică a lichidului care constituie picătura.

În relaţia (6) s-a obţinut o ecuaţie diferenţială liniară cu parte dreaptă. Dacă se admite că ξ este independent de z, soluţia ecuaţiei diferenţiale fără parte dreaptă este $z = C_1 + C_2 e^{-\xi\tau}$, iar o soluţie particulară a acesteia este $z_p = \frac{g}{\xi}\tau$. Rezultă astfel soluţia generală

$$z = C_1 + C_2\, e^{-\xi\tau} + \frac{g}{\xi}\tau. \tag{8}$$

Viteza picăturii de masă m la timpul τ este dată de relaţia

$$\dot{z} = -\xi C_2 e^{-\xi\tau} + \frac{g}{\xi}. \tag{9}$$

Constantele C_1 şi C_2 se determină ţinînd seama de condiţiile iniţiale. Astfel, la momentul iniţial, adică la timpul $\tau = 0$, $z = z_0$ iar $\dot{z} = v_0$. Punînd aceste condiţii ecuaţiilor (8) şi (9), se obţine sistemul de două ecuaţii cu două necunoscute:

$$\begin{aligned} z_0 &= C_1 + C_2, \\ v_0 &= -\xi C_2 + \frac{g}{\xi}. \end{aligned} \tag{10}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii se obţin necunoscutele

$$C_1 = z_0 + \frac{v_0}{\xi} - \frac{g}{\xi^2} \tag{11}$$

şi

$$C_2 = \frac{g}{\xi^2} - \frac{v_0}{\xi}. \tag{12}$$

Înlocuind (11) şi (12) în relaţiile (4) şi (5), rezultă

$$z = z_0 + \frac{v_0}{\xi} - \frac{g}{\xi^2} + \left(\frac{g}{\xi^2} - \frac{v_0}{\xi}\right) e^{-\xi\tau} + \frac{g}{\xi}\tau \tag{13}$$

şi

$$\dot{z} = \left(v_0 - \frac{g}{\xi}\right) e^{-\xi\tau} + \frac{g}{\xi}. \tag{14}$$

Din relaţia (14) rezultă că, pe măsură ce timpul τ creşte, adică picătura cade, viteza de deplasare a picăturii $\dot{z}$ se micşorează.

Viteza minimă,

$$\dot{z}_m = \frac{g}{\xi} = \frac{g\gamma d^2}{18\mu}, \tag{15}$$

se realizează pentru două cazuri distincte:

$$v_0 = \frac{g}{\xi}$$

şi

$$\tau = \infty.$$

În practică, cînd diferenţa $\Delta v = v_0 - \frac{g}{\xi}$ are o valoare mică, viteza $\dot{z} \to \frac{g}{\xi}$, fără să fie necesar ca timpul τ să aibă o valoare prea mare.

Dacă mărimea ξ se consideră constantă, viteza minimă de cădere $\dot{z}_m$ este cu atît mai mare, cu cît diametrul picăturii este mai mare.

Deoarece la presiuni de injecţie mai mici viteza v_0 are valori mai mici, din relaţia (14) rezultă că din această cauză există tendinţa să se atingă mai repede viteza $\dot{z}_m$.

De cele mai multe ori, în practică, aerul sau mediul în care se realizează pulverizarea lichidului se deplasează. Admiţînd că aerul se deplasează cu viteza w în sens invers cu picătura de lichid, rezistenţa aerului are expresia

$$R = k\pi d^2\rho \frac{(v+w)^2}{8}, \tag{16}$$

unde

$$k = \frac{24\nu}{(v+w)\,d}. \tag{17}$$

În acest caz, ecuaţia diferenţială a mişcării picăturii este

$$\ddot{z} + \xi \dot{z} = g', \tag{18}$$

unde

$$g' = g - \frac{18\mu w}{\gamma d^2}. \tag{19}$$

Dacă se admite că ξ şi g' sînt independente de z, soluţia ecuaţiei diferenţiale (18) este de forma

$$z = C_1' + C_2' e^{-\xi\tau} + \frac{g'}{\xi}\tau, \tag{20}$$

iar

$$\dot{z} = -\xi C_2' e^{-\xi\tau} + \frac{g'}{\xi}. \tag{21}$$

Pentru determinarea constantelor C_1' şi C_2' se pun condiţiile iniţiale. Astfel, deoarece la timpul $\tau = 0$, $z = z_0$, iar $\dot{z} = v_0' < v_0$, din (20) şi (21) se obţine sistemul de două ecuaţii cu două necunoscute

$$\begin{aligned} z_0 &= C_1' + C_2', \\ v_0' &= -\xi C_2' + \frac{g'}{\xi}. \end{aligned} \tag{22}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii, se obţin necunoscutele

$$C_1' = z_0 + \frac{v_0'}{\xi} - \frac{g'}{\xi^2} \tag{23}$$

şi

$$C_2' = \frac{g'}{\xi^2} - \frac{v_0'}{\xi}. \tag{24}$$

Înlocuind (23) şi (24) în relaţiile (2o) şi (21), rezultă

$$z = z_0 + \frac{v_0'}{\xi} - \frac{g'}{\xi^2} + \left(\frac{g'}{\xi^2} - \frac{v_0'}{\xi}\right) e^{-\xi\tau} + \frac{g'}{\xi}\tau \tag{25}$$

şi

$$\dot{z} = \left(v_0' - \frac{g'}{\xi}\right) e^{-\xi\tau} + \frac{g'}{\xi}. \tag{26}$$

În acest caz, viteza minimă de cădere este

$$z_m' = \frac{g'}{\xi} = \frac{g}{\xi} - \frac{18\mu w}{\gamma \xi d^2}. \tag{27}$$

Comparînd (27) cu (15) şi ţinînd seama de (7), se obţine

$$z'_m = \dot{z}_m - w. \tag{28}$$

În consecinţă, aerul deplasîndu-se în sens contrar cu picătura, micşorează viteza minimă de deplasare a acesteia cu atît mai mult, cu cît viteza w are o valoare mai mare. Dacă aerul avînd viteza w se deplasează în acelaşi sens cu picătura, viteza minimă de cădere are valoarea

$$\dot{z}''_m = \dot{z}_m + w. \tag{29}$$

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

Experimentările s-au efectuat cu un injector prevăzut cu cameră de turbionare fără retur, avînd diametrul $D_c = 23{,}5$ mm. Lichidul pătrundea în camera de turbionare prin două ajutaje tangenţiale de secţiune circulară, cu diametrul $d_t = 2$ mm (fig. 2).

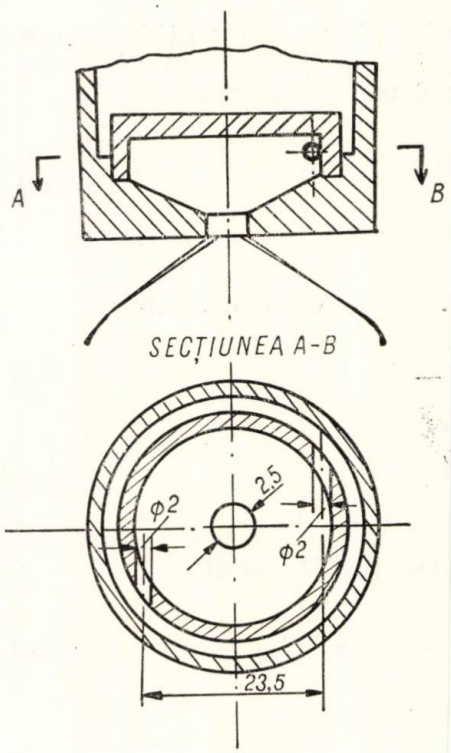


Fig. 2. — Schiţa injectorului cu cameră de turbionare care a fost experimentat.

Căpătînd o mişcare elicoidală cu o viteză din ce în ce mai mare, lichidul este refulat apoi în focar prin duza cu diametrul $d_e = 2{,}5$ mm.

Datorită efectului forţei centrifuge, cea mai mare parte a masei lichidului este repartizată către periferia jetului, iar fineţea de pulverizare este mărită.

Drept lichid de lucru s-a folosit apa, deoarece modelează în bune condiţii apele reziduale, care conţin numai circa 4% substanţe organice şi minerale.

Experimentările s-au efectuat cu o instalaţie adecvată [2], la presiuni de injecţie $p_i = 15-25$ kgf/cm^2, după procedeul următor:

— extremitatea injectorului s-a introdus într-o pîlnie din care se scurge lateral lichidul pulverizat;

— prin îndepărtarea bruscă a pîlniei care secţionează jetul, s-a permis dezvoltarea normală a acestuia într-o incintă paralelipipedică. Viteza aerului ambiant jetului a fost practic nulă.

Procesul de formare a jetului, care era luminat puternic, s-a filmat cu un aparat de cinematografiere rapidă, care permitea fotografierea a 250 de cadre/s. Poziţia extremităţii jetului, precizată de picăturile cu diametre mari, apărea pe o scară gradată, amplasată alături de jet. Cu-

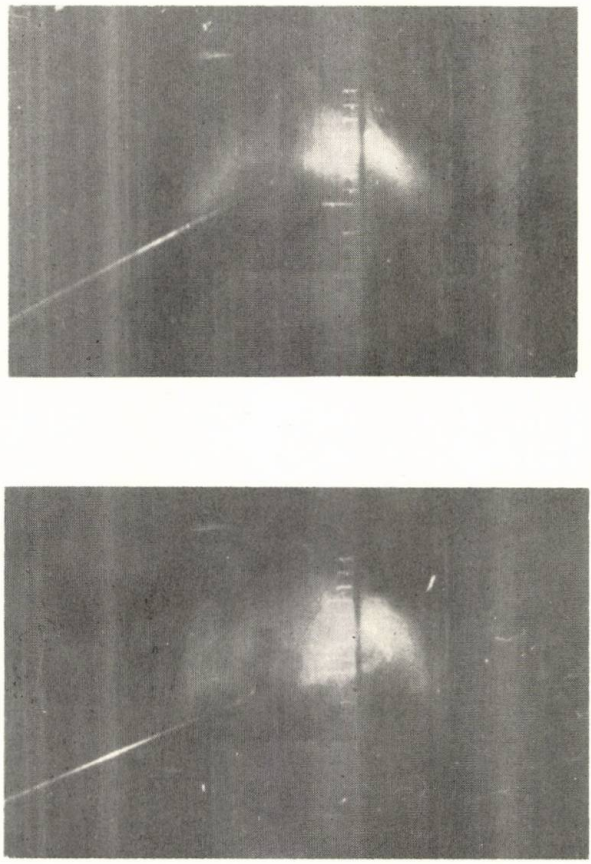


Fig. 3. — Fotografiile jetului pentru $p_i = 25$ kgf/cm^2, luate la intervalul de timp $\Delta\tau = 0{,}08$ s.

noscîndu-se distanţa Δz cu care s-a deplasat extremitatea jetului în intervalul de timp $\Delta\tau$ măsurat după numărul de fotografii obţinute, rezultă viteza medie pentru intervalul respectiv :

$$v_m = \frac{\Delta z}{\Delta \tau}. \tag{30}$$

Cînd intervalul de timp $\Delta\tau$ devine foarte mic, rezultă

$$v_m \to \dot{z} = \frac{dz}{d\tau}. \tag{31}$$

În figura 3 se prezintă fotografierea jetului în două poziţii succesive.

Filmul evoluţiei jetului a fost mărit prin proiecţie pe un ecran special pentru a se putea citi cu precizie poziţia extremităţii jetului care se propaga în jos.

În figura 4 se prezintă o serie dintre punctele experimentale obţinute care precizează viteza medie axială v_m a extremităţii jetului în funcţie de distanţa z de la duză. S-a constatat că de la $z \approx 50$ cm traiectoria picăturilor se poate considera rectilinie.

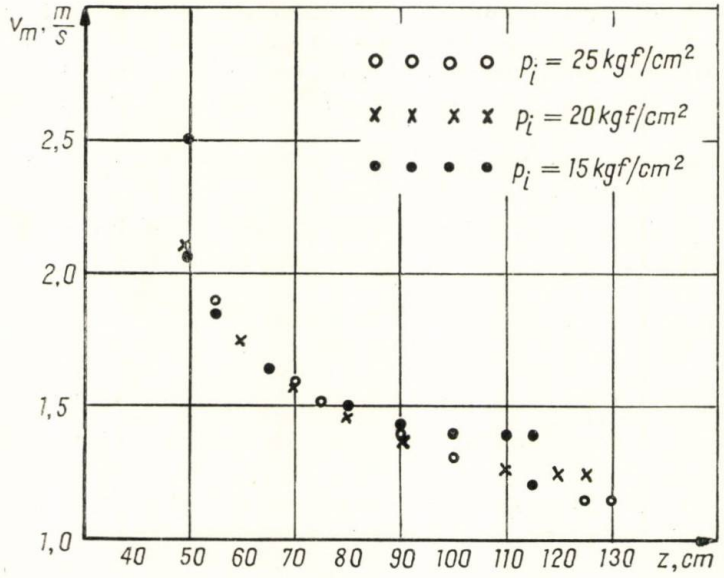


Fig. 4. — Punctele experimentale obţinute pentru p_i = 15,20 şi 25 kgf/cm².

Din rezultatele obţinute se pot trage următoarele concluzii :

— pe măsură ce distanţa z se măreşte, viteza v_m se micşorează, tinzînd către o valoare-limită v_1 ;

— valoarea vitezei v_1 creşte cu scăderea presiunii de injecţie.

Se poate remarca asemănarea care există între variația cu timpul τ a mărimilor v_m și $\dot{z}$. Astfel atît v_m, cît și $\dot{z}$ scad cu creșterea timpului și tind către o valoare-limită. De aceea în continuare vom căuta să precizăm diferența care există între $\dot{z}_m$ și v_1 pentru cazul experimentărilor efectuate.

Întrucît din relația (14) se obține ca picăturile cu diametrul mai mare să aibă viteza de deplasare mai mare, rezultă că extremitatea jetului va fi precizată de diametrul maxim d_{max} al picăturilor jetului pulverizat. Pentru injectoarele mecanice cu cameră de turbionare, mărimea d_{max} se poate obține cu suficientă precizie din graficele prezentate în figurile 5 și 6[3].

Astfel cunoscînd pentru lichidul pulverizat viscozitatea dinamică μ'(kgf.s/m^2), tensiunea superficială σ(kgf/m) și masa specifică ρ (kgf.s^2/m^4), din figura 5 se obține mărimea Ω. Cu ajutorul mărimii Ω și cunoscînd caracteristica geometrică a camerei de turbionare A, presiunea de injecție p_i, diametrul duzei d_e, din figura 6 se obține d_{max}.

Pentru camera de turbionare experimentată, caracteristica geometrică a fost

$$A = \frac{D_c \cdot d_e}{z \cdot d_i^2} = 7{,}35, \tag{32}$$

deoarece $D_c = 23{,}5$ mm, $d_e = 2{,}5$ mm, $z = 2$ și $d_i = 2$ mm.

În timpul experimentărilor, temperatura aerului ambiant a fost $t_a = 25°C$, iar temperatura apei pulverizate $t'_a = 16°C$. Pentru aceste condiții, caracteristicile fizice ale apei sînt $\mu' = 1 \cdot 10^{-4}$ kgf·s/m^2, $\sigma = 7{,}39 \cdot 10^{-3}$ kgf/m și $\gamma = 101{,}7$ kgf·s^2/m^4, astfel că din figura 5 rezultă $\Omega = 0{,}09$.

Pentru presiunea de injecție $p_i = 25$ kgf/cm^2, $A = 7{,}35$ și $d_e = 2{,}5$ mm din figura 6 rezultă $d_{max} = 0{,}186$ mm.

Din relația (15) se obține viteza minimă de cădere a picăturii de diametru d_{max}:

$$V_m = \frac{g\gamma d_{max}^2}{18\mu} = 1{,}02 \text{ m/s},$$

deoarece s-a luat $\mu = 1{,}88 \cdot 10^{-6}$ kgf·s/m^2 și $g = 9{,}81$ m/s^2.

Valoarea vitezei-limită obținute din experimentări a fost $v_1 = 1{,}13$ m/s.

Pentru $p_i = 20$ kgf/cm^2 din graficele prezentate în figurile 5 și 6 rezultă $d_{max} = 0{,}200$ mm, iar din (15) se obține

$$V_m = \frac{9{,}81 \cdot 101{,}7 \cdot 0{,}200^2 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 1{,}88 \cdot 10^{-6}} = 1{,}18 \text{ m/s}.$$

Din experimentări a rezultat $v_1 = 1{,}25$ m/s.

Pentru $p_i = 15$ kgf/cm^2, după un procedeu similar ca anterior se obține $d_{max} = 0{,}220$ mm, iar $V_m = 1{,}42$ m/s și $v_1 = 1{,}39$ m/s.

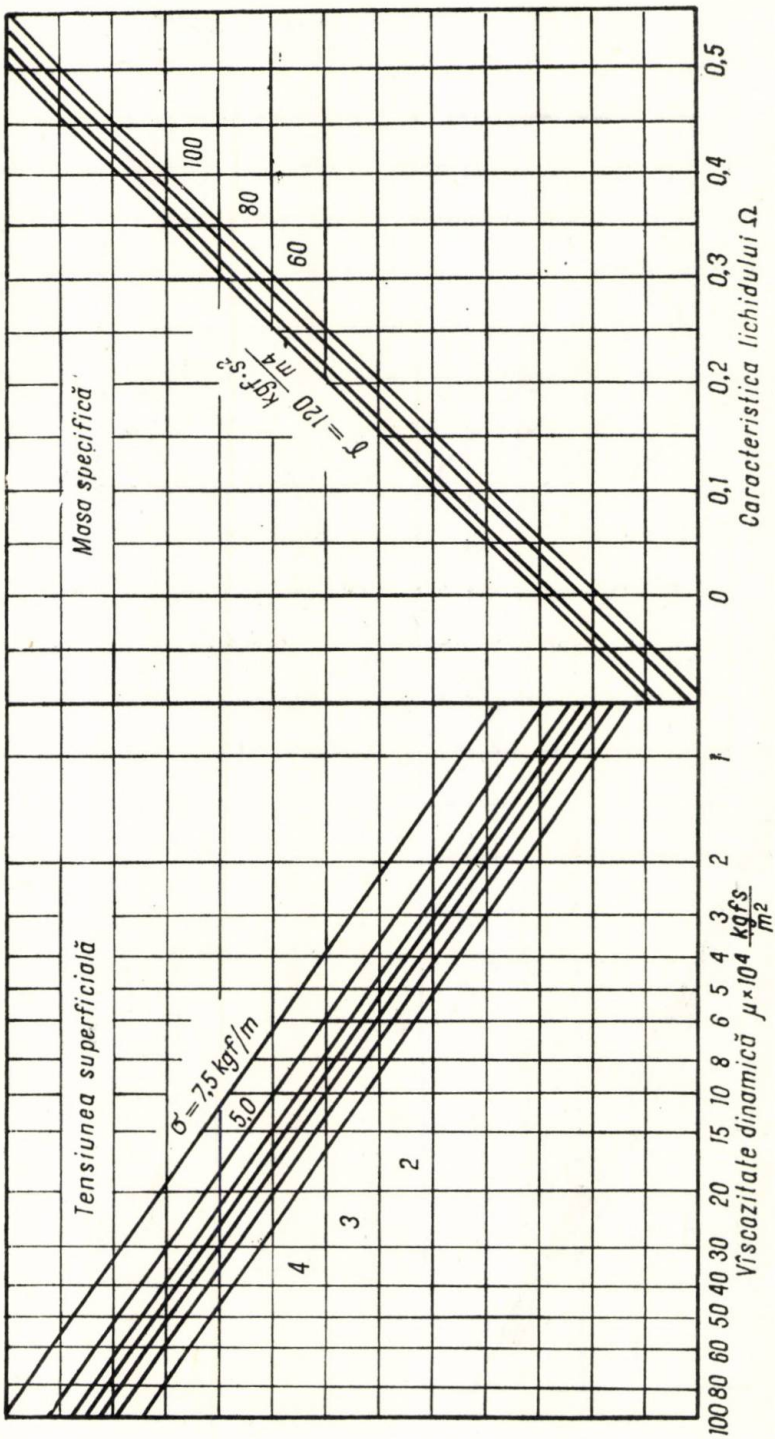


Fig. 5. — Grafic pentru determinarea caracteristicii lichidului pulverizat Ω.

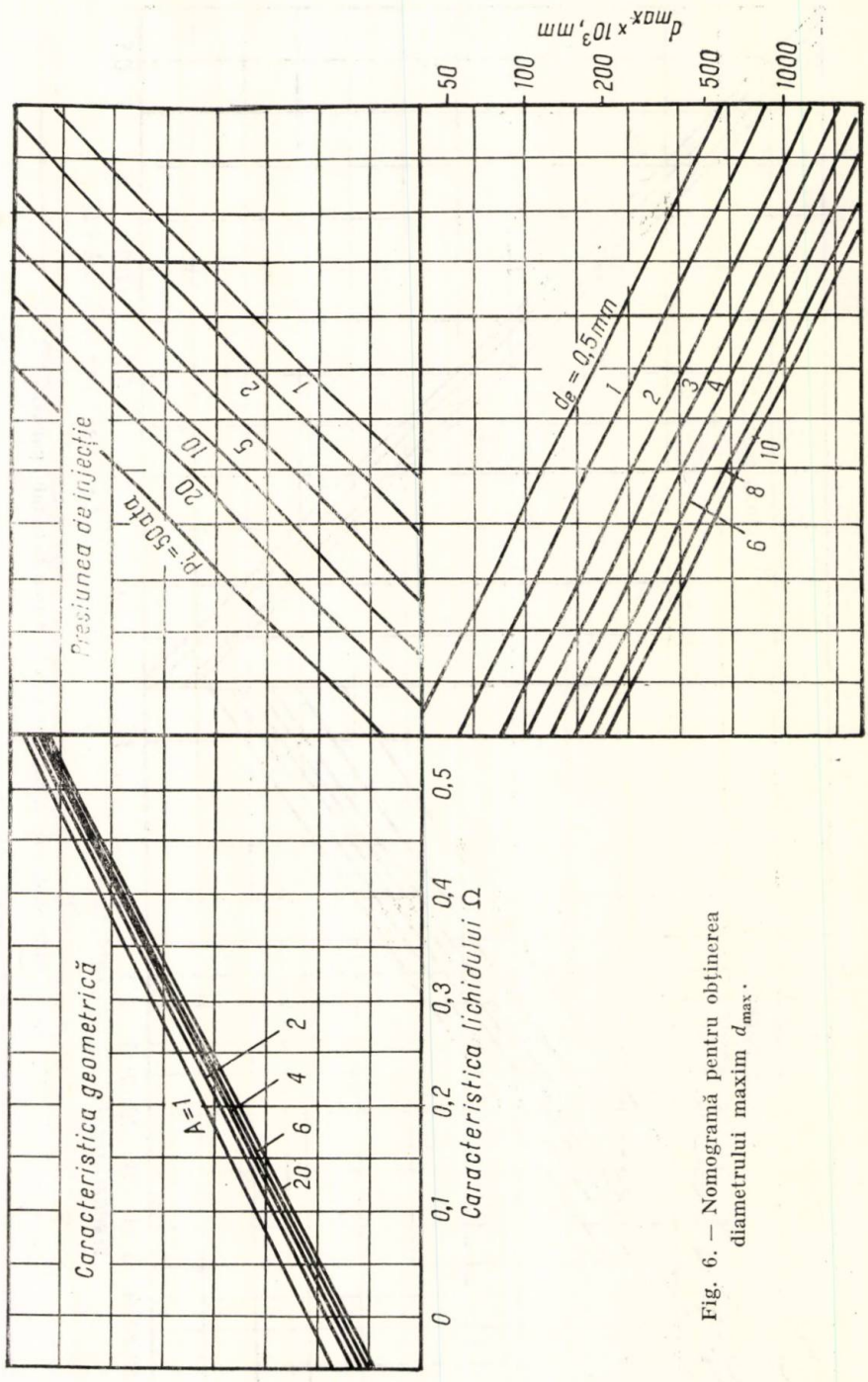


Fig. 6. — Nomogramă pentru obținerea diametrului maxim d_{max}.

4. CONCLUZII

Din comparaţia rezultatelor prezentate rezultă că există o bună concordanţă între datele teoretice obţinute prin calcul analitic şi rezultatele experimentale. Aceasta confirmă justeţea ipotezelor admise în ecuaţiile deduse şi arată că efectul interacţiunii dintre picăturile jetului pulverizat nu are importanţă mare asupra vitezei minime de cădere a picăturilor mari. De aceea, în situaţii similare cu cele prezentate în lucrare se propune pentru viteza V_m următoarea metodă de calcul:

— din relaţia (31) se obţine caracteristica geometrică a camerei de turbionare A;

— dîndu-se caracteristicile fizice μ', ρ şi σ ale lichidului pulverizat, din figura 5 se obţine mărimea Ω;

— cunoscîndu-se Ω, A şi presiunea de injecţie p_i, din figura 6 rezultă d_{max};

— din relaţia (15) se obţine viteza V_m, deoarece se cunoaşte d_{max}, iar caracteristicile fizice γ şi μ sînt date. În acest mod se obţine viteza minimă a picăturii de diametru maxim cu o eroare care în general este mai mică cu $\pm 10\%$ faţă de valoarea determinată experimental.

Ecuaţiile mişcării unei picături de lichid care se deplasează, întîmpinînd rezistenţa aerului, pe o traiectorie rectilinie şi verticală sînt date de relaţiile (13) şi (14). Aceste ecuaţii se pot considera valabile cu o aproximaţie acceptabilă şi pentru picăturile mari pulverizate de injectoarele cu cameră de turbionare numai de la o anumită distanţă de injector, astfel ca traiectoria picăturilor să fie practic rectilinie şi verticală.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Miesse, Jet Propulsion, **24**, *4*, 237—244 (1954).
2. V. V. Ghia, N. Lemneanu, C. Jianu, *Cercetări privind diametrul maxim al picăturilor la injectoarele turbionare cu retur*, St. cerc. energ. electr., **20**, *1*, 13—22 (1970).
3. H. Gebhardt, *Die Tropfengrössen bei Drallzerstänbung Maschinenbautechnik*, *1*, 37—39 (1959); *3*, 83—91 (1959).

ANALIZA FENOMENELOR DE SCHIMB DE CĂLDURĂ ŞI DE MASĂ ÎN PROCESUL USCĂRII CONVECTIVE FORŢATE PE BAZA INVESTIGĂRII EXPERIMENTALE A STRATULUI-LIMITĂ

DE

V. ŞOVA

621.369.2 : 536.25

Pe baza investigării experimentale a stratului limită hidrodinamic, termic şi de umiditate se face o analiză a fenomenelor de schimb de căldură şi de masă în prezenţa evaporării de pe suprafeţe libere plane în cazul particular al uscării lemnului, în condiţiile distribuţiei nestaţionare a cîmpului de temperatură şi de umiditate.

Cercetarea fenomenelor de schimb de căldură şi de masă care condiţionează uscarea este deosebit de actuală, fiind subordonată atît tendinţelor de reducere a duratei de uscare prin intensificarea procesului de evaporare a umidităţii, cît şi cerinţelor care se impun la alegerea şi la stabilirea, pe baza unor criterii raţionale, a principalelor elemente constructive şi funcţionale ale uscătoarelor industriale. Soluţionarea acestor cerinţe majore presupune însă elucidarea particularităţilor mecanismului de transfer care caracterizează aceste procese, necesitînd în acest scop investigaţii de ordin teoretic şi experimental, cu atît mai mult cu cît datele existente ce încadrează acest domeniu sînt relativ reduse.

Fenomenele de schimb de căldură şi de masă de pe suprafeţe libere ale corpurilor supuse uscării convective-forţate sînt recunoscute ca fiind deosebit de complexe, determinate atît de interacţiunea diferitelor forme de transfer molecular ce se manifestă simultan la suprafaţa de evaporare (de impuls, de căldură prin conductivitate termică şi de masă prin difuzie), cît şi de particularităţile mecanismului de transfer din interiorul materialului, care, la rîndul lor, va influenţa intensitatea acestor forme de transfer la suprafaţa de separaţie aer-material, şi proprietăţile higrofizice ale materialului.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 305–320, 1971

Avînd în vedere că în procesul uscării convective-forţate ale corpurilor umede aceste forme de transfer se limitează în domeniul straturilor de aer limitrofe suprafeţelor de evaporare, investigarea cîmpului de viteză, de temperatură şi de umiditate în aceste straturi devine hotărîtoare pentru analiza mecanismului complex al schimbului de căldură şi de masă, prezente simultan în aceste procese.

În acest articol sînt prezentate, pe baza analizei rezultatelor obţinute din investigarea experimentală a stratului-limită hidrodinamic, termic şi de umiditate, principalele caracteristici care condiţionează schimbul de căldură şi de masă în cazul particular al uscării lemnului cu suprafeţe plane, rezultate ce se impun a fi extinse şi în cazul uscării altor materiale cu structură coloidală, capilară-poroasă.

NOTAŢII PRINCIPALE

a — coeficient de difuzivitate termică;
a' — coeficient de difuzivitate a umidităţii;
A — aria suprafeţei;
c — căldura specifică;
D — coeficient de difuzie;
I_q — densitatea fluxului de căldură;
I_1 — densitatea fluxului de masă;
l — dimensiunea geometrică determinantă,
p — presiunea;
r — căldura de vaporizare;
t — temperatura;
$u, \overline{u}$ — umiditatea materialului, respectiv umiditatea medie raportată la partea uscată;
V — volumul;
w — viteza curentului de aer;
α — coeficient de transfer de căldură;
β_p — coeficient de transfer de substanţă;
δ — coeficientul gradientului de temperatură (de termodifuzie);
δ — grosimea stratului-limită;
$\varepsilon = \frac{dU_\Phi}{dU}$ — coeficientul transformării de fază;
ν — viscozitate cinematică;
λ — coeficient de conductivitate termică;
λ' — coeficient de conductivitate a masei vaporilor;
τ — timpul;
φ — umiditatea relativă a aerului.

INDICI

1 — vapori;
x — direcţia curentului de aer sau a fluxului;
y — direcţia normală la suprafaţa de evaporare;
a — mediul ambiant;
s — suprafaţa de evaporare;

INVARIANȚI

$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}$ — invariantul termic a lui Nusselt;

$\mathrm{Nu}' = \frac{\beta_p l}{\lambda'}$ — invariantul lui Nusselt pentru transferul de masă;

$\mathrm{Re} = \frac{wl}{\nu}$ — invariantul lui Reynolds.

1. ANALIZA FORMELOR DE TRANSFER LA SUPRAFAȚA DE SEPARAȚIE IN PROCESUL USCĂRII CONVECTIVE

În condițiile mișcării forțate a aerului de-a lungul unei suprafețe de evaporare, cînd căldura necesară evaporării este luată din curentul de aer încălzit, în straturile de aer limitrofe suprafeței au loc trei forme de transfer molecular: de impuls, cunoscut sub denumirea de frecare interioară, de căldură prin conductivitate termică și de masă prin difuzia vaporilor degajați prin evaporarea umidității. Prezența simultană a acestor forme de transfer implică în același timp existența în straturile de aer limitrofe suprafeței de evaporare a unui cîmp de viteză, de temperatură și de concentrație a vaporilor care difuzează. Domeniul de existență a acestor trei cîmpuri poate fi pus în evidență analitic cu ajutorul ecuațiilor diferențiale ale termohidrodinamicii, sintetizate de Gröber [1] sub forma

$$(w, \mathrm{grad})w = \nu\nabla^2 w, \tag{1}$$

$$(w, \mathrm{grad}\ t) = a\,\nabla^2 t, \tag{2}$$

$$(w, \mathrm{grad}\ \rho_1) = D\nabla^2\rho_1. \tag{3}$$

Soluțiile ecuațiilor diferențiale (1)—(3), ținînd seama de condițiile de contur, pot da cîmpurile de viteză, de temperatură și de concentrație în aceste straturi. Deoarece în procesul uscării convective temperatura și conținutul de umiditate al materialului, deci și al straturilor sale superficiale, se modifică în timp, în mod corespunzător se va modifica și cîmpurile celor trei mărimi. Variația temperaturii și a umidității materialului la suprafața de separație se poate obține din rezolvarea simultană a sistemului de ecuații diferențiale

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a'\nabla^2 u + a'\delta\nabla^2 t, \tag{4}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \varepsilon\frac{r}{c}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau}. \tag{5}$$

În cazul plăcilor infinite de grosime $2R$, cînd intensitatea schimbului de căldură şi de masă pe ambele feţe este aceeaşi, se pot scrie următoarele condiţii de unicitate.

— condiţii iniţiale (la $\tau = 0$):

$$u(x, 0) = u_0(x) = \bar{u}_0 = \text{const}, \tag{6}$$

$$t(x, 0) = t_0(x) = \bar{t}_0 = \text{const}; \tag{7}$$

— condiţii de simetrie:

$$\frac{\partial u(0, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x}; \tag{8}$$

— condiţii la limită:

$$a' \rho_0 (\nabla u)_s + a' \rho_0 \delta (\nabla t)_s + I_1(\tau) = 0, \tag{9}$$

$$-\lambda (\nabla t)_s + \alpha (t_a - t(R, \tau)) - r(1 - \varepsilon) I_1(\tau) = 0. \tag{10}$$

Soluţiile ecuaţiilor (4) şi (5), cu luarea în consideraţie a condiţiilor de unicitate (6)—(10), sînt hotărîtoare pentru evidenţierea distribuţiei cîmpului nestaţionar de viteză, de temperatură şi de umiditate în stratul-limită, conform cu soluţiile ecuaţiilor (1)—(3). Formularea teoretică a acestor trei cîmpuri, care stă la baza determinării fluxurilor celor trei forme de transfer: de impuls, de căldură şi de masă, nu pot căpăta însă o concretizare practică datorită complexităţilor de ordin matematic care intervin pentru determinarea reală a acestor cîmpuri.

Din acest motiv, investigarea experimentală a distribuţiei cîmpului de viteză, de temperatură şi de umiditate în stratul-limită rămîne practic metoda cea mai sigură.

2. METODICA ŞI INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

În scopul investigării experimentale a distribuţiei cîmpului de viteză, de temperatură şi de umiditate în stratul-limită în cazul uscării convective a corpurilor cu suprafeţe plane, s-a proiectat şi s-a realizat în laboratorul de termotehnică din cadrul Institutului politehnic din Braşov o instalaţie experimentală adecvată acestor măsurători. Instalaţia permite totodată realizarea parametrilor agentului de uscare într-un domeniu de lucru cuprinzător, reproducînd astfel caracteristicile funcţionale ale uscătoarelor întîlnite în practica uscării diferitelor materiale.

Vederea de ansamblu a instalaţiei experimentale este prezentată în figura 1. Ea este alcătuită dintr-o tabulatură metalică anticorozivă de secţiune dreptunghiulară izolată termic, care formează prin asamblare un tunel aerodinamic. La partea superioară se află tronsonul de lucru al instalaţiei, prevăzută cu o uşă de vizitare şi de observare.

Circulaţia aerului în tunel este asigurată de un ventilator centrifugal, montat în ramificaţia inferioară a instalaţiei, iar reglarea vitezei acestuia de un şiber montat în racordul de aspiraţie al ventilatorului.

Încălzirea aerului s-a realizat cu ajutorul unei rezistenţe electrice montate după ventilator, în faţa tronsonului de lucru. Menţinerea constantă

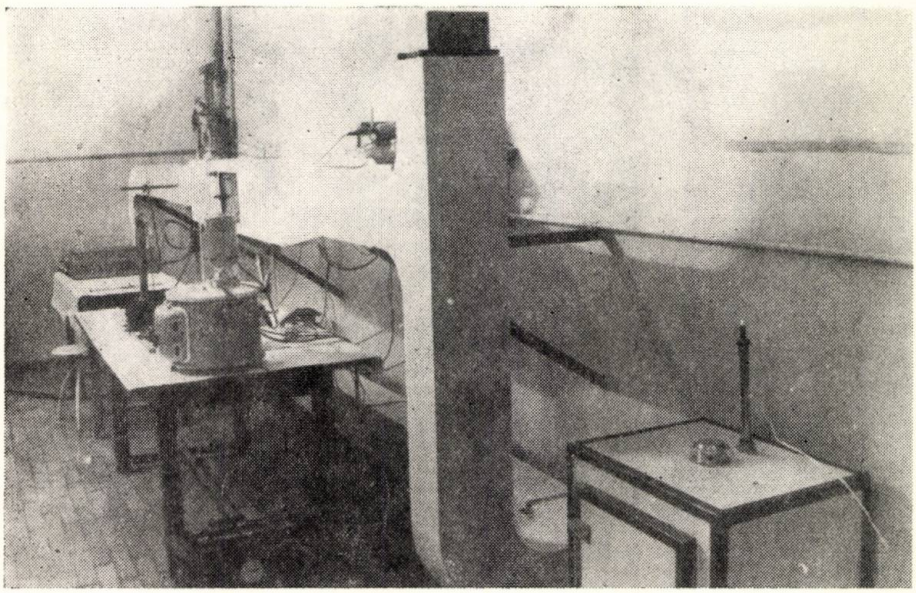


Fig. 1. — Ansamblul instalaţiei experimentale.

a temperaturii aerului în timpul funcţionării a fost asigurată de un sistem de reglare automat.

Umidificarea aerului s-a efectuat prin injectarea emulsiei de abur şi apă în curentul de aer, iar reglarea fină a umidităţii acestuia cu ajutorul şiberelor montate în coloana de evacuare şi de aspiraţie a aerului.

Pentru măsurarea simultană (sau succesivă) a vitezei, temperaturii şi umidităţii aerului în stratul-limită, precum şi a temperaturii suprafeţei probelor, s-a realizat un termopsihroanemometru, a cărei vedere de montaj în trosonul de lucru a instalaţiei, împreună cu dispozitivul-suport care permite deplasarea pe verticală şi măsurabilă a suprafeţei plane de evaporare a probei în stratul-limită, se poate urmări în figura 2. Instalaţia a fost prevăzută cu un echipament de măsură suplimentar pentru verificarea indicaţiilor termopsihroanemometrului în timpul experimentărilor. Precizia măsurătorilor cu ajutorul termopsihroanemometrului a comportat etalonări prealabile, stabilindu-se pentru mărimile măsurate erorile relative maxime, care nu au depăşit $\pm 0{,}2\%$ în cazul temperaturii, umidităţii aerului, precum şi al grosimii stratului-limită, şi $\pm 7\%$ în cazul vitezei aerului.

Măsurarea variaţiei masei probelor de material în timpul uscării s-a făcut prin cîntărirea periodică a acestora la intervale de timp prestabilite.

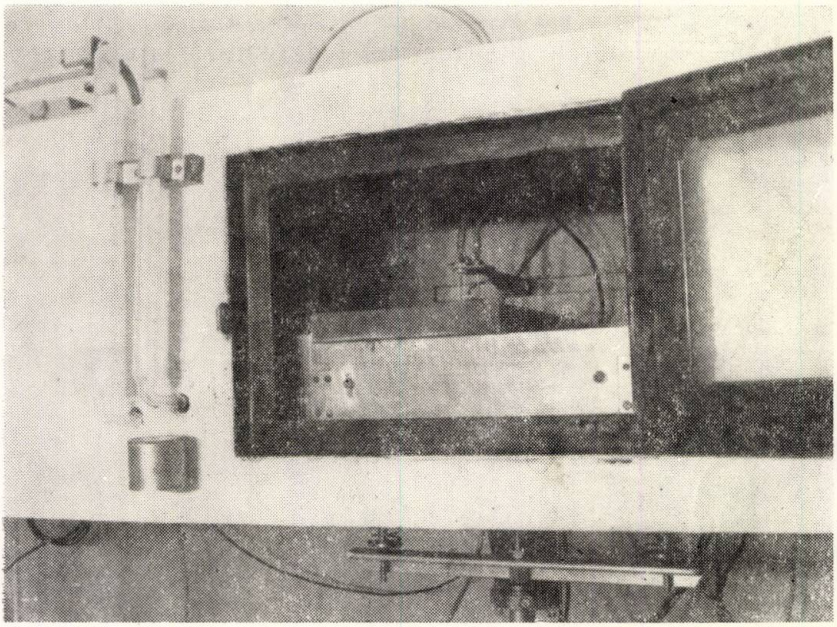


Fig. 2. — Vedere de montaj a termopsihroanemometrului şi a dispozitivului suport în tronsonul de lucru al instalaţiei.

3. REZULTATELE EXPERIMENTALE

Examinarea schimbului de căldură şi de masă de pe suprafeţele libere plane de evaporare în procesul uscării convective pe baza investigării experimentale a stratului-limită s-a făcut pe probe de lemn din specie de fag confecţionate sub formă de plăci, debitate radial în raport cu suprafeţele principale de evaporare, iar suprafeţele marginale ale acestora au fost izolate faţă de agentul exterior ca o răşină de policondensare pe bază de uree-formaldehidă. În aceste condiţii, fluxul de căldură şi de masă în interiorul epruvetelor corespunde în principal cu direcţia tangenţială la inelele anuale ale lemnului.

3.1. Investigarea cîmpului de viteză în stratul-limită

Evidenţierea cîmpului de viteză în stratul-limită în prezenţa evaporării umidităţii de pe suprafeţele libere ale epruvetelor a comportat măsurători de viteze în stratul-limită hidrodinamic la trei epruvete de lemn cu dimensiunile de 243 ×200 ×20 mm şi cu umidităţi diferite, în condiţiile menţinerii constante a parametrilor aerului. Măsurătorile au

fost efectuate în planul median al probelor la distanţe diferite, pe direcţia curentului de aer.

Cu ajutorul datelor obţinute s-a reprezentat în figura 3 distribuţia cîmpului de viteză la distanţele $x = 25$, 45, 70 şi 100 mm. Se observă

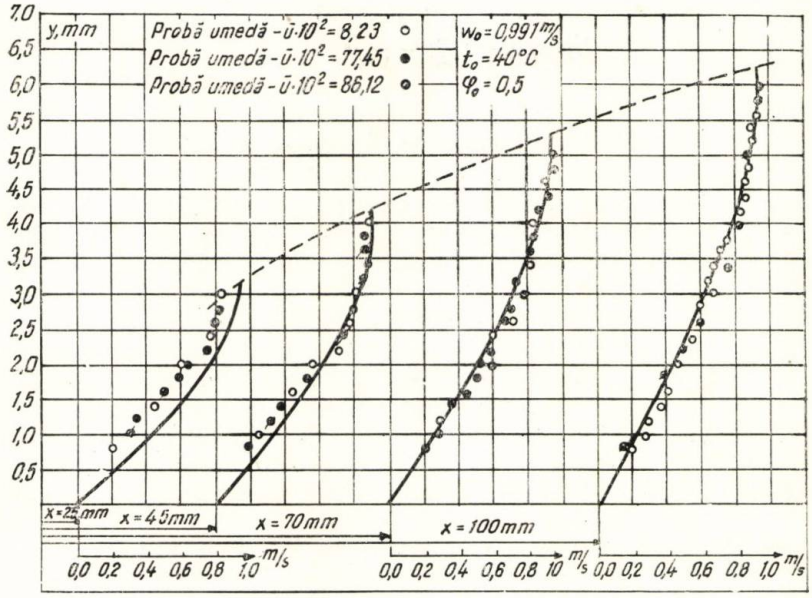


Fig. 3. — Distribuţia cîmpului de viteză în stratul-limită.

gruparea compactă a punctelor reprezentative pentru cele trei probe experimentate. Deoarece umidităţile iniţiale ale epruvetelor au fost diferite, iar epruveta cu umiditatea $\bar{u}\cdot10^2 = 8{,}23$ este aproximativ egală cu umiditatea de echilibru a lemnului ($\bar{u}_e\cdot10^2 = 8{,}5$), nefiind astfel supusă schimbului de masă, rezultă că prezenţa evaporării umidităţii de pe suprafaţa liberă a acestora în cazul mişcării forţate a aerului nu influenţează distribuţia cîmpului de viteză în stratul-limită. Prin urmare, influenţa vitezei curentului de aer asupra schimbului de căldură şi de masă este independentă de conţinutul de umiditate al materialului.

Dacă se compară distribuţia cîmpului de viteză experimental cu distribuţia cîmpului de viteză a stratului laminar în cazul mişcării plane-permanente, determinat cu relaţiile

$$\frac{w_x}{w_a} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_{w(x)}}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_{w(x)}}\right)^3, \tag{11}$$

unde

$$\delta_{w(x)} = 4{,}64\sqrt{\frac{\nu x}{w_a}}, \tag{12}$$

relaţii ce se obţin din ecuaţia cantităţii de mişcare a stratului-limită laminar după metoda Kármán [2] (linia continuă), se observă o bună concordanţă între cele două distribuţii la distanţe $x > 45$ mm, de unde se poate considera începutul stabilizării regimului laminar al stratului-limită. Abaterea distribuţiei cîmpului de viteză de la regimul stratului-limită laminar pentru $x < 45$ mm se explică prin caracterul turbulent al mişcării aerului, determinat de rezistenţa opusă acestuia de către suprafaţa frontală a probelor.

3.2. Investigarea cîmpului de temperatură în stratul-limită

Pentru investigarea cîmpului de temperatură în stratul-limită în prezenţa evaporării umidităţii s-au folosit epruvete cu dimensiunile de 243 ×150 ×20 mm şi cu umiditatea iniţială cuprinsă între 50 şi 60%. Măsurătorile au fost efectuate în planul median al probelor la distanţa $x = 75$ mm. Concomitent cu măsurarea temperaturii aerului în stratul-limită s-a măsurat şi temperatura suprafeţei probei. De asemenea s-a determinat şi variaţia umidităţii evaporate prin cîntărirea periodică a probelor.

În figura 4 s-a reprezentat curbele cinetice de temperatură în stratul-limită $t = f(\tau)$ la diferite distanţe y de suprafaţa de evaporare, precum şi curba cinetică de uscare $\bar{u} \cdot 10^2 = f(\tau)$, în coordonate corespunzătoare, în condiţiile menţinerii parametrilor aerului la valorile $t_a = 69{,}5°C$, $\varphi_a = 0{,}48$ şi $w_a = 1{,}735$ m/s.

Din figura 4 se vede că temperatura în orice punct al stratului-limită ca şi temperatura suprafeţei materialului (la $y = 0$) cresc continuu. Numai la începutul procesului temperatura suprafeţei corpului se apropie de temperatura de saturaţie adiabată a aerului (t_{um}), ea continuînd să crească atît în perioada vitezei constante de uscare $\left(\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \text{const}\right)$, cît şi în cea a vitezei descrescătoare $\left(\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \text{var}\right)$, apropiindu-se asimptotic de temperatura aerului (t_a). Prin urmare, existenţa perioadei vitezei constante de uscare — nu poate servi drept criteriu pentru identificarea procesului de uscare din această perioadă cu procesul de evaporare a lichidului de pe suprafeţe libere, cum se consideră de obicei [4]. Numai în cazul egalităţii temperaturii suprafeţei corpului cu a suprafeţei libere de evaporare a lichidului, intensitatea uscării s-ar putea identifica cu intensitatea evaporării.

Cu ajutorul graficului 4 s-a reprezentat în figura 5 curbele de distribuţie ale cîmpului de temperatură în coordonate $t - y$ în diferite momente τ ale procesului de uscare.

Se observă că în apropierea suprafeţei distribuţia temperaturii este liniară. Prin urmare, transferul de căldură (ca şi transferul de masă, care poate influenţa distribuţia cîmpului de temperatură) are loc în principal pe cale moleculară prin conducţie (respectiv prin difuzie). Pe măsura îndepărtării de suprafaţă, curbele de distribuţie ale temperaturii variază neliniar, apropiindu-se asimptotic de temperatura aerului (t_a); deci transferul molecular este înlocuit cu cel molar, care treptat se intensifică şi rămîne pînă la urmă singurul mod de transfer în curentul de aer turbulent.

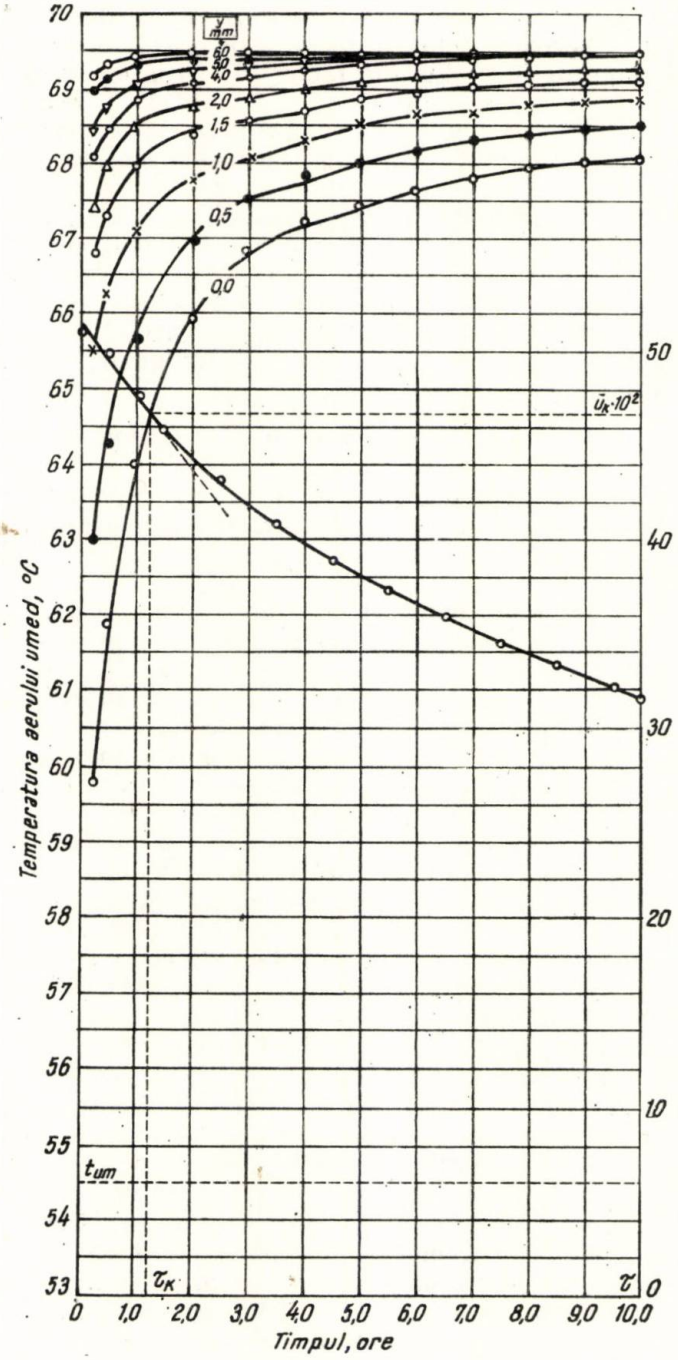


Fig. 4. — Distribuția cîmpului cinetic de temperatură în stratul-limită și curba cinetică de uscare.

Deosebit de importantă pentru analiza procesului de schimb de căldură interfaţă aer-corp umed este variaţia grosimii convenţionale a stratului-limită termic (introdusă de Lîkov [5]) în procesul uscării, determinată grafic de mărimea segmentului δ_t, obţinut prin prelungirea segmentului liniar (corespunzătoare transferului molecular) al curbelor $t = f(y)$ pînă intersectează orizontala corespunzătoare temperaturii aerului (t_a).

Pe figura 5 s-a reprezentat variaţia grosimii convenţionale a stratului-limită termic în funcţie de timp, $\delta_t = f(\tau)$, în coordonate corespunzătoare. Se observă că, în perioada vitezei constante de uscare, grosimea convenţională a stratului-limită termic rămîne practic constantă ($\delta_t = 1{,}53$mm), ca apoi, începînd cu timpul τ_k corespunzător începutului perioadei vitezei descrescătoare de uscare, să crească aproximativ liniar.

3.3. Investigarea cîmpului de umiditate în stratul-limită

Deoarece investigarea cîmpului de umiditate în stratul-limită, nu poate fi separată de cel al cîmpului de temperatură, măsurătorile de umiditate a aerului s-au făcut simultan cu măsurătorile din stratul-limită termic.

În figura 6 s-a reprezentat curbele de distribuţie ale cîmpului de umiditate în diferite momente de timp τ în coordonate $\varphi - y$. Din acest grafic rezultă că umiditatea aerului, atît la suprafaţa probei ($y = 0$), cît şi în celelalte puncte ale cîmpului din apropierea suprafeţei acesteia, scade pe măsura desfăşurării procesului de uscare. Se poate admite că, numai în momentul iniţial (la $\tau = 0$) şi pentru $y = 0$, umiditatea relativă a aerului se apropie de valoarea 1,0. Rezultă de aici că evaporarea umidităţii în prima perioadă a procesului corespunzătoare perioadei vitezei constante de uscare are loc nu la suprafaţa materialului, aşa cum se consideră în prezent, chiar la regimuri relativ „moi" de uscare. Dacă evaporarea ar fi avut loc la suprafaţa materialului, atunci, la menţinerea constantă a intensităţii de uscare, umiditatea aerului ar fi trebuit să fie egală cu 1,0 şi să rămînă constantă pe toată perioada vitezei constante de uscare, iar temperatura suprafeţei materialului să fi rămas constantă şi egală cu temperatura termometrului umed.

Din analiza graficelor 5 şi 6 a reieşit că atît temperatura, cît şi umiditatea aerului la suprafaţa materialului s-a modificat continuu. Ca urmare, în perioada în care intensitatea uscării rămîne constantă, suprafaţa de evaporare se adînceşte treptat în straturile superficiale ale materialului corespunzător umidităţii aerului $\varphi = 1{,}0$. Asemenea observaţii au fost evidenţiate şi de Miheev (citat de Lîkov [5]) la uscarea plăcilor de ghips.

Din figura 6 se mai observă, ca şi în cazul distribuţiei cîmpului de temperatură, liniaritatea curbelor de distribuţie ale umidităţii aerului în apropierea suprafeţei materialului a căror înclinare se modifică cu creşterea duratei procesului de uscare, iar pe măsura îndepărtării de suprafaţă aceste curbe se apropie asimptotic de umiditatea aerului φ_a.

Determinarea grafică a grosimii convenţionale a stratului-limită de umiditate δ_φ, obţinut prin prelungirea segmentului liniar ale curbelor $y = f(\varphi)$ pînă intersectează orizontala corespunzătoare umidităţii aerului

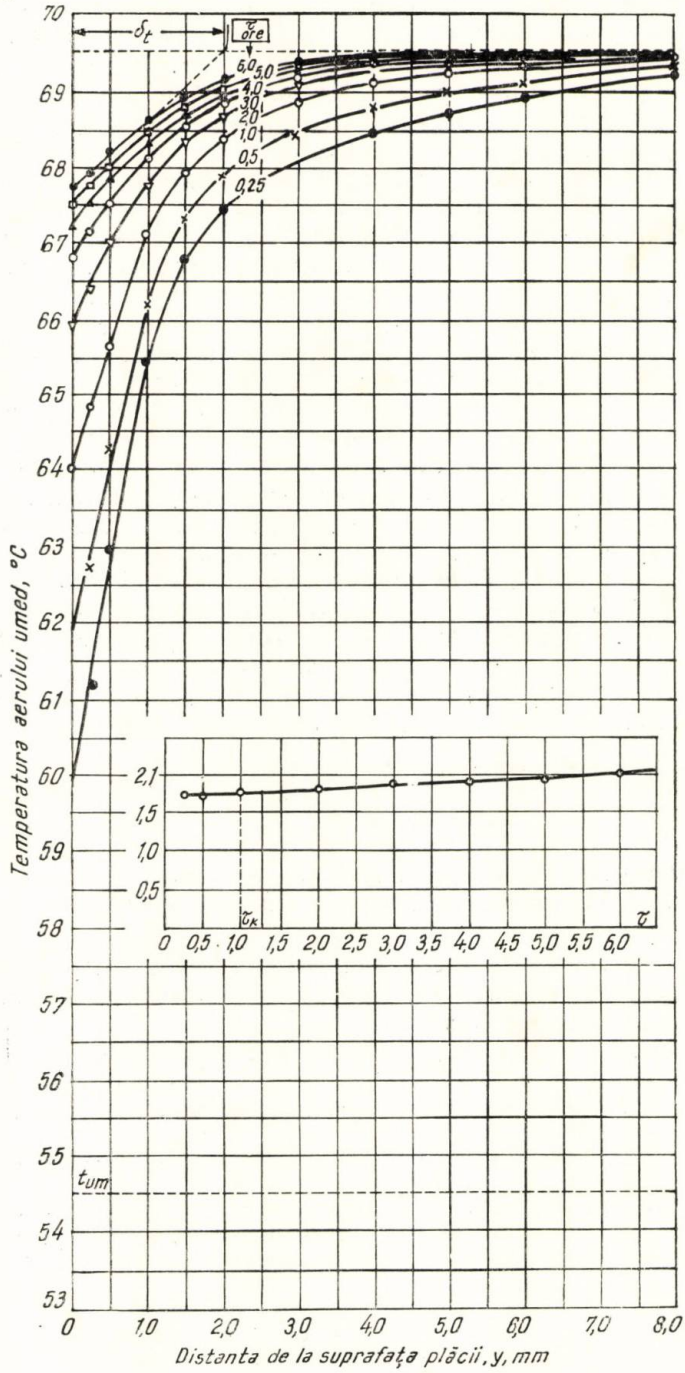


Fig. 5. — Distribuția cîmpului de temperatură în stratul-limită și variația grosimii convenționale a stratului-limită termic în funcție de timp.

φ_a, a permis reprezentarea în figura 6 a variaţiei grosimii δ_φ în timpul procesului de uscare. Se observă că, în perioada vitezei constante de uscare, δ_φ rămîne practic constantă, ca apoi, începînd cu timpul τ_k, să crească aproximativ liniar. Se evidenţiază astfel similitudinea dintre schimbul de căldură şi cel de masă în procesele de uscare.

Curbele de distribuţie ale umidităţii aerului, reprezentate în figura 6, permit determinarea adîncirii zonelor de evaporare în interiorul materialului în timpul desfăşurării procesului de uscare, ţinînd seama de faptul că umiditatea relativă a aerului la suprafaţa de evaporare trebuie să fie egal cu 1,0. Prin urmare, dacă se prelungeşte segmentul liniar al curbelor de distribuţie a umidităţii aerului din stratul-limită în interiorul corpului pînă intersectează dreapta orizontală corespunzătoare lui $\varphi = 1{,}0$ (linia întreruptă), se obţin zonele de amplasare a suprafeţei de evaporare în diferite momente ale procesului de uscare. Se observă din figura 6, unde s-a reprezentat adîncirea zonelor de evaporare în funcţie de timp ($h = f(\tau)$), că în perioada vitezei descrescătoare de uscare adîncirea zonelor de evaporare este mai intensă decît în perioada vitezei constante de uscare.

Determinarea în acest mod a adîncirii zonelor de evaporare rămîne totuşi aproximativă, însă suficient de edificatoare, deoarece panta segmentului liniar a curbelor $\varphi = f(y)$ din stratul-limită şi din interiorul materialului este diferită, deoarece coeficienţii de conductivitate a umidităţii în interiorul materialului şi în afara acestuia sînt diferiţi. De altfel această metodă se foloseşte frecvent în teoria transmiterii căldurii prin conducţie, atunci cînd tangenta la curba de distribuţie a temperaturii corpului în apropierea suprafeţei acestuia se continuă în exterior pînă intersectează linia de temperatură constantă a mediului ambiant în vederea determinării stratului convenţional $\delta = \frac{\lambda}{\alpha}$.

4. ANALIZA MECANISMULUI PROCESULUI DE SCHIMB DE CĂLDURĂ ŞI DE MASĂ INTERFAŢĂ AER-CORP UMED ÎN TIMPUL USCĂRII

Pe baza investigaţiilor experimentale efectuate în stratul limită se va examina particularităţile schimbului de căldură şi de umiditate în cazul particular al uscării lemnului.

Din figura 6 a reieşit că, pe măsura desfăşurării procesului de uscare, zonele de evaporare se adîncesc în straturile superficiale ale materialului. Constanţa intensităţii uscării în prima perioadă a procesului, cînd $\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \text{const}$, concomitent cu deplasarea zonelor de evaporare în interiorul materialului se poate explica prin mărirea coeficientului de conductivitate a umidităţii (λ'). O examinare sumară a acestui proces se poate face scriind într-o primă aproximaţie relaţia (vezi şi relaţiile (15) şi (17))

$$I_1 = \frac{\lambda'_\varphi}{\delta_\varphi + h}(\varphi_{as} - \varphi_a). \tag{13}$$

În perioada vitezei constante de uscare, δ_φ este constantă, însă considerabil mai mare decît h. Creşterea însă a numitorului $(\delta_\varphi + h)$ pe

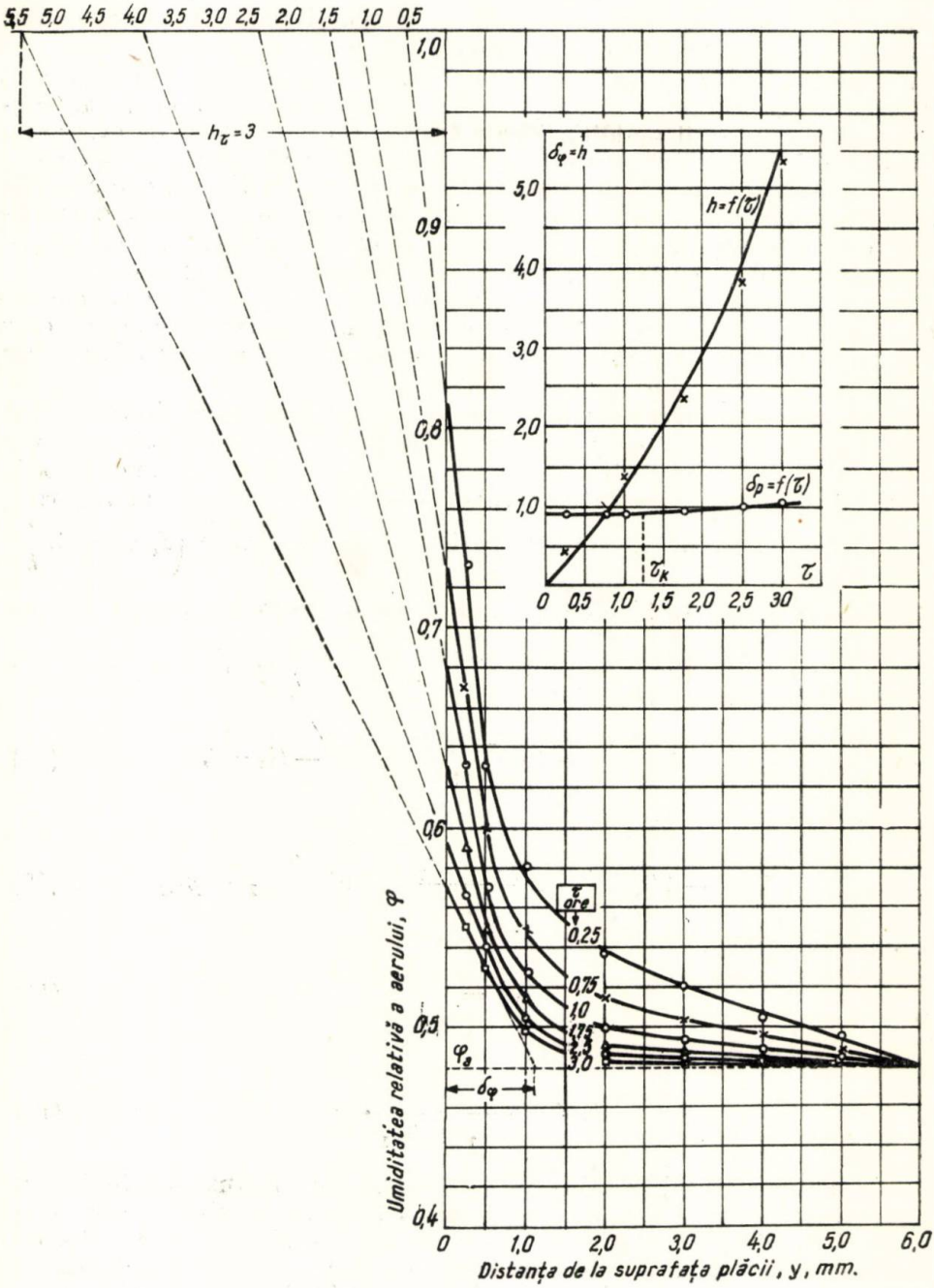


Fig. 6. — Distribuţia cîmpului de umiditate în stratul-limită şi variaţia grosimii convenţionale a stratului-limită de umiditate şi a adîncirii suprafeţei de evaporare în funcţie de timp.

seama creşterii lui h trebuie să fie compensată, pentru ca I_1 să rămînă constant, prin creşterea coeficientului conductivităţii masei vaporilor (λ'_φ). În perioada vitezei descrescătoare de uscare, δ_φ creşte concomitent cu creşterea mai sensibilă a lui h, prin urmare numitorul creşte mai mult decît numărătorul, iar ca rezultat intensitatea uscării se va micşora. Creşterea conductivităţii umidităţii pe măsura adîncirii zonelor de evaporare în straturile superficiale ale materialului se explică pe seama înlocuirii treptate a mecanismului de transfer al vaporilor prin difuzie, caracteristic stratului-limită, cu efuzia moleculară din straturile superficiale ale lemnului, unde frecvenţa razelor medulare cu diametrul comparabil cu liberul parcurs al moleculelor ($r<10^{-5}$ cm) pe suprafeţele probelor este deosebit de mare [3]. Aşadar, în procesele de uscare, schimbul de căldură şi de masă întrece frontierea dintre suprafaţa materialului şi curentul de aer cu care vine în contact, fiind mai complex decît procesul de evaporare a lichidului de pe suprafeţe libere.

Cu ajutorul curbelor de distribuţie ale temperaturii şi ale umidităţii în stratul-limită (fig. 5 şi 6) se poate determina nemijlocit mărimea invariantului Nusselt pentru transferul de căldură şi de masă al vaporilor. Admiţînd că legile transferului molecular de căldură şi de masă al vaporilor prin difuzie în stratul-limită convenţional sînt satisfăcute $\left(I_q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right.$ şi, respectiv, $\left. I_1 = -\lambda' \frac{\partial p_1}{\partial y}\right)$, ceea ce implică în cazul constanţei coeficienţilor λ şi λ' o distribuţie liniară a temperaturii şi a umidităţii, şi ţinînd seama că $p_1 = \varphi p_{1s}$, se poate scrie

$$I_q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial_y} = -\lambda \frac{t_a - t_s}{\delta_t} = -\mathrm{Nu}\,\frac{\lambda}{l}(t_a - t_s), \tag{14}$$

respectiv

$$I_1 = -\lambda' \frac{\partial p_1}{\partial y} = \lambda' \frac{p_{1s} - p_1}{\delta p_1} = \mathrm{Nu}'\,\frac{\lambda'}{l}(p_{1s} - p_1), \tag{15}$$

de unde se obţine

$$\mathrm{Nu} = \frac{l}{\delta_t} \tag{16}$$

şi

$$\mathrm{Nu}' = \frac{l}{\delta p_1} = \frac{l}{\delta p_1}. \tag{17}$$

Din ecuaţiile (16) şi (17) rezultă că invariantul lui Nusselt este invers proporţional cu grosimea convenţională a stratului-limită termic, respectiv de umiditate. Variaţia invariantului Nu şi Nu' în funcţie de umiditatea materialului este prezentată în figura 7. Se observă că în prima perioadă de uscare invariantul Nu şi Nu' este constant şi se micşorează în a doua perioadă, o dată cu reducerea umidităţii materialului sub valoarea sa critică. De asemenea se observă că invariantul lui Nusselt pentru transferul de masă Nu' este considerabil mai mare decît invariantul

termic a lui Nusselt Nu (Nu′ = 1,87 Nu). O asemenea diferenţă nu se observă la evaporarea apei de pe suprafeţe libere. În aceleaşi condiţii, după formulele lui Nesterenko [7] propuse pentru calculul lui Nu şi Nu′ în condiţiile evaporării apei de pe suprafeţe libere, Nu′ = 1,1 Nu. Prin urmare, diferenţa mare dintre Nu şi Nu′ este caracteristică procesului de

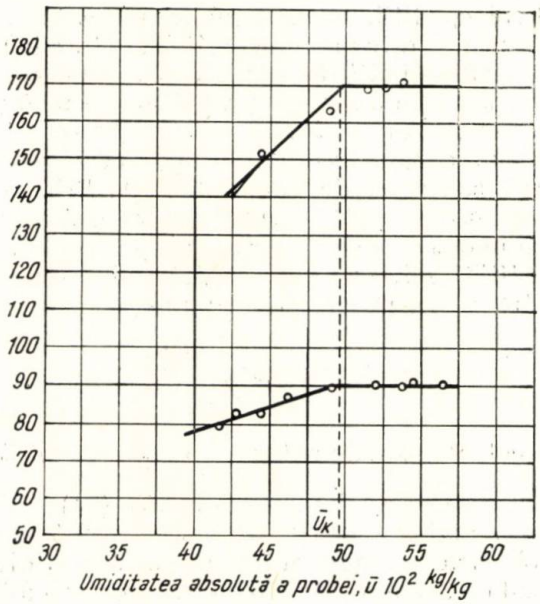


Fig. 7. — Variaţia invariantului Nu şi Nu′ în funcţie de umiditatea absolută medie a materialului.

uscare. Această diferenţă dintre Nu şi Nu′ se micşorează pe măsură ce umiditatea materialului scade sub valoarea sa critică. În timp ce Nu′ tinde către zero cînd umiditatea materialului tinde către valoarea umidităţii sale de echilibru, Nu tinde către valoarea corespunzătoare transferului „pur" de căldură. Dacă se adoptă pentru calculul lui Nu, în condiţiile transferului simplu de căldură, relaţia [6],

$$\mathrm{Nu} = 0{,}018\ \mathrm{Re}^{0{,}8}, \tag{18}$$

rezultă că la începutul procesului de uscare invariantul termic a lui Nusselt în prezenţa evaporării este aproximativ de două ori mai mare decît invariantul lui Nusselt pentru transferul simplu de căldură. Prin urmare, schimbul de masă contribuie la intensificarea schimbului de căldură.

Lebedev, citat de Lîkov [5], efectuînd cercetări asupra schimbului de căldură în procesul uscării lemnului, a evidenţiat dependenţa dintre invariantul termic a lui Nusselt de conţinutul de umiditate al acestuia, propunînd următoarele relaţii :

$$\mathrm{Nu}_{pc} = 0{,}5\left(\frac{T_a}{T_{um}}\right)^2 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}5}, \tag{19}$$

pentru perioada vitezei constante de uscare, şi

$$\mathrm{Nu}_{pd} = \mathrm{Nu}_{pc}\left(\frac{\bar{u}}{\bar{u}_k}\right)^{0,3}. \tag{20}$$

pentru perioada vitezei descrescătoare de uscare.

Pentru aceleaşi condiţii, invariantul termic a lui Nusselt, calculat după relaţiile lui Lebedev, este mai mic decît cel determinat după grosimea convenţională a stratului-limită termic. De exemplu, conform cu relaţia (19), Nu = 61,7, în timp ce după relaţia (16) Nu = 90,0 pentru perioada vitezei constante, iar pentru perioada vitezei descrescătoare, cînd umiditatea medie a materialului $\bar{u}\cdot 10^2 = 40 < 46{,}6 = \bar{u}_k\cdot 10^2$, invariantul termic a lui Nusselt se reduce de la 58,9 la 77,5. Prin urmare, diferenţa este mai mare în prima perioadă şi se reduce treptat cu micşorarea umidităţii materialului în cea de-a doua perioadă a procesului. Această abatere provine nu inexactităţii măsurătorilor, ci determinării densităţii fluxului de căldură de către Lebedev cu ajutorul relaţiei

$$I_q = rI_1 + c\rho_0 \frac{V(\tau)}{A(\tau)} \frac{d\bar{t}}{d\tau}. \tag{21}$$

ecuaţie legată de calculul suplimentar $\frac{d\bar{t}}{d\tau}$, care implică erori sensibile. De asemenea la determinarea lui Nu după relaţia (14) coeficientul de conductivitate termică λ luat din tabele corespunde strict numai mecanismului de transfer a căldurii în amestecul de aer şi vapori din stratul-limită. Cum însă în procesul uscării mecanismul de transfer prin difuzie a vaporilor se interferează cu curentul molecular prin efuzie, o dată cu deplasarea suprafeţei de evaporare în straturile superficiale ale materialului valoarea coeficientului λ va fi, la rîndul său, influenţat şi va diferi de cel adoptat de Lebedev.

Faptul că mecanismul de transfer molecular interfaţă aer-corp umed în procesul uscării capătă un alt sens fizic, diferit de mecanismul interfaţă aer-lichid în condiţiile cîmpului nestaţionar de temperatură al materialului, determinarea invariantului Nusselt după grosimea convenţională a stratului-limită rămîne metoda cea mai sigură.

BIBLIOGRAFIE

1. Gröber, H., Erk, S., *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung*, ed. 3, Berlin (Göttingen)—Heidelberg, Springer-Verlag, 1963.
2. Kármán, Th. v., *Über laminare und turbulente Reibung*, Z. Angew. Math. Mec. **1** (1921).
3. Kolmann, F., *Technologie des Holzes und Holzwerkstoffe*, ed. 2, vol. I., Berlin (Göttingen)— Heidelberg, Springer-Verlag, 1951.
4. Krecetov, I. V., *Uscarea lemnului*, vol. I (trad. din l. rusă), Comitetul de Stat pentru Tehnică (I.D.T.), 1949.
5. Lîkov, A. V., *Teplo-i massoobmen v professah suşchi.*, Moskva, Gosudarstvenoe energeticeskoe izdatelstvo, 1956.
6. Nerescu, I., Constantinescu, P., *Probleme de termotehnică*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1960.
7. Nesterenko, A. V., *Teplo-i massoobmen pri isparenia jidkosti svobodnîi poverhnosti*, J.T.F., **24** (1954).

MODEL AL PROCESELOR DIN MOTORUL DIESEL FOARTE ÎNALT SUPRAALIMENTAT

DE

C. A. VASILESCU

621.433

Se prezintă o metodă de calcul a unui ciclu semireal de motor diesel înalt supraalimentat care admite cunoscută forma geometrică a caracteristicii de degajare a căldurii. Cu această metodă se poate determina influenţa asupra performanţelor motorului a următorilor parametri : presiune de supraalimentare p_s, coeficient al excesului de aer α, raport volumetric de comprimare ε, începutul procesului de ardere θ_i, durata procesului de ardere θ_a, tipul răcirii intermediare, forma geometrică a caracteristicei de degajare a căldurii, raportul dintre valoarea presiunii de evacuare şi cea de supraalimentare. Ecuaţiile care descriu în principal determinarea variaţiei presiunii în timpul procesului de ardere sînt explicitate pentru a fi integrate pe calculatoare.

Supraalimentarea înaltă reprezintă o cale modernă de dezvoltare a motoarelor diesel; prin supraalimentare, o dată cu presiunea de supraalimentare, creşte aproape proporţional (cel puţin pentru valorile azi uzuale) puterea pe litru de cilindree a motorului. În acelaşi timp însă se manifestă o mărire a solicitărilor mecanice şi termice, o reducere a randamentului intern al grupului compresor, o amplificare a gabaritului instalaţiilor de răcire intermediară a aerului comprimat [1], elemente care limitează valoarea presiunii de supraalimentare.

O cale folosită azi pentru a frîna tendinţa de creştere a solicitărilor mecanice, o constituie limitarea presiunii maxime din cilindru. Acest lucru conduce la modificări ale caracteristicii de degajare a căldurii şi, în consecinţă, la modificarea randamentului, a regimului termic al motorului, a energiei utile disponibile în gazele de evacuare etc.

Apare important de cunoscut pentru perspectiva dezvoltării supraalimentării înalte măsura în care se poate limita presiunea maximă prin modificarea caracteristicii de degajare a căldurii sau alte reglaje ale motorului pe măsură ce presiunea de supraalimentare creşte la valori mari şi foarte mari.

Pentru a cuprinde o gamă largă de parametri variabili şi a extinde cît mai mult domeniul de presiuni de supraalimentare, se poate folosi

un calcul termic de ciclu, în care caz, pentru a obține rezultate de interes, este necesar să se utilizeze un ciclu de lucru cît mai apropiat de cel real.

Scopul articolului de față este să prezinte și să discute un model al proceselor din motorul diesel foarte înalt supraalimentat; se dau și unele rezultate obținute prin aplicarea modelului propus.

1. Examinarea stadiului problemei urmărește depistarea modelelor cunoscute și stabilirea nivelului de supraalimentare realizat pînă în prezent.

Studii ale variației unui parametru asupra performanțelor motorului pe baza analizei unor cicluri teoretice au fost prezentate în ultimul timp, printre alții, de Pflaum și colaboratori [2] și Vasilescu și colaboratori [3], [4], investigîndu-se un domeniu destul de larg al presiunii de supraalimentare; natura ciclului folosit nu permite o mulțumitoare examinare a limitării presiunii maxime.

Un pas important în această direcție îl constituie studiul efectuat de Lyn [5], care, pentru motoare diesel cu aspirație naturală, a examinat corelarea dintre performanțele motorului și caracteristica de degajare a căldurii. Lyn admite mai multe tipuri de forme simple de caracteristici de degajare a căldurii și examinează efectul formei, duratei dezvoltării căldurii și modificarea unor parametri constructivi și funcționali asupra variației presiunii și temperaturii în cilindru, ca și asupra valorii randamentului. Indicînd drept criteriu al aprecierii calității caracteristicii de degajare a căldurii valoarea presiunii maxime și viteza de creștere a presiunii, Lyn stabilește drept optim al formei geometrice a caracteristicii vitezei de degajare a căldurii forma triunghiulară simetrică. Cercetările sale nu au cuprins domeniul motoarelor supraalimentate.

Woschni [6] cercetează influența caracteristicii de degajare a căldurii asupra modului în care variază presiunea și încărcarea termică a motorului. Studiul este efectuat admițîndu-se diferit forma geometrică triunghiulară a caracteristicii vitezei de degajare a căldurii; cercetarea, deși se referă la motoare supraalimentate, nu are un caracter sistematic. În articol se citează lucrarea lui Volodin [7], care tratează aspecte ale influenței caracteristicii de degajare a căldurii asupra presiunii gazelor de ardere din motor.

Aramă și colaboratori [8] analizează un model fizico-matematic al arderii în motorul cu aprindere prin comprimare, care urmărește să țină seama de neomogenitatea fizică a amestecului aer-combustibil, de neomogenitatea termică a fluidului motor în timpul procesului și de neomogenitatea chimică a substanțelor reactante în decursul arderii.

Borman și colaboratori [9] discută în spirit critic problemele care apar la conceperea modelelor proceselor din motoarele cu ardere internă.

Aceste contribuții nu au referiri speciale la motoarele cu aprindere prin comprimare înalt supraalimentate.

Pornind de la unele date ale lui Portnov [10] și recalculînd datele experimentale publicate de acesta, s-au obținut caracteristicile vitezei de degajare a căldurii prezentate în figura 1, din care se observă că la motoarele diesel supraalimentate caracteristica vitezei de degajare a căldurii poate fi asimilată cu un triunghiu asimetric, viteza maximă de degajare a căldurii obținîndu-se în prima parte a procesului de ardere. Se observă de asemenea că, pe măsură ce presiunea de supraalimentare crește, se mărește zona de viteză redusă a degajării căldurii și crește durata arderii.

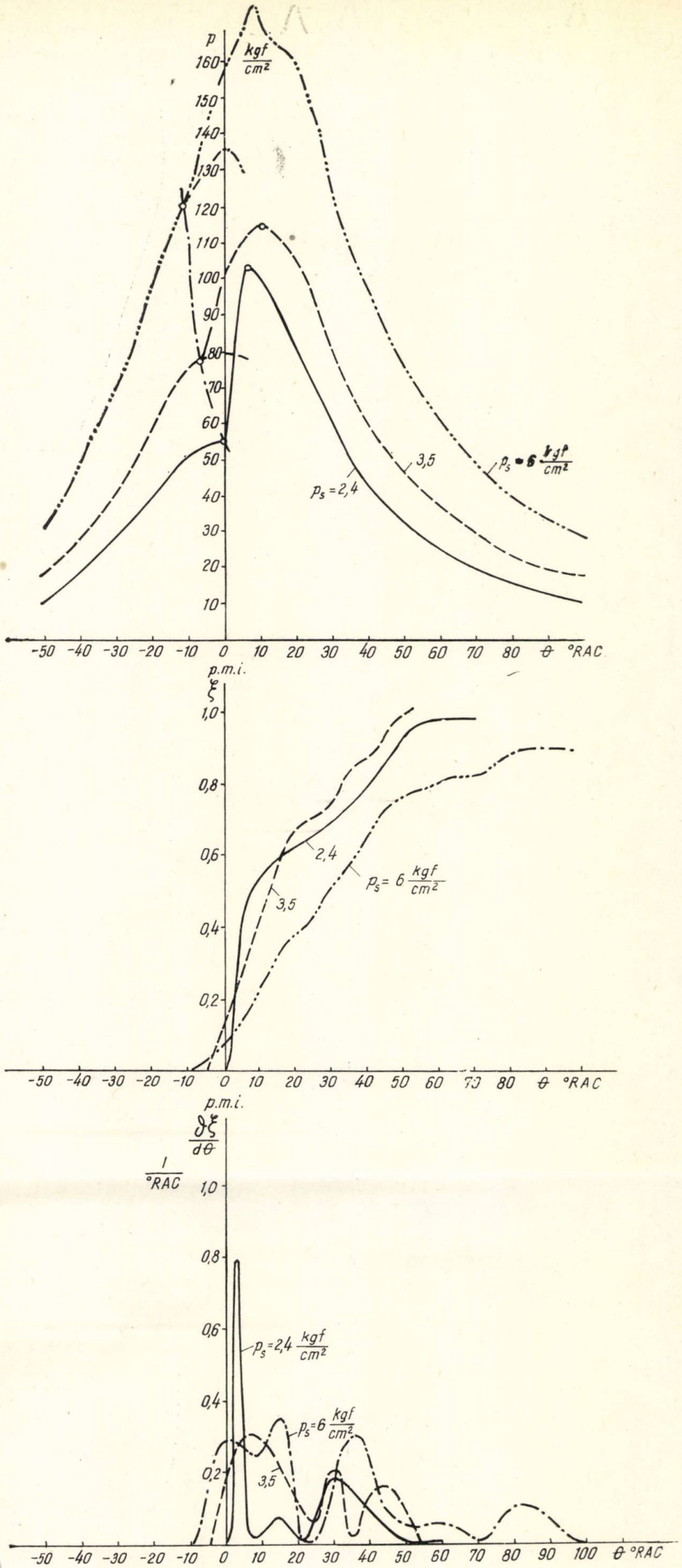
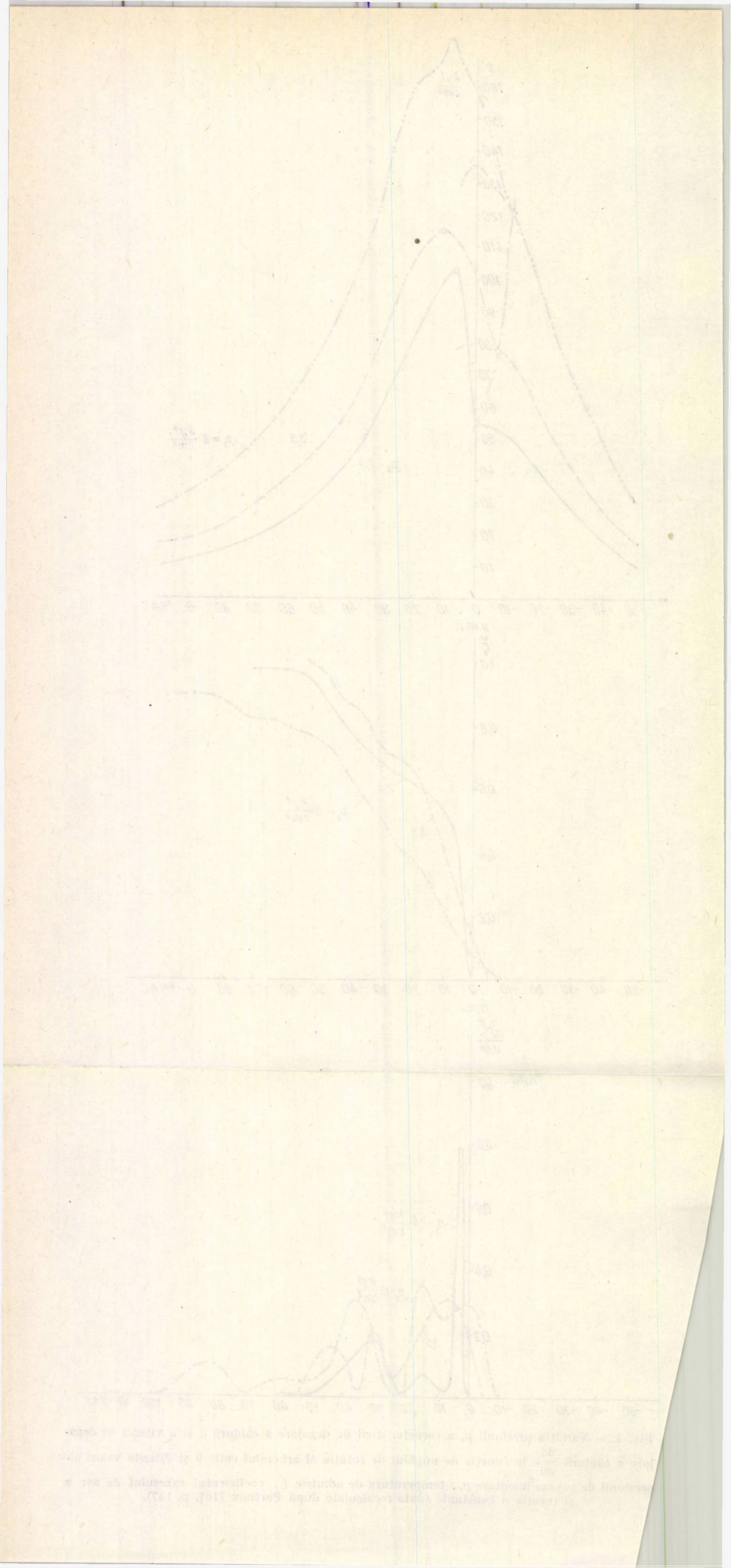


Fig. 1. — Variația presiunii p, a caracteristicii de degajare a căldurii ξ și a vitezei de degajare a căldurii $\frac{d\xi}{d\theta}$, în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ și diferite valori ale presiunii de supraalimentare p_s, temperatura de admisie t_s, coeficientul excesului de aer α și turația n constante (date recalculate după Portnov [10], p. 137).



Ca limita superioară a valorii presiunii de supraalimentare se poate vorbi azi de $p_s = 4 - 4{,}5$ kgf/cm² [1], [11]; se cunosc tipuri de motoare rapide de putere mijlocie, care sînt curent utilizate la presiuni de supraalimentare $p_s = 3 - 3{,}5$ kgf/cm² [12].

Examinarea stadiului problemei arată că apare utilă o cercetare sistematică a dependenței dintre presiunea de supraalimentare, caracteristica de degajare a căldurii și diferiți parametri ai motorului în condițiile limitării presiunii maxime din cilindru. Importanța problemei rezidă din faptul că este de bănuit că limitarea presiunii maxime va afecta forma caracteristicii vitezei de degajare a căldurii și va solicita în final condiții noi de realizare a amestecului, o caracteristică de injecție modificată.

2. Modelul propus urmărește efectuarea calculelor cu ajutorul unei mașini de calcul. Se apreciază global procesele de pe evoluția de comprimare și de destindere, folosind pentru descrierea acestor evoluții expresia politropei gazului perfect (cu exponentul politropic $k_c = 1{,}35$ pentru evoluția de comprimare și $k_d = 1{,}276$ pentru evoluția de destindere). Procesul de ardere este calculat analitic, dîndu-se caracteristica de degajare a căldurii (prin forma geometrică a caracteristicii vitezei de degajare a căldurii); se ține seama de procesul de disociere și de schimbul de căldură. Se consideră că gazele satisfac ecuația caracteristică a gazelor perfecte. Se neglijează variația molară a substanței în procesul de ardere. Nu se iau în considerare procesele reale de pe evoluția de schimbare a încărcăturii, evoluțiile de admisiune și de evacuare forțată aproximîndu-se cu izobare. Scăparea se consideră ca o evoluție la volum constant.

Ca urmare a calculării proceselor după acest model, se obține un ciclu semireal de motor cu aprindere prin comprimare, caracterizat de o tratare mai atentă a procesului de ardere.

3. Notațiile principale folosite în continuare sînt următoarele:

D	[m]	— diametrul alezajului cilindrului;
L	[kgf.m]	— lucrul mecanic;
n	[rot/min]	— turația motorului;
N	[kmol]	— cantitatea de substanță;
p	[kgf/cm²]	— presiune;
p_s	[kgf/cm²]	— presiunea de supraalimentare;
Q	[kcal]	— căldură;
S	[m]	— cursa pistonului;
T	[°K]	— temperatură;
U	[kcal]	— energie internă;
V	[m³]	— volum;
w_{mp}	[m/s]	— viteza medie a pistonului;
x	[m]	— deplasarea pistonului;
α	[—]	— coeficientul excesului de aer;
τ	[h]	— timp;
θ	[°RAC]	— unghiul de rotire al arborelui cotit.

4. Pe evoluția de ardere se integrează expresia primului principiu al termodinamicii:

$$\frac{dU}{d\theta} = \frac{dQ}{d\theta} - A\frac{dL}{d\theta}. \qquad (1)$$

În continuare, în vederea efectuării calculelor pe mașini de calcul se explicitează toți termenii variabili în funcție de temperatura T.

4.1. Termenul care exprimă variația energiei interne se poate calcula cu relația

$$dU = \sum N_i \mathcal{C}_{v_i} dT. \tag{2}$$

(N fiind numărul de kilomoli de substanță), unde valorile căldurilor specifice molare la volum constant $\mathcal{C}_v$ sînt:

— pentru aer,

$$\mathcal{C}_{v_{aer}} = 5{,}462 + 0{,}55 \cdot 10^{-3} T; \tag{3}$$

— pentru azot,

$$\mathcal{C}_{v_{N_2}} = 5{,}299 + 0{,}60.10^{-3} T; \tag{4}$$

— pentru bioxid de carbon,

$$\mathcal{C}_{v_{CO_2}} = 10{,}381 + 0{,}85.10^{-3} T; \tag{5}$$

— pentru vapori de apă,

$$\mathcal{C}_{v_{H_2O}} = 6{,}335 + 1{,}75 \; . \; 10^{-3} T, \tag{6}$$

iar compoziția gazelor de ardere, care rezultă din arderea a 1 kilomol de ceten $C_{16}H_{32}$ (hidrocarbură cu care s-a asimilat motorina) cu aer la diferite valori ale coeficientului excesului de aer α, este

$$16\,CO_2 + 16\,H_2O + 90{,}24\,N_2 + 114{,}24 \cdot (\alpha - 1)\ \text{aer}, \tag{7}$$

adică $8 + 114{,}24 \cdot \alpha$ kilomoli.

Rezultă participația molară n_i:

$$\begin{aligned} n_{CO_2} &= \frac{16}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha}, \\ n_{H_2O} &= \frac{16}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha}, \\ n_{N_2} &= \frac{90{,}24}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha}, \\ n_{aer} &= \frac{114{,}24 \cdot (\alpha - 1)}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha}. \end{aligned} \tag{8}$$

Numărul de kilomoli N_{CO_2}, N_{H_2O}, N_{N_2}, N_{aer} din fiecare compus aflați în gazele din cilindru este dat de relația

$$N_i = N_0 n_i, \tag{9}$$

unde N_0, numărul total de kilomoli de gaze de ardere aflate în cilindru, rezultă din aplicarea ecuației caracteristice de stare a gazelor perfecte în punctul de început al evoluției, punct cunoscut (începutul arderii):

$$N_0 = \frac{P_0 V_0}{848 \cdot T_0} 10^4. \tag{10}$$

Cu relațiile (3) — (6) și (8) — (10), variația energiei interne se poate scrie

$$\begin{aligned} \frac{dU}{d\theta} = \frac{p_0 V_0}{848 \cdot T_0} 10^4 \Bigg[& \frac{16}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha} (10{,}381 + 0{,}85.10^{-3} T) + \\ & + \frac{16}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha} (6{,}335 + 1{,}75 \cdot 10^{-3} T) + \\ & + \frac{90{,}24}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha} (5{,}299 + 0{,}60 \cdot 10^{-3} T) + \\ & + \frac{114{,}24 \cdot (\alpha - 1)}{8 + 114{,}24 \cdot \alpha} (5{,}462 + 0.55 \cdot 10^{-3} T) \Bigg] \frac{dT}{d\theta}. \end{aligned} \tag{11}$$

În expresia (11), precizia de aproximare a realității depinde de exactitatea cu care relațiile (3) — (6) exprimă variația căldurilor specifice cu temperatura. În figura 2 se prezintă variația reală a căldurilor specifice și dreptele (considerate de autor) care le aproximează. Aproximarea liniară a valorilor căldurilor specifice este obișnuit pentru aer și azot (vezi formulele lui Kelley sau Langen), în schimb nu se întîlnește la bioxid de carbon și apă, relațiile uzuale (Kelley, Shilling și Partington [15]) dînd polinoame de ordinul doi în funcție de temperatură.

O creștere a ordinului polinomului nu este justificată, chiar cînd calculele se execută pe mașini de calcul, decît în măsura în care eroarea introdusă de aproximația liniară este mare. Deși, în anumite domenii, diferența dintre căldura specifică reală și cea calculată de autor pentru fiecare gaz în parte este mai mare (fig. 2), totuși, ținînd seama de ponderea mare a gazelor biatomice în amestecul de gaze de ardere (gaze la care variația cu temperatura a căldurii specifice se aproximează mulțumitor cu o relație liniară), diferența dintre căldurile specifice ale amestecului apare mai redusă (fig. 3). Abaterea procentuală a căldurii specifice, aproximată cu o relație liniară față de cea reală, variază într-un domeniu larg de temperaturi între -3% și $+2\%$ (fig. 4), fiind în zona temperaturilor

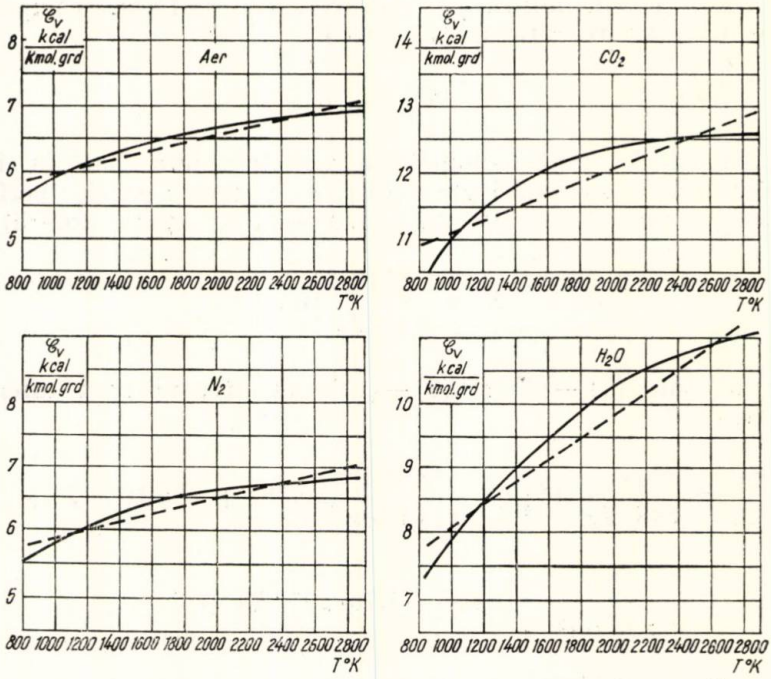


Fig. 2. — Variația căldurii molare specifice sub volum constant c_v cu temperatura T pentru diferite substanțe (date după [13] și [14]); linii continue — valori reale; linii întrerupte valori aproximate liniar.

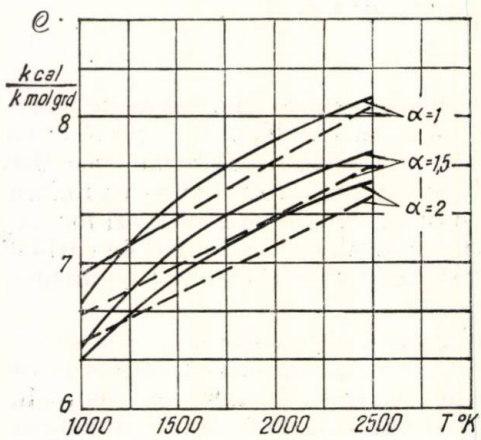


Fig. 3. — Variația cu temperatura T a căldurii specifice molare sub volum constant a amestecului de gaze de ardere c'_v pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α; linii pline — valori reale; linii întrerupte — valori aproximate cu o ecuație liniară.

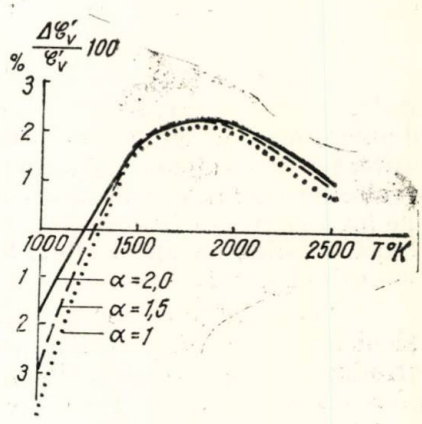


Fig. 4. Variația cu temperatura T a valorii procentuale a abaterii $\frac{\Delta c'_v}{c'_v}$ 100 a căldurii specifice molare sub volum constant reale față de cea stabilită cu o ecuație liniară pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α.

uzuale ale procesului de ardere practic constantă, egală cu +2% şi independentă de valoarea coeficientului excesului de aer. Considerîndu-se simplificarea rezultată pentru calcul, eroarea mică şi practic constantă, aproximarea liniară este acceptată de autor.

4.2. Termenul $\frac{dQ}{d\theta}$, schimbul de căldură, poate fi exprimat

$$\frac{dQ}{d\theta} = \frac{dQ_c}{d\theta} - \frac{dQ_d}{d\theta} - \frac{dQ_r}{d\theta}, \tag{12}$$

unde

dQ_c este căldura dezvoltată în procesul de ardere,
dQ_d — căldura mascată în procesul de disociere,
dQ_r — căldura evacuată în procesul de răcire.

4.2.1. Căldura dezvoltată în procesul de ardere depinde de caracteristica de viteză de degajare a căldurii admisă. Dacă se cunoaşte geometria acestei caracteristici, momentul de calcul θ_i şi intervalul de calcul $d\theta$ (fig. 5), atunci căldura dezvoltată este

$$dQ_{c_i} = \left(\frac{dQ_c}{d\theta}\right)_i d\theta$$

şi

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = \left(\frac{dQ_c}{d\theta}\right)_i. \tag{13}$$

4.2.2. Căldura mascată în procesul de disociere $-dQ_d$ depinde de cantitatea de produşi disociaţi. Dintre cele şase echilibre chimice ce se pot realiza între componenţii gazelor de ardere ale unei hidrocarburi şi a căror importanţă creşte cu temperatura, s-a reţinut pentru examinare echilibrul bioxidului de carbon cu oxidul de carbon şi al vaporilor de apă cu hidrogenul (echilibrul paralel al vaporilor de apă cu oxidrilul fiind echivalent ca efect termic). Compararea efectului termic al disocierii a 1 kilomol de gaz la diferite presiuni şi temperaturi (date de calcul după Gayer [16]) arată contribuţia redusă a echilibrului apei (fig. 6). Cantitatea procentuală disociată dintr-un mol de bioxid de carbon şi un mol de vapori de apă aflată în gazele de ardere provenite din arderea cetenului la valori ale coeficientului excesului de aer $\alpha = 1{,}5$ rezultă din tabela 1 (valori pentru presiunea $p = 20$ kgf/cm^2).

Tabela 1

T°K	CO %	H_2 %
1 500	0,016	0,014
2 000	1,142	0,412
2 500	10,42	3,12
3 000	40,6	12,1

Se face observația că în considerațiile de mai sus s-au calculat separat echilibrele chimice, ele influențîndu-se de fapt. Ca urmare a celor arătate, s-a considerat în continuare în calcule numai echilibrul bioxidul de carbon cu oxidul de carbon. Modificarea numărului de kilomoli din gazele de

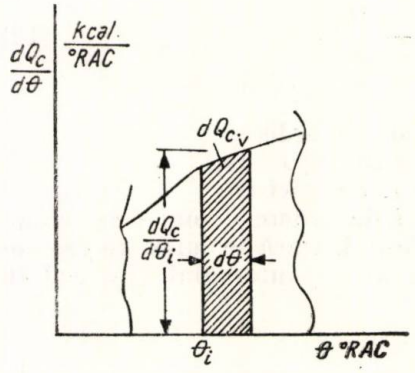


Fig. 5. — Calculul căldurii elementare dezvoltate în procesul de ardere dQ_c cunoscîndu-se caracteristica vitezei de degajare a căldurii $\left(\frac{dQ_c}{d\theta}\right)$ în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

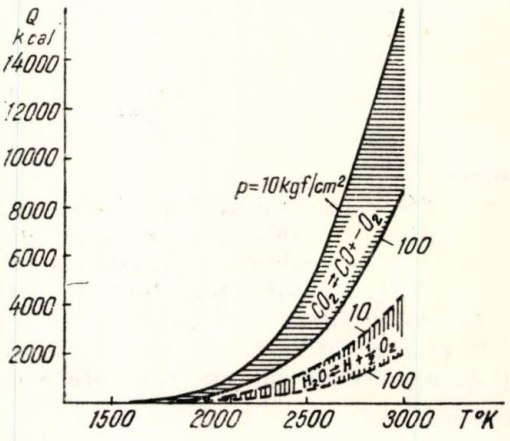


Fig. 6. — Căldura mascată prin disocierea a 1 kmol de bioxid de carbon și de vapori de apă la diverse temperaturi T în intervalul de presiuni $p = 10 \ldots 100$ kgf/cm²

ardere ΔN ca urmare a disocierii este neînsemnată (tabela 2, calculată pentru $\alpha = 1{,}5$ și $p = 20$ kgf/cm²), astfel că se va neglija în calcule acest efect.

Tabela 2

T °K	N %
1 500	0,000713
2 000	0,0508
2 500	0,455
3 000	1,78

Legea maselor scrisă pentru echilibrul bioxidului de carbon are expresia

$$K_{p_{CO}} \sqrt{\frac{p}{n}} = \frac{1-r}{r\left(\frac{1}{2}r\right)^{\frac{1}{2}}}, \qquad (14)$$

unde r exprimă cantitatea de oxid de carbon formată dintr-un mol de bioxid de carbon.

Considerîndu-se r mic în relaţia

$$K_{p_{CO}}^2 \frac{p}{N} = \frac{2(1-r)^2}{r^3},$$

rezultă

$$r = \sqrt[3]{\frac{2}{K_{p_{CO}}^2} \frac{N}{p}}$$

sau

$$r = r' \sqrt[3]{\frac{N}{p}}, \tag{15}$$

unde r' reprezintă cantitatea de oxid de carbon produsă din disocierea a 1 mol de bioxid de carbon la presiunea $p = 1$ kgf/cm² şi cînd numărul total de kilomoli este $N = 1 + \frac{1}{2} r \simeq 1$.

În vederea integrării ecuaţiei care dă valoarea căldurii mascată prin disociere, $-\mathrm{d}Q_a$, se exprimă în funcţie de temperatură cantitatea r' disociată; se foloseşte ecuaţia

$$r' = 10^{-7} \cdot (T - 1400)^2. \tag{16}$$

Ecuaţia simplă stabilită de noi aproximează mulţumitor variaţia reală a cantităţii disociate în intervalul de temperaturi $T = 1400 \cdots 2600$°K

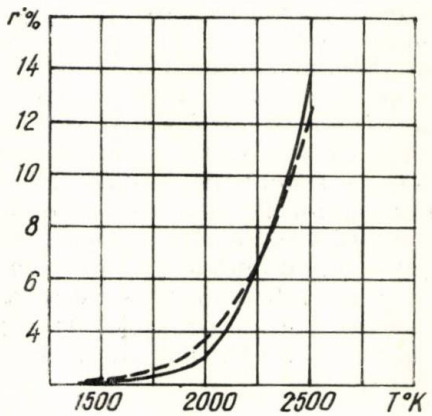


Fig. 7. — Variaţia cantităţii procentuale de oxid de carbon r' produs prin disocierea unui mol de bioxid de carbon în funcţie de temperatură la presiunea atmosferică $p = 1$ kgf/cm²; linie continuă — valori reale; linie întreruptă — valori aproximate cu ecuaţia (16).

(fig. 7); se va ţine seama că valorile reale ale cantităţilor disociate care scad cu presiunea ($p^{-\frac{1}{3}}$) vor duce la micşorarea în continuare a abaterilor.

Derivînd expresia (16) şi ţinînd seama că numărul total de kilomoli în amestecul de gaze este $8 + 114{,}24\alpha$ şi că în acest amestec există 16 kilo-

moli de bioxid de carbon, se poate scrie

$$-\mathrm{d}Q_d = -\frac{16\cdot 66690\cdot N_0}{8+114{,}24\cdot\alpha}\,\frac{1}{2}\,10^{-7}\cdot(T-1400)\,\mathrm{d}T\sqrt{\frac{8+114{,}24\cdot\alpha}{16\cdot p}},$$

unde $Q_{CO} = 66\,690$ kcal/kmol reprezintă căldura de reacție a oxidului de carbon cînd arde, transformîndu-se în bioxid de carbon. Ținînd seama că $p = \frac{848\,N_0 T}{V}10^{-4}$, unde V, volumul cilindrului în momentul respectiv, și N_0, numărul de kilomoli de gaz, sînt cunoscuți, se poate scrie în final

$$-\frac{\mathrm{d}Q_d}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{0{,}048}{8+114{,}24\cdot\alpha}(T-1400)\sqrt[3]{\frac{8+114{,}24\cdot\alpha}{N_0 T}\,V}\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\theta}. \qquad (17)$$

4.2.3. Termenul care exprimă cantitatea de căldură evacuată prin răcire, $-\frac{\mathrm{d}Q_r}{\mathrm{d}\theta}$, se poate descompune în

$$-\frac{\mathrm{d}Q_r}{\mathrm{d}\theta} = -\frac{\mathrm{d}Q_{rch}}{\mathrm{d}\theta} - \frac{\mathrm{d}Q_{rp}}{\mathrm{d}\theta} - \frac{\mathrm{d}Q_{rc}}{\mathrm{d}\theta}, \qquad (18)$$

unde

$-\mathrm{d}Q_{rch}$ este căldura schimbată prin suprafața chiulasei,
$-\mathrm{d}Q_{rp}$ — căldura schimbată prin suprafața pistonului,
$-\mathrm{d}Q_{rc}$ — căldura schimbată prin suprafața cilindrului.

Calculul schimbului de căldură ridică problema valorii coeficientului de convecție de la gazele de ardere la perete și de la perete la fluidul răcitor (apă în zona cilindrului și a chiulasei și ulei în zona pistonului; se presupune răcirea pistonului cu ulei). Pentru coeficientul de schimb de căldură dintre gazele de ardere și suprafața camerei de ardere există o serie de relații deduse experimental și avînd și o bază teoretică. Woschni [17] face o analiză a acestor relații și arată valabilitatea lor limitată. Rezultă că în calculele de schimb de căldură vor apărea, prin insuficienta cunoaștere a mecanismului de convecție, o serie de valori aproximative. Pentru modelul de față s-au ales formulele de schimb de căldură ale lui Pflaum [18], care țin seama de influența supraalimentării și diferențiază căldura transmisă la peretele cilindrului de cea transmisă către piston și către chiulasă.

Coeficientul de convecție de la gazele de ardere la peretele chiulasei și al pistonului este dat de relația [18]

$$\alpha_{gch} = \alpha_{gp} = (pT)^{\frac{1}{2}}\,[6{,}2 - 5{,}2\cdot 5{,}7^{-(0{,}1\cdot w_{mp})^2} + 0{,}025\cdot w_{mp}]\,2{,}3\cdot p_s^{0{,}25}$$

și cu

$$p = \frac{848\cdot N_0 T}{V}10^{-4}$$

rezultă

$$\alpha_{gch} = \alpha_{gp} = 0{,}667 \cdot T \sqrt{\frac{N_0}{V}} [6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-(0{,}1 \cdot w_{mp})^2} + 0{,}025 \cdot w_{mp}] p_s^{0{,}25}, \qquad (19)$$

iar coeficientul de convecţie de la gazele de ardere la peretele cilindrului este dat de relaţia [18]

$$\alpha_c = (pT)^{\frac{1}{2}} [6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-(0{,}1 \cdot w_{mp})^2} + 0{,}025 \cdot w_{mp}] 0{,}8 \cdot p_s^{\frac{2}{3}},$$

deci

$$\alpha_c = 0{,}232 \cdot T \sqrt{\frac{N_0}{V}} [6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-(0{,}1 \cdot w_{mp})^2} + 0{,}025 . w_{mp}] p_s^{\frac{2}{3}}. \qquad (20)$$

Pentru expresia coeficientului de convecţie de la perete la lichidul răcitor se va folosi relaţia generală a convecţiei forţate; admiţînd valori uzuale la motoarele de transport feroviare pentru spaţiul de curgere şi pentru viteza de curgere a fluidului răcitor, se va lua coeficientul de convecţie către fluidul răcitor ca o valoare constantă:

$$\alpha_{rc} = \alpha_{rch} = 8000 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}$$

pentru apă şi

$$\alpha_p = 6900 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}$$

pentru transferul de căldură la ulei.

Cu acestea schimbul de căldură devine

$$-\frac{dQ_{rch}}{d\theta} = -$$

$$\frac{1}{\frac{1}{0{,}667 \cdot T \sqrt{\frac{N_0}{V}} [6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-(0{,}1 \cdot w_{mp})^2} + 0{,}025 \cdot w_{mp}] p_s^{0{,}25}} + \frac{\delta_{ch}}{45} + \frac{1}{8000}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\pi D^2}{4} (T - T_{ra}) \frac{1}{21\,600}, \qquad (21)$$

unde δ_{ch} [m] este grosimea peretelui chiulasei, T_{ra} în [°K] temperatura lichidului răcitor, iar $\frac{d\tau}{d\theta} = \frac{1}{60 \cdot 360 \cdot n}$ transformarea intervalului de timp

în grade de rotaţie ale arborelui cotit :

$$-\frac{dQ_{rp}}{d\theta} = -$$

$$-\frac{1}{\dfrac{1}{0{,}667 \cdot T\sqrt{\dfrac{N_0}{V}}\,[6{,}2-5{,}2\cdot 5{,}7^{-(0{,}1\cdot w_{mp})^2}+0{,}025\cdot w_{mp}]\,p_s^{0{,}25}}+\dfrac{\delta_p}{140}+\dfrac{1}{6\,900}}\cdot$$

$$\cdot\frac{\pi D^2}{4}(T-T_{ru})\frac{1}{21\,600}, \tag{22}$$

unde δ_p[m] este grosimea peretelui pistonului (considerat din aluminiu) pînă la spaţiul de răcire, iar T_{ru} [°K] temperatura uleiului răcitor :

$$-\frac{dQ_{rc}}{d\theta} = -$$

$$-\frac{1}{\dfrac{1}{0{,}232 \cdot T\sqrt{\dfrac{N_0}{V}}\,[6{,}2-5{,}2\cdot 5{,}7^{-(0{,}1\cdot w_{mp})^2}+0{,}025\cdot w_{mp}]}+\dfrac{\delta_c}{45}+\dfrac{1}{8\,000}}\cdot$$

$$\cdot\pi D(x_0+x)(T-T_{ra})\frac{1}{21\,600}, \tag{23}$$

unde δ_c[m] este grosimea peretelui cilindrului executat din oţel, x_0[m] înălţimea camerei de ardere, iar x[m] deplasarea instantanee a pistonului.

4.3. Schimbul de lucru mecanic $A\dfrac{dL}{d\theta}$ se calculează în ipoteza unei evoluţii reversibile cu expresia $Apd V$ cu

$$p = \frac{848\cdot N_0 T}{V}10^{-4}$$

şi

$$V = \frac{\pi D^2}{4}\frac{S}{2}\left[(1-\cos\theta)+\frac{1}{4\cdot\lambda_m}(1-\cos 2\theta)\right]+\frac{\pi D^2}{4}x$$

(unde λ_m este raportul dintre lungimea bielei şi a razei de manivelă), de unde

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{\pi D^2}{4}\frac{S}{2}\left[\sin\theta+\frac{1}{2\cdot\lambda_m}\sin 2\theta\right],$$

astfel că lucrul mecanic elementar devine

$$\frac{dL}{d\theta} = 1{,}56 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N_0 T}{V} D^2 S \left[\sin\theta + \frac{1}{2 \cdot \lambda_m} \sin 2\theta \right]. \qquad (24)$$

5. Integrarea expresiei (1), în care se explicitează fiecare element conform ecuațiilor (11), (12), (13), (17), (18), (21) —(24) se face de la momentul începutului procesului de ardere, cînd se cunosc unghiul de rotație al arborelui cotit θ_0, volumul V_0, presiunea p_0 și temperatura T_0. În expresia acestei ecuații apare cursa x și volumul V, care se pot calcula în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ. Ecuația astfel obținută permite calculul temperaturii T.

Odată cunoscută temperatura T, se determină presiunea din relația

$$p = \frac{848 \cdot N_0 T}{V} 10^{-4}. \qquad (25)$$

Cît timp $p \leqslant p_{max}$, o valoare aleasă pentru presiunea maximă, integrarea se continuă. În momentul în care s-a atins valoarea presiunii maxime, se modifică programul de integrare pentru a determina forma caracteristicii vitezei de degajare a căldurii care asigură limitarea presiunii; pentru aceasta se determină temperatura corespunzătoare:

$$T' = \frac{p_{max} V}{848 \cdot N_0} 10^4. \qquad (26)$$

Pentru această temperatură se stabilește dQ_c și valoarea $\left(\frac{dQ_c}{d\theta}\right)_i$, care asigură menținerea presiunii maxime.

În cazul în care chiar pentru $dQ_c = 0$ nu se poate satisface condiția (26), calculul se consideră ca nerealizabil; în aceeași situație sîntem dacă la sfîrșitul procesului de degajare a căldurii nu s-a consumat toată căldura Q_c.

Tot nerealizabil este calculul în situația în care, ca urmare a parametrilor aleși, presiunea la începutul integrării $p_0 > p_{max}$.

Calculele efectuate au arătat că ciclul determinat ca urmare al aplicării acestui model (fig. 8) satisface necesitățile analizei influenței presiunii înalte și foarte înalte de supraalimentare asupra performanțelor motorului.

6. Analizele ce se pot face cu acest model vizează următoarele aspecte:

— randamentul termic al motorului;

— variația presiunii și a temperaturii și consecințele în legătură cu încărcarea mecanică și termică a pistonului;

— energia din gazele de ardere și posibilitatea antrenării grupului de supraalimentare;

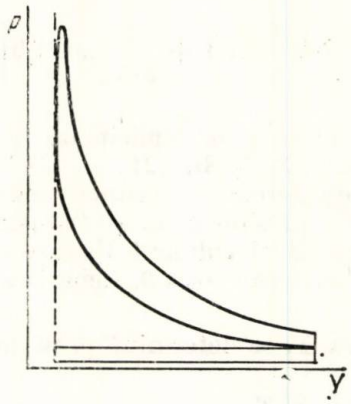


Fig. 8. — Forma ciclului calculat cu modelul propus.

α	ε	θ_a	θ_i	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
1,6	14	50	0	△	△	△	△	△	△	△
1,6	14	50	10	△	△	△	△	△		
1,6	14	50	20	△	△	△				
1,6	14	50	30	△	△					
1,6	14	40	20	△	△	△				
1,6	14	50	20	△	△	△				
1,6	14	60	20	△	△	△	△			
1,6	14	70	20	△	△	△	△	△		
1,6	12	50	20	△	△	△	△			
1,6	14	50	20	△	△	△				
1,6	16	50	20	△	△					
1,6	18	50	20	△	△					
1,6	14	50	20	△	△	△				
1,9	14	50	20	△	△	△	△			
2,2	14	50	20	△	△	△	△			
2,5	14	50	20	△	△	△	△			

Fig. 9. — Valorile-limită ale presiunii de supraalimentare p_s care permit realizarea arderii cu caracteristică de viteză de degajare a căldurii sub forma unui triunghi isoscel (diferite valori ale parametrilor : coeficient al excesului de aer α, raport volumetric de comprimare ε, durată a arderii θ_a, începutul arderii θ_i).

— forma caracteristicei de dezvoltare a căldurii, toate aceste elemente studiate în funcţie de valoarea presiunii de supraalimentare p_s şi de variaţia unor parametri cum ar fi : coeficientul excesului de aer α, raportul volumetric de comprimare ε, unghiul de început al procesului de ardere θ_i, durata procesului de ardere θ_a, forma caracteristicii vitezei de degajare a căldurii, raportul dintre presiunea la care se realizează evacuarea forţată şi presiunea de supraalimentare, tipul de răcire intermediară.

Atenţia noastră s-a concentrat în primul rînd asupra modului în care creşterea presiunii de supraalimentare modifică forma caracteristicii de degajare a căldurii. În figura 9 se prezintă influenţa unora dintre factorii amintiţi asupra caracteristicii de dezvoltare a căldurii, atunci cînd presiunea de supralimentare creşte (s-a considerat forma geometrică a caracteristicii vitezei de degajare a căldurii un triunghi isoscel). Se prezintă limita de presiune de supraalimentare pînă la care se mai păstrează forma legii simple a vitezei de degajare a căldurii. Se constată că dintre factorii analizaţi influenţă importantă au avansul la degajarea căldurii θ_i, durata procesului de ardere θ_a şi valoarea raportului volumetric de comprimare ε.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, *Unele probleme ridicate de procesele energetice din motoarele diesel înalt supraalimentate*, St. cerc. energ. electr. **19**, *2*, 255—265 (1969).
2. W. Pflaum, W. Haase, *Allgemeines Verfahren zur Vorausberechnung von Aufladema schinen mit Abgasturbolader*, MTZ, *1*, 5—13 (1964).
3. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Studiul termodinamic al funcţionării motorului diesel supraalimentat la valori mari ale gradului de sup raalimentare*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *2*, 343—379 (1965).
4. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentar ea motoarelor diesel*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1965.
5. W. T. Lyn, *Calculations of the effect of rate of heat release on the shape of cylinder-pressure diagram and cycle efficiency*, Proc.Inst. Mech.Eng. (A.D.),*1* (1960—1961), 34—46.
6. Gerhardt Woschni, *Einfluss des Brenngesetzes auf den Druckverlauf und die Wärmebelastung in Dieselmotoren*, M.A.N. Forschungsheft, *11*, 1—10 (1963—1964).
7. A. I. Volodin, J. V. Zahrevetkov, *Einfluss des Brenngesetzes über den Druck in Dieselmotoren*, Westnik Zeldortans, 1962.
8. Constantin Aramă, Mohamed Moselhi Selim, *Un model fizico-matematic al arderii în motorul cu aprindere prin comprimare*, Conferinţa de motoare cu ardere internă, Bucureşti, 1970,
9. G. L. Borman, P. S. Myers, O. A. Uyehara, *Some problem areas in engine simulation*, The Internal Combustion Engines Conference, Bucharest 1970, paper I.1.
10. D. A. Portnov, *Bistrohodnie turboporşnevie dvigateli s vosplameneniem ot sjatia*, Moskva, Maşghiz, 1963.
11. B. Barbescu, *Criterii şi condiţii de optimizare a funcţionării motorului diesel rapid de mare putere în regim de supraalimentare înaltă*, teză de doctorat, Institutul politehnic din Bucureşti, 1970.

12. C. Aramă, V. Berindean, A. Manole, Gh. Cazan, Gh. Borilă, *Unele consideraţii asupra dezvoltării motoarelor diesel de mare putere*, Conferinţa de motoare cu ardere internă, Bucureşti, 1970, comunicare P_4'.a.
13. S. L. Rivkin, *Tablitî termodinamiceskih svoistvo gazov*, Moskva, Gosenergoizdat, 1953.
14. G. Justi, *Technischen Daten der Gasen*, Berlin, Springer, 1936.
15. Hans Faltin, *Technische Wärmelehre*, VEB, Halle (Saale), Wilhelm Knapp-Verlag, 1956.
16. E. W. Gayer, E. A. Bruges, *Tables of properties of gases*, Londra, Longmans Green, 1948.
17. G. Woschni, A *universally applicable equation for the instantaneous heat transfer coefficient in the internal combustion engine*, SAE, paper nr. 670931, oct. 1967.
18. W. Pflaum, *Heat transfer in internal combustion engines*, La Termotecnica, **XVII**, 235—246 (1963).

CONSIDERAŢII PRIVIND EFECTUL RĂCIRII AERULUI LA ADMISIE ASUPRA PRESIUNII OPTIME DE SUPRAALIMENTARE A MOTORULUI DIESEL

DE

B. BARBESCU

621.436

Lucrarea tratează problema răcirii aerului refulat de compresor înainte de intrarea în cilindrul motorului, sub două aspecte : influenţa temperaturii aerului asupra performanţelor motorului şi consecinţele sarcinii termice a schimbătoarelor de căldură asupra volumului global al instalaţiei motor şi anexe.

1. INTRODUCERE

Puterea motorului este o funcţie directă de debitul de aer disponibil pentru ardere în cilindru. La variaţia acestui debit, obţinută prin supraalimentare, se poate scrie raportul puterii motorului supraalimentat faţă de aceea a motorului cu admisiune naturală, conform relaţiei

$$\frac{P_{e_s}}{P_{e_0}} = \frac{G_s}{G_0}\,\frac{\eta_{e_s}}{\eta_{e_0}} = \frac{\gamma_s}{\gamma_0}\,\frac{\eta_{v_s}}{\eta_{v_0}}\,\frac{\eta_{e_s}}{\eta_{e_0}}, \tag{1}$$

unde

η_e este randamentul efectiv,
η_v — coeficientul de umplere,
γ — greutatea specifică a aerului,
G — debitul de aer al motorului,
P_e — puterea efectivă,
— indicii s fiind pentru motorul supraalimentat şi indicii 0 pentru motorul cu admisiune naturală.

Temperatura aerului la admisiunea în motorul supraalimentat este $T_s = T_c - \Delta T_R$, unde T_c este temperatura de refulare din compresor, iar T_R variaţia de temperatură în urma răcirii aerului în răcitorul inter-

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 337—346, 1971

mediar. Notînd cu ΔT_c încălzirea aerului în procesul de comprimare din compresorul de supraalimentare, putem exprima răcirea în răcitorul intermediar prin coeficientul de eficienţă al răcitorului de aer $E_R = \frac{\Delta T_R}{\Delta T_c}$.

Variaţia greutăţii specifice a aerului la motorul supraalimentat se poate exprima atunci conform relaţiei

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_0} = \pi_c \frac{1}{\pi_c^{\frac{m-1}{n_1}} (1 - E_R) + E_R}, \tag{2}$$

unde π_c este raportul de creştere a presiunii aerului în compresor, iar m exponentul politropei de compresiune în compresor.

Notînd cu $\Phi_\eta = \frac{\eta_{v_s}}{\eta_{v_0}} \frac{\eta_{e_s}}{\eta_{e_0}}$ raportul randamentului efectiv şi al coeficientului de umplere, conform relaţiei (1) se poate scrie

$$\frac{P_{e_s}}{P_{e_0}} = \Phi_\eta f(\pi_c, E_R) = \Phi_\eta \pi_c \frac{1}{\pi_c^{\frac{m-1}{m}} (1 - E_R) + E_R}, \tag{3}$$

elaţia care se poate reprezenta grafic conform figurii 1.

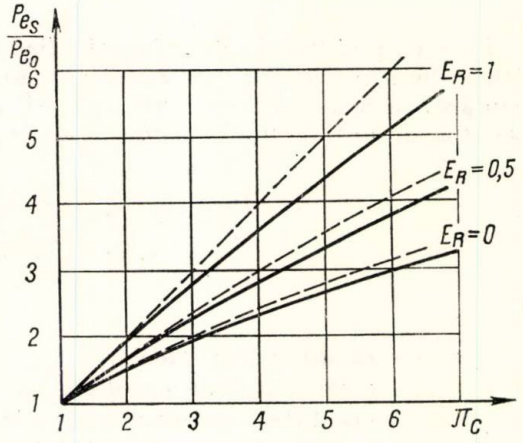


Fig. 1. — Variaţia puterii motorului supraalimentat raportată la puterea motorului cu admisiune naturală funcţie de raportul de comprimare în compresor pentru valoarea $\Phi_n = 1$.

Aceste relaţii sînt stabilite pentru cazul menţinerii constante a coeficientului de umplere şi a randamentului efectiv şi în absenţa pierderile de presiune în răcitorul de aer.

Apariţia pierderilor de presiune în răcitorul de aer şi mai ales consumul de putere necesar ventilaţiei răcitoarelor fac ca bilanţul energetic global al motorului să se modifice substanţial; o dată cu aceasta apar probleme dificile de ancombrament, ţinînd seama de suprafaţa necesară a schimbătoarelor de căldură. Se va examina această problemă în cele

ce urmează, precum și implicațiile pe care le introduce sub aspectul performanțelor motorului.

2. SARCINA TERMICĂ A SCHIMBĂTOARELOR DE CĂLDURĂ

Sarcina termică a răcitorului de aer variază cu gradul de supraalimentare după relația

$$Q_{\text{comp}} = AL_{\text{comp}} = A\frac{m}{m-1}G_a\,RT_1\left(\pi_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right)E_R\left(\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right), \tag{4}$$

unde G_a este debitul orar de aer al motorului în kg/h.

Pentru a compara sarcina termică a radiatorului de aer cu aceea a radiatorului principal al motorului, formăm raportul $Q_{\text{comp}}/Q_{\text{mot}}$, unde Q_{mot} este căldura evacuată prin apa de răcire a motorului:

$$Q_{\text{mot}} = \xi_w \cdot C_h \cdot H_{\text{comp}}\left(\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right), \tag{5}$$

unde

ξ_w este coeficientul căldurii combustibilului evacuată prin apa de răcire a motorului,
C_h — consumul orar de combustibil,
H_{comp} — puterea calorifică a combustibilului.

Avem relația

$$C_h = \frac{G_a}{\alpha\varphi_b \min L},$$

unde

G_a este consumul orar de aer,
α — coeficient al excesului de aer al arderii,
φ_b — coeficient de baleiaj.

Rezultă

$$Q_{\text{mot}} = \xi_n \cdot H_{\text{comp}} \cdot \frac{G_a}{\alpha\varphi_b \min L}$$

și

$$\frac{Q_{\text{comp}}}{Q_{\text{mot}}} = A\frac{m}{m-1}\,\frac{RT_1\,\alpha\varphi_b \min L}{\xi_w \cdot H_{\text{comb}}}\left(\pi_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right)E_R. \tag{6}$$

Luînd ca variabilă π_c şi ca parametru E_R, relaţia (6), cu valori uzuale pentru ceilalţi parametri, se poate reprezenta ca în figura 2.

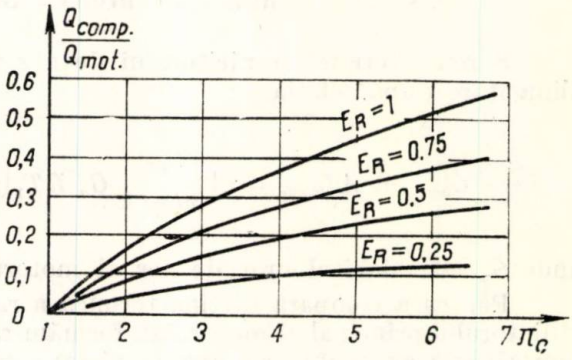


Fig. 2. — Raportul dintre sarcina termică a răcitorului de aer după compresor şi sarcina termică a răcitorului principal al motorului funcţie de gradul de supraalimentare π_c, E_R fiind coeficientul de eficienţă al răcitorului de aer.

Se constată că la grade mari de supraalimentare sarcina răcitorului de aer capătă valori importante.

Exceptînd cazul instalaţiilor în care se dispune de sursă continuă de apă rece, de exemplu la motoarele navale, trei scheme de răcire prezintă interes pentru construcţiile obişnuite :

a) circulaţie independentă a apei de răcire pentru răcitorul de aer ;

b) circulaţia apei de răcire în serie prin răcitorul de aer şi prin motor ;

c) răcirea aerului de supraalimentare prin schimbător de căldură aer — aer.

Sarcina termică totală a motorului rezultînd din răcirea aerului de admisiune şi din căldura cedată apei de răcire din motor se poate exprima ca funcţie de gradul de supralimentare, conform relaţiei

$$Q_{\text{comp}} + Q_{\text{mot}} = G_a \left[A \frac{m}{m-1} RT_1 \left(\pi_c^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) E_R + \xi_w \frac{H_{\text{comb}}}{\alpha \varphi_b \min L} \right]. \qquad (7)$$

În schema *a*, cu circuit independent pentru apa răcitorului de aer, suprafaţa necesară pentru schimbul de căldură rezultă din sarcina termică a răcitorului principal şi din dublul sarcinii termice corespunzătoare aerului de admisiune (răcirea aer-apă în răcitorul aerului de admisiune şi răcirea apei în răcitorul suflat cu ventilator).

Exprimînd raportul consumului de aer al motorului supralimentat faţă de cel cu admisiune naturală, conform relaţiei (2) avem

$$\frac{G_{a_s}}{G_{a_0}} = \pi_c \frac{1}{\pi_c^{\frac{m-1}{m}} (1 - E_R) + E_R}. \qquad (8)$$

Raportul sarcinii termice totale a răcitoarelor motorului supraalimentat față de aceea a motorului cu admisiune naturală rezultă pentru varianta *a*

$$\frac{Q_{Tot}}{Q_0} = \frac{G_{a_s}}{G_{a_0}} \frac{2A \frac{m}{m-1} RT_1 \left(\pi_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right) E_R + \xi_w \frac{H_{comb}}{\alpha\varphi_b \min L}}{\xi_{w_0} \cdot \frac{H_{comb}}{\alpha\varphi_b \min L}}.$$

Introducînd pentru G_{a_s}/G_{a_0} valoarea din (8), rezultă

$$\frac{Q_{Tot}}{Q_0} = \pi_c \frac{1}{\pi_c^{\frac{m-1}{m}} (1 - E_R) + E_R} \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{2A \frac{m}{m-1} RT_1 \left(\pi_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right) E_R \, \alpha\varphi_b \min L}{\xi_{w_0} \cdot H_{comb}} + \frac{\xi_{w_s}}{\xi_{w_0}} \right]. \qquad (9)$$

Pentru următoarele valori uzuale:

$T_1 = 300°K$;

$\alpha\varphi_b = 25$ kg aer/kg · comb;

$H_{comb} = 10^4$ kcal/kg · comb.;

$\xi_{w_0} = 0{,}25$ — coeficientul căldurii cedate apei de răcire la motorul nesupraalimentat;

$\frac{\xi_{w_s}}{\xi_{w_0}} = \frac{1}{\pi_c\, 0{,}15}$ — variația relativă a coeficientului căldurii combustibilului cedate prin apa de răcire funcție de gradul de supraalimentare;

$m = 1{,}6$ — exponentul politropic mediu pentru evoluția din compresor, relația (9) se poate reprezenta ca în figura 3.

Varianta *b* privind sistemul de răcire cu circulație în serie a apei de răcire, conduce la aceeași sarcină termică totală pentru răcitoarele motorului, diferența dintre suprafețele de schimb rezultînd din modificarea nivelelor termice ale apei de răcire.

Varianta *c*, răcirea aerului de supraalimentare prin schimbător aer-aer, suprimă un răcitor, dar necesită suprafețe mari la schimbător, datorită coeficientului de convecție mai redus.

Relaţia (9), reprezentată în figura 3, arată că pentru acoperirea sarcinii termice a răcitoarelor motorului supraalimentat sînt necesare suprafaţe de schimb care pot introduce dificultăţi de netrecut în ceea ce priveşte ancombramentul. În afară de aceasta trebuie avută în vedere creşterea puterii consumate la ventilatorul radiatoarelor, impusă de necesarul de aer antrenat.

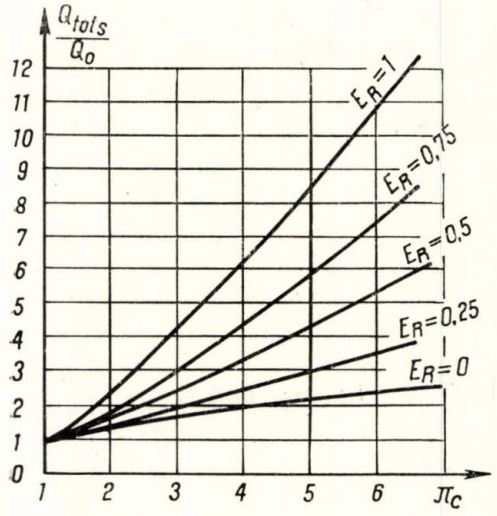


Fig. 3. — Variaţia raportului sarcinii termice totale a răcitoarelor motorului supraalimentat faţă de aceea a motorului cu admisiune naturală funcţie de gradul de supraalimentare şi de eficienţa răcirii aerului după compresor, E_R.

3. CONSUMUL DE ENERGIE AL VENTILATOARELOR

Admiţînd menţinerea constantă a diferenţei de temperatură ΔT dintre temperatura medie a aerului care spală radiatoarele şi temperatura medie a apei în radiator, rezultă, conform relaţiei generale de schimb de căldură, că pentru a acoperi creşterea sarcinii termice Q este necesară mărirea coeficientului global de transfer K şi a suprafeţei de răcire S.

Limitarea dimensiunilor frontale ale răcitoarelor din considerente de amplasare conduce la mărirea suprafeţelor schimbătorului în adîncime, ceea ce reclamă mărirea vitezei aerului de răcire pentru a acoperi creşterea pierderilor de viteză. În plus, o creştere de viteză a aerului este reclamată şi de necesitatea creşterii coeficientului de schimb de căldură K. Pentru a menţine însă diferenţa medie de temperatură constantă, este necesară creşterea debitului de aer antrenat la ventilator.

Evaluăm şi însumăm aceste efecte:

— creşterea cantităţii de aer trecută prin răcitor, pentru a nu modifica diferenţa de temperatură, este liniară cu sarcina termică:

$$Q_{aer} = f_1(Q); \tag{10}$$

— coeficientul de schimb de căldură prin convecție variază în general cu viteza după relația $\alpha = f(w^{0,8})$, deci se poate scrie cu aproximație

$$K = \frac{Q}{S\Delta t} = f(w^{0,8}) \text{ și pentru } \Delta t = \text{const},$$

$$W = f_1\left[\left(\frac{Q}{S}\right)^{1,25}\right], \text{ deci } w^2 = f_2\left[\left(\frac{Q}{S}\right)^{2,5}\right]. \tag{11}$$

Puterea de antrenare a ventilatorului variază liniar cu debitul de aer antrenat, patratic cu căderea creată și invers proporțional cu randamentul.

Rezultă în baza (10) și (11)

$$P_v = \frac{1}{\eta} f\left[\left(\frac{Q}{S}\right)^{2,5} \cdot Q\right]. \tag{12}$$

Observăm că raportul $\frac{Q}{S}$ nu poate fi menținut constant prin creșterea frontală a suprafeței schimbătorului și că mărirea adîncimii acestuia reclamă o creștere de viteză; introducînd acest efect și ținînd seama și de micșorarea randamentului ventilatorului la creșterea vitezei, se poate aproxima variația puterii cerute de ventilator prin relația

$$P_v = f(Q^2). \tag{13}$$

Creșterea relativă a puterii consumate de ventilator se poate exprima evaluînd lucrul mecanic specific al acestuia:

$$L_{sp} = \frac{1}{g} \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{1}{\eta_g} \left(\frac{\text{kgm}}{\text{kg aer}}\right),$$

unde w este viteza aerului și η_g randamentul global al ventilatorului.

Rezultă puterea necesară

$$P = G_a \cdot L_{sp} \cdot \frac{1}{75} \text{ (CP)}, \tag{14}$$

G_a fiind debitul de aer în kg/s, rezultînd din relația

$$Q = G_a \, c_p \, \Delta t_{\text{aer}} \frac{1}{3600}.$$

Pentru unitatea de 100 CP cu $C_p = 0{,}24 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ şi $\Delta t = 20°$ la o sarcină termică de referinţă pentru motorul nesupraalimentat $Q_0 = \zeta_w c_e P_{100} H_e$ cu

$\xi_w = 0{,}25$
$c_e = 0{,}2$ kg comb./CP · h
$H_e = 10^4$ kcal/kg,

rezultă

$$Q_0 = 50000 \text{ kcal/100 CP} \cdot \text{h}$$

şi

$$G_a = \frac{Q_0}{c_p \Delta t} \quad \frac{1}{3600} \simeq 3 \text{ kg aer/s.}$$

Pentru valori uzuale $w = 25$ m/s, $\eta_g = 0{,}6$, rezultă, conform (14),

$$P_v = 2{,}2 \text{ CP}$$

şi, raportînd la unitatea de putere a motorului de 100 CP,

$$P_v / P_{\text{mot}} = 0{,}022.$$

La motorul supraalimentat se înregistrează atît creşterea sarcinii totale a radiatoarelor, conform relaţiei (9), cît şi creşterea puterii specifice consumate de ventilator, conform relaţiei (13). Utilizînd diagrama din figura 3 privind variaţia sarcinii totale a radiatoarelor şi ţinînd seama de relaţia (13), se poate reprezenta variaţia puterii consumate de ventilator funcţie de gradul de supraalimentare, conform diagramei din figura 4 (raportată la puterea motorului, cu admisiune naturală) şi diagramei din figura 5 (raportată la puterea motorului supraalimentat).

4. CONCLUZII

Consecinţele creşterii sarcinii termice a răcitoarelor motorului se manifestă asupra a doi indici de calitate: consumul specific de combustibil şi puterea raportată la volumul total al instalaţiei.

Diagrama din figura 6 reprezintă, ca exemplificare, efectul creşterii sarcinii termice a radiatoarelor, prin puterea consumată la ventilatoare, asupra consumului specific de combustibil ca funcţie de gradul de supraalimentare. La scăderea consumului specific indicat C_i şi a pierderilor relative prin frecări C_{fr} o dată cu creşterea gradului de supraalimentare, se suprapune creşterea puterii consumate la ventilator $C_{\text{vent.}}$. Efectul global este reprezentat prin curba consumului specific efectiv C_e, care arată un minim, şi prin aceasta se delimitează un domeniu al presiunii

de admisiune în afara căruia, în ceea ce privește economicitatea, creșterea gradului de comprimare în compresorul de supraalimentare nu mai aduce avantaje în condițiile tehnice de astăzi.

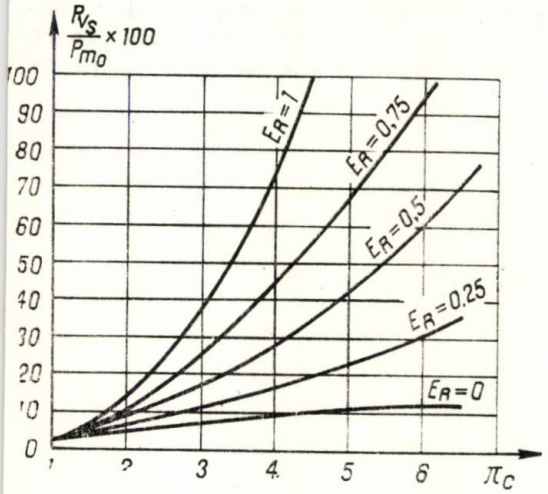


Fig. 4. — Variația puterii consumate la ventilatorul motorului supralimentat, raportată la puterea motorului cu admisiune naturală.

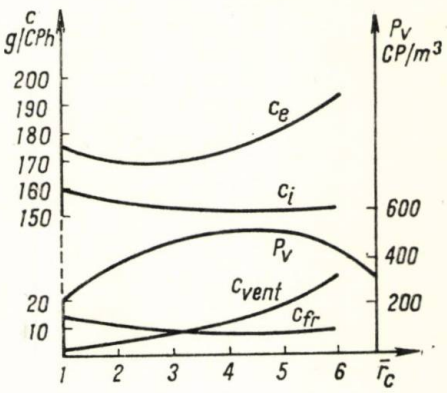


Fig. 6. — Variația consumului specific de combustibil și a puterii pe unitatea de volum : c_i — consum specific indicat ; c_{fr} — consum specific corespunzător pierderilor relative prin frecări ; $c_{vent.}$ — consum specific corespunzător puterii consumate la ventilator ; c_e — consum specific efectiv ; P_v — puterea efectivă a motorului, raportată la unitatea de volum al instalației (CP/m³).

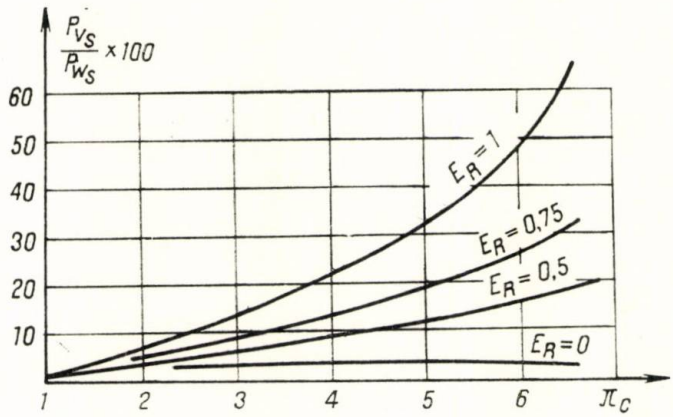


Fig. 5. — Variația puterii consumate la ventilator, raportată la puterea motorului supraalimentat.

În ceea ce privește creșterea volumului de amplasare a instalației la creșterea gradului de supraalimentare, motorul propriu-zis se încarcă constructiv cu foarte multe anexe, ceea ce, în afara problemelor de ancom-

brament deosebit de severe la utilizarea în tracţiunea feroviară, compromite accesibilitatea la motor.

Scăderea indicelui de putere raportată la unitatea de volum al instalaţiei constituie astfel o restricţie pentru creşterea presiunii de admisiune şi, sub acest aspect, valoarea de 4 ata apare astăzi ca limită pentru supraalimentarea motoarelor din instalaţiile care au ca sursă de răcire aerul ambiant.

ELEMENTUL ELECTROMAGNETIC PASIV DE CIRCUIT

DE

AL. TIMOTIN

621.3.011

Se defineşte elementul electromagnetic pasiv de circuit ca parte fără surse a unui sistem electromagnetic a cărui interacţiune cu exteriorul poate fi caracterizată cu ajutorul unui număr finit de variabile, funcţionale liniare de mărimile de stare locală a cîmpului electromagnetic, cum sînt curenţii, tensiunile electrice, fluxurile magnetice şi tensiunile magnetice. Teorema de unicitate a soluţiilor ecuaţiilor cîmpului permite să se identifice variabilele de interacţiune printre factorii expresiei algebrice biliniare la care se poate reduce fluxul energiei electromagnetice prin suprafaţa închisă care mărgineşte elementul.

Se stabilesc condiţiile pe care trebuie să le satisfacă această suprafaţă pentru a fi suprafaţa de separaţie a unui element electromagnetic de circuit, demonstrîndu-se teorema corespunzătoare a transferului de putere conform căreia fluxul de energie electromagnetică printr-o suprafaţă de separaţie delimitînd un domeniu multiplu conex are expresia algebrică biliniară căutată.

1. INTRODUCERE

Trecerea de la o teorie de cîmp la o teorie de reţea (de circuit) a regimurilor tranzitorii ale unui sistem fizic se poate face dacă sistemul admite o descompunere finită în părţi, subsisteme, astfel încît fiecare dintre acestea să fie caracterizabilă, din punctul de vedere al interacţiunii ei cu restul sistemului sau cu exteriorul, printr-un număr finit de variabile. Dacă o astfel de descompunere e posibilă, sistemul fizic considerat admite un model discret şi se poate numi *reţea* sau *circuit*. Variabilele de interacţiune vor fi mărimi de intrare sau de ieşire pentru subsistemele componente, care vor putea fi numite *elemente de reţea* sau *elemente de circuit*. Pentru fiecare element în parte vor exista, în număr finit, relaţii exprimînd mărimile de ieşire în funcţie de mărimile de intrare şi de starea iniţială a elementului. În aceste condiţii, structura şi evoluţia întregului sistem vor putea fi descrise cu ajutorul unui număr finit de ecuaţii obţinute din condiţiile de interconexiune ale părţilor lui (elementele) şi din relaţiile caracteristice elementelor.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 347–362, 1971

Un astfel de punct de vedere a fost dezvoltat sistematic în lucrarea [1] pentru sisteme electromagnetice interpretabile ca *rețele* sau *circuite electrice*, adică decompozabile în *elemente de circuit electric* ocupînd domenii simplu conexe, a căror interacțiune cu exteriorul era caracterizabilă prin curenți electrici și tensiuni electrice în număr finit (multipoli electrici). Același punct de vedere a fost dezvoltat în lucrarea [2] pentru sisteme de corpuri în contact termic sau pentru sisteme de medii în contact „chimic", permițînd schimbul de masă prin difuzie.

În lucrarea de față se generalizează considerațiile din lucrarea [1] la sisteme electromagnetice interpretabile ca asociații de elemente cuplate nu numai electric, ci și magnetic cu exteriorul și ocupînd domenii multiplu conexe.

Studiul se limitează la medii imobile cu proprietăți electromagnetice de material invariabile, liniare, pasive (fără cîmp imprimat), nedispersive (independente de frecvență și, implicit, fără trenaj electric sau magnetic) și imobile, caracterizate prin conductivitate σ, permitivitate ε și permeabilitate μ, funcții date de punct. În demonstrație, aceste funcții sînt considerate scalare. Generalizarea la medii anizotrope reciproce, cu proprietăți de material descrise de mărimi tensoriale simetrice, este imediată.

2. ELEMENTUL ELECTROMAGNETIC PASIV ȘI UNICITATEA SOLUȚIILOR ECUAȚIILOR CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ASOCIAT LUI

Un sistem electromagnetic poate fi descompus, după voie, în părți disjuncte definite de anumite domenii D_Σ, în general multiplu conexe, și mărginite de suprafețe închise Σ, de asemenea multiplu conexe.

Sistemul este strict electromagnetic numai dacă are toate proprietățile electromagnetice de material *invariabile* și conține numai corpuri *imobile*.

În fiecare domeniu D_Σ, cîmpul electromagnetic are structura locală și evoluția instantanee descrise de ecuațiile lui Maxwell:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \sigma \boldsymbol{e} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{e} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial t}, \tag{1}$$

cu condițiile de trecere pe suprafețe de discontinuitate S_{12} (de normală $\boldsymbol{n}_{12}$)

$$\boldsymbol{n}_{12} \times (\boldsymbol{h}_2 - \boldsymbol{h}_1)\,|_{S_{12}} = 0; \quad \boldsymbol{n}_{12} \times (\boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_1)\,|_{S_{12}} = 0, \tag{2}$$

în care $\sigma(M) \geqslant 0$, $\varepsilon(M) > 0$ și $\mu(M) > 0$ sînt funcții date de punct, prezentînd cel mult discontinuități de prima specie pe suprafețele S_{12}. Conductivitatea σ e diferită de zero în subdomeniul conductor D_{cond}.

Din ecuațiile cîmpului (1), (2) rezultă teorema energiei electromagnetice:

$$-\oint_\Sigma (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h})\, \boldsymbol{n}\, \delta A = \int_{D_{\text{cond}}} \sigma \boldsymbol{e}^2\, \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{D_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \right) \mathrm{d}v \tag{3}$$

sau

$$p_\Sigma(t) = p_J(t) + \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{4}$$

în care

$$p_\Sigma(t) \equiv -\oint_\Sigma (\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{h})\,\boldsymbol{n}\,\delta A \equiv \oint_\Sigma (\boldsymbol{e}_t\times\boldsymbol{h}_t)\,\boldsymbol{n}_{\mathrm{int}}\,\delta A \tag{5}$$

este puterea electromagnetică instantanee primită prin fluxul vectorului lui Poynting $\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{h}$ prin suprafața frontieră Σ (avînd sensul normalei interioare $\boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} = -\boldsymbol{n}$), $p_J \geqslant 0$ e puterea disipată instantaneu prin efect Joule în conductoarele din D_Σ, iar $w(t) \geqslant 0$ energia electromagnetică instantanee acumulată de cîmp. Teorema energiei permite să se demonstreze [1] unicitatea soluțiilor ecuațiilor cîmpului. Pentru a reformula această teoremă într-un limbaj mai general, vom nota cu

$$\mathcal{S}(t) = \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(M,t) \\ \boldsymbol{h}(M,t) \end{bmatrix} \right\} (M \in D_\Sigma) \tag{6}$$

mulțimea perechilor de valori $\begin{bmatrix} \boldsymbol{e} \\ \boldsymbol{h} \end{bmatrix}$ ale mărimilor $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{h}$ (fiecare pereche e o matrice-coloană cu două linii) în *toate* punctele domeniului D_Σ, considerate la un moment dat t.

Conform teoremei de unicitate, soluția (6) e univoc determinată în orice moment $t \geqslant t_0$ de către *condițiile inițiale* din momentul $t_0 - = t_0 - \varepsilon$ $(\varepsilon > 0, \varepsilon \to 0)$:

$$\mathcal{S}(t_0^-) = \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(M,t_0^-) \\ \boldsymbol{h}(M,t_0^-) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_e(M) \\ \boldsymbol{F}_h(M) \end{bmatrix} \right\}, \tag{7}$$

și de către *condițiile de frontieră* pe suprafața Σ, pentru $t_0 \leqslant t' < t$:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{e}_t(M,t')\,|_{\Sigma_1} &= \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{g}_e(P,t');\ M \to P \in \Sigma_1 \subset \Sigma \\ \boldsymbol{h}_t(M,t')\,|_{\Sigma_2} &= \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{h}\times\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{g}_h(P,t');\ M \to p \in \Sigma_2 \subset \Sigma \end{aligned}\right\}, \tag{8}$$

$\{\Sigma_1, \Sigma_2\}$ fiind o partiție oarecare a acestei suprafețe în două părți (disjuncte și complementare). Condițiile de frontieră se dau deci în fiecare punct al acesteia, fie prin componenta tangențială $\boldsymbol{e}_t$ a cîmpului electric, fie prin componenta tangențială $\boldsymbol{h}_t$ a cîmpului magnetic (componente continue, conform cu (2), la trecerea prin orice suprafață).

Interpretată din punctul de vedere al *principiului cauzalității*, conform căruia starea inițială a unui sistem fizic și variația în timp a unor mărimi de interacțiune cu exteriorul îi determină complet și univoc evoluția ulterioară, teorema de unicitate permite să se identifice *mărimile de stare locală* și *instantanee* a cîmpului, $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{h}$ (deoarece valorile lor preci-

zează condițiile inițiale), și *mărimile lui de interacțiune cu exteriorul*, $\boldsymbol{e}_t|_\Sigma$ și $\boldsymbol{h}_t|_\Sigma$ (deoarece valorile lor pot preciza acțiunea exteriorului asupra cîmpului din D_Σ, acțiune care, în acord cu principiul acțiunii din aproape în aproape, se poate localiza numai pe suprafața frontieră).

Sistemul fizic definit de cîmpul electromagnetic din interiorul domeniului considerat are deci, în general, o infinitate (cu puterea continuului) de mărimi de interacțiune, adică — în limbajul teoriei sistemelor — o infinitate de mărimi de intrare. El va putea fi considerat un *element de circuit* numai pentru suprafețe-frontieră îndeplinind condiții restrictive suplimentare, care să permită determinarea mulțimii mărimilor de interacțiune de mai sus printr-una finită. Dar demonstrația teoremei de unicitate pune în vedere faptul că mărimile de interacțiune $\boldsymbol{e}_t|_\Sigma$ sau $\boldsymbol{h}_t|_\Sigma$ sînt cele care intervin ca factori în expresia biliniară (5) a puterii electromagnetice primită din exterior. De aceea vom numi *element electromagnetic de circuit* un subsistem electromagnetic $\mathcal{E}$, definit de domeniul mărginit de o suprafață închisă Σ, în general multiplu conexă, numită *suprafață de separație*, avînd proprietatea de a reduce expresia biliniară (5) la o formă algebrică:

$$p_\Sigma \equiv \oint_{\int\Sigma} (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\, \boldsymbol{n}_{\text{int}}\, \delta s = \sum_{k=1}^{m} x_k \cdot y_k \equiv X_T Y, \tag{9}$$

în care

$$x_k = x_k(t) = \mathcal{X}_k \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_t(P,t) \\ \boldsymbol{h}_t(P,t) \end{bmatrix} \right\} \qquad P \in \Sigma;\ k = 1, 2, \cdots, m) \tag{10}$$

sînt m funcții de timp, liniar independente, elemente ale matricei-coloană $X(t) = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix}$, definite de *funcționale liniare* $\mathcal{X}_k$ de funcția de punctul $P \in \Sigma$, bicîmpul $\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_t \\ \boldsymbol{h}_t \end{bmatrix}_\Sigma$. Astfel de funcționale liniare sînt tensiunile (integralele de linie), fluxurile (integralele de suprafață) sau combinații liniare ale acestora etc. Cofactorii

$$y_k = y_k(t) = \mathcal{Y}_k \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_t(P,t) \\ \boldsymbol{h}_t(P,t) \end{bmatrix} \right\} \qquad P \in \Sigma;\ k = 1, 2, \cdots, m) \tag{11}$$

sînt alte funcții de timp, liniar independente, elemente ale matricei-coloană $Y(t) = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix}$, definite tot prin funcționale liniare $\mathcal{Y}_k$ de bicîmpul $\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_t \\ \boldsymbol{h}_t \end{bmatrix}_\Sigma$.

Pentru a justifica această definiție, vom considera teorema energiei electromagnetice (4), care cu (9) ia forma

$$\sum_{k=1}^{m} x_k(t) \cdot y_k(t) = p_J(t) + \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} \tag{12}$$

și, după integrare în timp, devine

$$w_\Sigma(t_0 - , t) \equiv \sum_{k=1}^{m} \int_{t_0-}^{t} x_k(t') \cdot y_k(t')\,\mathrm{d}t' = \int_{t_0-}^{t} p_J(t')\,\mathrm{d}t' + w(t) - w(t_0-). \tag{13}$$

În această relație, $w_\Sigma(t_0-, t)$ este energia primită din exterior în intervalul considerat. Se constată imediat că, în *condiții inițiale omogene* (de repaus),

$$\mathcal{S}(t_0-) \equiv \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(M, t_0-) \\ \boldsymbol{h}(M, t_0-) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \rightarrow w(t_0-) = 0 \tag{14}$$

și pentru *condiții de interacțiune omogene* (de izolare)

$$X(t) \equiv 0 \longleftrightarrow x_k(t) = 0 \rightarrow w_\Sigma(t_0-, t) = 0 \quad (t \geqslant t_0), \tag{15}$$

energia electromagnetică acumulată în cîmp în momentul t e nepozitivă:

$$w(t) = -\int_{t_0-}^{t} p_J(t')\,\mathrm{d}t' \leqslant 0 \tag{16}$$

(deoarece $p_J \geqslant 0$) și deci nulă (deoarece totdeauna $w(t) \geqslant 0$):

$$w(t) \equiv \int_{D_\Sigma} \left(\frac{(\varepsilon \boldsymbol{e}^2(M, t)}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2(M, t)}{2} \right) \delta v = 0. \tag{17}$$

Cum această energie e o funcțională pozitiv definită de fiecare dintre funcțiile de punct $\boldsymbol{e}$ sau $\boldsymbol{h}$, din (17) rezultă că, în condiții inițiale și de interacțiune omogene (sistem izolat, inițial în repaus), mărimile $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{h}$ rămîn nule în orice moment ulterior în D_Σ :[1]

$$\mathcal{S}(t) \equiv \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(M, t) \\ \boldsymbol{h}(M, t) \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}. \tag{18}$$

Acest rezultat permite să se demonstreze *teorema de unicitate a soluțiilor ecuațiilor lui Maxwell pentru cîmpul unui element electromagnetic pasiv de circuit.*

[1] Nu analizăm aici clasele de funcții cărora trebuie să le aparțină funcțiile de punct și de timp considerate.

Starea inițială (7) și condițiile de interacțiune

$$X = X(t) \leftarrow\rightarrow x_k = x_k(t) \quad (k = 1,2,\cdots,m,\ t \geqslant t_0) \tag{19}$$

în intervalul de timp cuprins între momentul inițial și un moment ulterior oarecare determină univoc starea (6) în acel moment ulterior. Simbolic,

$$[\mathcal{S}(t_0-);\ X(t)]_{t \geqslant t_0} \rightarrow \mathcal{S}(t). \tag{20}$$

Într-adevăr, dacă ar exista două stări $\mathcal{S}_1(t)$ și $\mathcal{S}_2(t)$ compatibile cu aceeași stare inițială (7) și cu aceleași condiții de interacțiune (19), s-ar putea defini o stare „diferență" :

$$\mathcal{S}_d(t) \equiv \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1(M,t) - \boldsymbol{e}_2(M,t) \\ \boldsymbol{h}_1(M,t) - \boldsymbol{h}_2(M,t) \end{bmatrix} \right\}, \tag{21}$$

care ar fi o soluție a ecuațiilor liniare (1) (2) ale cîmpului în D_Σ, ar verifica condiții inițiale omogene de forma (14) și condiții de interacțiune omogene de forma (15), deoarece mărimile x_k sînt prin ipoteză funcționale *liniare* de perechea de componente tangențiale ale cîmpurilor electric și magnetic la suprafața frontieră, adică ar defini o soluție identic nulă de forma (18).

În acord cu interpretarea dată principiului cauzalității, mărimile x_k ($k = 1,2,\ldots,m$) sînt *mărimi de interacțiune impuse* ale elementului electromagnetic pasiv de circuit.

Fiind dată expresia biliniară din membrul al doilea al egalității (9), satisfăcută *prin definiție* în cazul unui element de circuit, alegerea cîte unuia dintre factorii produselor binare sumate pentru a alcătui matricea X a mărimilor de interacțiune x_k ($k = 1,2,\cdots,m$) este arbitrară în măsura în care matricea-coloană aleasă are elemente liniar independente.

3. ECUAȚIILE ELEMENTULUI ELECTROMAGNETIC PASIV DE CIRCUIT

Dacă o problemă de cîmp electromagnetic a fost studiată construind clase de soluții valabile pe subdomenii disjuncte și contigue, soluția problemei se poate obține impunînd continuitatea componentelor tangențiale ale cîmpurilor electric și magnetic la trecerea prin toate suprafețele de separație ale diferitelor subdomenii. Din punctul de vedere al cîmpului, *cuplajul* subsistemelor care îl compun se exprimă printr-o infinitate de condiții corespunzătoare egalării, în fiecare punct al suprafețelor de separație, a ambelor componente tangențiale $\boldsymbol{e}_t$ și $\boldsymbol{h}_t$. În mod analog, în cazul cînd subdomeniile au suprafețe de separație caracteristice elementelor de circuit, cu cîte un număr finit de mărimi de interacțiune x_k asociate mărimilor y_k, toate funcționale liniare de componentele tangențiale intervenind în condiția de cuplaj a cîmpurilor, cuplajul elementelor se va exprima prin egalarea acestor mărimi de interacțiune sau a unor combinații liniare ale lor (de exemplu egalarea curenților electrici, a fluxurilor magnetice care traversează suprafața sau a potențialelor electrice sau magnetice).

De aceea, pentru a obține ecuațiile întregului sistem, e necesar să se cunoască pentru fiecare element în parte ecuațiile care leagă mărimile y_k de mărimile de interacțiune date în teorema de unicitate, x_k. Ultimele vor putea fi interpretate ca *mărimi de intrare*, iar primele ca *mărimi de ieșire* ale elementului considerat. Deoarece, în condiții inițiale date și pentru mărimi de intrare date soluțiile $\boldsymbol{e}(M,t)$ și $\boldsymbol{h}(M,t)$ sînt univoc determinate în orice punct $M \in D_\Sigma$ și componentele tangențiale (8) — continue la trecerea prin orice suprafață — vor fi univoc determinate. Ca urmare, în aceleași condiții, și mărimile de ieșire (11) — funcționale liniare de aceste componente tangențiale — vor fi univoc determinate. Există deci pentru fiecare element m operatori liniari ($j = 1,2,\cdots,m$):

$$y_j(t) = \mathcal{L}^j\{[\mathcal{S}(t_0-);\ X(t)]_{t\geqslant t_0}\}, \tag{22}$$

care asociază univoc perechile constituite de starea inițială și de mulțimea funcțiunilor de intrare cu anumite mărimi de ieșire.

Aceasta este *teorema de existență a ecuațiilor elementului electromagnetic de circuit*, ecuații definite de operatorii (22).

Notînd cu

$$\eta_{jk}(t) = y_j(t) \;\Big|\; \begin{array}{ll} \mathcal{S}(t_0-) = 0 & (j,k = 1,2,\cdots,m) \\ x_l(t) = \delta_{lk}\,1(t);\ l = 1,2,\cdots,m & \end{array} \tag{23}$$

mărimile de ieșire particulare determinate în condiții inițiale omogene de cîte o singură mărime de intrare treaptă-unitate (celelalte fiind nule) și cu

$$y_j^0(t) = y_j(t) \;\Big|\; \begin{array}{ll} \mathcal{S}(t_0-)\ \text{dat} & (j = 1,2,\cdots,m) \\ x_l(t) = 0;\ l = 1,2,\cdots,m & \end{array} \tag{24}$$

mărimile de ieșire particulare determinate în condiții de intrare omogene de starea inițială dată, liniaritatea operatorilor (22) permite să se prezinte ecuațiile (22) sub forma

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^{m} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{t_0-}^{t} \eta_{jk}(t-\tau)\, x_k(\tau)\,\mathrm{d}\tau + y_j^0(t), \tag{25}$$

în care $\eta_{jk}(t)$ sînt funcțiile de răspuns tranzitoriu la excitații treaptă-unitate ale elementului, iar $y_j^0(t)$ soluțiile de condiții inițiale. Din cauză că, în general, repartițiile inițiale (7) *nu sînt univoc determinate de valorile inițiale* $x_k(t_0-)$ *ale mărimilor de intrare*, soluțiile $y_j^0(t)$, care sînt funcționale liniare de repartițiile inițiale (7), *nu* sînt în general univoc determinate de valorile inițiale ale mărimilor de intrare.

Cu ajutorul teoremei de unicitate, al relațiilor (25) și al teoremei reciprocității cîmpului electromagnetic, se poate demonstra că un element electromagnetic de circuit, definit de un subsistem electromagnetic cu medii imobile, liniare, pasive și nedispersive, este *invariant în timp*, *cauzal*, *pasiv*, *reciproc* și *stabil* în sensul teoriei sistemelor liniare.

4. TEOREMA TRANSFERULUI DE PUTERE PENTRU SUPRAFAȚA DE SEPARAȚIE A UNUI ELEMENT ELECTROMAGNETIC DE CIRCUIT

Prin această teoremă se stabilesc condiții suficiente pentru ca puterea electromagnetică $p_\Sigma(t)$ să capete forma algebrică (9) și deci pentru ca o suprafață Σ să fie suprafața de separație a unui element electromagnetic de circuit cuplat electric și magnetic cu exteriorul. Se generalizează astfel cazul cînd cuplajul e strict electric și transferul de putere se reduce la puterea la borne [1], [3].

Fie un domeniu D_Σ, în general multiplu conex, cu frontiera Σ. Această frontieră este o *suprafață de separație* (fig. 1) dacă are $n' + n''$ *fețe* conexe și disjuncte $S'_k (k = 1, 2, \ldots, n')$ de reuniune $S' = \bigcup_{k=1}^{n'} S'$ și $S''_j (j = 1, 2, \ldots, n'')$ de reuniune $S'' = \bigcup_{y=1}^{n''} S''_j$ și o parte exterioară fețelor S_0,

$$\Sigma = S_0 \cup S' \cup S'' \quad [S_0 \cap S' = \varnothing\,;\ S_0 \cap S'' = \varnothing\,;\ S' \cap S'' = \varnothing], \tag{26}$$

eventual vidă, astfel încît în fiecare moment să fie îndeplinite condițiile

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{n}.\operatorname{rot}\boldsymbol{e}(M,t)|_{S_0} &= 0 \\ \boldsymbol{n}.\operatorname{rot}\boldsymbol{h}(M,t)|_{S_0} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad M \in D_\Sigma,\ M \to P \in S_0 \subset \Sigma, \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{e}(M,t)|_{S'_k} &= 0 \\ \boldsymbol{n}.\operatorname{rot}\boldsymbol{e}(M,t)|_{S'_k} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix} M \in D_\Sigma,\ M \to P \in S'_k \subset S', \\ (k = 1, 2, \ldots, n'), \end{matrix} \tag{28}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{h}(M,t)|_{S''_j} &= 0 \\ \boldsymbol{n}.\operatorname{rot}\boldsymbol{h}(M,t)|_{S''_j} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix} M \in D_\Sigma,\ M \to P \in S''_j \subset S''. \\ (j = 1, 2, \ldots, n'') \end{matrix} \tag{29}$$

Conturele Γ'_k ale fețelor S'_k, respectiv Γ''_j ale fețelor S''_j, sînt orientate în sensuri asociate drept normalei interioare $\boldsymbol{n}_{\text{int}} = -\boldsymbol{n}$ la Σ.

Conform condițiilor de mai sus, curenții electrici (de conducție sau de deplasare)

$$i_k = \oint_{\Gamma_k} \boldsymbol{h}\,d\boldsymbol{r} = \int_{S'_k} \boldsymbol{n} \cdot \operatorname{rot}\, \boldsymbol{h}\,\delta A \qquad (k = 1, 2, \cdots, n') \tag{30}$$

pătrund în domeniul D_Σ numai prin fețele disjuncte $S'_k \subset S'$ ale frontierei Σ, fluxurile magnetice variabile $\Phi_j(t)$ cu derivatele

$$\Phi'_j(t) = \frac{d\Phi_j}{dt} = -\oint_{\Gamma''_j} \boldsymbol{e}\,d\boldsymbol{r} = -\int_{S''_j} \boldsymbol{n}\ \mathrm{rot}\ \boldsymbol{e}\,ds \qquad (j = 1, 2, \cdots, n'') \tag{31}$$

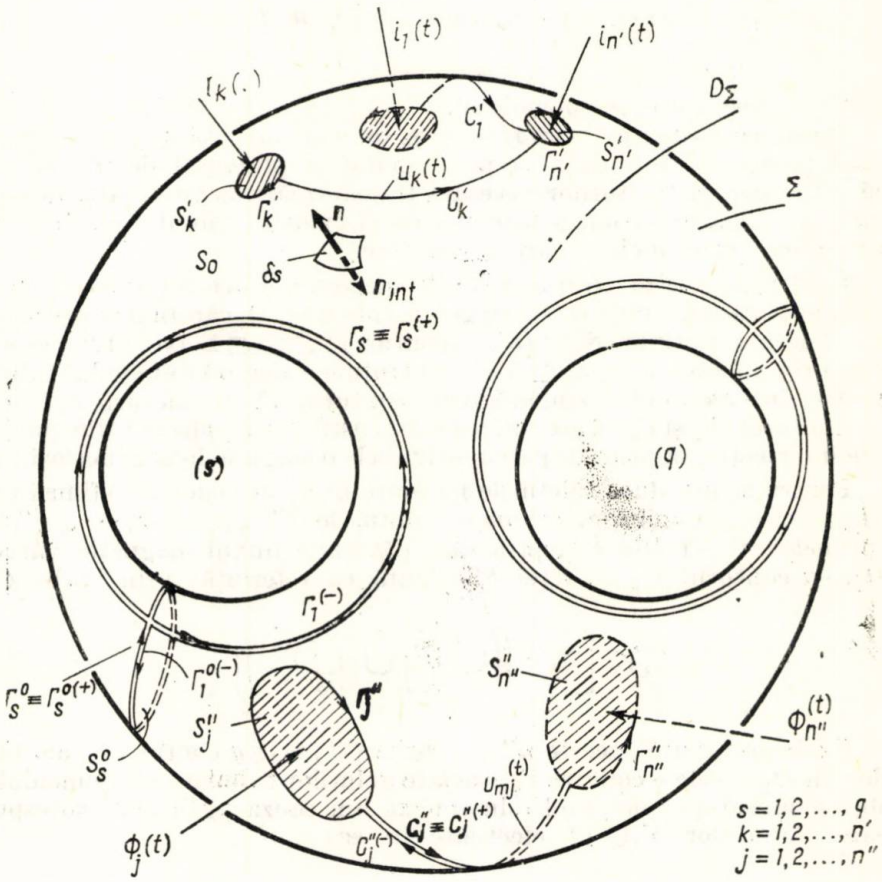


Fig. 1. — Domeniu multiplu conex cu suprafață de separație al unui element electromagnetic de circuit.

pătrund în domeniul D_Σ numai prin fețele disjuncte $S''_j \subset S''$ ale frontierei Σ, iar fluxul de energie electromagnetică cu densitatea scalară

$$(\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h})\,\boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} = \boldsymbol{e}\,(\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{h}) = \boldsymbol{h}\,(\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{n}) \tag{32}$$

pătrunde în domeniul D_Σ numai prin partea S_0, exterioară fețelor, a frontierei Σ. Ca urmare, cel mult $n' - 1$ curenți sînt indepen-

denţi şi cel mult $n'' - 1$ fluxuri magnetice variabile sînt independente :

$$\sum_{k=1}^{n'} i_k(t) = \int_{S'} \boldsymbol{n}_{\text{int}} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{h}\, \delta s = -\oint_{\Sigma} \boldsymbol{h} \operatorname{rot} \boldsymbol{h}\, \delta s = 0, \tag{33}$$

$$\sum_{j=1}^{n''} \Phi'_j(t) = -\int_{S''} \boldsymbol{n}_{\text{int}} \operatorname{rot} \boldsymbol{e}\, \delta s = \int_{\Sigma} \boldsymbol{n} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{e}\, \delta s = 0 \tag{34}$$

(deoarece orice rotor e solenoidal).

Deoarece partea externă feţelor S_0 nu e străbătută de flux magnetic variabil pe această suprafaţă, se poate defini un potenţial electric *uniform* după introducerea tăieturilor necesare transformării acestei părţi într-una simplu conexă sau cel puţin într-una cu circulaţia cîmpului electric nulă pentru orice curbă închisă care îi aparţine.

Pentru a preciza posibilităţile de alegere ale acestor tăieturi în S_0, presupunem că domeniul D_Σ are q goluri tubulare (s), cărora li se pot asocia cîte o tăietură-secţiune $S_s^0 \subset D_\Sigma$ de contur $\Gamma_s^0 \subset S_0 \subset \Sigma$ ($s = 1,2,\cdots,q$) şi cîte o curbă închisă $\Gamma_s \subset S_0 \subset \Sigma$ care înlănţuie o singură dată golul tubular respectiv, interceptînd o singură dată conturul Γ_s^0 al tăieturii S_s^0.

Conturele Γ_s şi Γ_s^0 au sensuri asociate, astfel încît, plecînd din punctul lor de intersecţie, să poată fi parcurse ambele o singură dată în acelaşi sens.

Pentru a introduce tăieturile necesare în S_0 în vederea definirii unui potenţial electric uniform, se unesc conturele Γ''_j ($j = 1,2,\cdots, n''-1$) ale primelor $n''-1$ feţe S''_j, prin care pătrunde fluxul magnetic variabil în D_Σ, cu conturul $\Gamma''_{n''}$ al feţei $S''_{n''}$ (luată ca referinţă) prin curbe C''_j :

$$C''_j \subset \left[S_0 - \left(\left(\bigcup_{s=1}^{q} \Gamma_s \right) \cup \left(\bigcup_{s=1}^{q} \Gamma_s^0 \right) \right) \right]. \tag{35}$$

Excluzînd din S_0 aceste $n''-1$ curbe C''_j, cele q conture Γ_s^0 ale tăieturilor lui D_Σ şi cele q conture Γ_s asociate golurilor tubulare ale domeniului, se obţine suprafaţa (încă multiplu conexă din cauza „găurilor" corespunzătoare tăieturilor $\Gamma_s \cup \Gamma_s^0$ efectuate în ea)

$$S_\Gamma = S_0 - \left[\left(\bigcup_{j=1}^{n''-1} C''_j \right) \cup \left(\bigcup_{s=1}^{q} \Gamma_s^0 \right) \cup \left(\bigcup_{s=1}^{q} \Gamma_s \right) \right], \tag{36}$$

cu frontiera

$$\Gamma = \left(\bigcup_{k=1}^{n'} \Gamma'_k \right) \cup \left[\bigcup_{j=1}^{n''-1} (C''^{(+)}_i \cup C''^{(-)}_j) \right] \cup \left[\bigcup_{s=1}^{q} (\Gamma_s^{0(+)} \cup \Gamma_s^{0(-)}) \right] \cup \left[\bigcup_{s=1}^{q} (\Gamma_s^{(+)} \cup \Gamma_s^{(-)}) \right], \tag{37}$$

asociată, ca sens, după regula burghiului drept normalei exterioare $\boldsymbol{n} = -\boldsymbol{n}_{int}$, indicii superiori (+) și (−), precizînd parcurgerea în sens direct, respectiv invers a curbelor la care se referă. Deoarece

$$\boldsymbol{n} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{e}|_{S_\Gamma} = 0, \tag{38}$$

iar orice „gaură" a suprafeței S_Γ are flux magnetic total nul, în punctele ei se pot defini potențiale electrice scalare prin relațiile

$$v(P,t) = v(P_0,t) - \int\limits_{[C_{P_0P} \subset S_\Gamma]}^{P} \boldsymbol{e}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r},$$

$$\boldsymbol{e}_t = -\operatorname{grad} v + \boldsymbol{n} \frac{\partial v}{\partial u}. \tag{39}$$

Datorită primei condiții (28), fețele S'_k $(k = 1,2,\cdots,n')$ prin care intră curenții electrici în D_Σ *sînt echipotențiale* și tensiunile lor față de fața $S'_{n'}$, luată ca referință, sînt date de expresiile

$$u_k(t) = \int\limits_{[C'_k \subset S_\Gamma]}^{(n')} \boldsymbol{e}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (k = 1,2,\cdots,n'-1), \tag{40}$$

independente de alegerea curbelor de integrare $C'_k \subset S_\Gamma$, unind cîte un punct arbitrar al conturului Γ'_k cu un punct arbitrar al conturului de referință $\Gamma'_{n'}$ (echipotențial).

Datorită primei condiții (29), fețele S''_j $(j = 1,2,\cdots,n'')$ prin care intră fluxurile magnetice variabile în D_Σ sînt echipotențiale pentru cîmpul magnetic și tensiunile lor magnetice față de fața $S''_{s''}$, luată ca referință, sînt

$$u_{m_j}(t) = \int\limits_{\left[C''_j \subset \left[S_0 - \bigcup\limits_{s=0}^{q} (\Gamma_s^0 \cup \Gamma_s)\right]\right]}^{(n'')} \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (j = 1,2,\cdots,n''-1). \tag{41}$$

Golurile tubulare (s) ale domeniului pot fi caracterizate cu ajutorul tensiunilor electromotoare

$$e_s(t) = \oint_{\Gamma_s \subset S_0} \boldsymbol{e}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (s = 1,2,\cdots,q), \tag{42}$$

respectiv cu ajutorul tensiunilor magnetomotoare

$$f_s(t) = \oint_{\Gamma_s \subset S_0} \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (s = 1, 2, \cdots, q), \tag{43}$$

determinate de fluxurile magnetice, respectiv de curentul electric total care înlănţuie aceste goluri tubulare prin exteriorul domeniului. Tăieturile S_s^0 asociate lor pot fi caracterizate cu ajutorul tensiunilor magnetomotoare

$$f_s^0(t) = \oint_{\Gamma_s^0 \subset S_0} \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (1 = 1, 2, \cdots, q), \tag{44}$$

respectiv cu ajutorul tensiunilor electromotoare

$$e_s^0(t) = \oint_{\Gamma_s^0 \subset S_0} \boldsymbol{e}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (s = 1, 2, \cdots, q), \tag{45}$$

luate în lungul conturelor respective.

Se poate acum demonstra că puterea electromagnetică instantanee $p_\Sigma(t)$ primită printr-o suprafaţă de separaţie are forma algebrică (9). Pentru aceasta e suficient să se descompună aditiv integrala de suprafaţă (9), ţinînd seama că în condiţiile (28) şi (29) fluxul de energie electromagnetică pătrunde numai prin S_0:

$$p_\Sigma(t) \equiv \oint_\Sigma (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} \, \delta A = \int_{S_0} (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} \, \delta A = \int_{S_\Gamma} (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t) \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} \delta A. \tag{46}$$

Ultima integrală a putut fi luată şi asupra suprafeţei S_Γ (36) (de care $S_0 = \Sigma - S' - S''$ diferă numai prin „tăieturile" Γ_s, Γ_s^0 şi C_j'', de contribuţie nulă la aria acestei suprafeţe), cu avantajul de a efectua integrarea asupra unui domeniu bidimensional în punctele căruia componenta tangenţială $\boldsymbol{e}_t$ derivă dintr-un potenţial. Cu (32), (27), (29) şi (37) se obţine expresiile

$$\begin{aligned}
p_\Sigma(t) \equiv \oint_\Sigma (\boldsymbol{e}_t \times \boldsymbol{h}_t)\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} \delta A &= -\int_{S_\Gamma} (\operatorname{grad} v \times \boldsymbol{h})\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}} \delta A = \\
&= \int_{S_\Gamma} \operatorname{rot} (v\boldsymbol{h})\, \boldsymbol{n} \, \mathrm{d}A = \oint_\Gamma v \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \\
&= \sum_{k=1}^{n'} \oint_{\Gamma_k'} v\boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \sum_{j=1}^{n''} \oint_{\Gamma_j''} v\boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \\
&+ \sum_{j=1}^{n''-1} \int_{C_j''} (v^{(+)} - v^{(-)})\, \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \sum_{s=1}^{q} \oint_{\Gamma_s^0} (v^{(+)} - v^{(-)})\, \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \\
&+ \sum_{s=1}^{q} \oint_{\Gamma_s} (v^{(+)} - v^{(-)})\, \boldsymbol{h}_t \, \mathrm{d}\boldsymbol{r},
\end{aligned} \tag{47}$$

în care

$v|_{\Gamma'_k} = u_k(t) + v_{n'}$ e constant pe Γ'_k (deoarece $e_t|_{\Gamma'_k} = 0$), $h_t|_{\Gamma''_j} = 0$,

iar

$$(v^{(+)} - v^{(-)})|_{C''_j} = -\oint_{\Gamma''_j} e_t \, d\boldsymbol{r} = \frac{d\Phi_j}{dt} = \Phi'_j(t), \tag{48}$$

$$(v^{(+)} - v^{(-)})|_{\Gamma_s} = -\oint_{\Gamma^0_s} e_t \, d\boldsymbol{r} = -e^0_s(t), \tag{49}$$

$$(v^{(+)} - v^{(-)})|_{\Gamma^0_s} = \oint_{\Gamma_s} e_t \, d\boldsymbol{r} = e_s(t), \tag{50}$$

$$\oint_{\Gamma'_k} h_t \, d\boldsymbol{r} = i_k(t); \quad \int_{C''_j} h_t \, d\boldsymbol{r} = u_{mj}(t), \tag{51}$$

$$\oint_{\Gamma^0_s} h_t \, d\boldsymbol{r} = f^0_s(t); \quad \oint_{\Gamma_s} h_t \, d\boldsymbol{r} = f_s(t). \tag{52}$$

Se obține în cele din urmă, cu (33) și (34),

$$p_\Sigma(t) \equiv \oint_\Sigma (e_t \times h_t) \, n_{\text{int}} \, \delta s = \sum_{h=1}^{n'-1} u_k(t) \, i_k(t) + \\ + \sum_{j=1}^{n''-1} \frac{d\Phi_j}{dt} u_{mj}(t) + \sum_{s=1}^{q} e_s(t) f^0_s(t) - \sum_{s=1}^{q} e^0_s(t) f_s(t). \tag{53}$$

Această egalitate exprimă *teorema transferului de putere printr-o suprafață de separație* și are forma (9), toți factorii produselor fiind funcționale liniare de e_t sau h_t. Ca urmare, o suprafață de separație definește un element electromagnetic de circuit. Mărimile de intrare pot fi alese u_k, Φ'_j, e_s și e^0_s în care caz mărimile de ieșire vor fi i_k, u_{mj}, f^0_s și $-f_s$.

În regimuri particulare (cvasistaționare), nu toate variabilele de mai sus sînt liniar independente (de exemplu curenții unei porți a unui multipol electric) și numărul mărimilor de intrare e mai mic.

În legătură cu teorema transferului de putere (53), trebuie subliniate mai multe aspecte. Condițiile (27)—(29), care definesc suprafața de separație, nu pot fi practic satisfăcute decît cu o anumită aproximație. Ele definesc un model teoretic al elementului electromagnetic de circuit de care elementele reale vor fi cu atît mai apropiate cu cît diferența dintre cei doi membri ai relației (53) va fi mai mică (în medie pe intervalul de timp în care se studiază comportarea elementului). Aceste condiții impun restricții relativ severe pentru suprafața de separație, dar nu impun neapărat restricții pentru cîmpul electromagnetic din D_Σ, care nu trebuie să

fie neapărat cvasistaționar (elementul considerat poate fi, de exemplu, o linie electrică lungă cu parametri distribuiți).

Condițiile (27)—(29) nu sînt incompatibile cu ecuațiile lui Maxwell (1), (2), realizarea lor fiind în principiu subordonabilă existenței unor materiale ideale cu proprietăți particulare : condițiile (27) sînt, de exemplu, realizate dacă partea S_0 a suprafeței de separație e acoperită cu un material anelectric ($\varepsilon = 0$), izolant ($\sigma = 0$) și amagnetic ($\mu = 0$); condițiile (28) sînt realizate dacă partea S' a suprafeței de separație (mulțimea „bornelor" electrice) e acoperită cu un material amagnetic ($\mu = 0$) perfect conductor în direcții tangențiale; condițiile (29) sînt realizate dacă partea S'' a suprafeței de separație (mulțimea „bornelor" magnetice) e acoperită cu un material anelectric ($\varepsilon = 0$) izolant ($\sigma = 0$) și feromagnetic ideal în direcții tangențiale.

Expresia (53) sugerează posibilitatea de a interpreta puterea electromagnetică ca o sumă de trei termeni : puterea la „bornele" electrice $\left(p_{\text{be}} = \sum_{k=1}^{n'-1} u_k i_k\right)$, puterea la „bornele" magnetice $\left(p_{\text{bm}} = \sum_{k=1}^{n''-1} \Phi'_j . u_{mj}\right)$ și puterea transferată „lateral" prin inducție electromagnetică $\left(p_{\text{lat}} = \sum_{s=1}^{q} (e_s f_s^0 - \right.$ $\left. - e_s^0 f_s)\right)$. Dar această descompunere e, în general, subordonată alegerii *arbitrare* a tăieturilor S_s^0, a curbelor Γ_s și a curbelor C_j'' de definiție a tensiunilor magnetice (ceea ce atrage după sine anumite restricții asupra alegerii curbelor C'_k de definiție a tensiunilor electrice ale bornelor).

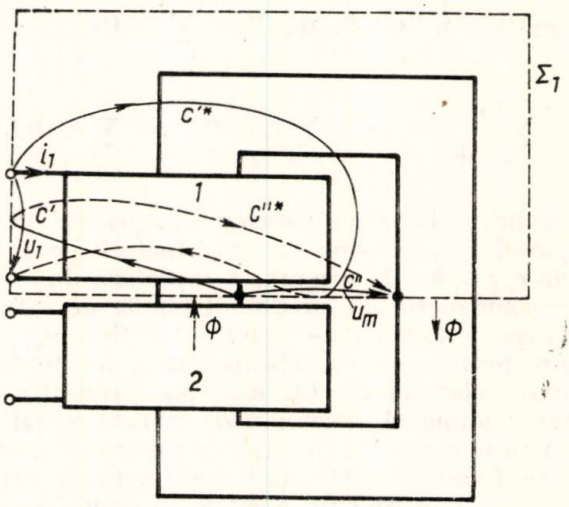


Fig. 2. — Element electromagnetic definit de o parte a unui transformator.

Dacă se consideră, de exemplu, un transformator cu bobinaje în galeți (fig. 2), se poate găsi o suprafață Σ_1 care să poată fi considerată cu bună aproximație o *suprafață de separație* pentru o jumătate a transfor-

matorului conținînd înfășurarea primară. Expresia (53) a puterii electromagnetice primite devine în acest caz

$$p_{\Sigma_1} = u_1 i_1 + \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} u_m, \tag{54}$$

dar descompunerea în puterea primită pe la borne $u_1 i_1$ și în puterea primită pe la „bornele" magnetice $\Phi' u_m$ nu e univocă decît restrîngînd alegerea curbei $C'' \subset \Sigma_1$ de definiție a tensiunii magnetice. O altă alegere C''^* a curbei C'' care ar înlănțui în plus o singură dată unul dintre conductoarele legate la bornele electrice ar conduce la tensiunea magnetică $u_m + i_1$ și ar impune o alegere C'^* a curbei de definiție a tensiunii electrice care să înlănțuie o dată miezul, conducînd la tensiunea $u_1 - \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$. Evident, puterea p_{Σ_1} ar rămîne neschimbată, dar nu și descompunerea ei.

5. CONCLUZII

Existența unei suprafețe de separație cu proprietățile (27)—(29) asigură caracterul de element de circuit subsistemului electromagnetic localizat în interiorul acestei suprafețe.

Dacă mediul din interiorul suprafeței de separație este liniar, pasiv, imobil și nedispersiv, expresia (53) permite să se scrie teorema energiei electromagnetice sub forma

$$\sum_{k=1}^{n'-1} u_k i_k + \sum_{j=1}^{n''-1} \Phi'_j u_{mj} + \sum_{s=1}^{q} (e_s f_s^0 - e_s^0 f_s) =$$

$$= \int_{D_\Sigma} \sigma \boldsymbol{e}^2 \, \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{D_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\mu \boldsymbol{h}^2}{2} \right) \delta v, \tag{55}$$

cu următoarea consecință: cîmpul electromagnetic din domeniul D_Σ e univoc determinat în fiecare moment $t \geqslant t_0$ de repartiția inițială a cîmpului electric $\boldsymbol{e}(M, t_0-)$, de repartiția inițială a cîmpului magnetic $\boldsymbol{h}(M, t_0-)$ și de evoluția în $[t_0, t]$ a următoarelor mărimi de interacțiune: fie curentul primit $i_k(t)$, fie tensiunea aplicată $u_k(t)$ pentru fiecare „bornă electrică" S'_k (cu curent independent); fie fluxul magnetic primit $\Phi_j(t)$, fie tensiunea magnetică $u_{mj}(t)$ pentru fiecare „bornă magnetică" S''_j (cu flux magnetic independent); tensiunea electromotoare $e_s(t)$ și tensiunea magnetomotoare $f_s(t)$ stabilite din exterior în fiecare gol tubular al domeniului D_Σ (dacă e multiplu conex).

Dintre factorii fiecărui produs de mărimi de interacțiune care apar în membrul al doilea al relației (53), numai unul trebuie dat pentru a asigura unicitatea soluțiilor (alături de condițiile inițiale). Celălalt e deci determinat univoc o dată cu soluția respectivă. Există deci relații bine deter-

minate, caracteristice domeniului (şi liniare), prin care mărimile de interacţiune necunoscute sînt univoc determinate de mărimile de interacţiune date şi de condiţiile iniţiale. Acestea sînt *ecuaţiile elementului electromagnetic de circuit*, cu forma generală (25).

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, A. Timotin, A. Ţugulea, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques linéaires ayant des éléments non filiformes et avec pertes supplémentaires.*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Électrotechn. et Énerg., **11**, *4*, 565—639 (1966).
2. R. Răduleţ, A. Timotin, A. Ţugulea, *Réseaux thermique et de diffusion en régime variable*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Électrotechn. et Énerg., **14**, *2*, 229—266 (1969).
3. R. Răduleţ, *Schimbul de energie electromagnetică pe la bornele comune a doi dipoli electrici*, Comunicările Academiei R.P.R., **VI**, *6*, 779—786 (1956).

REGIMUL TRANZITORIU DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC NESTAŢIONAR ÎN CONDUCTOARE LA EXCITAŢIE TREAPTĂ DE CÎMP MAGNETIC

DE

C. I. MOCANU

621.3.013 : 538.54

În lucrare se rezolvă problema pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispaţiul conductor la excitaţie treaptă de cîmp magnetic pe suprafaţa acestuia, luînd în considerare curentul de deplasare. Din soluţiile regimului nestaţionar se deduc direct soluţiile regimului cvasistaţionar şi se determină constanta de timp şi adîncimea de pătrundere. Se calculează curenţii turbionari induşi, rezistenţa şi inductivitatea interioară tranzitorie.

Problema regimului tranzitoriu a pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispaţiul conductor e rezolvată în literatură la aplicarea pe suprafaţa conductorului a unei trepte de cîmp magnetic numai în regim cvasistaţionar, neglijîndu-se, prin urmare, curentul de deplasare. Steinmetz [1], Rüdenberg [2] şi Valese [3] au studiat fenomenele tranzitorii la stabilirea bruscă a unui cîmp magnetic constant pe suprafaţa semispaţiului. Prin soluţionarea ecuaţiei difuziei rezultă că în momentul aplicării cîmpului magnetic densitatea de curent e infinită. Dwight [18] a interpretat acest rezultat admiţînd o pînză de curent egală cu intensitatea cîmpului magnetic inductoric. Pe acelaşi considerent, Miller [4] a admis stabilirea într-un conductor drept a unei trepte de curent (injecţie de curent continuu), care la început se repartizează exclusiv la suprafaţă sub forma unei pînze şi treptat difuzează în interior. În aceste lucrări, pătrunderea cîmpului electromagnetic se studiază la fel ca difuzia căldurii, ambele fenomene fiind descrise de ecuaţii formal identice [5], [6].

Viteza de difuzie şi densitatea de curent infinite pe suprafaţa conductorului şi rezistenţa tranzitorie infinită în momentul aplicării treptei de cîmp magnetic sînt consecinţe ale neglijării curentului de deplasare.

Ca urmare a valorii infinite a intensităţii cîmpului electric pe suprafaţa conductorului în momentul aplicării treptei de cîmp magnetic, rezultă infinită şi tensiunea electrică calculată în lungul conductorului drept pe suprafaţa acestuia. Dacă pentru densitatea de curent infinită la impact s-a

găsit o interpretare formală prin admiterea unei pînze de curent a cărei densitate de linie e egală cu intensitatea cîmpului magnetic inductoric, valoarea infinită a vitezei de difuzie nu poate fi însă fizic acceptată.

Deoarece la începutul pătrunderii tranzitorii a cîmpului electromagnetic vitezele de variație ale mărimilor sînt extrem de rapide, ipoteza regimului cvasistaționar de neglijare a vitezei de variație în timp a inducției electrice nu e valabilă.

Numai rezolvarea ecuațiilor generale ale cîmpului electromagnetic, ținînd cont și de curentul electric de deplasare, permite să se deducă în ce condiții poate fi considerat regimul cvasistaționar în soluționarea problemelor de regim tranzitoriu.

După cunoștința autorului, problema regimului tranzitoriu de pătrundere a cîmpului electromagnetic nestaționar în semispațiul conductor la excitație treaptă de cîmp magnetic nu e rezolvată în literatură. Pe lîngă importanța teoretică a elucidării aspectelor relatate mai sus, soluțiile cîmpului electromagnetic tranzitoriu în conductoare cu conductivitate redusă prezintă interes în problemele de cîmp în gaze slab ionizate, în plasma din generatoarele magnetohidrodinamice etc.

Pentru urmărirea proceselor de difuzie e necesar ca pe lîngă cunoașterea legilor de variație ale intensităților cîmpurilor electric și magnetic să se calculeze și mărimi derivate, cum sînt timpul de răspuns tranzitoriu, adîncimea de pătrundere, parametrii tranzitorii (rezistența și inductivitatea etc.). Miller [4] și Tuohy [5] definesc rezistența și inductivitatea tranzitorii pe considerente energetice. În lucrarea [13], autorii definesc aceste mărimi ca funcții de răspuns la excitații treaptă unitară de tensiune și de curent. În acest mod, în lucrarea [14] se calculează parametrii tranzitorii ai unei bobine plate, luîndu-se în considerare și curentul de deplasare.

Deși semispațiul conductor reprezintă una dintre cele mai simple configurații, valorile timpului de răspuns, ale adîncimii de pătrundere tranzitorii, ale rezistenței și ale inductivității interne tranzitorii definite energetic nu sînt cunoscute în literatură.

În această lucrare se rezolvă problema pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor la aplicarea pe suprafața acestuia a unei trepte de cîmp magnetic, ținînd cont de curentul de deplasare. Din soluțiile regimului nestaționar se deduc direct soluțiile regimului cvasistaționar, urmărindu-se în acest fel modul în care fenomenele sînt influențate de curentul de deplasare. Se calculează timpul de răspuns, adîncimea de pătrundere tranzitorie, rezistența și inductivitatea tranzitorii și viteza de difuzie. Se demonstrează că, la începutul pătrunderii cîmpului electromagnetic pe o fișie la suprafața conductorului de ordinul adîncimii de pătrundere δ_p, ecuația difuziei nu descrie corect fenomenele; astfel, la impact, densitatea de curent, rezistența tranzitorie și viteza de difuzie, care în aproximația regimului cvasistaționar rezultă infinite, sînt în realitate finite.

Problema pătrunderii tranzitorii a cîmpului electromagnetic nestaționar în semispațiul conductor la excitație treaptă de cîmp electric se va examina într-o altă lucrare.

1. REGIMUL TRANZITORIU NESTAȚIONAR DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC LA EXCITAȚIE TREAPTĂ DE CÎMP MAGNETIC

1.1. Calculul cîmpului magnetic

Se consideră un bloc conductor, izotrop liniar și omogen, ocupînd semispațiul $x > 0$ (fig. 1) și avînd permitivitatea ε_i, permeabilitatea μ_i și conductivitatea σ. La momentul $t = 0$ se stabilește în dielectric un cîmp

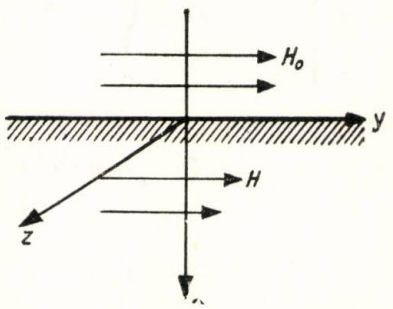


Fig. 1. — Pătrunderea cîmpului electromagnetic nestaționar în semispațiul conductor.

magnetic uniform, paralel cu suprafața semispațiului $\boldsymbol{H}_e(0,0) = \boldsymbol{H}_0$ și orientat după axa *oy*. Cîmpul magnetic $\boldsymbol{H}(x,t)$ pătrunde în conductor păstrînd orientarea și depinde de coordonata x și de timpul t. Cîmpul electric indus în conductor $\boldsymbol{E}(x, t)$ rezultă orientat după axa *oz*. Ecuațiile lui Maxwell

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{1}$$

au în conductor următoarele forme :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu_i \frac{\partial H}{\partial t}; \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \sigma E + \varepsilon_i \frac{\partial E}{\partial t} \tag{2}$$

Prin transformări simple rezultă că fiecare dintre intensitățile cîmpului sînt în conductor soluții ale ecuației

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \sigma \mu_i \frac{\partial G}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 G}{\partial t^2}, \tag{3}$$

în care G este E sau H.

Notînd cu $\mathfrak{L}\{H(x, t)\}$ transformata Laplace a intensității cîmpului magnetic, forma operațională a ecuației (3) este în condiții inițiale nule următoarea :

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} \mathfrak{L}\{H(x, t)\} = (\varepsilon_i \mu_i p^2 + \sigma \mu_i p) \mathfrak{L}\{H(x, t)\}, \tag{4}$$

cu soluția

$$\mathcal{L}\{H(x,t)\} = \frac{H_0}{p} e^{-x\sqrt{\varepsilon_i\mu_i p^2 + \sigma\mu_i p}}. \tag{5}$$

Funcția original $H(x,t)$, calculată în anexă (77)—(78) are expresia

$$H(x,t) = H_0\left[e^{-\alpha x} + \alpha^2 v_i x \int_{x/v_i}^{t} e^{-\alpha v_i t} \frac{I_1\left(\alpha v_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{\alpha v_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}} dt\right]\gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right) =$$

$$= H_0\left[e^{-\alpha x} + \alpha^2 x \int_{x}^{v_i t} e^{-\alpha v_i t} \frac{J_1\left(\alpha\sqrt{x^2 - v_i^2 t^2}\right)}{\alpha\sqrt{x^2 - v_i^2 t^2}} d(v_i t)\,\gamma(x - v_i t)\right], \tag{6}$$

în care: γ este funcțiunea treaptă a lui Heaviside, J_1 este funcția lui Bessel, I_1 funcția modificată a lui Bessel de prima speță și de primul ordin și s-a notat

$$\alpha = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}; \quad v_i = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}}. \tag{7}$$

Pentru studiul funcției $H(t)$ se preferă expresia în care intervine funcția I_1, iar pentru studiul funcției $H(x)$ expresia în care intervine funcția J_1.

Intensitatea cîmpului magnetic în conductor $H(x,t)$ are două componente:

a) *termenul* $H_p(x,t)$,

$$H_p(x,t) = H_0 e^{-\alpha x}\gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right) = H_0 e^{-\alpha x}\gamma(x - v_i t), \tag{8}$$

care e o undă ce se propagă cu viteza v_i și e atenuată cu distanța x. Această componentă menține frontul dreptunghiular și se numește *undă nedistorsionată de cîmp magnetic*. Distanța δ_p,

$$\delta_p = \frac{1}{\alpha}, \tag{9}$$

în care unda $H_p(x,t)$ e atenuată cu un neper, se numește *adîncime de pătrundere a undei nedistorsionate* $H_p(x,t)$;

b) *termenul* $H_d(x, t)$,

$$H_d(x,t) = \alpha^2 v_i x H_0 \gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right) \int_{x/v_i}^{t} e^{-\alpha v_i t} \frac{I_1\left(\alpha v_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{dv_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}} dt =$$

$$= \alpha^2 x H_0 \gamma(x - v_i t) \int_{x}^{v_i t} e^{-\alpha v_i t} \frac{J_1(\alpha \sqrt{x^2 - v_i^2 t^2})}{\alpha \sqrt{x^2 - v_i^2 t^2}} d(v_i t), \tag{10}$$

care de asemenea este o undă ce se propagă cu viteza v_i și ajunge într-un punct la distanța x în același interval de timp t ca și unda $H_p(x, t)$. Această componentă crește monoton în timp și se numește *undă distorsionată de cîmp magnetic.*

Dacă se notează cu τ_0 *constanta interioară de timp*, cu x_0 *distanța relativă* și cu t_0 *timpul relativ*,

$$\tau_0 = \frac{1}{\alpha v_i} = \frac{\delta_p}{v_i}, \quad x_0 = \frac{x}{\delta_p}; \quad t_0 = \frac{t}{\tau_0}, \tag{11}$$

expresiile (8) și (10) ale undelor de cîmp magnetic au în coordonate relative formele următoare:

$$H_p(x_0, t_0) = H_0 e^{-x_0} \gamma(t_0 - x_0) = H_0 e^{-x_0} \gamma(x_0 - t_0), \tag{12}$$

$$H_d(x_0, t_0) = x_0 H_0 \gamma(t_0 - x_0) \int_{x_0}^{t_0} e^{-t_0} \frac{I_1(\sqrt{t_0^2 - x_0^2})}{\sqrt{t_0^2 - x_0^2}} dt_0 =$$

$$= x_0 H_0 \gamma(x_0 - t_0) \int_{x_0}^{t_0} e^{-t_0} \frac{J_1(\sqrt{x_0^2 - t_0^2})}{\sqrt{x_0^2 - t_0^2}}. \tag{13}$$

În figura 2*a* s-a reprezentat curba $H_p(x_0)/H_0$ pentru două valori t_{01} și t_{02} ($t_{01} < t_{02}$) ale timpului relativ. Se observă că pînă la distanța x_{01}, respectiv x_{02}, care corespund valorilor t_{01} și t_{02}, cîmpul magnetic e nul, după care urmează un salt la valoarea $e^{-x_{01}}$, respectiv $e^{-x_{02}}$, iar în continuare e atenuat exponențial.

Integrala care intervine în formula (13) nu poate fi calculată exact. S-a efectuat o integrare numerică pe un calculator numeric Hewlett-Packard Md. 9100A, adaptînd corespunzător programa 70003 pentru $x_0 = 1,2,3$ și 4. În program s-a calculat aria de sub curba reprezentată de integrand. Discretizarea acestuia s-a obținut prin regula lui Simpson

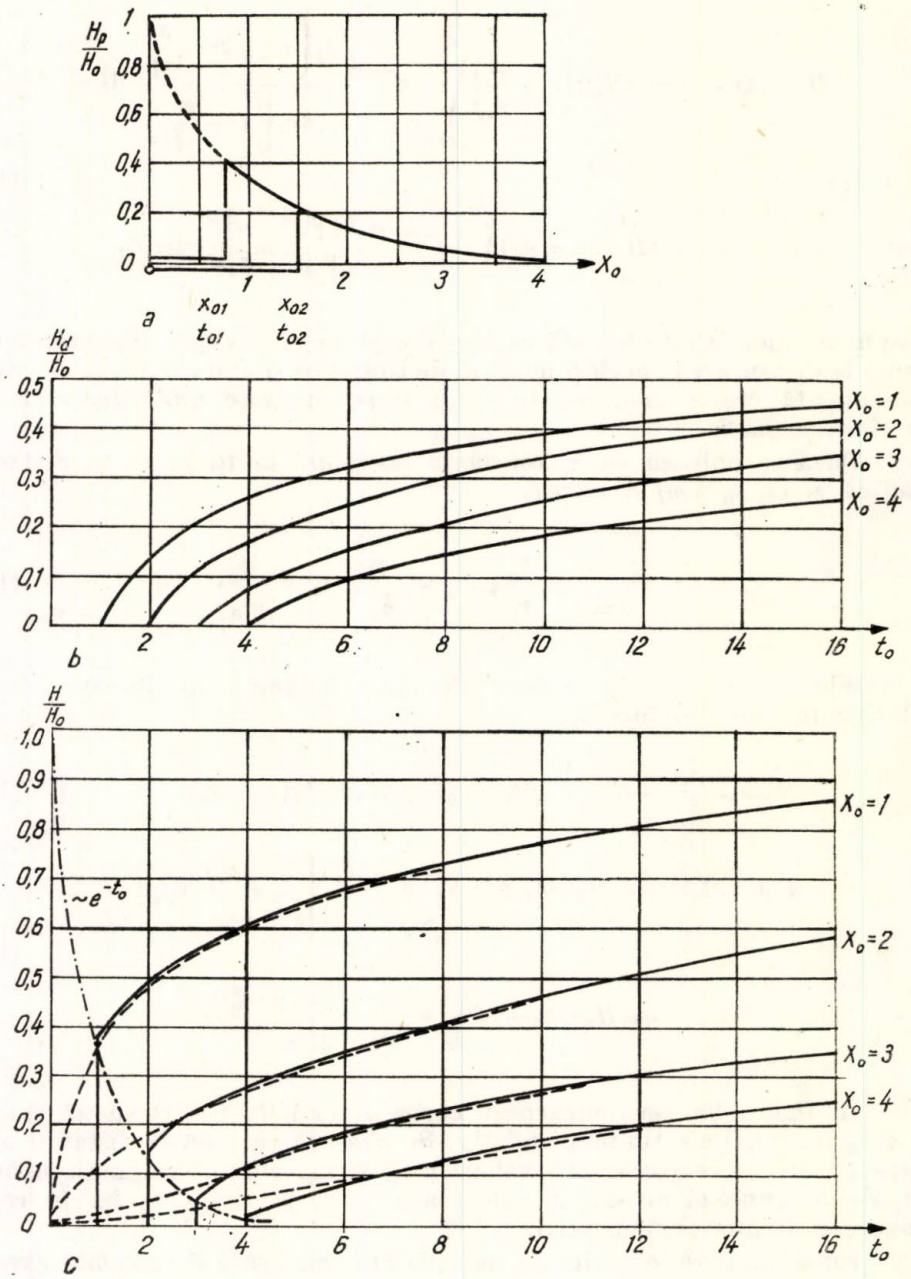


Fig. 2. — Curba $H_p(x_0)/H_0$ (a), curbele $H_d(t_0)/H_0$ (b) și curbele $H(t_0)/H_0$ (c).

(anexă (89)). În figura 2*b* s-au reprezentat curbele $H_d(t_0)/H_0$, iar în figura 2*c* s-au trasat cu linii continue curbele $H(t_0)/H_0 = H_p(t_0)/H_0 + H_d(t_0)/H_0$. Pînă la momentele t_0(1,2,3 sau 4), cîmpul magnetic e nul, după care urmează un salt la valorile corespunzătoare componentei nedistorsionate. Ulterior intensitatea cîmpului crește monoton la valoarea de regim permanent. Se observă că extremitățile salturilor se găsesc pe exponențiala e^{-t_0}.

Pe distanța x de ordinul adîncimii de pătrundere $\delta_p (0 < x_0 < \sim 5)$ și pe o durată de timp calculată din momentul aplicării treptei de cîmp magnetic de ordinul constantei de timp $\tau_0 (0 < t_0 < \sim 5)$, contribuția undei H_d poate fi neglijată și intensitatea cîmpului magnetic H poate fi aproximată prin componenta H_p:

$$H(x, t) = \sim H_p(x, t), \text{ pentru } \begin{cases} 0 < x < \sim 5\delta_p; \\ 0 < x < \sim 5\delta_0. \end{cases} \tag{14}$$

Rezultă că la început pe o fîșie de grosime de ordinul δ_p cîmpul magnetic pătrunde în conductor prin *propagare*.

Pe distanțe mult mai mari decît $\delta_p (x_0 \gg \sim 5)$ și după un timp mult mai mare decît constanta de timp $\tau_0 (t_0 \gg \sim 5)$, contribuția undei H_p poate fi neglijată și cîmpul magnetic e aproximativ egal cu H_d:

$$H(x,t) = \sim H_d(x,t). \tag{15}$$

Urmează că în interiorul conductorului, după o durată mare de timp de la aplicarea cîmpului magnetic, acesta pătrunde prin *difuzie*.

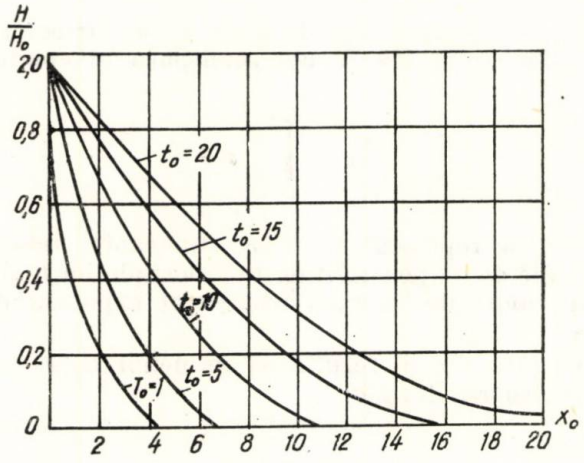


Fig. 3. — Curbele $H(x_0)/H_0$.

În figura 3 s-au reprezentat curbele de variație a intensității relative a cîmpului magnetic $H(x_0)/H_0$ în raport cu distanța relativă x_0 la diferite valori ale timpului relativ t_0.

1.2. Calculul cîmpului electric

Intensitatea cîmpului electric $E(x,t)$ indus în conductor se calculează din ecuaţiile (2) şi (6) şi conţine de asemenea doi termeni:

a) *Termenul* $E_p(x, t)$, calculat în anexă (79) din prima ecuaţie (2) şi din (8):

$$E_p(x, t) = -\mu_i v_i H_0 e^{-\alpha v_i t} \gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right) = -\mu_i v_i H_0 e^{-\alpha v_i t} \gamma(x - v_i t), \quad (16)$$

e o undă cu front dreptunghiular ce se propagă cu viteza v_i şi e atenuată exponenţial în timp. Această componentă corespunde undei magnetice $H_p(x,t)$ şi se numeşte *undă nedistorsionată de cîmp electric.*

Raportul dintre undele nedistorsionate de cîmp electric şi de cîmp magnetic (16) şi (8) este în valoare absolută *impedanţa de undă tranzitorie* $Z_p(x, t)$ a undelor nedistorsionate:

$$Z_p(x,t) = -\frac{E_p(x, t)}{H_p(x, t)} = \mu_i v_i e^{\alpha(x - v_i t)} = Z_{p0} e^{\alpha(x - v_i t)}. \quad (17)$$

În mărimi relative se exprimă cum urmează:

$$Z_p(x_0, t_0) = Z_{p0} e^{x_0 - t_0}, \quad (18)$$

în care s-a notat cu Z_{p0} impedanţa de undă a dielectricului avînd permitivitatea ε_i şi permeabilitatea μ_i ale semispaţiului conductor:

$$Z_{p0} = \sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}. \quad (19)$$

În figura 4 *a* s-a reprezentat curba impedanţei relative de undă, $Z_p(x_0)/Z_{p0}$, în funcţie de x_0 pentru diferite valori ale lui t_0 şi în funcţie de t_0 pentru diferite valori ale lui x_0. Curbele sînt exponenţiale crescătoare şi descrescătoare.

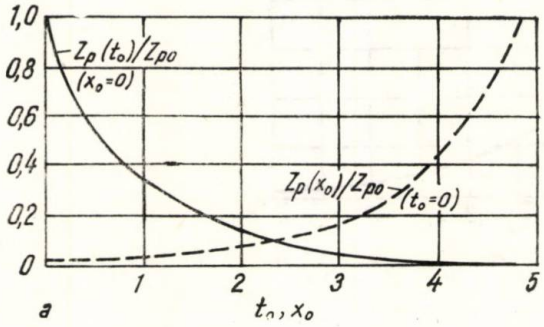
Din relaţiile (16) şi (18) rezultă că termenul $E_p(x, t)$ se poate exprima şi sub următoarea formă:

$$E_p(x, t) = Z_p(x, t)\, H_p(x, t), \quad (20)$$

respectiv în coordonate relative:

$$E_p(x_0, t_0) = Z_p(x_0, t_0)\, H_p(x_0, t_0). \quad (21)$$

În figura 5 a s-a reprezentat curba $E_p(t_0)/E_0$ (în care s-a notat $E_0 = Z_{p0}H_0$) pentru două valori ale coordonatei x_0. Se observă că formele curbelor H_p/H_0 din figura 2*a* și E_p/E_0 din figura 5*a* sînt identice, cu deosebirea că cele două familii de curbe sînt trasate în raport cu x_0, respectiv t_0.



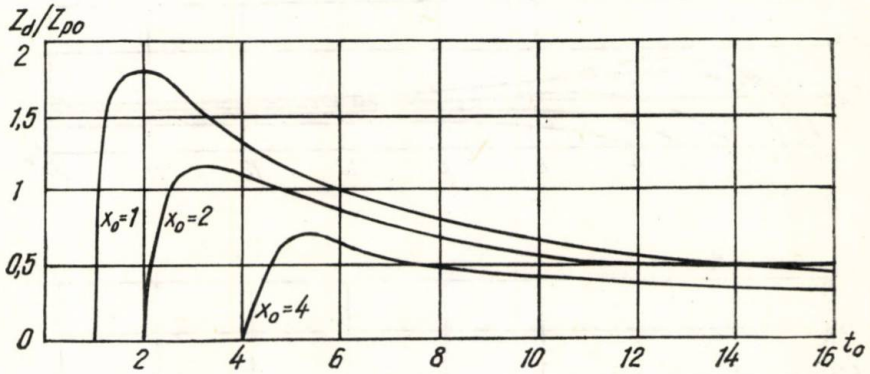


Fig. 4. — Curbele $Z_p(t_0)/Z_{p0}$ (*a*) și $Z_p(x_0)/Z_{p0}(b)$.

b. *Termenul* $E_d(x, t)$, calculat în anexă (80) din prima ecuație (2) și din (10):

$$E_d(x, t) = -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t}\left[I_0\left(\mathrm{d}v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)-1\right]\gamma\left(t-\frac{x}{v_i}\right)= \tag{22}$$

$$= -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t}[J_0(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2})-1]\gamma(x-v_it),$$

corespunde undei magnetice $H_d(x,t)$, dar este atenuat în timp. Această componentă se numește *undă distorsionată de cîmp electric*. În coordonate relative, formula (22) se exprimă astfel:

$$E_d(x, t) = -Z_{p0}H_0 e^{-t_0}[I_0(\sqrt{t_0^2-x_0^2})-1]\gamma(t_0-x_0)= \tag{23}$$

$$= -Z_{p0}H_0 e^{-t_0}[J_0(\sqrt{x_0^2-t_0^2})-1]\gamma(x_0-t_0).$$

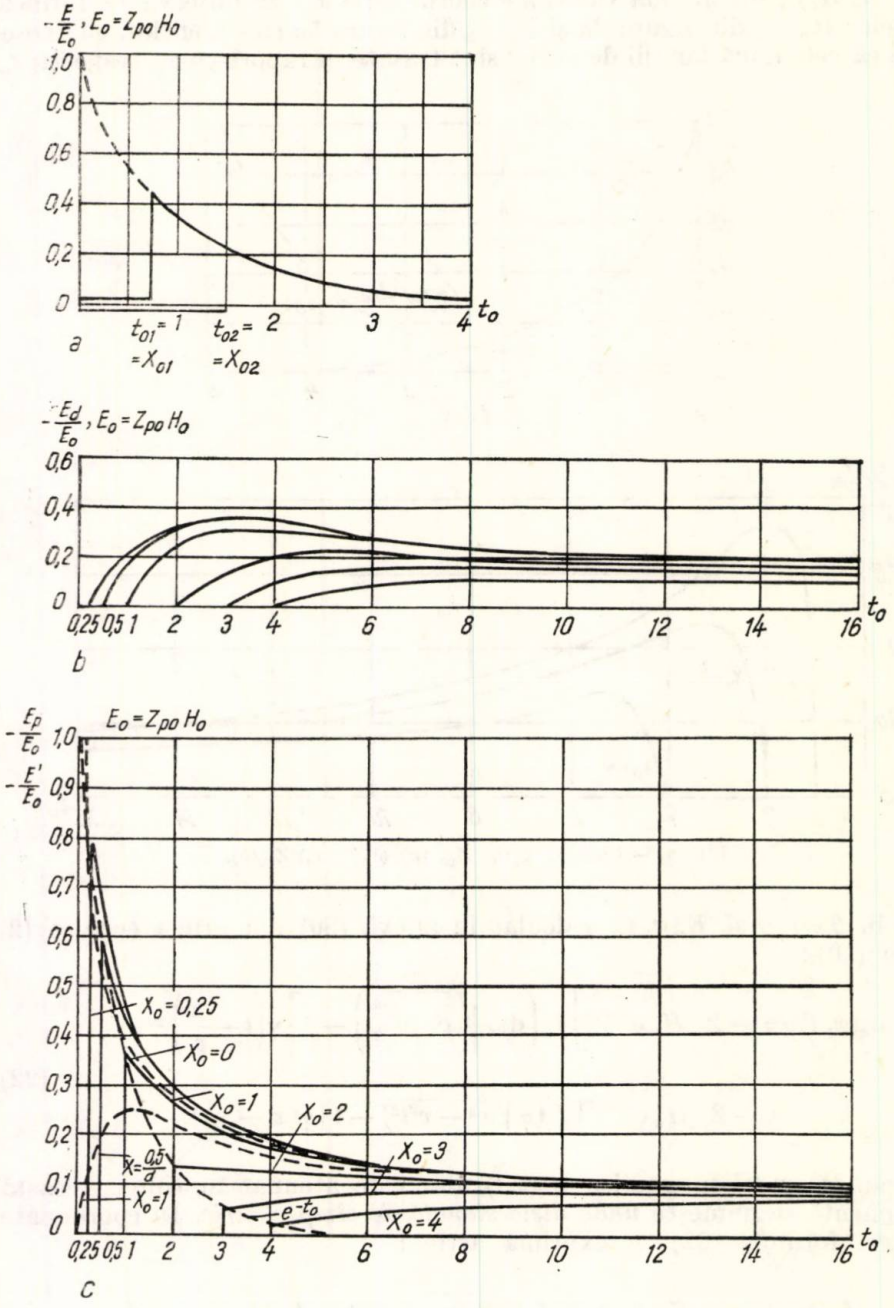


Fig. 5. — curba — $E_p(t_0)/E_0$ (a), curbele — $E_d(t_0)/E_0$ (b) și curbele — $E(t_0)/E_0$ (c).

În figura 5*b* s-a reprezentat curba $E_d(x_0, t_0)/E_0$ pentru $x_0 = 0{,}25$; 0,5; 1,2,3 și 4. Amplitudinile undei, inițial nule, trec printr-un maxim și apoi lent se anulează după trecerea unui interval foarte mare de timp.

Raportul dintre undele distorsionate de cîmp electric și de cîmp magnetic (22) și (10) este în valoare absolută *impedanța de undă tranzitorie* $Z_d(x, t)$ a undelor distorsionate:

$$Z_d(x,t) = -\frac{E_d(x,t)}{H_d(x,t)} = Z_{p0}\frac{e^{-\alpha v_i t}}{\alpha^2 x v_i}\frac{I_0\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)-1}{\int_{x/v_i}^{t} e^{-\alpha v_i t}\frac{I_1\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}}\,dt}\,dt = \tag{24}$$

$$= Z_{p0}\frac{e^{-\alpha v_i t}}{\alpha^2 x}\frac{J_0(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2})-1}{\int_x^{v_i t} e^{-\alpha v_i t}\frac{J_1(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2})}{\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2}}\,d(v_i t)}$$

sau, în coordonate relative,

$$Z_d(x_0,t_0) = Z_{p0}\frac{e^{-t_0}}{x_0}\frac{I_0(\sqrt{t_0^2-x_0^2})-1}{\int_{x_0}^{t_0} e^{-t_0}\frac{I_1(\sqrt{t_0^2-x_0^2})}{\sqrt{t_0^2-x_0^2}}\,dt_0} = \tag{25}$$

$$= Z_{p0}\frac{e^{-t_0}}{x_0}\frac{J_0(\sqrt{x_0^2-t_0^2})-1}{\int_{x_0}^{t_0} e^{-t_0}\frac{J_1(\sqrt{x_0^2-t_0^2})}{\sqrt{x_0^2-t_0^2}}\,dt_0}.$$

În figura 4*b* s-au reprezentat curbele $Z_d(t_0)$ pentru $x_0 = 1{,}2$, și 4. Inițial impedanțele sînt nule, trec printr-un maxim și apoi se anulează după un interval mare de timp, independent de valorile lui x_0.

Însumînd componentele $E_p(x,t)$ și $E_d(x, t)$, se obține din (16) și (22) intensitatea tranzitorie a cîmpului electric $E(x,t)$:

$$E(x,t) = E_p(x,t) + E_d(x,t) = -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t} I_0\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)\gamma\left(t-\frac{x}{v_i}\right) = \tag{26}$$

$$= -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t} J_0(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2})\,\gamma(x-v_i t)$$

sau, în coordonate relative,

$$E(x_0,t_0) = E_p(x_0,t_0) + E_d(x_0,t_0) = -Z_{p0}H_0 e^{-t_0} I_0(\sqrt{t_0^2-x_0^2})\,\gamma(t_0-x_0) = \tag{27}$$

$$= -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t} J_0(\sqrt{x_0^2-t_0^2}).$$

Ţinînd cont de relaţiile (12) şi (13), formulele (26) şi (27) se mai pot scrie astfel:

$$E(x,t)=-Z_p(x,t)H_p(x,t)\,I_0\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)=-Z_p(x,t)H_p(x,t)J_0(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2}), \tag{28}$$

$$E(x_0,t_0)=Z_p(x_0,t_0)\,H_p(x_0,t_0)\,I_0(\sqrt{t_0^2-x_0^2})=Z_p(x_0,t_0)H_p(x_0,t_0)J_0(\sqrt{x_0^2-t_0^2}), \tag{29}$$

Curbele $E(t_0)/E_0$ pentru $x_0 = 0{,}25$; 1,2,3 şi 4 s-au reprezentat în figura 5*c*. Cîmpul electric într-un punct x_0 este nul pînă în momentul $t_0 = x_0$; urmează un salt la valoarea e^{-t_0}, după care tinde lent spre zero.

La fel ca în cazul pătrunderii cîmpului magnetic, în intervalul $(0 < x_0,\ t_0 < \sim 5)$ cîmpul electric *se propagă*, contribuţia componentei E_d fiind neglijabilă:

$$E(x_0,\ t_0) = \sim E_p(x_0,\ t_0). \tag{30}$$

În intervalul $(x_0,\ t_0 \gg 5)$, cîmpul electric *difuzează*, adică

$$E(x_0,\ t_0) = \sim E_d(x_0,\ t_0);\ x_0,\ t_0 \gg 1, \tag{31}$$

şi contribuţia componentei E_p e neglijabilă.

Pentru densitatea de curent $J(x,t)$,

$$J(x,t) = \sigma E(x,\ t), \tag{32}$$

pătrunderea tranzitorie în semispaţiu conductor are loc la fel ca intensitatea cîmpului electric $E(x,\ t)$.

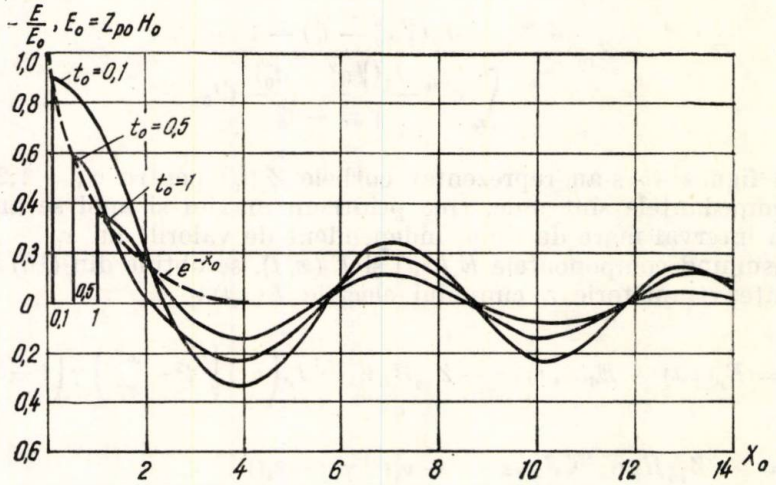


Fig. 6. — Curbele — $E(x_0)/E_0$.

În figura 6 s-au trasat curbele $E(x_0)$ pentru cîteva valori ale lui t_0. În timp ce cîmpul magnetic pătrunde în conductor prin valori pozitive (fig. 3), cîmpul electric variază în timp aproximativ la fel ca funcţia Bessel de prima speţă şi de ordinul zero $J_0(t_0)$.

2. REGIMUL TRANZITORIU CVASISTAȚIONAR DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC LA EXCITAȚIE TREAPTĂ DE CÎMP MAGNETIC

În regim cvasistaționar, densitatea curentului de deplasare care intervine în ecuația (1) se neglijează în raport cu densitatea curentului de conducție:

$$\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = 0, \tag{33}$$

și ecuațiile (1) și (2) se transformă după cum urmează:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E}' = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}'}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{H}' = \sigma \boldsymbol{E}', \tag{34}$$

$$\frac{\partial E'}{\partial x} = \mu_i \frac{\partial H'}{\partial t}; \quad \frac{\partial H'}{\partial x} = \sigma E', \tag{35}$$

în care s-a notat cu E' și H' intensitățile cîmpurilor electric și magnetic cvasistaționar. Fiecare dintre mărimile E' și H' sînt soluții ale ecuației de tip difuzie:

$$\frac{\partial^2 G'}{\partial x^2} = \sigma \mu_i \frac{\partial G'}{\partial t}, \tag{36}$$

în care G' este E' sau H'.

În loc de a rezolva ecuația difuziei (36) așa cum se procedează în literatură [1]—[3], se vor deduce soluțiile de regim cvasistaționar E', H' din soluțiile de regim nestaționar, în conformitate cu aproximația (33).

Formal, ecuațiile (34), (35), (36) rezultă din (1), (2), (3), luînd $\varepsilon_i \to 0$. Luînd limita pentru $\varepsilon_i \to 0$ în (7), (9) și (11), se obține

$$\lim_{\varepsilon_i \to 0} \alpha = \infty; \quad \lim_{\varepsilon_i \to 0} v_i = \infty; \quad \lim_{\varepsilon_i \to 0} \delta_p = 0; \quad \lim_{\varepsilon_i \to 0} \tau_0 = 0, \tag{37}$$

adică adîncimea de pătrundere tranzitorie δ_p a undelor nedistorsionate și constanta internă de timp se anulează, iar viteza de propagare v_i este infinită.

Ținînd cont de relația (37), undele nedistorsionate H_d(8) și E_p(16) se anulează:

$$\lim_{\alpha \to \infty} H_p = 0; \quad \lim_{\alpha \to \infty} E_p = 0, \tag{38}$$

iar undele distorsionate $H_d(10)$ și $E_d(22)$ trec în soluțiile de regim cvasistaționar (anexă (83)—(84));

$$H'(x, t) = \lim_{\alpha,\, v_i \to \infty} H_d(x, t) = H_0 \operatorname{erfc} \frac{x\sqrt{\mu_i \sigma}}{2\sqrt{t}}, \tag{39}$$

$$E'(x, t) = \lim_{\alpha,\, v_i \to \infty} E_d(x, t) = -H_0 \sqrt{\frac{\mu_i}{\pi \sigma t}}\, e^{\frac{-x^2 \mu_i \sigma}{4t}}, \tag{40}$$

în care s-a notat cu erfc funcția eroare complimentară.

Expresiile (39) și (40) sînt identice cu soluțiile calculate în lucrările [1]—[3] prin integrarea directă a ecuației difuziei. În coordonate relative x_0 și t_0, formulele (39) și (40) se scriu după cum urmează:

$$H'(x_0, t_0) = H_0 \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{2} x_0}{\sqrt{t_0}}, \tag{41}$$

$$E'(x_0, t_0) = -Z_{p0} H_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{t_0}} e^{\frac{-2x_0^2}{t_0}}. \tag{42}$$

În figurile 2*c* și 5*c* s-au reprezentat cu linii întrerupte curbele $H'(t_0)$ și $E'(x_0)$. Se observă că pentru valori mari ale lui t_0 curbele $H'(t_0)$, respectiv $E'(t_0)$ și $E(t_0)$, coincid. În schimb, la valori mici ale lui t_0, soluțiile E' și H' nu sînt valabile. Densitatea de curent $J'(x, t) = \sigma E'(x, t)$, calculată în aproximația regimului cvasistaționar, rezultă infinită la impact ($x = 0$, $t = 0$):

$$J'(0,0) = \infty. \tag{43}$$

Valoarea exactă este însă finită și se calculează din formula (26):

$$J'(0,0) = -Z_{r0} \sigma H_0. \tag{44}$$

Deoarece pentru mediile conductoare uzuale $Z_{r0} = \sim 120\pi$, rezultă că în sistemul MKSA la impact densitatea de curent are expresia

$$|J'(0,0)| = 120\, \pi \sigma H_0 A/\mathrm{m}^2. \tag{45}$$

De exemplu pentru cupru ($\sigma = 5{,}7 \cdot 10^7 \mathrm{S/m}$) rezultă $J'_{Cu}(0,0) = 684\, \pi H_0$.

3. CONSTANTA DE TIMP A PĂTRUNDERII CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Durata difuziei cîmpului electromagnetic este teoretic infinită, dar cu o bună aproximație poate fi evaluată printr-un multiplu al unui interval numit constantă de timp. Riguros, constanta de timp τ e intervalul de timp după care amplificarea sau atenuarea unei mărimi $u(t)$ e

egală cu un neper, iar legea de variație a mărimii e o exponențială simplă de forma

$$u(t) = U_0 e^{-t/\tau} + U_1, \tag{46}$$

în care U_0 și U_1 sînt funcții independente de timp. Constanta de timp se definește prin formula [8]—[10]

$$\tau = \frac{\int_0^\infty [u(t) - u(\infty)]\,dt}{|u(0) - u(\infty)|}. \tag{47}$$

Fenomenele de difuzie nu sînt însă descrise de o exponențială elementară. Formula (47) se poate aplica pentru o clasă mai largă de funcții monotone în timp. Fenomenele de difuzie sînt descrise în general de o sumă de exponențiale elementare în raport cu timpul și formula (47) definește *timpul mediu caracteristic*. Calculul lui τ_m cu expresia (47) conduce la o serie; mai potrivită este formula lui Cocci-Sartori [17], în care parametrul τ_m rezultă în numeroase cazuri exprimat strîns:

$$\tau_m = \frac{p\mathfrak{L}\{u(t)\}'_{p\to 0}}{|p\mathfrak{L}\{u(t)\}_{p\to\infty} - p\mathfrak{L}\{u(t)\}_{p\to\infty}|}, \tag{48}$$

în care s-a notat cu $\mathfrak{L}\{u(t)\}$ transformata Laplace a funcției $u(t)$.

În limbajul teoriei sistemelor [10], dacă $u(t)$ e răspunsul la excitația treaptă $\gamma(t)$, atunci parametrul τ_m calculat cu formulele (47), (48) *e timpul de răspuns tranzitoriu*.

În regim nestaționar cîmpul magnetic $H(x,t)$ avînd două componente, fiecăreia îi corespunde un timp tranzitoriu: τ_{mp} al undei $H_p(x,t)$ și τ_{md} al undei $H_d(x,t)$.

Timpul tranzitoriu τ_{mp} este intervalul de timp în care unda se propagă la distanța x cu viteza v_i:

$$\tau_{mp} = \frac{x}{v_i}, \quad \text{pentru } 0 < x_0,\ t_0 < \sim 5. \tag{49}$$

Timpul tranzitoriu τ_{md} calculat din (10) și (47) are expresia

$$\tau_{md}(x) = \frac{\int_{x/v_i}^\infty [H_d(x,t) - H_d(x,\infty)]\,dt}{\left|H_d\left(x, \frac{x}{v_i}\right) - H_d(x,\infty)\right|} = \int_{x/v_i}^\infty [H_d(x,t)/H_0 - 1]\,dt, \tag{50}$$

în care s-a ținut cont că $H_d\left(x, \frac{x}{v_i}\right) = 0$ și $H_d(x,\infty) = H_0$. Calculul numeric al expresiei (50) poate fi evitat dacă se observă că pentru $x > \sim 5\delta_p$ com-

ponenta $H_d(x,t)$ se poate aproxima cu $H'(x,t)$ (39). Utilizînd formulele din anexă (85), se obţine

$$\lim_{\alpha,\, v_i \to \infty} \tau_{md}(x) = \tau'_m(x) = \infty, \tag{51}$$

în care τ'_m este timpul de răspuns tranzitoriu al difuziei în regim cvasistaţionar. Rezultatul din formula (51) se datoreşte formulei (47), care se aplică numai funcţiilor în care variabilele sînt separate. Într-adevăr, înlocuind în (47) $u(x,t)$ cu $H'(x,t)$ (39) sau în (48) $\mathfrak{L}\{u(x,t)\}$ cu $\mathfrak{L}\{H(x,t)\}$, se constată acelaşi rezultat.

Notînd

$$\eta = \frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}} \tag{52}$$

şi calculînd abscisa medie η_m cu formula (47), se obţine

$$\eta_m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}. \tag{53}$$

Abscisei medii η_m îi corespunde în (52) timpul de răspuns tranzitoriu al difuziei τ'_m, prin urmare

$$\tau'_m = \frac{\pi\mu_i\sigma x^2}{4}. \tag{54}$$

Pentru a compara monotonia în timp a difuziei cîmpului magnetic relativ $H'(t')/H_0$ cu a exponenţialei elementare $1 - e^{-t'/\tau'_m}$, avînd con-

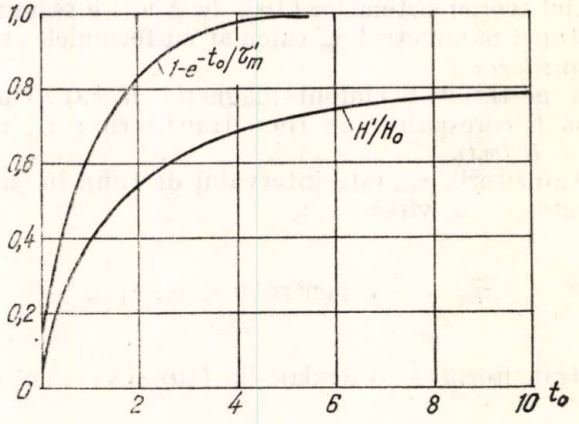


Fig. 7. — Curbele $1 - e^{-t'_0/\tau'_m}$ şi $H'(t'_0)/H_0$.

stanta de timp egală cu timpul de răspuns tranzitoriu, τ'_m, — se exprimă H'/H_0 în funcţie de timpul relativ $t'_0 = \dfrac{t}{\tau'_m} = \dfrac{4t}{\pi\mu_i\sigma x^2}$, adică

$$H'(t'_0)/H_0 = \operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}} = \operatorname{erfc}\frac{1}{\sqrt{\pi t'_0}}. \tag{55}$$

În figura 7 s-au trasat curbele H'/H_0 erfc $\frac{1}{\sqrt{\pi t'_0}}$ și $1 - e^{-t'_0/\tau'_m}$. Se constată că difuzia cîmpului magnetic $H'(t'_0)$ e mai lentă decît după o exponențială elementară.

4. ADÎNCIMEA DE PĂTRUNDERE TRANZITORIE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Pătrunderea în semispațiu a unei mărimi de difuzie $u(x, t)$ la un moment dat e teoretic infinită, dar cu o bună aproximație poate fi evaluată printr-un multiplu a unei constante, numită adîncime de pătrundere δ. Riguros, adîncimea de pătrundere δ e distanța măsurată de la suprafața conductorului în lungul axei ox, după care amplificarea sau atenuarea mărimii e egală cu un neper, iar legea de variație a mărimii e o exponențială simplă de forma $u(x) = U_0 e^{-x/\delta} + U_1$, în care U_0 și U_1 sînt funcții independente de x.

Adîncimea de pătrundere se definește printr-o formulă analogă cu (47), în care în locul lui t intervine x:

$$\delta = \frac{\int_0^\infty [u(x) - u(\infty)]\,dx}{|u(0) - u(\infty)|}. \tag{56}$$

Componenta $H_p(x, t)$ fiind atenuată exponențial cu distanța x, adîncimea de pătrundere tranzitorie δ_p corespunzătoare acestei unde, calculată din (8) și (56), are expresia

$$\delta_p = \frac{1}{\alpha} = \frac{2}{\sigma}\sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} = \frac{2}{\sigma Z_{p0}}. \tag{57}$$

Formula (56) poate fi aplicată și mărimilor care variază monoton cu x, obținîndu-se o adîncime medie de pătrundere tranzitorie δ_m. Undei distorsionate $H_d(x,t)$ îi corespunde parametrul δ_{md}, care se obține din (10) și (57):

$$\delta_{md}(t) = \frac{\int_{v_i t}^\infty [H_d(x, t) - H_d(\infty, t)]\,dx}{|H_d(v_i t, t) - H_d(\infty, t)|} = \frac{1}{H_d(\infty, t)}\int_{v_i t}^\infty [H_d(x, t) - H_d(\infty, t)]\,dx, \tag{58}$$

în care $H_d(v_i t, t) = 0$. Se poate evita calculul numeric al parametrului $\delta_{md}(t)$, la fel ca în cazul parametrului $\tau_{md}(x)$, deoarece $\delta_{md}(t) = \sim \delta'_m(t)$, în care $\delta'_m(t)$ este adîncimea de pătrundere tranzitorie în aproximația regimului cvasistaționar. Utilizînd formulele din anexă (86) și luînd limita pentru $\alpha \to \infty$ și $v_i \to \infty$, în formula (58) se obține

$$\lim_{\alpha,\, v_i \to \infty} \delta_{md}(t) = \delta'_m(t) = \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\pi \mu_i \tau}}. \tag{59}$$

La același rezultat se ajunge utilizînd formula abscisei medii η_m (53), înlocuind în (52) x cu δ'_m. Pe o altă cale, Nechleba [11] a obținut același rezultat.

Pentru a compara monotonia cu distanța x_0 a difuziei cîmpului magnetic relativ $H'(x'_0)/H$ cu a exponențialei elementare $1 - e^{-x'_0/\delta'_m}$, avînd aceeași adîncime de pătrundere δ'_m, se exprimă argumentul $x\sqrt{\mu_i\sigma}/2\sqrt{t}$ în funcție de coordonata relativă $x'_0 = \dfrac{x}{\delta'_m} = \dfrac{x\sqrt{\mu_i\pi\sigma}}{2\sqrt{t}}$; se obține

$$\frac{H'(x'_0)}{H_0} = \operatorname{erfc}\frac{x_0}{\sqrt{\pi}}. \tag{60}$$

În figura 8 s-au trasat curbele $\operatorname{erfc}\dfrac{x'_0}{\sqrt{\pi}}$ și $1 - e^{-x'_0/\delta'_m}$.

Se constată că difuzia cîmpului în raport cu distanța x_0 e mai rapidă decît după o exponențială elementară.

Observație. Dacă pe suprafața conductorului se aplică un cîmp magnetic care variază sinusoidal în timp $H_0\sin\omega t$ (în care ω este pulsația), adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic δ_0 are expresia

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\mu_i\omega\sigma}} = \sqrt{\frac{T}{\pi\mu_i\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_i f\sigma}}, \tag{61}$$

în care $f = \dfrac{1}{T}$ este frecvența și T perioada. Pentru raportul dintre parametrii δ'_m și δ_0 se obține

$$\frac{\delta'_m}{\delta_0} = \sqrt{\frac{t}{T/4}}. \tag{62}$$

Intervalul de timp t după care cîmpul magnetic sinusoidal în timp atinge valoarea maximă fiind egal cu un sfert de perioadă (fig. 9), rezultă din (62) că adîncimile de pătrundere ale cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor în regim sinusoidal și în regim tranzitoriu sînt egale dacă durata de pătrundere e egală cu un sfert de perioadă.

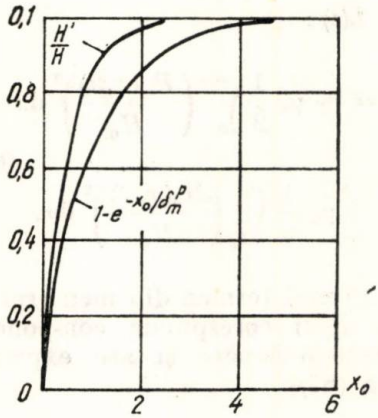
5. REZISTENȚA TRANZITORIE ȘI INDUCTIVITATEA TRANZITORIE INTERIOARĂ A SEMISPAȚIULUI

Densitatea curentului în conductor $J(x,t)$ se calculează cu formulele (20), (23) și (32) după cum urmează:

$$J(x,t) = J_p(x,t) + J_a(x,t) = \sigma Z_p(x,t)\,H_p(x,t) + \sigma Z_a(x,t)\,H_a(x,t), \tag{63}$$

în care $J_p(x, t)$ predomină în intervalul $0 < x < \sim 5\delta_p$; $0 < t < \sim 5\tau_0$ și $J_d(x, t)$ e preponderent pentru $x \gg \delta_p$; $t \gg \tau_0$. Puterea Joule p_J, absorbită de un tronson de arie-unitate, se calculează după cum urmează:

$$p_J = \sim \frac{1}{\sigma}\int_0^{\infty} J^2 \mathrm{d}x = \sim \frac{1}{\sigma}\int_0^{\sim 5\delta_p} J_p^2(x, t)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{\sigma}\int_{5\delta_p}^{\infty} J_d^2(x, t)\,\mathrm{d}x.$$



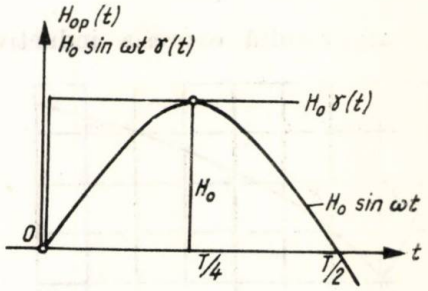


Fig. 8. — Curbele $1 - \mathrm{e}^{-x_0'/\delta_m'}$ și $H'(x_0)/H_0$.

Fig. 9. — Compararea pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor la excitația $H_0\gamma(t)$ și $H_0 \sin \omega t\gamma(t)$.

Raportul p_J/H_0^2 definește rezistența tranzitorie $R(t)$ a tronsonului:

$$R(t) = \sim \frac{1}{\sigma H_0^2}\int_0^{5\delta_p} J_p^2(x, t)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{\sigma H_0^2}\int_{5\delta_p}^{\infty} J_d^2(x, t)\,\mathrm{d}x. \qquad (64)$$

Primul termen din membrul al doilea, notat cu $R_p(t)$, are expresia

$$R_p(t) = \sigma Z_{p0}^2 \int_0^{5\delta_p} \mathrm{e}^{-2\alpha x}\,\mathrm{d}x = \sim Z_{p0}. \qquad (65)$$

Al doilea termen din membrul al doilea al relației (62), notat cu $R_d(t)$, se calculează numeric. O aproximație suficientă se obține în aceleași condiții ca și pentru parametrii τ_{md} și δ_{md}, considerînd $J_d(x, t) = \sim J_d'(x, t)$ (pentru $x \gg 5\delta_p$ și $t \gg \tau_0$), în care $J'(x,t)$ este densitatea de curent în regim cvasistaționar, calculată cu formula (40). Înlocuind în ultimul termen din membrul al doilea al ecuației (64),

$$J_d(x, t) = \sim J'(x, t) = H_0\sqrt{\frac{\mu_i\sigma}{\pi}}\,\frac{1}{\sqrt{t}}\,\mathrm{e}^{\frac{-x^2\mu_i\sigma}{Ht^2}}, \qquad (66)$$

se obține

$$R'(t) = R_d(t) = \sqrt{\frac{\mu_i\sigma}{\pi t}}, \qquad (67)$$

în care $R'(t)$ este rezistența tranzitorie în aproximația regimului cvasistaționar.

Energia magnetică W_m a tronsonului de arie-unitate se calculează astfel:

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_i \int_0^\infty H^2(x,t)\,dx = \frac{1}{2}\mu_i \int_0^\infty [H_p(x,t) + H_d(x,t)]^2\,dx = \sim$$

$$= \sim \frac{1}{2}\mu_i \int_0^{5\delta_p} H_p^2(x,t)\,dx + \frac{1}{2}\mu_i \int_{5\delta_p}^\infty H_d^2(x,t)\,dx = \frac{1}{2} L(t) H_0^2,$$

din care rezultă expresia inductivității $L(t)$:

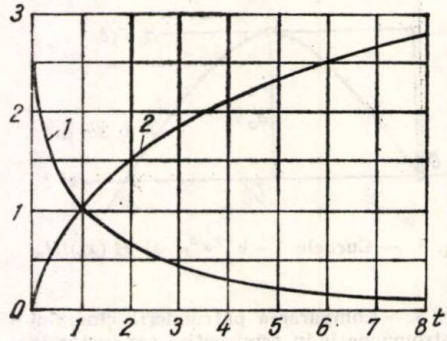


Fig. 10. — Curbele universale $f_1(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ și $f_2(t) = \sqrt{t}$.

$$L(t) = \sim \mu_i \frac{1}{2} \int_0^{5\delta_p} \left(\frac{H_p(x,t)}{H_0}\right)^2 dx + \tag{68}$$

$$+ \mu_i \frac{1}{2} \int_{5\delta_p}^\infty \left(\frac{H_d(x,t)}{H_0}\right)^2 dx.$$

Primul termen din membrul al doilea $L_p(t)$ corespunde componentei nedistorsionate și are expresia (anexă (87))

$$L_p = \frac{\mu_i}{4\alpha} = \frac{\mu_i}{2\sigma}\sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} = \frac{\mu_i}{2\sigma Z_{p0}}. \tag{69}$$

Al doilea termen, $L_d(t)$, se poate aproxima prin inductivitatea tranzitorie de regim cvasistaționar $L'(t)$ (anexă (88)):

$$L'(t) = \lim_{\alpha, v_i \to \infty} L_d(t) = \frac{1}{2}\mu_i \int_0^\infty \left[\operatorname{erfc} \frac{x\sqrt{\mu_i \sigma}}{2\sqrt{t}}\right]^2 dx = (2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{\mu_i}{\pi\sigma}}\sqrt{t}. \tag{69'}$$

În figura 10 s-au reprezentat curbele universale $f_1(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ și $f_2(t) = \sqrt{t}$.

Curba $f_1(t)$ reprezintă variația în timp a mărimii $R'(t)/\sqrt{\pi/\mu_i\sigma}$, iar curba $f_2(t)$ a mărimilor $\delta'_m(t)/\sqrt{2/\pi\mu_i\sigma}$ și $L'/(t)/(2-\sqrt{2})\sqrt{\mu_i/\pi\sigma}$. La impact, valoarea infinită a rezistenței tranzitorii este o consecință a neglijării curentului de deplasare. Valoarea exactă a rezistenței tranzitorii la impact e egală cu impedanța de undă Z_{p0}.

Anularea inductivității tranzitorii $L'(t)$ la momentul inițial este de asemenea o consecință a aproximației regimului cvasistaționar. În realitate, ea are valoare L_p (69).

6. VITEZA DE DIFUZIE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

Viteza de difuzie este utilă pentru a compara difuzia unor mărimi de natură fizică diferită. Miller [4] a definit viteza de difuzie prin analiza dimensională a ecuației (36), punînd în evidență difuzia mai rapidă a

cîmpului electromagnetic decît difuzia căldurii în conductoarele obișnuite (cupru, aluminiu și oțel). Utilizînd această definiție, nu se poate studia influența formei suprafeței corpurilor [10], [12], [15], [16] asupra vitezei de difuzie.

În acest sens e mai potrivit să se definească viteza de difuzie cum urmează :

— fie prin raportul dintre distanța x și timpul de răspuns tranzitoriu τ'_m (54) :

$$U'_m(x) = \frac{x}{\tau'_m} - \frac{4}{\pi\mu_i\sigma x}; \tag{70}$$

— fie prin raportul dintre adîncimea tranzitorie de pătrundere δ'_m (59) și timpul t :

$$U''_m(t) = \frac{\delta'_m}{t} = \frac{2}{\sqrt{\pi\mu_i\sigma t}}. \tag{71}$$

Conform cu prima definiție, viteza de difuzie rezultă funcție de distanța x, iar cu a doua definiție rezultă funcție de timpul t. Urmează că în formula (70) pentru $x = 0$ și în formula (71) pentru $t = 0$ viteza de difuzie e infinită și acest rezultat e o consecință a neglijării curentului de deplasare. În realitate, viteza de pătrundere a cîmpului electromagnetic la impact este finită și egală cu v_i (7).

7. CONCLUZII

Cîmpul electromagnetic pătrunde în semispațiul conductor la aplicarea pe suprafața acestuia a unei trepte de cîmp magnetic prin două perechi de unde de cîmp electric și de cîmp magnetic :

— undele $E_p(x,t)$ și $H_p(x,t)$ păstrează frontul dreptunghiular, se propagă cu viteza v_i și sînt atenuate exponențial în raport cu distanța x și cu timpul t. La începutul regimului tranzitoriu $0 < t < \sim 5\tau_0$ și pe o fișie avînd grosimea de ordinul adîncimii de pătrundere $0 < x < \sim 5\delta_p$, intensitățile cîmpurilor electric $E(x,t)$ și magnetic $H(x,t)$ pot fi aproximate prin componentele $E_p(x,t)$ și $H_p(x,t)$. În acest interval se poate considera că pătrunderea cîmpului electromagnetic are loc în principal prin *propagare*, efectul *difuziei* fiind neglijabil. În ecuația generală a undelor (3), termenul $\sigma\mu_i \frac{\delta G}{\partial t}$ e neglijabil în raport cu termenul $\varepsilon_i\ \mu_i \frac{\partial^2 G}{\partial t^2}$;

— undele $E_d(x,t)$ și $H_d(x,t)$ sînt distorsionate și se propagă cu aceeași viteză v_i, fiind preponderente pentru $x \gg \delta_p$ și $t \gg \tau_0$. În acest interval, intensitățile cîmpurilor $E(x,t)$ și $H(x,t)$ pot fi aproximate prin componentele $E_d(x,t)$ și $H_d(x,t)$, la rîndul lor puțin diferite de soluțiile $E'(x,t)$ și $H'(x,t)$, calculate în regim cuasistaționar. Urmează că, după un timp $t \gg \tau_0$, pătrunderea cîmpului electromagnetic are loc în principal prin *difuzie*, efectul de *propagare* fiind neglijabil.

Aproximația regimului cvasistaționar poate fi luată în considerare numai în intervalul $x \gg \delta_p$ și $t \gg \tau_0$. Neglijarea curentului de deplasare la impact conduce la valori eronate ale densității de curent pe suprafața conductorului, rezistenței tranzitorii și inductivității tranzitorii, primele două rezultînd infinite și ultima nulă.

Densitatea de curent fiind finită la impact, urmează că introducerea pînzei de curent nu este justificată.

ANEXĂ

a. Termenul exponențial $e^{-x\sqrt{\varepsilon_i \mu_i p^2 + \sigma \mu_i p}}$ se poate scrie sub forma următoare:

$$e^{-x\sqrt{\varepsilon_i \mu_i p^2 + \sigma \mu_i p}} = F_1(p + \alpha v_i) + F_2(p + \alpha v_i), \tag{72}$$

în care

$$F_1(p + \alpha v_i) = e^{-\frac{x}{v_i}\sqrt{(p+\alpha v_i)^2 - \alpha^2 v_i^2}} - e^{-\frac{x}{v_i}(p+\alpha v_i)},$$

$$F_2(p + \alpha v_i) = e^{-\frac{x}{v_i}(p+\alpha v_i)}, \quad \alpha = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_i}{\varepsilon_i}}; \quad v_i = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_i \mu_i}}. \tag{73}$$

Utilizînd teorema întîrzierii și luînd transformata inversă a funcțiilor $F_1(p + \alpha v_i)$ și $F_2(p + \alpha v_i)$, se obține [22]

$$\mathfrak{L}^{-1}\{F_1(p + \alpha v_i)\} = \alpha^2 v_i x e^{-\alpha v_i t} \frac{I_1\left(\alpha v_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{\alpha v_i \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{v_i^2}}} \gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right), \tag{74}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\{F_2(p + \alpha v_i)\} = e^{-\alpha x} \gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right). \tag{75}$$

Aplicînd teorema convoluției, funcția original a imaginii Laplace $\mathfrak{L}\{H(x, t)\}$ (5) are următoarea formă:

$$H(x,t) = H_p(x, t) + H_d(x, t), \tag{76}$$

în care

$$H_p(x, t) = H_0 e^{-\alpha x} \gamma\left(t - \frac{x}{v_i}\right), \tag{77}$$

$$H_d(x,t) = \alpha^2 v_i x H_0 \gamma\left(t-\frac{x}{v_i}\right)\int_{x/v_i}^{t} e^{-\alpha v_i t}\frac{I_1\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}}\,dt = \tag{78}$$

$$= \alpha^2 x H_0\,\gamma(x-v_i t)\int_{x}^{v_i t} e^{-\alpha v_i t}\frac{J_1(\alpha v_i\sqrt{x^2-v_i^2t^2})}{\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2}}\,d(v_i t).$$

b. Din prima ecuație (2) și din ecuația (8) rezultă

$$E_p(x,t) = \mu_i\int\frac{\partial H_p}{\partial t}\,dx = \mu_i H_0\int e^{-\alpha x}\gamma'\left(t-\frac{x}{v_i}\right)dx =$$

$$= \mu_i H_0\int e^{-\alpha x}\delta\left(t-\frac{x}{v_i}\right)dx = -\mu_i v_i H_0\, e^{-\alpha v_i t}\gamma\left(t-\frac{x}{v_i}\right) = \tag{79}$$

$$= -\mu_i v_i H_0\, e^{-\alpha v_i t}\gamma(x-v_i t).$$

c. Din prima ecuație (2) și din ecuația (10) rezultă

$$E_d(x,t) = \mu_i\int\frac{\partial H_d}{\partial t}\,dx = \mu_i\alpha^2 v_i H_0\, e^{-\alpha v_i t}\int_{x/v_i}^{t} x\frac{I_1\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)}{\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}}\,dx =$$

$$t > \frac{x}{v_i}$$

$$= -\mu_i\alpha^2 v_i H_0\, e^{-\alpha v_i t}\int_{x/v_i}^{t} I_1\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)d\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right) =$$

$$t > \frac{x}{v_i}$$

$$= -\mu_i v_i H_0\, e^{-\alpha v_i t}\left|I_0\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)\right|_{x/v_i}^{t} = \tag{80}$$

$$= -Z_{p0} H_0\, e^{-\alpha v_i t}\left[I_0\left(\alpha v_i\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}\right)-1\right]\gamma\left(t-\frac{x}{v_i}\right) =$$

$$= -Z_{p0} H_0\, e^{-\alpha v_i t}\left[J_0(\alpha\sqrt{x^2-v_i^2t^2}\,-1\right]\gamma(x-v_i t),$$

în care s-a înlocuit $\mu_i v_i$ cu Z_{p0} (19).

d. Utilizînd aproximația asimptotică a funcțiilor modificate ale lui Bessel de prima speță și de ordin n,

$$I_n(z) = \sim\frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}, \tag{81}$$

şi reţinînd în dezvoltarea în serie Taylor a funcţiei $\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}}$ numai primii doi termeni:

$$\sqrt{t^2-\frac{x^2}{v_i^2}} = \sim t\sqrt{1-\frac{x^2}{v_i^2t^2}} = t-\frac{x^2}{2v_i^2t}+\cdots, \tag{82}$$

expresia (78) se transformă după cum urmează:

$$\lim_{\alpha,\, v_i\to\infty} H_d(x,t) = \sim H'(x,t) = \alpha^2 v_i x H_0 \gamma(t)\int_c^t e^{-\alpha v_i t}\cdot$$

$$\cdot\frac{e^{-\alpha v_i t-\alpha x^2/2v_i t}}{\sqrt{2\pi(\alpha v_i t-\alpha x^2/2v_i t)}}\,dt = H_0\operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}}\gamma(t). \tag{83}$$

$$\alpha v_i t-\alpha x^2/2v_i t.$$

Cu aceleaşi aproximaţii, expresia (80) se transformă astfel:

$$\lim E_d(x,t) = \sim E'(x,t) = \sim -Z_{p0}H_0 e^{-\alpha v_i t}.$$

$$\cdot\frac{e^{\alpha v_i t-\frac{\alpha x^2}{2v_i t}}}{\sqrt{2\pi\left(\alpha v_i t-\frac{\alpha x^2}{2v_i t}\right)}}\gamma(t) = -H_0\sqrt{\frac{\mu_i}{\pi\sigma t}}e^{-\frac{x^2\mu_i\sigma}{4t}}\gamma(t). \tag{84}$$

d. Înlocuind în formula (50) valoarea lui $H_d(x,t)$ din (78), se obţine

$$\tau'_m = \int_0^\infty \operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}}\,dt = \infty. \tag{85}$$

e. Înlocuind în formula (56) $u(x)$ cu $H'(x,t)$ (83), se obţine

$$\delta'_m(t) = \int_0^\infty \operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}}\,dt = \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\pi\mu_i\sigma}}. \tag{86}$$

f. Înlocuind în primul termen din membrul al doilea al ecuaţiei (68) $H_p(x,t)$ cu valoarea din (8), se obţine

$$L_p = \frac{\mu_i}{2}\int_0^{S\delta p}\left(\frac{H_p}{H_0}\right)^2 dx = \sim\frac{\mu_i}{4\alpha}. \tag{87}$$

g. Analog, din al doilea termen din membrul al doilea al ecuației (68) și din (39) rezultă

$$L'(t) = \frac{\mu_i}{2}\int_0^\infty \left(\operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{\mu_i\sigma}}{2\sqrt{t}}\right)^2 \mathrm{d}x = (2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{\mu_i t}{\pi\sigma}}. \tag{88}$$

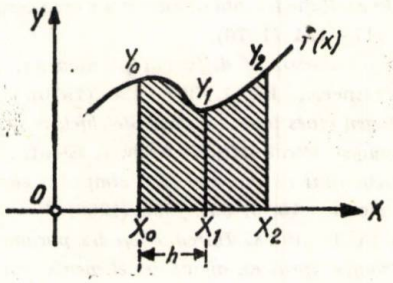


Fig. 11

h. Integrarea numerică s-a efectuat discretizînd integrandul și evaluînd aria cu formula lui Simpson (fig. 11):

$$\int_{X_1}^{X_2} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{h}{3}(Y_0 + 4Y_1 + Y_2) - \frac{1}{90}h^5 f^4(\xi); \quad X_0 < \xi < X_2.$$

Între limitele a și b, $X_0 = a$, $X_{2n} = b$, se obține

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{h}{3}(Y_0 + 4Y_1 + 2Y_2 + 4Y_3 + 2Y_4 + \cdots + 4Y_{n-1} + Y_n) -$$

$$-\frac{1}{180}(b-a)h^4 f^{(4)}(\xi), \tag{89}$$

în care $a < \xi < b$ și $f^{(4)}(\xi)$ este derivata de ordinul patru a funcției $f(x)$ pentru $x = \xi$.

BIBLIOGRAFIE

1. C. P. Steinmetz, *Transient electric Phenomena and Oscillations*, McGraw, N. Y. 1909, p. 379–386.
2. R. Rüdenberg, *Elektrische Schaltvorgänge*, Berlin, 1923.
3. L. M. Valese, *Fenomeni di diffusione di correnti transitorie in induttori*, Rassegna tecnica, *8–9*, 2217–2224 (1952).
4. K. W. Miller *Diffusion of electric current into rods, tubes and flat surfaces*, A.I.E.E. Trans., **66**, 1496–1502 (1947).

5. E. I. TUOHY, TH. N. LEE, N. P. FULLERTON, *Transient Resistance of Conductors*, I.E.E.E., PAS, **87**, *2*, 455–461 (1968).
6. B. BAULE, *Die Mathematik des Naturforschers und Inginieurs*, vol. VI, *Partielle Differentialgleichungen*, Leipzig, 1944.
7. T. UDO, *The attemation and distortion of short-tail traveling waves on overhead power transmission lines*, I.E.E.E. Trans., PAS, **84**, 310–314 (1965).
8. A. AVRAMESCU *Über die Zeitkonstante des Skineffektes*, ETZ, **A 80**, *3*, 1–2, 78–82 (1959).
9. V. HORTOPAN, *Răspunsul la excitație treaptă de curent a conductorului cilindric plin*, Electrotehnică, **18**, *4*, 117–121 (1970).
10. C. I. MOCANU, *Local time parameters of diffusion phenomena*, Rev., Roum. Sci. Techn. – Electrotechn. Energ., **15**, *3*, 397–430 (1970).
11. F. NECHLEBA, *Das Eindringen eines magnetischen Gleichfeldes in massiven Eisen mit von der Feldstärke abhängiger Permeabilität*, Arch. f. Elektr., **53**, *5* 309–316 (1970).
12. C. I. MOCANU, *Calculul adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductoare*, St. cerc. energ. electr. **18**, *3*, 637–660 (1968).
13. R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques linéaires, ayant des éléments non filiformes et avec des pertes supplémentaires*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Electrotechn. Energ., **11**, *4*, 565–639 (1966).
14. M. VASILIU, *Transient resistance of a thin flat coil with displacement current in the solid core*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Electrotechn. Energ., **14**, *3*, 387–402 (1969).
15. I. D. COCKROFT, *Skin effect in rectangular conductors at high frequencies*, Proc. Royal Soc., V, *122*, 533 (1929).
16. C. I. MOCANU, *Calculul rezistenței în alternativ a barelor cu secțiune poligonală la refulare netă a curentului electric*, St. cerc. energ., **XIV**, *2* (1964).
17. G. COCCI, R. SARTORI, *Contributo allo studio delle reti pur communicazioni elettriche*, Mem. R. Ist. Lombard., **26**, 41–123 (1938).
18. H. B. DWIGHT *Electrical coils and conductors*, New York, McGraw, 1945.
19. A. GRUMET, *Penetration of Transient Electromagnetic fields into a Conductor*, J. of Appl. Physics., **30**, *5* (1959).
20. P. GRANEAU, *Alternating and Transient Conduction Courents in Straight Conductors of any cross – section*, Intern. J. of Electr., **19**, *1*, 41 (1965).
21. P. SILVESTER, *The Accurate Calculation of Skin Effect in Conductors of Complicated Shape*, IEEE Trans., PAS, **87**, *3*, 735–742 (1968).
22. G. DOETSCH, *Handbuch der Laplace – Transformation*, Basel, Birkhäser vol. 1, 1950.

UNELE CONSIDERAȚII PRIVIND FORȚELE EFECTIVE ȘI ECHIVALENTE EXERCITATE DE CÎMPUL ELECTROMAGNETIC MACROSCOPIC ASUPRA MEDIILOR FLUIDE

DE

D. DABA

621.3.013:538.3

Se folosesc rezultatele din literatură privind forțele volumice efective exercitate de cîmp asupra corpurilor, pentru a se deduce expresia forței superficiale efective, a tensiunii electromagnetice în suprafețele de discontinuitate din fluide și cea a forței rezultante care acționează în aceste suprafețe.
Considerațiile se referă la mediile fluide în general neomogene, dar liniare, izotrope și fără polarizări permanente, situate într-un cîmp staționar.

1. INTRODUCERE

Sînt cunoscute din literatură numeroasele încercări de a se formula o teorie unitară privind acțiunile pondero-motoare și proprietățile dinamice ale cîmpului electromagnetic macroscopic. Dintre acestea, multe au căutat doar să aducă argumente definitive în favoarea uneia sau a alteia dintre teoriile relativiste deja formulate de către Minkowsky (1908) și Abraham (1909).

În [1] se face o prezentare critică a acestor încercări și se formulează o teorie macroscopică coerentă și generală, relativist-invariantă, a cîmpului electromagnetic sub raportul proprietăților sale dinamice.

Pornind de la rezultatele obținute în cadrul acestei teorii cu privire la forțele de volum efectiv exercitate de cîmpul electromagnetic asupra corpurilor, în lucrarea de față se stabilește expresia forței superficiale efective, a tensiunii electromagnetice în punctele suprafețelor de discontinuitate din fluide și cea a forței rezultante care acționează în astfel de suprafețe.

Expresiile deduse sînt adevărate în cazul mediilor fluide în general neomogene, dar liniare, izotrope și fără polarizări permanente, situate în repaus într-un cîmp staționar (sau cvasistaționar).

Aceste considerații vor fi utile la înțelegerea mecanismului acțiunilor cîmpului electromagnetic în fluide.

2. DENSITĂȚI DE FORȚĂ EFECTIVE ȘI ECHIVALENTE [1]

S-a reprezentat în figura 1 o porțiune V_Σ a unui mediu continuu, mărginită de suprafața închisă Σ definită pur geometric, de curbură continuă, considerată fixă în sistemul inerțial din care se descriu fenomenele, de normală exterioară $\boldsymbol{n}$ și de formă arbitrară.

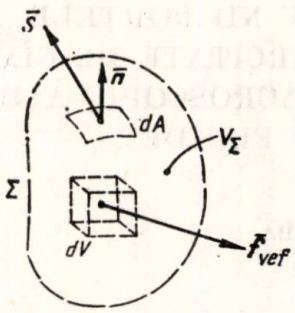


Fig. 1. — Porțiunea de mediu continuu supusă acțiunii forțelor.

Dacă asupra porțiunii de corp conținută în Σ se exercită forțe, atunci, în acord cu concepția de acțiune din aproape în aproape, forțele volumice $\boldsymbol{f}_{v\text{ef}}$ sînt exercitate efectiv de cîmpul electromagnetic, presupus a fi singurul cîmp fizic prezent în V_Σ, iar cele superficiale $\boldsymbol{s}$, numite uzual tensiuni, sînt exercitate de mediul corporal din exteriorul lui Σ. Deci cele două sisteme, cîmp și corp, aflate în prezență în interiorul lui Σ, trebuie considerate ca fiind distincte (caracterizabile individual și univoc prin impuls, energie și moment cinetic).

Criteriul pur mecanic, evidențiat prin ecuația de mișcare în forma

$$\boldsymbol{F}_R = \int_{V_\Sigma} \boldsymbol{f}_{V\text{ef}}\, \mathrm{d}v + \oint_\Sigma \boldsymbol{s}\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{G}_m}{\mathrm{d}t}, \tag{1}$$

în care $\boldsymbol{G}_m$ este impulsul rezultant al porțiunii de corp considerate, nu permite însă o separare unică a forței rezultante $\boldsymbol{F}_R$ în termenii de volum și de suprafață sau, echivalent, definirea univocă a densității $\boldsymbol{f}_{V\text{ef}}$. Într-adevăr, orice termen aditiv din densitatea de volum exprimabil prin divergența unui tensor poate fi trecut în integrala de suprafață și invers fără ca efectul observabil să se modifice. Rezultă ca necesară completarea definiției densității efective de forță exclusiv pe baza concepției de cîmp.

Se obține pe această cale pentru *densitatea efectivă* de forță în orice referențial inerțial expresia

$$\boldsymbol{f}_{V\text{ef}} = \rho\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} - \mathrm{grad}\,(\overset{\downarrow}{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{P} + \overset{\downarrow}{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{M})^*, \tag{2}$$

semnificația mărimilor fiind cunoscută.

*) Săgeata de deasupra indică faptul că acea mărime se derivează la calculul gradientului.

Expresia este adevărată în medii oarecare, deci și în fluide, care interesează aici.

Tensiunile $\boldsymbol{s}$ nu sînt pur mecanice. Se demonstrează că, pentru stări asociate unor transformări reversibile și în medii fără polarizație permanentă, ele se descompun într-un singur fel în termeni „mecanici" (funcții de starea de deformație geometrică) și termeni „electromagnetici" (care se anulează în absența cîmpului):

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}_m + \boldsymbol{s}_{elm}, \tag{3}$$

unde $\boldsymbol{s}_{elm}$ este întotdeauna un vector asociat normalei exterioare de un tensor de ordinul doi, adică

$$\boldsymbol{s}_{elm} = (\boldsymbol{n} \cdot \bar{\boldsymbol{s}}_{elm}). \tag{4}$$

Se numește *densitate echivalentă* de forță, notată aici $\boldsymbol{f}_v$, o densitate de volum echivalentă din punctul de vedere al forței rezultante cu acțiunea densităților efective și a părții electromagnetice a tensiunilor, definită de relația

$$\int_{V_\Sigma} \boldsymbol{f}_v \, \mathrm{d}v = \int_{V_\Sigma} \boldsymbol{f}_{v\,\mathrm{ef}} \, \mathrm{d}v + \oint_{\Sigma} \boldsymbol{s}_{elm} \, \mathrm{d}A \tag{5}$$

sau, volumul V_Σ fiind arbitrar și folosind (4),

$$\boldsymbol{f}_v = \boldsymbol{f}_{v_{\mathrm{ef}}} + \mathrm{Div}\, \bar{\boldsymbol{s}}_{elm}. \tag{6}$$

Vom folosi aceste rezultate în considerațiile ce urmează.

3. EXPRESII ECHIVALENTE ALE DENSITĂȚII VOLUMICE EFECTIVE

Este util pentru dezvoltările ulterioare să transformăm expresia (2) a densității volumice efective de forță.

Întrucît ne referim la regimul staționar, putem considera însă, pentru ușurința scrierii, separat partea „electrică" și partea „magnetică" a acestei forțe, rezultatele în cele două cazuri fiind formal analoge. De aceea vom prezenta în continuare doar considerațiile referitoare la partea electrică a forței:

$$\boldsymbol{f}_{Ve_{\mathrm{ef}}} = \rho \boldsymbol{E} - \mathrm{grad}\, (\boldsymbol{E} \overset{\downarrow}{\boldsymbol{P}}). \tag{7}$$

Formăm

$$\nabla(\boldsymbol{E}.\boldsymbol{P}) = \nabla(\boldsymbol{E} \overset{\downarrow}{\boldsymbol{P}}) + \nabla(\overset{\downarrow}{\boldsymbol{E}} \boldsymbol{P}), \tag{8}$$

unde

$$\nabla(\overset{\downarrow}{\boldsymbol{E}} \boldsymbol{P}) = [\boldsymbol{P} \times [\nabla \times \boldsymbol{E}]] + (\boldsymbol{P}\nabla)\, \boldsymbol{E} = \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon_0) \nabla E^2. \tag{9}$$

Ultima expresie s-a obținut ținînd seama de caracterul potențial al cîmpului electric, de legea polarizației temporare și de relațiile

$$\nabla E^2 = \nabla(\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}) = 2\nabla(\overset{\downarrow}{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{E}),$$

$$[\boldsymbol{E}\times[\nabla\times\boldsymbol{E}]] = 0 = \nabla(\overset{\downarrow}{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{E}) - (\boldsymbol{E}\nabla)\boldsymbol{E} \quad \text{sau} \quad (\boldsymbol{E}\nabla)\boldsymbol{E} = \frac{1}{2}\nabla E^2.$$

Mai avem și

$$\nabla(\boldsymbol{E}\boldsymbol{P}) = (\varepsilon - \varepsilon_0)\nabla E^2 + E^2\nabla\varepsilon. \tag{10}$$

Introducînd (8), (9) și (10) în (7), densitatea efectivă devine

$$\boldsymbol{f}_{Ve_{\text{ef}}} = \rho\boldsymbol{E} - E^2\nabla\varepsilon - \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_0)\nabla E^2 \tag{11}$$

sau, echivalent,

$$\boldsymbol{f}_{Ve_{\text{ef}}} = \rho\boldsymbol{E} - \frac{1}{2}E^2\nabla\varepsilon - \frac{1}{2}\nabla(\boldsymbol{E}\boldsymbol{P}). \tag{11'}$$

În mediile neîncărcate cu sarcină electrică liberă, primul termen al acestor expresii se anulează (densitatea de sarcină ρ fiind nulă).

4. DENSITATEA SUPERFICIALĂ EFECTIVĂ A FORȚEI EXERCITATE DE CÎMP ÎN MEDIILE NEÎNCĂRCATE ELECTRIC

Forțele superficiale exercitate de cîmpul electromagnetic în suprafața de discontinuitate, neîncărcată cu sarcină electrică liberă, pe care o constituie suprafața de separație între două medii (în particular suprafața corpului) se obțin din cele de volum prin trecere la limită. Suprafața de

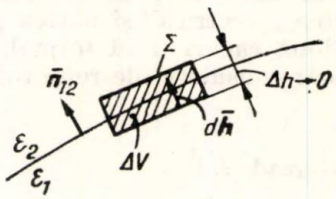


Fig. 2. — Suprafață de discontinuitate asimilată unui strat de rapidă variație continuă.

discontinuitate se asimilează unui strat de rapidă variație continuă a mărimilor și de grosime Δh tinzînd la zero [1]—[3] (fig. 2).

Atunci, după [7], avem

$$\boldsymbol{f}_{Se_{\text{ef}}} = \int_{h=0}^{h=\Delta h} (\boldsymbol{f}_{Ve\,\text{ef}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{h})\boldsymbol{n}_{12}, \tag{12}$$

unde $\mathrm{d}\boldsymbol{h}$ este elementul de arc în lungul normalei la suprafață și orientat către mediul 2, iar $\boldsymbol{n}_{12}$ vectorul unitar normal al suprafeței, avînd aceeași orientare. Sau, ca valoare numerică,

$$\boldsymbol{f}_{Se_{ef}} = \boldsymbol{f}_{Se_{ef}} \cdot \boldsymbol{n}_{12} = \int_0^{\Delta h} \boldsymbol{f}_{Ve_{ef}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{h},$$

în care $\boldsymbol{f}_{Ve_{ef}}$ are expresia (11) (cu $\rho = 0$).

La trecerea prin strat, componenta tangențială a vectorului intensitate de cîmp se conservă, în acord cu caracterul potențial al acestuia. Se conservă de asemenea componenta normală a inducției electrice, suprafața neposedînd o distribuție de sarcini electrice libere.

Folosind descompunerea

$$E^2 = E_n^2 + E_t^2 = \frac{D_n^2}{\varepsilon^2} + E_t^2,$$

avem succesiv

$$-\int_0^{\Delta h} E^2 \nabla\varepsilon \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{h} = -D_n^2 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\varepsilon^2} - E_t^2 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \mathrm{d}\varepsilon = D_n^2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + E_t^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

și, respectiv, cu $\nabla E^2 = D_n^2 \nabla \frac{1}{\varepsilon^2}$,

$$-\frac{1}{2} D_n^2 \int_0^{\Delta h} \varepsilon \nabla \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{h} + \frac{1}{2} D_n^2 \varepsilon_0 \int_0^{\Delta h} \nabla \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{h} =$$

$$= D_n^2 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\varepsilon^2} + \frac{1}{2} D_n^2 \varepsilon_0 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \mathrm{d}\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right) = -D_n^2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + \frac{1}{2} D_n^2 \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2},$$

unde s-a folosit și $\varepsilon \nabla \frac{1}{\varepsilon^2} = -2 \frac{1}{\varepsilon^2} \nabla\varepsilon$.

Cu acestea densitatea superficială efectivă (12) se scrie

$$\boldsymbol{f}_{Se_{ef}} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[\frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} D_n^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 E_t^2 \right] \boldsymbol{n}_{12}. \tag{13}$$

Exprimarea densității superficiale efective prin gradientul superficial. Aceeași mărime obține o expresie echivalentă prin folosirea gradientului superficial.

Pentru aceasta apelăm la forma (11′) a densității volumetrice (cu $\rho = 0$).

Considerăm aceeaşi porţiune de strat ca în figura 1, dar avînd aria bazelor unitară. Atunci [7] avem

$$f_{Se_{ef}} = \lim_{\Delta V \to 0} \int_{\Delta V} f_{Ve_{ef}} \, dv. \tag{14}$$

Folosind cele precedente şi transformarea de integrale a lui Gauss în forma

$$\int_{V_\Sigma} \nabla \boldsymbol{M} dv = \oint_\Sigma \boldsymbol{M} d\boldsymbol{A},$$

vom avea succesiv

$$-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \to 0} \int_{\Delta V} \left(\frac{D_n^2}{\varepsilon^2} + E_t^2 \right) \nabla \varepsilon \, dv =$$

$$= \frac{1}{2} D_n^2 \lim_{\Delta V \to 0} \int_{\Delta V} \nabla \frac{1}{\varepsilon} \, dv - \frac{1}{2} E_t^2 \lim_{\Delta V \to 0} \int_{\Delta V} \nabla \varepsilon \, dv =$$

$$= \frac{1}{2} D_n^2 \lim_{\Delta V \to 0} \oint_\Sigma \frac{1}{\varepsilon} \boldsymbol{n} - \frac{1}{2} E_t^2 \lim_{\Delta h \to 0} \oint_\Sigma \varepsilon \boldsymbol{n} =$$

$$= \frac{1}{2} D_n^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \boldsymbol{n}_{12} - \frac{1}{2} E_t^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \boldsymbol{n}_{12} =$$

$$= \frac{1}{2} D_n^2 \operatorname{grad}_S \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{2} E_t^2 \operatorname{grad}_S \varepsilon$$

şi, respectiv,

$$-\frac{1}{2} \lim_{\Delta V \to 0} \int_{\Delta V} \nabla (\boldsymbol{EP}) \, dv = -\frac{1}{2} \lim_{\Delta h \to 0} \oint_\Sigma (\boldsymbol{EP}) \boldsymbol{n} =$$

$$= -\frac{1}{2} [(\boldsymbol{EP})_2 - (\boldsymbol{EP})_1] \boldsymbol{n}_{12} = -\frac{1}{2} \operatorname{grad}_s (\boldsymbol{EP}).$$

Cu acestea densitatea superficială efectivă de forţă obţine şi expresia

$$f_{Se_{ef}} = \frac{1}{2} D_n^2 \operatorname{grad}_S \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{2} E_t^2 \operatorname{grad}_S \varepsilon - \frac{1}{2} \operatorname{grad}_s (\boldsymbol{EP}), \tag{15}$$

echivalentă cu (13).

Expresii asemănătoare celor obţinute sub pct. 3 şi 4 pentru partea electrică a forţelor se obţin, prin consideraţii asemănătoare, şi pentru partea magnetică a lor.

5. TENSIUNEA ELECTROMAGNETICĂ ÎN SUPRAFEȚELE DE DISCONTINUITATE DIN FLUIDE

Tensiunea electromagnetică $\boldsymbol{s}_{elm}$ în punctele suprafeței Σ, definită pur geometric și situată într-un mediu fluid (fig. 1), se poate obține din (5) dacă se cunoaște expresia densității echivalente $\boldsymbol{f}_v$. Aceasta este

$$\boldsymbol{f}_v = \rho\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} - \frac{1}{2}E^2\nabla\varepsilon - \frac{1}{2}H^2\nabla\mu + \\ + \frac{1}{2}\nabla\left(E^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\tau + H^2\frac{\partial\mu}{\partial\tau}\tau\right) \tag{16}$$

și se obține, în general, pe bază de raționamente energetice extinse la întregul cîmp [4]—[6], în care însă forța rezultantă este considerată ca avînd doar o repartiție volumică; deci densitatea obținută conține implicit contribuția electromagnetică a tensiunilor.

Rezultă atunci din (5)

$$\oint_{\Sigma}\boldsymbol{s}_{elm}\,\mathrm{d}A = \int_{V_\Sigma}(\boldsymbol{f}_V - \boldsymbol{f}_{V_{ef}})\,\mathrm{d}v \tag{17}$$

sau, cu (16), (11′) și (10) (ultimele completate cu partea magnetică) și folosind transformarea de integrale a lui Gauss

$$\oint_{\Sigma}\boldsymbol{s}_{elm}\,\mathrm{d}A = \frac{1}{2}\oint_{\Sigma}\left\{(\boldsymbol{EP}) + (\boldsymbol{BM}) + E^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\tau + H^2\frac{\partial\mu}{\partial\tau}\tau\right\}\mathrm{d}\boldsymbol{A},$$

de unde, ținînd seama că suprafața Σ este arbitrară, iar tensiunea $\boldsymbol{s}_{elm}$ este normală în oricare punct la ea, rezultă

$$\boldsymbol{s}_{elm} = \frac{1}{2}\left\{(\boldsymbol{EP}) + (\boldsymbol{BM}) + E^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\tau + H^2\frac{\partial\mu}{\partial\tau}\tau\right\}\boldsymbol{n}. \tag{18}$$

Această expresie a fost obținută în [1] din raționamente termodinamice, iar pe calea inversă celei prezentate aici a fost dedusă densitatea echivalentă (16).

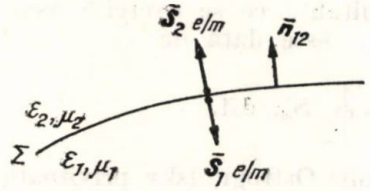


Fig. 3. — Suprafață de separație a două fluide diferite situate în cîmp.

În cele de mai sus, suprafața Σ a fost definită pur geometric, deci s-a presupus că ea nu conține puncte de discontinuitate a proprietăților fizice locale. Dacă însă suprafața Σ (sau porțiuni din ea) separă două fluide diferite situate în cîmp (fig. 3), tensiunea electromagnetică din punctele ei se

va obține prin însumarea vectorilor tensiune (18), luați pe cele două fețe ale suprafeței (în puncte infinit vecinei ei):

$$\boldsymbol{S}_{12elm} = \boldsymbol{S}_{1elm} + \boldsymbol{S}_{2elm} = (\boldsymbol{S}_{2elm} - \boldsymbol{S}_{1elm})\,\boldsymbol{n}_{12} = \operatorname{grad}_s \boldsymbol{S}_{elm}.$$

Sau, cu (18),

$$\boldsymbol{S}_{12elm} = \frac{1}{2}\operatorname{grad}_s \left\{ (\boldsymbol{EP}) + (\boldsymbol{BM}) + E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\tau + H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \tau}\tau \right\}. \tag{19}$$

6. FORȚA REZULTANTĂ ÎN SUPRAFEȚELE DE DISCONTINUITATE

În punctele suprafeței de separație a două fluide diferite situate în cîmp (fig. 3), dar neîncărcate și neparcurse de curenți de conducție, acționează atît forța efectivă (15) (completată cu partea magnetică), cît și tensiunea electromagnetică (19), încît forța superficială rezultantă va avea densitatea

$$\boldsymbol{f}_s = \boldsymbol{f}_{s_{ef}} + \boldsymbol{S}_{12elm} =$$

$$= \frac{1}{2} D_n^2 \operatorname{grad}_S \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{2} E_t^2 \operatorname{grad}_s \varepsilon + \frac{1}{2}\operatorname{grad}_s \left(E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\tau \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} B_n^2 \operatorname{grad}_s \frac{1}{\mu} - \frac{1}{2} H_t^2 \operatorname{grad}_S \mu + \frac{1}{2}\operatorname{grad}_S \left(H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \tau}\tau \right). \tag{20}$$

Ea reprezintă densitatea superficială echivalentă și se poate obține direct din cea volumică echivalentă (16), folosind același procedeu de trecere la limită ca sub pct. 4 [7].

7. FORȚELE LOCALE CARE PRODUC MIȘCAREA ELEMENTELOR DE VOLUM ALE FLUIDULUI

Starea de tensiune „electromagnetică", evidențiată prin $\boldsymbol{S}_{elm}$, se transmite prin suprafața Σ (fig. 1), la fel ca starea de tensiune „mecanică" $\boldsymbol{S}_m$, elementelor de volum ale fluidului din V_Σ.

Forța electromagnetică rezultantă ce se exercită asupra mediului din V_Σ datorită tensiunilor, $\boldsymbol{F}_{elm}$, este dată de

$$\boldsymbol{F}_{elm} = \oint_\Sigma \boldsymbol{S}_{elm}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A},$$

de unde, folosind teorema lui Gauss-Ostrogradsky privitoare la tensorul de ordinul doi și definiția divergenței unui tensor de ordinul doi, se obține pentru contribuția locală a ei, $\boldsymbol{f}$,

$$\int_{V_\Sigma} \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}v = \oint_\Sigma \boldsymbol{S}_{elm}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_{V_\Sigma} \operatorname{Div} \overline{\boldsymbol{S}}_{elm}\,\mathrm{d}v$$

sau, volumul V_Σ fiind arbitrar,

$$f = \text{Div } \bar{S}_{elm}. \tag{21}$$

Această contribuție se adună local la densitatea efectivă, conducînd la forța locală rezultantă de origine electromagnetică, forță care determină mișcarea particulelor de fluid.

Comparînd (21) cu (6) se deduce că această forță rezultantă este însăși densitatea echivalentă f_v.

8. CONCLUZII

Literatura electrotehnică clasică deduce expresia forței volumice specifice exercitate de cîmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor fluide din considerații termodinamice, extinse la întregul cîmp. În acest fel, forțele obțin doar o repartiție de volum (eventualele suprafețe de discontinuitate situate în fluid fiind considerate ca limite ale unui strat de rapidă variație continuă), deci conțin implicit contribuția locală a stării de tensiune „electromagnetică" ce ia naștere în fluid sub acțiunea forțelor efective exercitate de cîmp. Din acest motiv, forța specifică din (16) este denumită în [1] echivalentă.

Cunoașterea forțelor efective — volumice și superficiale — prezintă interes, deoarece permite cunoașterea stării de tensiune a fluidului supus acțiunii cîmpului, precum și evaluarea forței globale a cîmpului (la care tensiunile interioare nu contribuie).

Observația că elementele de volum ale fluidului se deplasează sub acțiunea forțelor echivalente ale cîmpului va permite ulterior, pe baza studiului localizării spațiale a acestor forțe, interpretarea unor comportamente ale fluidelor situate în cîmp, descrise de literatură (efect Sumoto, ondulații, efect „mecanic" al descărcărilor parțiale etc), precum și prevederea altor efecte posibile.

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Timotin, *Proprietățile dinamice ale cîmpului electromagnetic macroscopic în medii oarecare*, teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1957.
2. J. Stratton, *Théorie de l'électromagnetisme*, Paris, Dunod, 1961.
3. W. Smythe, *Elektrostatika i elektrodinamika*, Moskva, 1954.
4. R. Rădulet, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. I—II, București, 1955.
5. I. Tamm, *Bazele teoriei electricității*, București, Edit. tehnică, 1957.
6. E. Durand, *Electrostatique et magnétostatique*, Paris, Masson, 1953.
7. D. Daba, *Asupra exprimării forțelor superficiale exercitate de cîmpul electromagnetic în medii fluide printr-un procedeu de limită*, Electrotehnica, **18**, *8*, 273—275 (1970).

METODĂ DE DETERMINARE A VARIAŢIEI CURENTULUI DE-A LUNGUL UNEI LINII ELECTRICE LUNGI DESCHISE LA CAPĂT ŞI ÎNDEPLININD CONDIŢIA HEAVISIDE

DE

GH. DUMITRESCU, V. I. TURCU

621.372.21

Articolul prezintă o metodă pentru determinarea curentului pe o linie electrică deschisă la capătul receptor, alimentată cu o tensiune constantă $U_0 = E$ şi îndeplinind condiţia Heaviside $\delta = \frac{r}{l} = \frac{g}{c}$.

1. FORMA ANALITICĂ A CURENTULUI ÎNTR-UN PUNCT AL LINIEI ÎN FUNCŢIE DE CÎMP ŞI DE DISTANŢĂ

Forma cunoscută a imaginii curentului în cazul considerat, $z(p)=\infty$ şi $U_1 = E$, devine

$$\mathcal{L}i = \frac{\operatorname{ch}(\gamma x)}{\operatorname{ch}(\gamma X)} \frac{\mathcal{L}E}{z_c} = \frac{\operatorname{sh}(\gamma x)}{p\operatorname{ch}(\gamma X)} \frac{E}{z_c}. \tag{1}$$

S-a considerat că originea liniei este la capătul receptor.
În condiţia Heaviside, forma impedanţei caracteristice,

$$z_c = \sqrt{\frac{r+pl}{g+pc}},$$

devine

$$z_c = \sqrt{\frac{l}{c}},$$

iar constanta de propagare,

$$\gamma = \sqrt{(r+pl)(g+pc)},$$

devine

$$\gamma = (p+\delta)\sqrt{lc}.$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 399 – 414 1971

Fiindcă expresia lui $\mathcal{L}i$ este de forma $\frac{C(p)}{pB(p)}$, originalul corespunzător se obține aplicînd teorema dezvoltării lui Heaviside:

$$i = \frac{C(0)}{B(0)} + \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{C(p_i)}{p_i B'(p_i)} e^{p_i t}, \tag{2}$$

în care

$$C(p) = \frac{E}{z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) = \frac{E}{z_c} \operatorname{sh}[(p+\delta)\sqrt{lc}\, x] = \frac{E}{z_c} \operatorname{sh}\left[(p+\delta)\tau \frac{x}{X}\right], \tag{3}$$

$$B(p) = \operatorname{ch}(\gamma X) = \operatorname{ch}[(p+\delta)\sqrt{lc}\, X] = \operatorname{ch}[(p+\delta)\tau], \tag{4}$$

$$B'(p) = X \operatorname{sh}(\gamma X)\frac{\partial \gamma}{\partial p} = X\sqrt{lc} \cdot \operatorname{sh}[(p+\delta)\sqrt{lc}\, X] = \tau \operatorname{sh}[(p+\delta)\tau], \tag{5}$$

unde s-a notat

$$X\sqrt{lc} = \tau.$$

Rezultă

$$C(0) = \frac{E}{z_c} \operatorname{sh}\left(\delta\tau \frac{x}{X}\right), \tag{6}$$

$$B(0) = \operatorname{ch}(\delta\tau). \tag{7}$$

Se determină rădăcinile lui $B(p)$:

$$ch\,[(p+\delta)\tau] = 0,$$

egalitate care are loc numai pentru p imaginar.

Luînd

$$\operatorname{ch}[(p+\delta)\sqrt{lc}\, X] = \cos[-j(p+\delta)\sqrt{lc}\, X] = 0,$$

rezultă

$$-j(p_n+\delta)\sqrt{lc}\, X = (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad [n \in I = \text{mulțimea numerelor întregi}]$$

și apoi

$$(p_n+\delta)\sqrt{lc}\, X = j(2n+1)\frac{\pi}{2},$$

deci

$$p_n = j\frac{2n+1}{X\sqrt{lc}}\frac{\pi}{2} - \delta = j\frac{2n+1}{\tau}\frac{\pi}{2} - \delta. \tag{8}$$

Avînd în vedere relațiile (5) și (8), se deduce

$$B'(p_n) = \tau \operatorname{sh}\left[\left(\mathrm{j}\frac{2n+1}{\tau}\frac{\pi}{2} - \delta + \delta\right)\tau\right] = \tau \operatorname{sh}\left[\mathrm{j}(2n+1)\frac{\pi}{2}\right] = \mathrm{j}(-1)^n\tau,$$

$$C(p_n) = \frac{E}{z_c}\operatorname{sh}\left[\left(\mathrm{j}\frac{2n+1}{\tau}\frac{\pi}{2} - \delta + \delta\right)\tau\frac{x}{X}\right] = \tag{9}$$

$$= \mathrm{j}\frac{E}{z_c}\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{x}{X}\right]$$

și

$$\mathrm{e}^{p_n t} = \mathrm{e}^{\left(\mathrm{j}\frac{2n+1}{\tau}\frac{\pi}{2} - \delta\right)t} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}}\mathrm{e}^{-\delta t} = \mathrm{e}^{-\delta t}(\cos\alpha + \mathrm{j}\sin\alpha), \tag{10}$$

unde

$$\alpha = (2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}.$$

Ținînd seama de formulele (6), (7), (9), (10) și de faptul că

$$\sum_{-\infty}^{+\infty}\underline{N} = \sum_{0}^{\infty}(\underline{N} + \underline{N}^*) = 2\sum_{0}^{\infty}\operatorname{Re}\underline{N},$$

formula (2) devine

$$i = \frac{E}{z_c}\left\{\frac{\operatorname{sh}\left(\delta\tau\frac{x}{X}\right)}{\operatorname{ch}(\delta\tau)} + 2\sum_{0}^{\infty}\operatorname{Re}\frac{\mathrm{j}\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{x}{X}\right]}{\left[\mathrm{j}\frac{2n+1}{\tau}\frac{\pi}{2} - \delta\right]\mathrm{j}(-1)^n\tau}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}}\mathrm{e}^{-\delta t}\right\} =$$

$$= \frac{E}{z_c}\left\{\frac{\operatorname{sh}\left(\delta\tau\frac{x}{X}\right)}{\operatorname{ch}(\delta\tau)} - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{\pi}\mathrm{e}^{-\delta t}\sum_{0}^{\infty}(-1)^n\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{x}{X}\right]\operatorname{Re}\frac{\mathrm{j}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}}}{(2n+1) + \frac{2}{\pi}\delta\tau\mathrm{j}}\right\}. \tag{11}$$

Notînd

$$(2n+1)+\frac{2}{\pi}\delta\tau j = M_n\, e^{j\varphi_n} = M_n(\cos\varphi_n + j\sin\varphi_n),$$

se obţine

$$\operatorname{tg}\varphi_n = \frac{\delta\tau}{(2n+1)\frac{\pi}{2}} \quad \text{şi} \quad M_n = \sqrt{(2n+1)^2+\left(\frac{2}{\pi}\delta\tau\right)^2}$$

şi deci

$$\operatorname{Re}\frac{je^{j(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}}}{(2n+1)+\frac{2}{\pi}\delta\tau j} = -\frac{\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}-\varphi_n\right]}{\sqrt{(2n+1)^2+\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\delta^2\tau^2}},$$

astfel că relaţia (11) devine

$$i = \left\{\frac{\operatorname{sh}\left(\delta\tau\frac{x}{X}\right)}{\operatorname{ch}(\delta\tau)}+\right.$$

$$\left.+\frac{4}{\pi}e^{-\delta t}\sum_0^\infty(-1)^n\frac{\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{x}{X}\right]\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\frac{t}{\tau}-\varphi_n\right]}{\sqrt{(2n+1)^2+\left(\frac{2}{\pi}\delta\tau\right)^2}}\right\}, \tag{12}$$

care poate fi scrisă şi sub forma

$$i = \frac{E}{z_c}\left[\frac{\operatorname{sh}\left(\delta\tau\frac{x}{X}\right)}{\operatorname{ch}(\delta\tau)}+\frac{2}{\pi}e^{-\delta t}\sum_0^\infty\times\right.$$

$$\left.\times(-1)^n\frac{\cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{X}-\frac{t}{\tau}\right)+\varphi_n\right]-\cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{X}+\frac{t}{\tau}\right)-\varphi_n\right]}{\sqrt{(2n+1)^2+\left(\frac{2}{\pi}\delta\tau\right)^2}}\right], \tag{12'}$$

Din această expresie rezultă că pe linie apar unde călătoare, directe și reflectate, de diverse armonici, care se propagă cu viteza

$$v_0 = \frac{dx}{dt} = -\frac{X}{\tau} = -\frac{1}{\sqrt{lc}}$$

pentru unda directă și cu viteza

$$v_0 = \frac{dx}{dt} = \frac{X}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{lc}}$$

pentru unda reflectată ($\approx$ viteza luminii). Toate aceste armonici se amortizează cu factorul de amortizare δ.

2. REPREZENTAREA GRAFICĂ A VARIAȚIEI CURENTULUI PE LINIE ÎN FUNCȚIE DE TIMP

Folosindu-se expresia analitică exactă (12'), se poate reprezenta variația curentului de-a lungul liniei. Operația este laborioasă și necesită modelarea pe un calculator electronic.

Se dă o reprezentare grafică a variației curentului, dedus tot din relația (12') în funcție de variabilele x și t, utilizînd un calculator digital.

Se consideră valoarea relativă a curentului definit de relația

$$R(t, x) = \frac{z_c i}{E}(t, x),$$

a cărei reprezentare grafică se face în domeniul

$$0 \leqslant t \leqslant \mathcal{T},$$
$$0 \leqslant x \leqslant X,$$

unde $\mathcal{T}$ este timpul pentru care se reprezintă grafic variația curentului și care se ia egal cu $332 \cdot 10^{-4}$ s, iar X este lungimea totală a liniei.

În acest domeniu se va considera un număr finit de puncte situate în vîrfurile unor dreptunghiuri, coordonatele vîrfurilor pentru un asemenea dreptunghi fiind

$$(t_{i-1}, x_{j-1});\ (t_i, x_{j-1});\ (t_{i-1}, x_j) \text{ și } (t_i, x_j).$$

Pentru simplificarea problemei se va face această reprezentare numai în cinci puncte ale liniei, și anume pentru

$$x = 0;\ \frac{1}{4}X;\ \frac{2}{4}X;\ \frac{3}{4}X \text{ și } X.$$

Se va lua deci

$$t_i - t_{i-1} = 2.10^{-4} \text{ [s] și } x_j - x_{j-1} = \frac{1}{4} X \text{ [m]},$$

în care

$$j = 1 \cdots 4; \; i = 1 \cdots 166 \text{ și } x_0 = 0, \; t_0 = 0.$$

Reprezentarea grafică a domeniului este dată în figura 1.

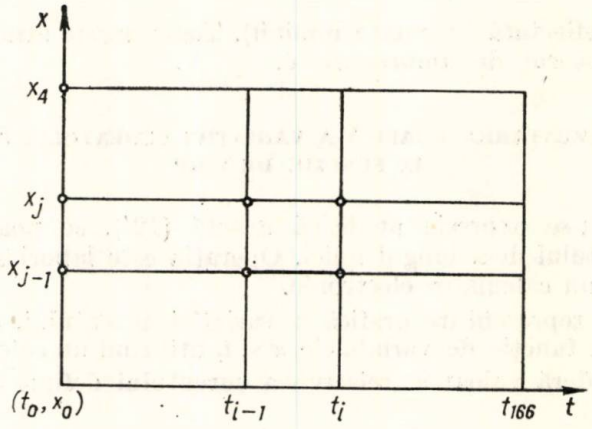


Fig. 1. — Domeniul de variație a curentului de-a lungul liniei.

În expresia $R\ (t,\ x)$ se ia

$$\delta = 60 \text{ [s}^{-1}\text{]},$$
$$\tau = 3,(3)\ 10^{-3} \text{ [s]},$$
$$X = 10^6 \text{ [m]}.$$

Notînd $\frac{x}{X} = u$; $\frac{t}{\tau} = v$ și $\delta\tau = z$, expresia lui $R\ (t,\ x)$, dedusă din relația (12′), se poate scrie

$$R\ (v,\ u) = \frac{\text{sh}\ (zu)}{\text{ch}\ z} +$$

$$+ \frac{2}{\pi} e^{-zv} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^4 \frac{\cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}(u-v)+\varphi_n\right] - \cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}(u+v)-\varphi_n\right]}{\sqrt{(2n+1)^2 + \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 z^2}}.$$

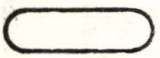
În consecință, graficul corespunzător expresiei $R(t, x)$ va fi obținut pentru expresia $R(v, u)$, definit pe domeniul

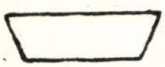
$$0 \leqslant u \leqslant 1,$$
$$0 \leqslant v \leqslant 9{,}96,$$

unde vîrfurile dreptunghiurilor vor avea coordonatele (v_{i-1}, u_{j-1}); (v_i, u_{j-1}); (v_{i-1}, u_j) și (v_i, u_j), iar $v_i - v_{i-1} = 6.10^{-2}$; $(i = 1 \cdots 166)$; $u_j - u_{j-1} = \frac{1}{4}$ $(j = 1 \cdots 4)$; $v_0 = 0$ și $u_0 = 0$.

Calculul valorilor corespunzătoare expresiei pe aceste noduri a fost făcut cu ajutorul calculatorului CIFA-102 pe baza schemei logice dată în figura 2.

În schema logică, prin indicele c am evidențiat faptul că este vorba de valoarea curentă a parametrului, iar prin f faptul că este vorba de valoarea finală a parametrului. De asemenea figurile geometrice indicate în schema logică au următoarele semnificații:


marchează începutul și sfîrșitul programului;

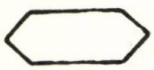

marchează introducerea datelor în calculator sau scoaterea datelor din calculator;

marcaj de legătură între blocurile programului;

marcaj de legătură între blocurile programului și subrutină,

atribuire;

pentru comparație logică;


blocul subrutină.

În figurile 3—6 sînt redate graficele obținute.

Dacă se analizează cele patru grafice din figurile 3—6 și se ține seama că în punctul $x = 0$ curentul rămîne permanent egal cu zero (așa cum se deduce din expresia analitică), se poate afirma că în timpul $t \in [0\,;\,33{,}2]$, exprimat în [ms], rezu tă zece trepte pentru $x = \frac{1}{4}X$; $\frac{1}{2}X$ și $\frac{3}{4}X$, cinci trepte pentru $x = X$ și o treaptă pentru $x = 0$.

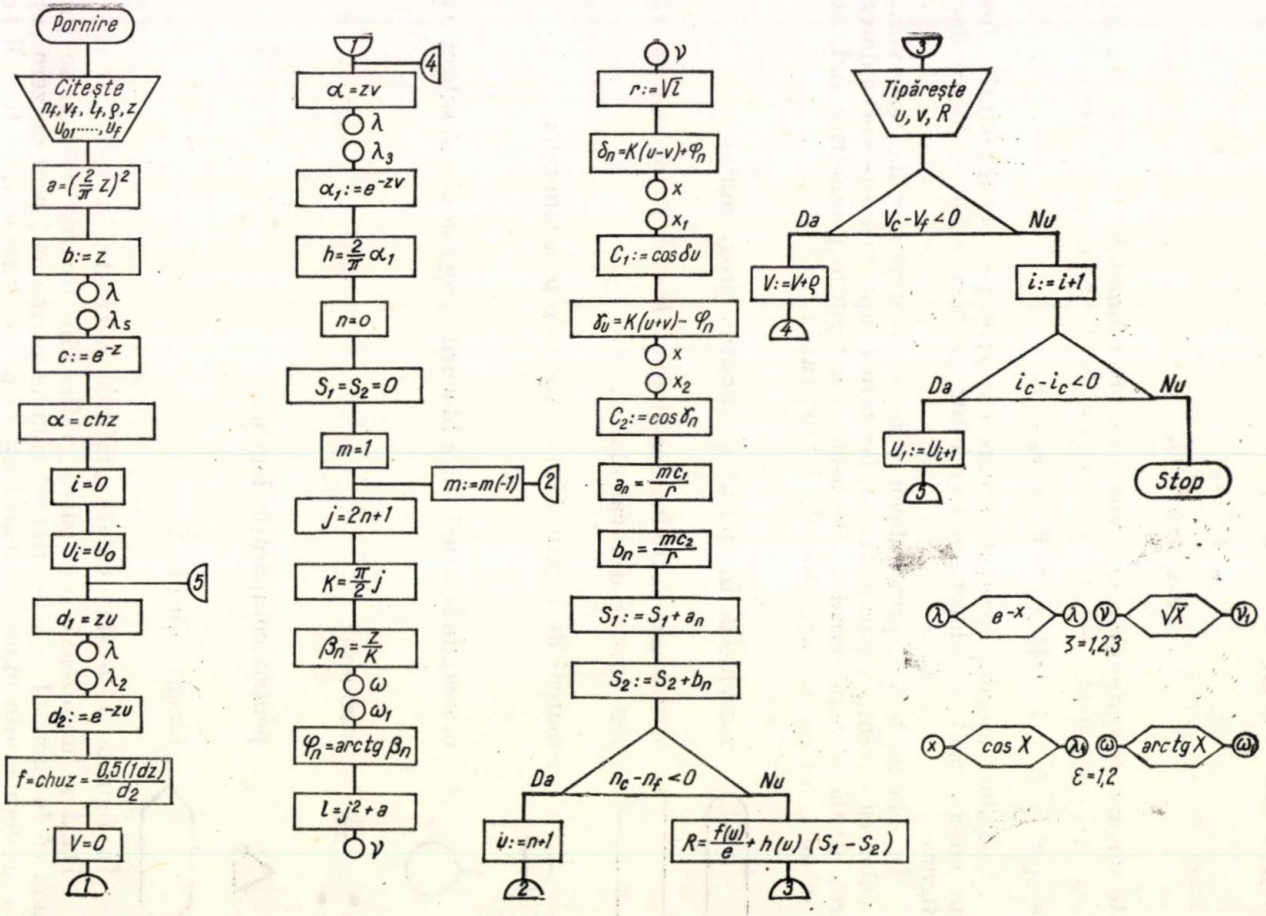


Fig. 2. — Schema logică.

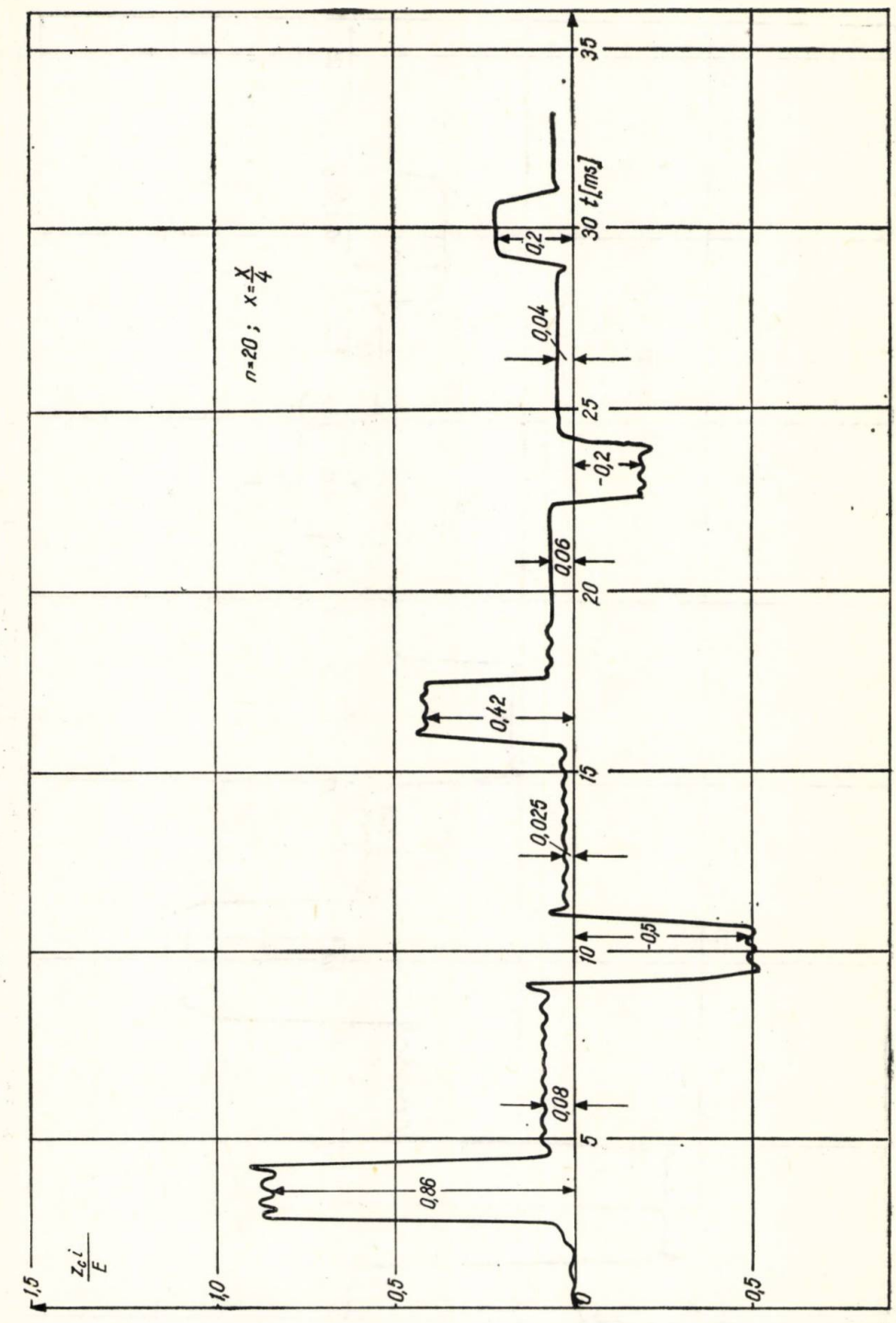


Fig. 3. — Graficul curentului în punctul $x = \frac{1}{4} X$.

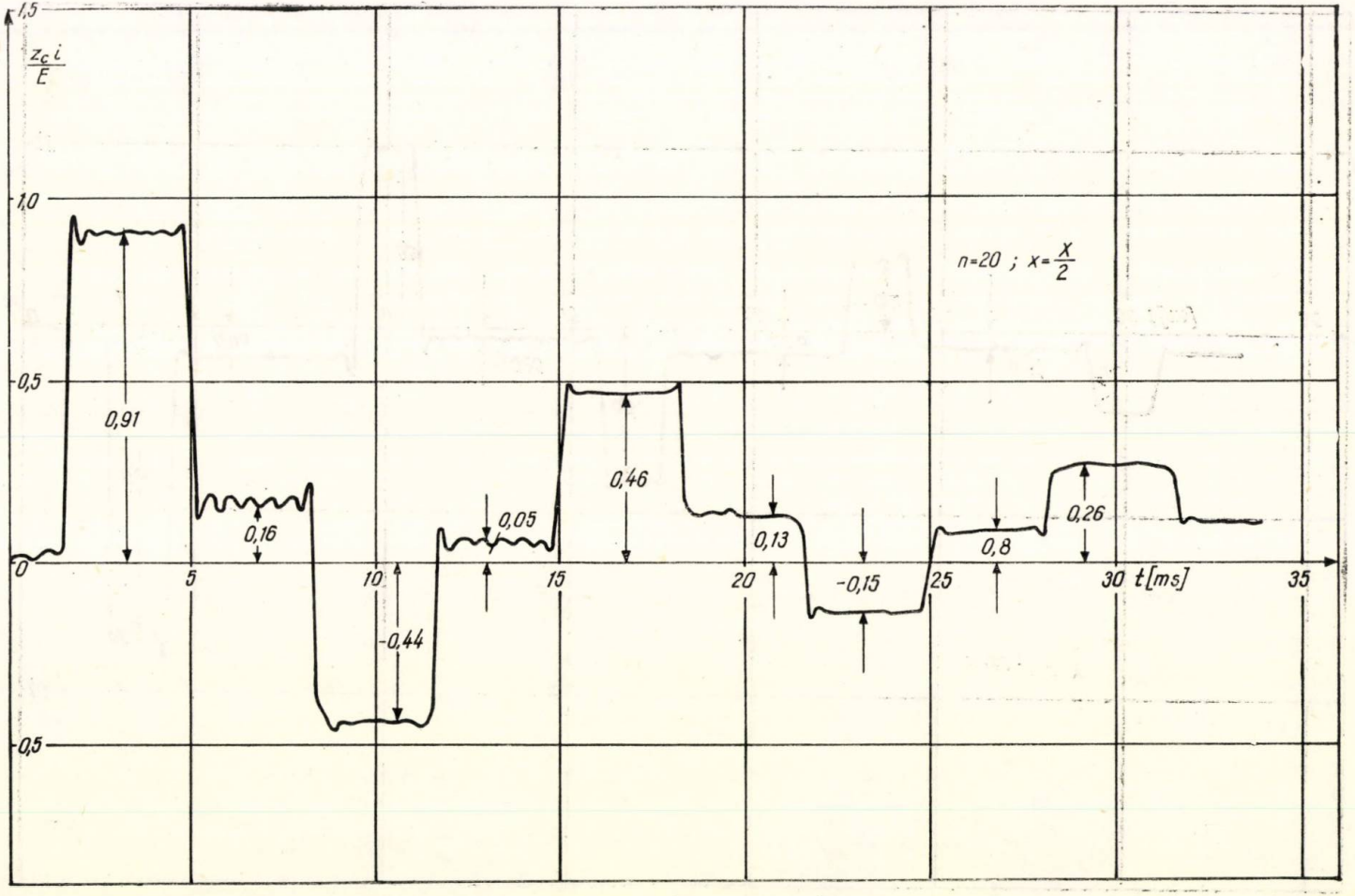


Fig. 4. — Graficul curentului în punctul $x = \frac{1}{2} X$.

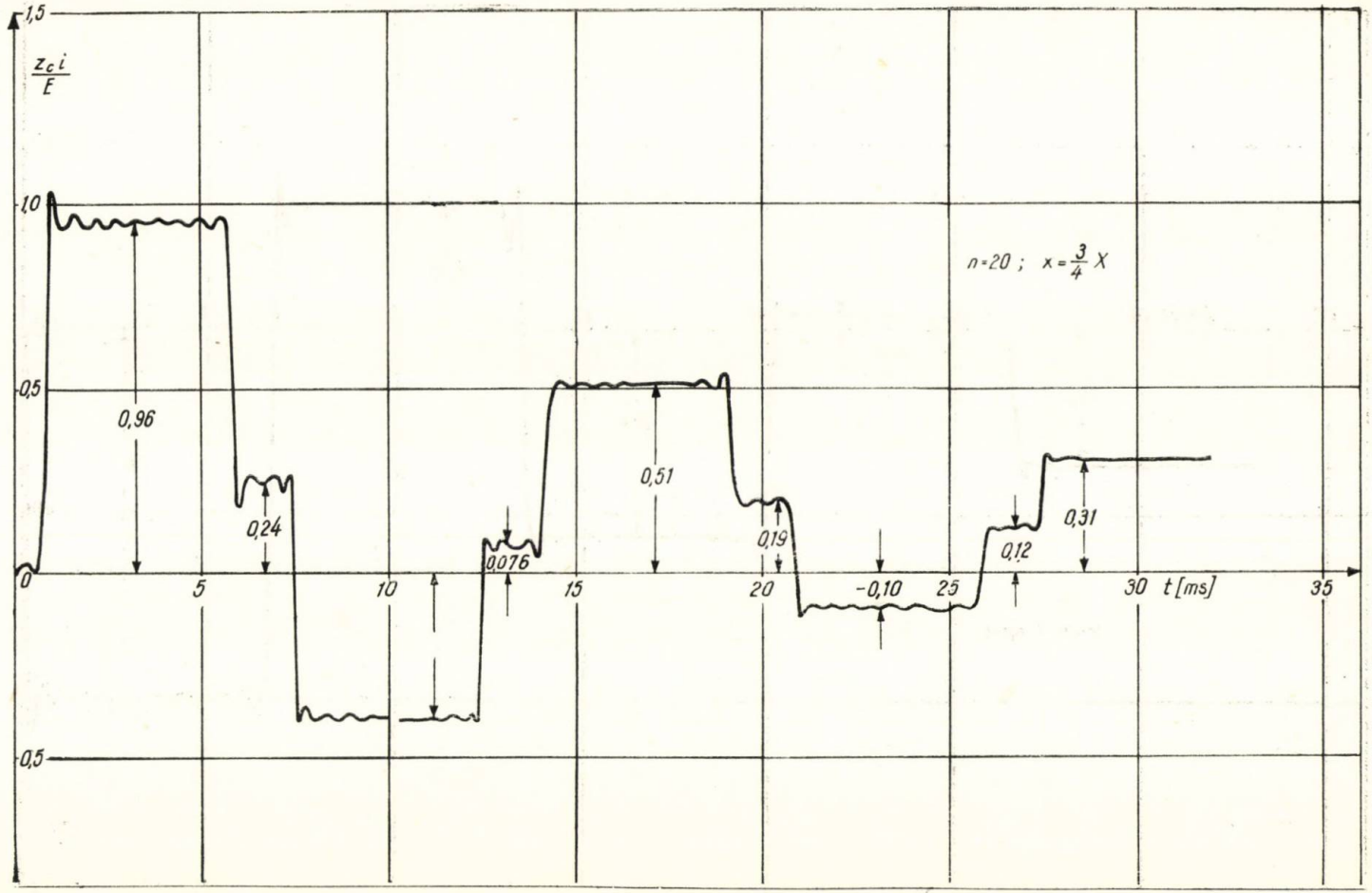


Fig. 5. — Graficul curentului în punctul $x = \frac{3}{4} X$.

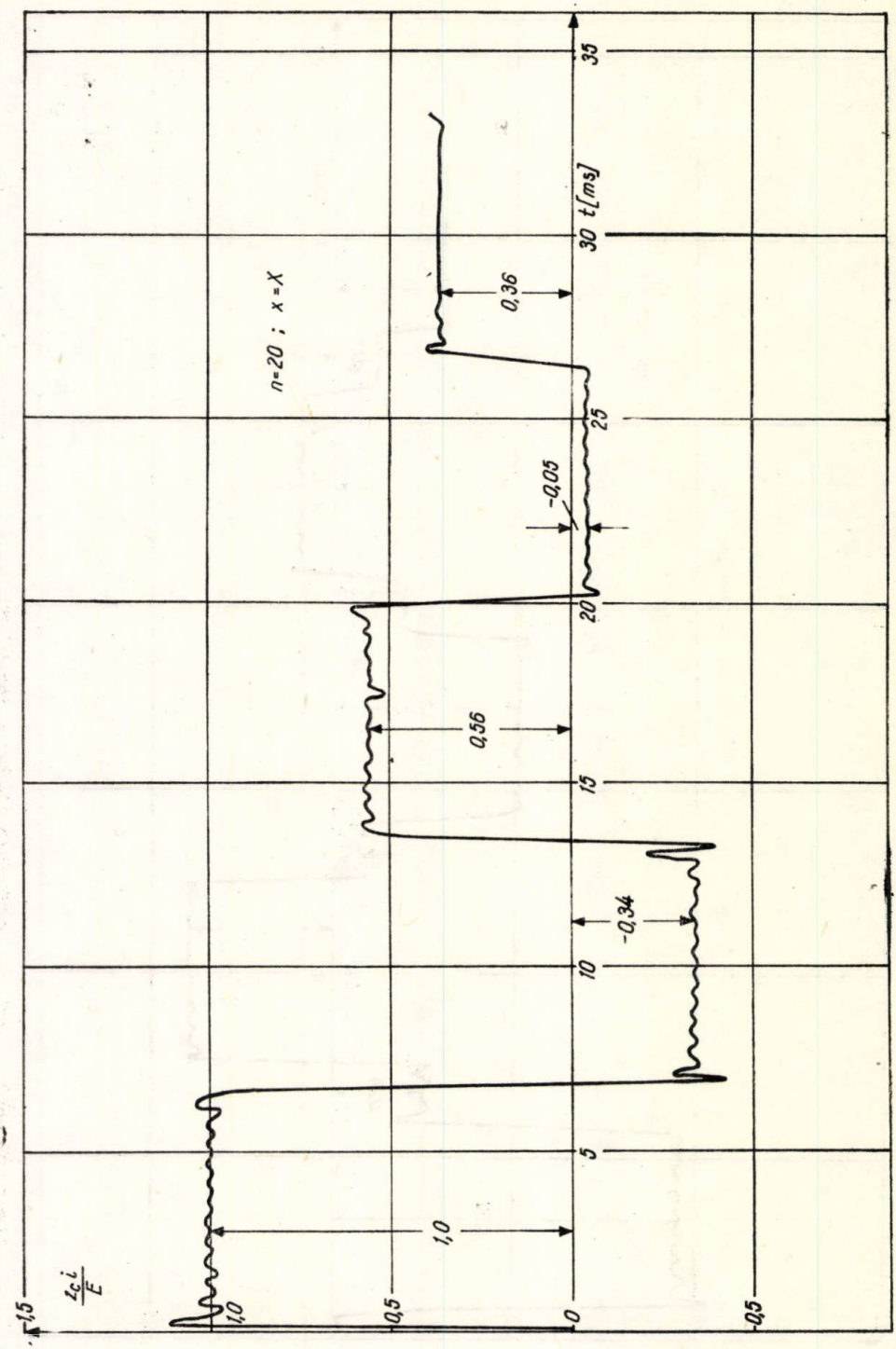


Fig. 6. — Graficul curentului în punctul $x = X$.

Așa cum se va arăta mai departe, atît pentru $x = X$, cît și pentru $x = 0$ există tot zece trepte, numai că pentru $x = X$ treptele de ordin impar au lățimea zero, iar pentru $x = 0$ treptele de ordin par au lățimea zero, astfel că cele de ordin impar care devin vecine se confundă, fiindcă au toate aceeași ordonată egală cu zero.

Tot din grafic se mai observă că treptele 4 și 8, deci cele de rang $2(2n+2)$; $n \in \{0,1,2,\cdots\}$, au ordonatele negative, adică în intervalul de timp al acestor trepte apar curenți dinspre receptor spre sursă.

Apariția acestor curenți dinspre receptor spre sursă este justificată dacă se ține seama de [4], în care graficele privind variația tensiunii de-a lungul liniei și graficul pentru obținerea ordonatelor treptelor de tensiune de ordin par permit întocmirea tabelei următoare:

Tabela 1

$x =$	Treapta 4			Treapta 8		
	Valoarea tensiunii	Intervalul de timp pentru treapta de tensiune	durata treptei de tensiune	valoarea tensiunii	intervalul de timp pentru treapta de tensiune	Durata treptei de tensiune
0	$\approx 1{,}08$	$\left[\frac{12}{4}\tau, \frac{12}{4}\tau\right]$	0	$\approx 1{,}02$	$\left[\frac{28}{4}\tau, \frac{28}{4}\tau\right]$	0
$1/4X$	1,06	$\left[\frac{11}{4}\tau, \frac{13}{4}\tau\right]$	$\frac{2}{4}\tau$	1,015	$\left[\frac{27}{4}\tau, \frac{29}{4}\tau\right]$	$\frac{2}{4}\tau$
$1/2X$	1,04	$\left[\frac{10}{4}\tau, \frac{14}{4}\tau\right]$	$\frac{4}{4}\tau$	1,010	$\left[\frac{26}{4}\tau, \frac{30}{4}\tau\right]$	$\frac{4}{4}\tau$
$3/4X$	1,02	$\left[\frac{9}{4}\tau, \frac{15}{4}\tau\right]$	$\frac{6}{4}\tau$	1,005	$\left[\frac{25}{4}\tau, \frac{31}{4}\tau\right]$	$\frac{6}{4}\tau$
X	1	$\left[\frac{8}{4}\tau, \frac{16}{4}\tau\right]$	$\frac{8}{4}\tau$	1	$\left[\frac{24}{4}\tau, \frac{32}{4}\tau\right]$	$\frac{8}{4}\tau$

Din tabelă rezultă 1) valoarea tensiunii pentru treptele de ordinul $2(2n+2)$; $n \in \{0,1,2,\cdots\}$ descrește dinspre receptor spre sursă; 2) intervalele de timp I, în care avem tensiunea descrescătoare dinspre receptor spre sursă se intersectează, pentru că avem $I_0 \subset I_{\frac{X}{4}} \subset I_{\frac{X}{2}} \subset I_{\frac{3X}{4}} \subset I_X$ și deci este posibilă apariția curenților negativi; 3) lățimea treptelor de curent de ordinul $2(2n+2)$ crește dacă punctul în care ne interesează variația curentului de-a lungul liniei este mai aproape de sursă, întrucît există relațiile

$$\{I_0 \cap I_{\frac{X}{4}}\} \subset \{I_{\frac{X}{4}} \cap I_{\frac{X}{2}}\} \subset \{I_{\frac{X}{2}} \cap I_{\frac{3X}{4}}\} \subset \{I_{\frac{3X}{4}} \cap I_X\}.$$

3. EXPUNEREA METODEI

Din diagramele $\frac{Z_c i}{E} = f(t)$ se pot întocmi următoarele tabele:

Tabela 2

Nr. treptei	Lățimea (durata) treptelor pentru				
	$x = X$	$x = 3/4X$	$x = 1/2X$	$x = 3/4X$	$x = 0$
1	0	$1/4\tau$	$1/2\tau$	$3/4\tau$	τ
2	2τ	$3/2\tau$	τ	$1/2\tau$	0
3	0	$1/2\tau$	τ	$3/2\tau$	τ
4	2τ	$3/2\tau$	τ	$1/2\tau$	0
5	0	$1/2\tau$	τ	$3/2\tau$	τ
6	2τ	$3/2\tau$	τ	$1/2\tau$	0
7	0	$1/2\tau$	τ	$3/2\tau$	τ
8	2τ	$3/2\tau$	τ	$1/2\tau$	0
9	0	$1/2\tau$	τ	$3/2\tau$	τ
10	2τ	$3/2\tau$	τ	$1/2\tau$	0

Tabela 3

Nr. treptei	Înălțimea y a treptelor pentru				
	$x = X$	$x = 3/4\ X$	$x = 1/2\ X$	$x = 1/4\ X$	$x = 0$
1	—	0	0	0	0
2	1,00	0,96	0,91	0,86	—
3	—	0,24	0,16	0,08	0
4	−0,34	−0,39	−0,44	−0,5	—
5	—	0,076	0,05	0,25	0
6	0,56	0,51	0,46	0,42	—
7	—	0,19	0,13	0,06	0
8	−0,05	−0,10	−0,15	−0,2	—
9	—	0,12	0,08	0,04	0
10	0,36	0,31	0,26	0,2	—

În tabela 2, treptele au fost considerate ca delimitate de mijlocul distanței dintre abscisa maximă a unei trepte și abscisa minimă a treptei următoare.

De asemenea se observă că durata unei trepte D depinde de distanța x. Această dependență poate fi reprezentată prin relațiile următoare:

$$D_1(x) = \tau \frac{X-x}{X},$$

$$D_{2n}(x) = 2\tau \frac{x}{X}, \tag{13}$$

$$D_{2n+1}(x) = 2\tau \frac{X-x}{X},$$

care pot fi reprezentate grafic prin niște drepte (fig. 7).

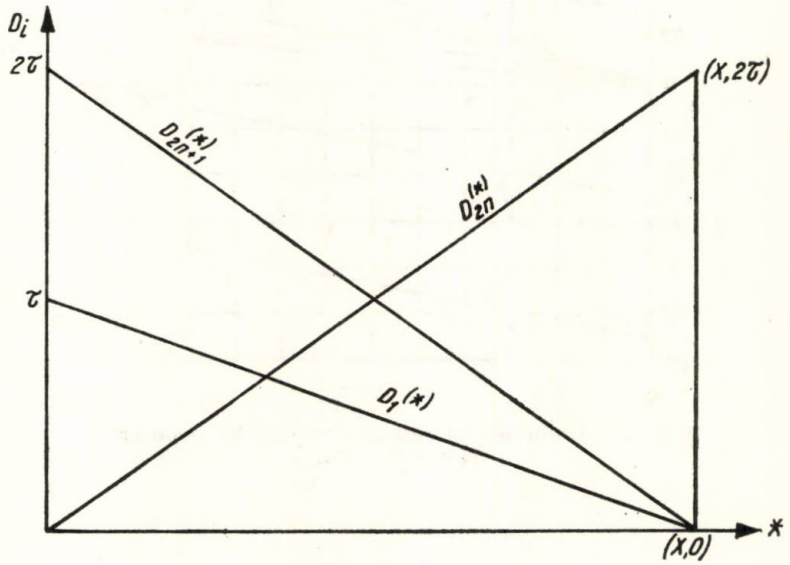


Fig. 7. — Reprezentarea grafică a relațiilor $D_i = f(x)$: (a) funcția $D_1(x)$; (b) funcția $D_{2n}(x)$; (c) funcția $D_{2n+1}(x)$.

Dacă se analizează tabela 3, se deduce că pentru aceeași treaptă a graficului variația ordonatei în funcție de abscisa x este liniară, și anume pentru treptele de rang mai mare ca 1 cu cît punctul se găsește mai aproape de receptor, cu atît ordonata treptei este mai mică.

Această variație a ordonatei treptei curentului în funcție de distanța de la receptor se poate obține din tabela 3 și arată ca în graficul din figura 8.

Folosind figurile 7 și 8, se poate determina graficul lui $\frac{z_c i}{E} = f(t)$ în orice punct $x \in [0,X]$, adică se ajunge la o metodă de determinare a variației curentului în raport cu timpul în orice punct al unei linii lungi deschise la capăt și îndeplinind condiția lui Heaviside.

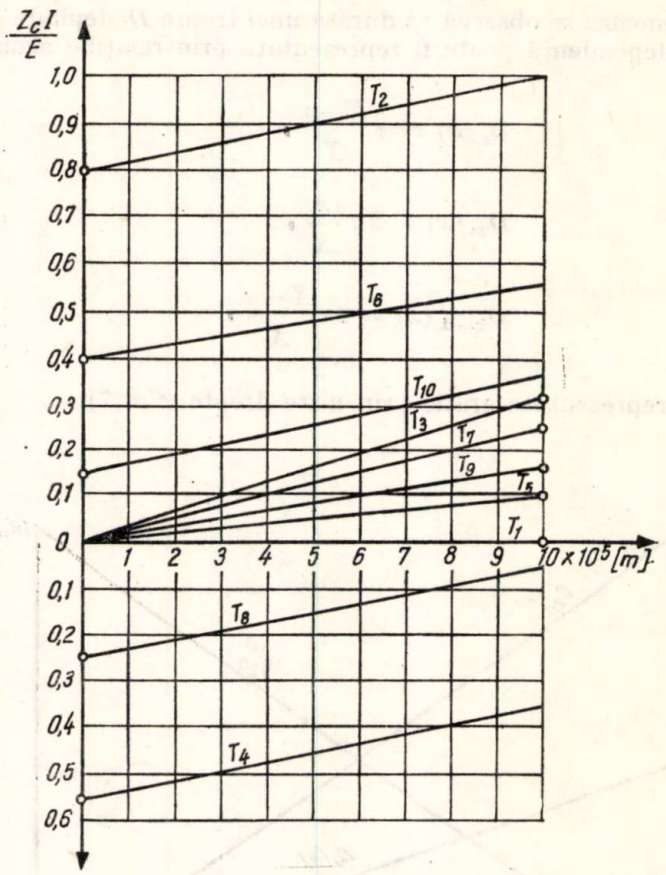


Fig. 8. — Grafic pentru obținerea ordonatelor treptelor $T_i (i = 1 \ldots 10)$.

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contributions à la definition de la vitesse de propagation d'un signal dans les chaines de quadripoles*, Rev. Roum. des Sc. Techn., serie Electr. Energ., **11**, *3*, 341–369 (1966).
2. I. S. Antoniu, *Chestiuni speciale de electrotehnică*, București, Edit. Academiei, 1956.
3. Vaida Dragoș, *Programarea calculatoarelor electronice*, București, Edit. Academiei, 1967.
4. I. S. Antoniu, Gh. Dumitrescu, V. I. Turcu, *Metodă de determinare a variației tensiunii de-a lungul unei linii electrice lungi deschise la capăt și îndeplinind condiția Heaviside*, St. cerc. energ. electr., *4* (1970). (sub tipar).

ANALIZA UNOR REGIMURI SPECIALE DE FUNCȚIONARE ÎN CIRCUITUL DE EXCITAȚIE AL MAȘINII SINCRONE

DE

C. APETREI, M. DOGARU

621.313.322

În lucrare se studiază regimurile intervenite la variația bruscă a impedanței echivalente a circuitului de excitație, însoțită de intervenția scurtcircuitelor bruște și de funcționarea în regim asincron a mașinilor sincrone.

Se elaborează o metodă de calcul verificată prin experimentări pe model privind suprasolicitările electrice din circuitul de excitație la funcționarea mașinii sincrone în regimurile speciale studiate.

1. În lucrare se elaborează o metodică de calcul a tensiunilor și a curenților proprii circuitului de excitație în cazul apariției unor regimuri de funcționare speciale ale generatoarelor sincrone.

Se analizează regimurile intervenite la variația bruscă a impedanței echivalente a circuitului de excitație, care poate fi însoțită și de alte modificări ale stării mașinii, cum sînt intervenția scurtcircuitelor bruște simetrice și funcționarea în asincron a mașinii.

Pentru verificarea metodicii de calcul elaborate s-au efectuat cercetări experimentale sistematice în condiții de laborator, pe un model electrodinamic echipat în variantă cu sistem de excitație cu mașini rotative sau cu redresoare statice comandate.

Lucrarea furnizează date necesare alegerii structurii sistemului de excitație, a dimensionării înfășurării de excitație și protecției schemei de excitație [3]. Sînt date și indicații asupra unor manevre de exploatare, care pot conduce la suprasolicitări electrice ale mașinii sau schemei de excitație.

2. Se consideră cazul mașinii sincrone funcționînd în gol în regim generator, cînd intervine întreruperea sursei de excitație simultan cu introducerea în circuitul de excitație a reostatului de stingere a cîmpului de rezistență r_s. Regimul respectiv se realizează prin deschiderea întrerupătorului (*1*), simultan cu închiderea întrerupătorului (*2*), conform figurii 1.

Regimul de funcționare descris, în condițiile unor scheme de excitație clasice, poate interveni și în cazul schemelor cu redresoare comandate.

În acest ultim caz, blocarea punții de alimentare a înfășurării de excitație echivalează cu întreruperea alimentării circuitului și cu introducerea bruscă în circuit a unei rezistențe de valoare determinată.

Interesează determinarea variației curentului și a tensiunii de excitație ca urmare a regimului tranzitoriu intervenit.

2.1. Rezolvarea problemei se face prin considerarea circuitelor rotorice, indusul deschis, din axa longitudinală a mașinii.

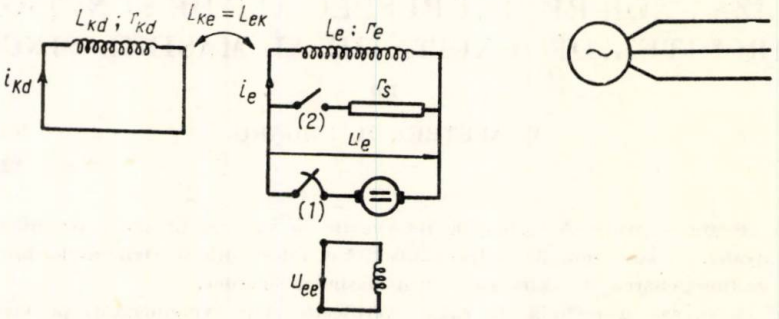


Fig. 1. — Schema de principiu a circuitelor din axa longitudinală la funcționarea în gol a mașinii.

Saturația sistemului magnetic se neglijează sau se apreciază prin introducerea valorilor saturate ale parametrilor mașinii, în ambele cazuri parametrii funcționali ai mașinii fiind considerați constanți, independent de regim.

În condițiile de mai sus, ecuațiile operaționale în unități relative ale circuitelor rotorice din axa longitudinală a mașinii au forma

$$(r_{e1} + L_e p).i_e + L_{ek} p.i_{kd} = - U_{e1}1, \tag{1}$$

$$L_{ke} p.i_e + (r_{kd} + L_{kd} p).i_{kd} = 0. \tag{2}$$

Se introduc notațiile

$$\frac{r_s}{r_e} = m\,; \qquad r_e(1 + m) = r_{e1}\,; \qquad U_{e0}(1 + m) = U_{e1}. \tag{3}$$

Semnificația parametrilor introduși în ecuațiile (1) și (2) rezultă din figura 1.

Soluția sistemului de ecuații (1), (2) este de forma

$$i_e = i_{e0} + i'_e, \tag{4}$$

unde i_e este curentul de excitație total, i_{e0} curentul de excitație în regimul anterior intervenției stingerii cîmpului, iar i'_e componenta tranzitorie a curentului de excitație în cazul intervenției stingerii cîmpului.

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (1), (2) rezultă expresia curentului i'_e :

$$i'_e(p) = -\frac{r_{kd} + L_{kd}p}{(r_{e1} + L_e p)(r_{kd} + L_{kd}p) - L_{ek} \cdot L_{ke} p^2} \cdot U_{e1}1. \tag{5}$$

Dacă se consideră $L_{ek} = L_{ke}$ și se dă factor comun la numărător r_{kd}, iar la numitor $r_{e1}\, r_{kd}$, se obține

$$i'_e(p) = -\frac{r_{kd}\left(1 + \frac{L_{kd}}{r_{kd}} p\right)}{r_{e1} \cdot r_{kd}\left[\left(1 + \frac{L_e}{r_{e1}} p\right)\left(1 + \frac{L_{kd}}{r_{kd}} p\right) - \frac{L_{ke}^2}{r_{e1} r_{kd}} p^2\right]} \cdot U_{e1}1. \tag{5'}$$

Se notează

$$T_e = \frac{L_e}{r_{e1}} = \frac{L_e}{r_e(1+m)} = \frac{T'_{d0}}{1+m}; \quad T_{kd} = \frac{L_{kd}}{r_{kd}}; \quad \sigma_{ek} = 1 - \frac{L_{ke}^2}{L_e \cdot L_{kd}}, \tag{6}$$

unde

T_e — reprezintă constanta de timp a circuitului de excitație (circuitele indusului și de amortizare deschise) în cazul cînd în circuitul de excitație se introduce brusc reostatul de stingere a cîmpului,

T_{kd} — constanta de timp a înfășurării de amortizare longitudinală (circuitele indusului și de excitație deschise),

σ_{ek} — factorul de dispersie a înfășurărilor rotorice din axa longitudinală.

Ordonînd termenii după puterile operatorului p, expresia curentului i'_e devine

$$i'_e(p) = -\frac{T_{kd}p + 1}{T_e \cdot T_{kd} \cdot \sigma_{ek} p^2 + (T_e + T_{kd})\, p + 1} \cdot \frac{U_{e0}1}{r_e}. \tag{7}$$

Dacă se aplică teorema de dezvoltare a lui Heaviside,

$$i'_e(p) = -\left[A_0 + \sum_{n=1}^{n=2} \frac{A_n p}{p - a_n}\right] \cdot \frac{U_{e0}1}{r_e}, \tag{7'}$$

unde, dacă se au în vedere funcțiile

$$\begin{aligned} g(p) &= T_{kd}p + 1 \\ f(p) &= T_e T_{kd} \sigma_{ek} p^2 + (T_e + T_{kd})\, p + 1, \end{aligned} \tag{8}$$

a_n reprezintă rădăcinile ecuației $f(p) = 0$, iar

$$A_0 = \frac{g(0)}{f(0)}; \quad A_1 = \frac{g(a_1)}{a_1 . f'(a_1)}; \quad A_2 = \frac{g(a_2)}{a_2 . f'(a_2)}. \tag{9}$$

Folosind relația de transformare aplicată funcției (7'), rezultă

$$i'_e(t) = -\left(A_0 + \sum_{n=1}^{n=2} A_n . e^{a_n t}\right) \frac{U_{e0}}{r_e}. \tag{10}$$

Notînd cu

$$\alpha = \frac{T_{kd}}{T_e}; \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{(1+\alpha)^2 - 4\sigma_{ek} . \alpha}}, \tag{11}$$

prin efectuarea calculelor se obține

$$a_1 = \frac{-(1+\alpha)\beta + 1}{2\beta\sigma_{ek} . T_{kd}}; \quad a_2 = \frac{-(1+\alpha)\beta - 1}{2\beta\sigma_{ek} . T_{kd}}. \tag{12}$$

Dacă se notează

$$T_{e1} = \frac{2\beta\sigma_{ek}}{(1+\alpha)\beta - 1} . T_{kd}; \quad T_{e2} = \frac{2\beta\sigma_{ek}}{(1+\alpha)\beta + 1} . T_{kd} \tag{13}$$

și se aplică relațiile (9), rezultă

$$A_0 = 1; \quad A_1 = \beta \frac{T_{kd} - T_{e1}}{T_e}; \quad A_2 = \beta \frac{T_{e2} - T_{kd}}{T_e}. \tag{14}$$

Expresia curentului $i'_e(t)$, definită de (10):

$$i'_e(t) = -\left(1 + \beta \frac{T_{kd} - T_{e1}}{T_e} . e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + \beta \frac{T_{e2} - T_{kd}}{T_e} . e^{-\frac{t}{T_{e2}}}\right) . \frac{U_{e0}}{r_e}. \tag{15}$$

Deoarece $i_{e0} = \frac{U_{e0}}{r_e}$, din (4) se obține expresia variației curentului de excitație total:

$$i_e = -\left(\frac{T_{kd} - T_{e1}}{T_e} . e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + \frac{T_{e2} - T_{kd}}{T_e} . e^{-\frac{t}{T_{e2}}}\right) \beta \frac{U_{e0}}{r_e}. \tag{16}$$

Constantele T_{kd} și T_e sînt definite de relațiile (6), T_{e1} și T_{e2} de relațiile (13), iar β de relațiile (11).

Ținînd seama de relațiile de definiție (13) și (14) și de condiția $A_1 + A_2 = -1$, rezultă

$$\left(\frac{T_{kd} - T_{e1}}{T_e} + \frac{T_{e2} - T_{kd}}{T_e}\right)\beta = -1 \tag{17}$$

și deci

$$i_{e(t=0)} = i_{e0}\,; \quad i_{e(t=\infty)} = 0. \tag{18}$$

Din expresia curentului $i_e(t)$, rezultă și expresia tensiunii la bornele înfășurării de excitație în cazul intervenției stingerii cîmpului la funcționarea în gol a generatorului sincron, sub forma

$$u_e(t) = -\,i_e(t)\,.\,r_s \tag{19}$$

sau, înlocuind $i_e(t)$ și ținînd seama că $\frac{r_s}{r_e} = m$,

$$u_e(t) = \left(\frac{T_{kd} - T_{e1}}{T_e}\cdot e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + \frac{T_{e2} - T_{kd}}{T_e}\cdot e^{-\frac{t}{T_{e2}}}\right)\beta m\, U_{e0}. \tag{19'}$$

Din expresia (19'), valoarea maximă a tensiunii $u_e(t)$ se obține la $t = 0$:

$$u_{e\,\max.} = -\,mU_{e0} = -\,\frac{r_s}{r_e}\,U_{e0}. \tag{20}$$

Din (20) rezultă o concluzie importantă pentru practică : valoarea maximă a tensiunii la întreruperea excitației (la funcționarea în gol) se obține în momentul inițial și este direct proporțională cu rezistența introdusă brusc în circuit. Deci independent de natura sistemului de excitație, cu mașini rotative sau cu redresoare comandate sau necomandate, pentru limitarea supratensiunilor este important ca la întreruperea sursei de excitație să se limiteze raportul rezistenței echivalente, introdusă brusc în circuitul rotoric (reostat de stingere, circuit de protecție, punte redresoare etc.) către rezistența inițială a circuitului.

Desfășurarea procesului tranzitoriu este caracterizată de constantele de timp T_{e1} și T_{e2} ; dacă se are în vedere că practic $T_{e2} \ll T_{e1}$, variațiile $i_e(t)$ și $u_e(t)$ sînt exponențiale cu constanta de timp T_{e1}.

2.2. În practică pot interveni situații cînd aprecierea corectă a desfășurării proceselor tranzitorii din mașina sincronă necesită considerarea a două înfășurări de amortizare dispuse pe rotor în axa longitudinală.

În acest caz, curentul şi tensiunea de excitaţie se determină prin rezolvarea sistemului de ecuaţii ale celor trei circuite din axa longitudinală a maşinii :

$$(r_1 + L_1 p)\, i_1 + L_{ad} p i_2 + L_{ad} p i_3 = - U_{e1} 1, \tag{21}$$

$$L_{ad} p i_1 + (r_2 + L_2 p)\, i_2 + L_{ad} p i_3 = 0, \tag{22}$$

$$L_{ad} p i_1 + L_{ad} p i_2 + (r_3 + L_3 p)\, i_3 = 0. \tag{23}$$

În sistemul de ecuaţii (21)—(23)

$$r_1 = r_e(1 + m)\,; \quad u_{e1} = (1 + m)\, u_{e0},$$

iar L_{ad} reprezintă inductivitatea mutuală din axa longitudinală a circuitelor rotorice, considerate două cîte două, exprimată în unităţi relative.

Indicii 1, 2, 3 afectează mărimile caracteristice a circuitelor considerate (înfăşurarea de excitaţie (1), înfăşurările de amortizare (2)) şi deci L_1, L_2, L_3 reprezintă inductivităţile totale ale celor trei circuite, iar r_1, r_2, r_3 sînt rezistenţele ohmice respective.

Se notează cu

$$\sigma_{12} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_1 L_2}\,; \quad \sigma_{23} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_2 L_3}\,; \quad \sigma_{31} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_3 L_1},$$
$$\sigma_{123} = \sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31} - 2\left(1 - \frac{L_{ad}^3}{L_1 L_2 L_3}\right) \tag{24}$$

factorii de dispersie ai sistemului de înfăşurări considerat şi cu

$$T_1 = \frac{L_1}{r_1}\,; \quad T_2 = \frac{L_2}{r_2}\,; \quad T_3 = \frac{L_3}{r_3},$$
$$T_1' = \sigma_{31} T_1\,; \quad T_2' = \sigma_{12} T_2\,; \quad T_3' = \sigma_{23} T_3, \tag{25}$$
$$\tau = \sigma_{123} . T_1 T_2 T_3$$

constantele de timp caracteristice regimului tranzitoriu analizat (T_i).

Componenta tranzitorie a curentului de excitaţie i_i' are în aceste condiţii expresia

$$i_1'(p) = - \frac{T_2 T_3' p^2 + (T_2 + T_3)\, p + 1}{\tau p^3 + (T_1 T_2' + T_2 T_3' + T_3 T_1') p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + 1} \cdot \frac{U_{e0} 1}{r_e} \tag{26}$$

sau

$$i_1'(p) = - \frac{g(p)}{f(p)} \cdot \frac{U_{e0} 1}{r_e}. \tag{26'}$$

Prin descompunerea $\frac{g(p)}{f(p)}$ în fracții simple și aplicarea relației de transformare $i'_e(t) \supset i'_e(p)$, expresia curentului $i'_1(t)$ se obține sub forma

$$i'_1(t) = -\left(A_0 + A_1 e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + A_2 e^{-\frac{t}{T_{e2}}} + A_3 \cdot e^{-\frac{t}{T_{e3}}}\right) i_{e0}, \tag{27}$$

unde

$$T_{e1} = -\frac{1}{a_1}; \quad T_{e2} = -\frac{1}{a_2}; \quad T_{e3} = -\frac{1}{a_3}, \tag{28}$$

a_1, a_2 și a_3 reprezintă rădăcinile ecuației $f(p) = 0$, iar coeficienții A_i sînt definiți de expresiile cunoscute

$$A_0 = \frac{g(0)}{f(0)} = 1; \quad A_1 = \frac{g(a_1)}{a_1 \cdot f'(a_1)};$$
$$A_2 = \frac{g(a_2)}{a_2 \cdot f'(a_2)}; \quad A_3 = \frac{g(a_3)}{a_3 \cdot f'(a_3)}. \tag{29}$$

Conform relației (4), curentul de excitație total $i_1(t)$, respectiv $i_e(t)$, are expresia

$$i_e(t) = -\left(A_1 e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + A_2 e^{-\frac{t}{T_{e2}}} + A_3 \cdot e^{-\frac{t}{T_{e3}}}\right) i_{e0} \tag{30}$$

și, corespunzător expresia tensiunii $u_e(t)$,

$$u_e(t) = m U_{e0}\left(A_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_{e1}}} + A_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_{e2}}} + A_3 e^{-\frac{t}{T_{e3}}}\right). \tag{31}$$

În expresiile (30) și (31) se are în vedere că

$$\sum_{n=1}^{n=3} A_i = -1.$$

3. Scurtcircuitul brusc, simetric sau nesimetric, pe partea indusului mașinii sincrone conectate la rețea reprezintă unul dintre cele mai frecvente și mai dificile regimuri de avarie care intervin în exploatarea sistemului energetic.

Regimurile respective se caracterizează prin apariția unor curenți și tensiuni în circuitele mașinii cu valori mult superioare valorilor din regimul nominal. Suprasolicitările intervenite caracteristice regimului tranzitoriu amintit pot fi amplificate dacă scurtcircuitarea indusului este însoțită de schimbarea stării și a parametrilor circuitului de excitație a mașinii. Manevra de stingere a cîmpului, echivalînd cu variația bruscă a rezistenței circuitului de excitație, deși este destinată micșorării efectelor suprasolicitărilor, poate duce la înrăutățirea condițiilor de funcționare ale mașinii scurtcircuitate în indus, dacă nu este realizată în mod corespunzător.

Operaţiile de comutaţie care realizează regimul amintit se pot urmări cu ajutorul schemei din figura 2.

La funcţionarea în sarcină (întrerupătoarele (*1*) şi (*3*) în poziţia închis, (*2*) şi (*4*) în poziţia deschis) intervin simultan scurtcircuitarea bruscă a înfăşurării indusului (întrerupătorul (*4*) închis), întreruperea sursei de excitaţie u_e (întrerupătorul (*1*) deschis) şi introducerea reostatului de stingere r_s (întrerupătorul (*2*) închis).

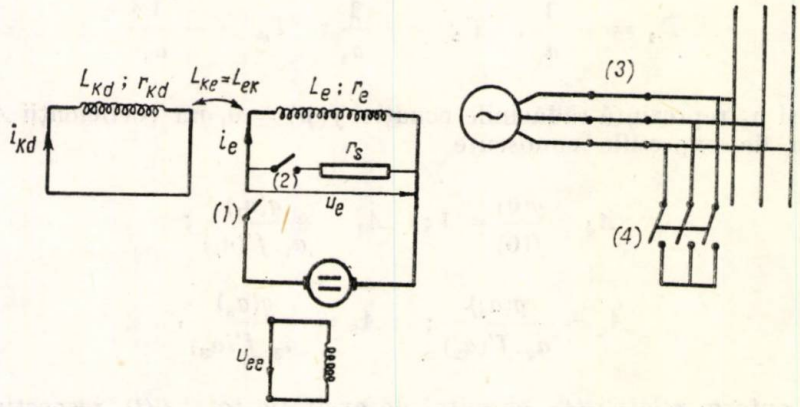


Fig. 2. — Schema de principiu a circuitelor din axa longitudinală la funcţionarea în sarcină a maşinii.

Considerarea simultană a operaţiilor de comutare specificate este o idealizare a situaţiei reale, dar conduce la o soluţie acoperitoare pentru cazurile practice.

Ulterior se va considera şi efectul succesiunii fenomenelor în timp, cînd în urma intervenţiei scurtcircuitului se au în vedere durata stingerii arcului şi timpul necesar pentru manevra de stingere a cîmpului.

Stingerea cîmpului poate să intervină şi după ce, în prima etapă a regimului de scurtcircuit brusc, nivelul excitaţiei a crescut corespunzător — regimul de forţare al excitaţiei.

3.1. Pentru maşina cu două înfăşurări rotorice în axa longitudinală, de excitaţie şi de amortizare, la ridicarea tensiunii de excitaţie u_e şi introducere instantanee a rezistenţei r_s, ecuaţiile celor două circuite se pot scrie, în cadrul unor ipoteze analoge celor de la punctul 2,

$$(r_{e1} + L_e p)\, i_e + L_{ke} p i_{kd} + L_{ad} p i_d = - U_{e1} 1, \tag{32}$$

$$L_{ek} p i_e + (r_{kd} + L_{kd} p)\, i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0. \tag{33}$$

Ecuaţiile înfăşurării indusului se scriu

$$p\psi_d + \nu\psi_q + r_a . i_d = - U_d, \tag{34}$$

$$- \nu\psi_d + p\psi_q + r_a . i_q = - U_q, \tag{35}$$

unde

ψ_d, ψ_q — reprezintă fluxurile totale ale înfășurării indusului în axele d și, respectiv, q.

r_a — rezistența înfășurării indusului,

u_d, u_q — tensiunile la bornele indusului în cele două axe;

$\nu = p\theta$, θ fiind unghiul intern al mașinii sincrone.

Problema se rezolvă ținînd seama că procesul tranzitoriu intervenit este considerat ca un proces tranzitoriu electromagnetic, care se desfășoară la viteza de rotație sincronă strict constantă.

Sistemul de ecuații (32)—(35) se va rezolva în etape, soluția generală rezultînd prin superpoziția efectelor sub forma

$$i_e = i_{e0} + i'_e + i''_e, \tag{36}$$

unde

i_{e0} — reprezintă curentul de excitație din regimul staționar inițial,

i'_e — componenta tranzitorie a curentului de excitație determinat de manevra de întrerupere a sursei de excitație și introducerea bruscă în circuit a rezistenței r_s,

i''_e — componenta tranzitorie a curentului de excitație determinată de intervenția scurtcircuitului indusului mașinii.

Determinarea expresiei componentelor i'_e și i''_e se face după cum urmează:

a) componenta i'_e: se consideră în (34) și (35) $u_d = 0$, $u_q = 0$ și $r_a \simeq 0$, se elimină ψ_q din (34) și (35) și se obține ecuația

$$L_{ad} . i_e + L_{kd} . i_{kd} + L_d . i_d = 0. \tag{37}$$

Componenta i'_e, determinată prin soluționarea sistemului de ecuații (32), (33), (37), reprezintă, de fapt, componenta tranzitorie a curentului de excitație cînd stingerea cîmpului are loc la funcționarea mașinii conectată la rețea, în gol sau sarcină (circuitul indus închis);

b) componenta i''_e: se consideră (32), (33) la $u_{e1} = 0$, iar ecuațiile (34) și (35), în cazul scurtcircuitului trifazat brusc intervenit la funcționarea în sarcină a mașinii sincrone, se transformă avînd în vedere în mod succesiv situațiile:

— membrul drept al ecuației (34) este $+ U_d 1$, iar cel al ecuației (35) $U_q = 0$,

— membrul drept al ecuației (34) este $U_d = 0$, iar cel al ecuației (35) $+ U_q 1$;

Prin însumarea soluțiilor stabilite la soluționarea sistemelor de ecuații considerate în cele două situații distincte se determină componenta i''_e.

3.2. Pentru determinarea curentului i'_e, și tensiunii de excitație la funcționarea în sarcină în cazul în care mașina posedă o înfășurare de amortizare în axa d, se consideră sistemul format din ecuațiile (32), (33), (37).

Ţinînd seama că în unităţi relative

$$L_{kad} = L_{ke} = L_{ek} = L_{ad}$$

sistemul devine

$$(r_{e1} + L_e p)\, i_e + L_{ad} p i_{kd} + L_{ad} p i_d = - U_{e1} 1, \tag{32}$$

$$L_{ad} p i_e + (r_{kd} + L_{kd} p)\, i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0, \tag{33}$$

$$L_{ad} . i_e + L_{ad} . i_{kd} + L_d . i_d = 0. \tag{37}$$

Curentul $i'_e(p)$ se determină prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (32), (33), (37):

$$i'_e(p) =$$

$$= - \frac{[L_d(r_{kd} + L_{kd} p) - p L_{ad}^2]\, U_{e1} 1}{(r_{e1} + L_e p)[L_d(r_{kd} + L_{kd} p) - p L_{ad}^2] - L_{ad} p^2 (L_d L_{ad} - L_{ad}^2) - L_{ad} p [L_{ad}^2 p - L_{ad}(r_{kd} + L_{kd} p)]} . \tag{38}$$

Dacă la numărător se dă factor comun $L_d r_{kd}$, iar la numitor $L_d r_{kd} r_{e1}$ şi se fac suplimentar notaţiile

$$\sigma_{ad} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_e L_d}; \quad \sigma_{kd} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_d L_{kd}}; \quad \sigma_{ek} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_e L_{kd}}, \tag{39}$$

$$T'_e = T_e . \sigma_{ad} = \frac{L_e}{r_{e1}} \cdot \sigma_{ad} = \frac{T'_{d0}}{m+1} \cdot \sigma_{ad},$$

$$T'_{kd} = T_{kd} . \sigma_{kd} = \frac{L_{kd}}{r_{kd}} \sigma_{kd}, \tag{40}$$

$$\sigma'_{ek} = \left[\frac{1}{\sigma_{ad}} + \frac{1}{\sigma_{kd}} + \frac{\sigma_{ek}}{\sigma_{ad} . \sigma_{kd}} - \frac{2}{\sigma_{ad} . \sigma_{ed}} \left(1 - \frac{L_{ad}^3}{L_d L_e L_{kd}} \right) \right], \tag{41}$$

expresia curentului i'_e (p) devine

$$i'_e(p) = - \frac{1 + T'_{kd} p}{T'_e . T'_{kd} . \sigma'_{ek} p^2 + (T'_e + T'_{kd}) p + 1} . \frac{U_{e0} 1}{r_e} . \tag{42}$$

Expresia curentului total de excitaţie $i_e(t)$ se stabileşte în mod analog metodicii expuse la punctul 2, sub forma

$$i_e(t) = - \left(\frac{T'_{kd} - T'_{e1}}{T'_e} . e^{- \frac{t}{T'_{e1}}} + \frac{T'_{e2} - T'_{kd}}{T'_e} . e^{- \frac{t}{T'_{e2}}} \right) \beta' . i_{e0} \tag{43}$$

și a tensiunii de excitație

$$u_e(t) = m\left(\frac{T'_{kd} - T'_{e1}}{T'_e} \cdot e^{-\frac{t}{T'_{e1}}} + \frac{T'_{e2} - T'_{kd}}{T'_e} \cdot e^{-\frac{t}{T'_{e2}}}\right) \beta' \cdot U_{e0}, \qquad (44)$$

unde

$$\alpha' = \frac{T'_{kd}}{T'_e}; \quad \beta' = \frac{1}{\sqrt{(1+\alpha')^2 - 4\sigma'_{ek} \cdot \alpha'}}, \qquad (45)$$

$$T'_{e1} = \frac{2\beta'\sigma'_{ek}}{(1+\alpha')\beta' - 1} \cdot T'_{kd}; \quad T'_{e2} = \frac{2\beta'\sigma'_{ek}}{(1+\alpha')\beta' + 1} \cdot T'_{kd}. \qquad (46)$$

În cazul cînd mașina are două înfășurări de amortizare pe rotor, problema se soluționează analog, considerînd în plus ecuația cele de-a doua înfășurări de amortizare.

Sistemul de ecuații este în acest caz

$$(r_1 + L_1 p)i_1 + L_{ad} p i_2 + L_{ad} p i_3 + L_{ad} p i_4 = -U_{e1} 1, \qquad (47)$$

$$L_{ad} p i_1 + (r_2 + L_2 p) i_2 + L_{ad} p i_3 + L_{ad} p i_4 = 0, \qquad (48)$$

$$L_{ad} p i_1 + L_{ad} p i_2 + (r_3 + L_3 p) i_3 + L_{ad} p i_4 = 0, \qquad (49)$$

$$L_{ad} \cdot i_1 + L_{ad} \cdot i_2 + L_{ad} \cdot i_3 + L_4 \cdot i_4 = 0. \qquad (50)$$

În sistemul (47)—(50) indicii 1, 2, 3 sînt afectați înfășurărilor de pe rotor, ca la punctul 2, iar indicele 4 înfășurării indusului.

Curentul de excitație $i'_1(p)$ are expresia

$$i'_1(p) = \frac{T_2 T_3 \sigma_{234} p^2 + (T_2 \cdot \sigma_{24} + T_3 \cdot \sigma_{34}) p + 1}{T_1 T_2 T_3 \sigma_{1234} p^3 + (T_1 T_2 \sigma_{124} + T_2 T_3 \sigma_{234} + T_1 T_3 \sigma_{134}) p^2 + (T_1 \sigma_{14} + T_2 \sigma_{24} + T_3 \sigma_{34}) p + 1} \cdot \frac{U_{e01}}{r_e} \qquad (51)$$

sau

$$i'_1(p) = \frac{g(p)}{f(p)} \cdot \frac{U_{e0} 1}{r_e}. \qquad (51')$$

În expresia (51) se introduc constantele de timp și factorii de dispersie după cum urmează:

$$T_1 = \frac{L_1}{r_1}; \quad T_2 = \frac{L_2}{r_2}; \quad T_3 = \frac{L_3}{r_3},$$

$$\sigma_{12} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_1 L_2}; \quad \sigma_{23} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_2 L_3}; \quad \sigma_{31} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_3 L_1}, \qquad (52)$$

$$\sigma_{14} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_1 L_4}; \quad \sigma_{24} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_2 L_4}; \quad \sigma_{34} = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_3 L_4},$$

$$\sigma_{234} = \sigma_{23} + \sigma_{34} + \sigma_{24} - 2\left(1 - \frac{L_{ad}^3}{L_2 L_3 L_4}\right),$$

$$\sigma_{134} = \sigma_{34} + \sigma_{14} + \sigma_{13} - 2\left(1 - \frac{L_{ad}^3}{L_1 L_3 L_4}\right), \tag{53}$$

$$\sigma_{124} = \sigma_{24} + \sigma_{14} + \sigma_{12} - 2\left(1 - \frac{L_{ad}^3}{L_1 L_2 L_4}\right),$$

$$\sigma_{1234} = \sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31} + \sigma_{14} + \sigma_{24} + \sigma_{34} + \sigma,$$

$$\sigma = L_{ad}^3\left(\frac{1}{L_1 L_2 L_3} + \frac{1}{L_2 L_3 L_4} + \frac{1}{L_3 L_4 L_1} + \frac{1}{L_4 L_1 L_2} - \frac{1}{L_{ad}^3}\right) - 3\left(1 + \frac{L_{ad}^4}{L_1 L_2 L_3 L_4}\right).$$

Curentul şi tensiunea de excitaţie au următoarele expresii:

$$i_e(t) = -(A_1 e^{-\frac{t}{T''_{e1}}} + A_2 e^{-\frac{t}{T''_{e2}}} + A_3 \cdot e^{-\frac{t}{T''_{e3}}}) \cdot i_{e0}, \tag{54}$$

$$u_e(t) = m(A_1 e^{-\frac{t}{T''_{e1}}} + A_2 e^{-\frac{t}{T''_{e2}}} + A_3 \cdot e^{-\frac{t}{T''_{e3}}}) \cdot U_{e0}, \tag{55}$$

unde

$$T''_{e1} = -\frac{1}{a_1}; \quad T''_{e2} = -\frac{1}{a_2}; \quad T''_{e3} = -\frac{1}{a_3}, \tag{56}$$

iar a_1, a_2, a_3 sînt rădăcinile ecuaţiei $f(p) = 0$, unde $f(p)$ se defineşte prin identificarea relaţiilor (51) şi (51').

Se are în vedere că

$$A_0 = \frac{g(0)}{f(0)} = 1; \quad A_i = \frac{g(a_i)}{a_i \cdot f'(a_i)}, \tag{57}$$

unde

$$\sum_{n=1}^{n=3} A_i = -A_0 = -1. \tag{58}$$

Nivelul maxim al curenţilor şi tensiunilor de excitaţie în cazul stingerii cîmpului la funcţionarea în sarcină a maşinii sincrone rezultă din examinarea expresiilor (43), (44) şi (54), (55); se observă că nivelul solicitărilor maxime diferă de nivelul stabilit pentru cazul funcţionării în gol a maşinii, corespunzător raportului valorilor iniţiale ale tensiunii şi curentului de excitaţie din cele două regimuri staţionare distincte.

Regimurile respective se disting însă prin modul de desfășurare a proceselor în timp; stingerea cîmpului la funcționarea în sarcină a mașinii sincrone are loc foarte rapid, constantele de timp caracteristice în acest caz fiind comparativ foarte mici.

3.3. Cînd scurtcircuitul indusului intervine la funcționarea în sarcină, componenta i_e'' se calculează ca suma componentelor i_{e1}'' și i_{e2}'', determinate prin rezolvarea următoarelor sisteme de ecuații:

$$(r_{e1} + L_e p)\, i_e + L_{ad} p i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0, \tag{59}$$

$$L_{ad} p i_e + (r_{kd} + L_{kd} p)\, i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0, \tag{60}$$

$$p\psi_d + \nu\psi_q + r_a \cdot i_d = 0, \tag{61}$$

$$-\nu\psi_d + p\psi_q + r_a \cdot i_q = U_q 1 \tag{62}$$

și

$$(r_{e1} + L_e p)\, i_e + L_{ad} p i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0, \tag{59}$$

$$L_{ad} p i_e + (r_{kd} + L_{kd} p)\, i_{kd} + L_{ad} p i_d = 0, \tag{60}$$

$$p\psi_d + \nu\psi_q + r_a \cdot i_d = U_d 1, \tag{63}$$

$$-\nu\psi_d + p\psi_q + r_a \cdot i_q = 0. \tag{64}$$

Se consideră sistemul format din ecuațiile (59)—(62) și se determină componenta i_{e1}''.

Din (59) și (60) rezultă

$$i_e = -\frac{L_{ad} p (1 + T_{\sigma kd} p)}{(r_e + r_s)\,[T_e \cdot T'_{kd} p^2 + (T_e + T_{kd}) p + 1]}\, i_d. \tag{65}$$

Din (61) și (62) se determină i_d, considerînd $\nu = \omega$, iar pentru $u_e = 0$ $\psi_d = \dfrac{x_d(p)}{\omega} i_d$ și $\psi_q = \dfrac{x_q(p)}{\omega} i_q$.

Se obține

$$i_d = -\frac{U_q 1}{\dfrac{x_d(p)}{\omega^2}\left[p^2 + r_a p \omega \left(\dfrac{1}{x_q(p)} + \dfrac{1}{x_d(p)}\right) + \dfrac{r_a^2 \omega^2}{x_d(p)\, x_q(p)} + \omega^2\right]}. \tag{66}$$

Dacă se consideră

$$x_q(p) \simeq x_q'' \text{ și } x_d(p) \simeq x_d'' \tag{67}$$

şi se notează

$$\frac{\omega r_a}{2}\left(\frac{1}{x_d''}+\frac{1}{x_q''}\right)=a, \tag{68}$$

relaţia (66) se poate scrie sub forma

$$i_a=-\frac{\omega^2 U_q 1}{x_d(p)\,[p^2+2ap+\omega^2]}\cdot \tag{66'}$$

Substituind i_d din (66') în (65) şi considerînd

$$x_d(p)=\frac{(1+T_e' p)\,(1+T_d'' p)}{(1+T_e p)\,(1+T_{d0}'' p)}\,x_d, \tag{69}$$

rezultă

$$i_{e1}''(p)=\frac{1+T_{\sigma kd}}{(1+T_e' p)\,(1+T_d'' p)}\cdot\frac{\omega p}{p^2+2ap+\omega^2}\cdot\frac{x_{ad}U_q 1}{x_d(r_e+r_s)}\cdot \tag{70}$$

În continuare se adoptă ipoteza simplificatoare, curent utilizată în literatură [2]:

$$T_e T_{k1}' p^2+(T_e+T_{kd})p+1\simeq(1+T_e p)\,(1+T_{e0}'' p), \tag{71}$$

constanta $T_{\sigma kd}$ fiind definită de relaţia

$$T_{\sigma kd}=\frac{L_{\sigma kd}}{r_{kd}}=\frac{L_{kd}-L_{ad}}{r_{kd}}\cdot \tag{72}$$

Dacă se apreciază rădăcinile ecuaţiei $p^2+2\,ap+\omega^2=0$ cu expresiile

$$a_3\simeq a+j\omega\,;\quad a_4\simeq a-j\omega, \tag{73}$$

atunci $i_{e1}''(p)$, dat de (70), se poate scrie sub forma

$$i_{e1}''(p)=\left[A_0+\sum_{n=1}^{n=4}\frac{A_n p}{p-a_n}\right]\frac{x_{ad}\cdot U_q 1}{x_d(r_e+r_s)}, \tag{74}$$

unde

$$a_1=-\frac{1}{T_e'}\,;\quad a_2=-\frac{1}{T_d''}, \tag{75}$$

iar

$$A_0=\frac{g(0)}{f(0)}\,;\quad A_n=\frac{g(a_n)}{a_n\cdot f'(a_n)}\cdot \tag{76}$$

Dacă se iau în considerare expresiile $g(p)$ și $f(p)$, se obține

$$A_0 = 0\,;\; A_1 \simeq \frac{1}{\omega T'_e}\,;\; A_2 \simeq -\frac{1}{\omega T'_e}\left(1-\frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right);\; A_3 = A_4 \simeq -\frac{T_{\sigma kd}}{2\omega T''_d \cdot T'_e}. \tag{77}$$

Prin transformarea expresiei (74), notînd $T_a = \frac{1}{a}$, rezultă

$$i'''_{e1}(t) = \frac{1}{\omega T_e}\left[e^{-\frac{t}{T'_e}} - \left(1-\frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}} - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\cdot e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos\omega t\right]\frac{x_{ad}\cdot U_q}{x_d(r_e+r_s)} \tag{78}$$

sau, ținînd seama că

$$\frac{x_{ad}\cdot U_q}{(r_e+r_s)\,x_d\omega T'_e} = \frac{x_d - x'_d}{x'_d}\cdot\frac{U_q}{x_{ad}},$$

expresia (78) devine

$$i'''_{e1}(t) = \frac{x_d - x'_d}{x'_d}\left[e^{-\frac{t}{T'_e}} - \left(1-\frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}} - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos\omega t\right]\frac{U_q}{x_{ad}}, \tag{78'}$$

unde U_q este exprimată în u.r.

Tensiunea de excitație suplimentară (în u.r. ale indusului), care apare la bornele înfășurării de excitație și este determinată de scurtcircuitarea bruscă trifazată a indusului, este definită de expresia

$$U'''_{e0}(t) = -m\frac{x_d - x'_d}{x'_d}\left[e^{-\frac{t}{T'_e}} - \left(1-\frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}} - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos\omega t\right]\frac{U_q}{x_{ad}}. \tag{79}$$

Procedînd în mod analog, prin rezolvarea sistemului (59), (60), (63), (64) se determină componenta $i'''_{e2}(t)$ sub forma

$$i'''_{e2}(t) = \frac{x_d - x'_d}{x'_d}\left[\frac{1}{\omega T'_e}\cdot e^{-\frac{t}{T'_e}} - \frac{1}{\omega T''_d}\left(1-\frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}} - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\sin\omega t\right]\frac{U_d}{x_{ad}}. \tag{80}$$

Expresia componentei $i'''_e(t)$ a curentului de excitație se obține prin însumarea componentelor $i'''_{e1}(t)$ și $i'''_{e2}(t)$.

Dacă se notează cu θ_0 unghiul intern al mașinii în momentul intervenției scurtcircuitului și se aplică relațiile de transformare

$$u_d = -U\cdot\sin\theta\,; \quad U_q = U\cdot\cos\theta, \tag{81}$$

curentul $i_e''(t)$ în u.r. ale indusului este definit de următoarea expresie:

$$i_e''(t) = \frac{x_d - x_d'}{x_d'}\left\{\left[e^{-\frac{t}{T_e'}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}}\right]\cos\theta_0 - \right.$$

$$\left. - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''} \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(\omega t + \theta_0)\right\} i_{e0}, \tag{82}$$

iar tensiunea de excitaţie corespunzătoare

$$u_e''(t) = m\frac{x_d - x_d'}{x_d'}\left\{\left[e^{-\frac{t}{T_e'}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}}\right]\cos\theta_0 - \right.$$

$$\left. - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''} e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(\omega t + \theta_0)\right\} U_{e0}. \tag{83}$$

Expresiile (82) şi (83) s-au stabilit prin însumarea componentelor i_{e1}'' şi i_{e2}'', neglijînd în (80) primii doi termeni în raport cu ultimul.

Considerînd rezultatul obţinut anterior, expresiile (43) şi (44), curentul şi tensiunea de excitaţie în cazul intervenţiei stingerii cîmpului şi a scurtcircuitării simetrice a indusului se determină sub forma

$$i_e(t) = -\left(\frac{T_{kd}' - T_{e1}'}{T_e'} e^{-\frac{t}{T_{e1}'}} + \frac{T_{e2}' - T_{k'}'}{T_e'} e^{-\frac{t}{T_{e2}'}}\right)\beta' \cdot i_{e0} +$$

$$+ \frac{x_d - x_d'}{x_d'}\left\{\left[e^{-\frac{t}{T_e'}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}}\right]\cos\theta_0 - k_a \cdot \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''} e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(\omega t + \theta_0)\right\} i_{e0}, \tag{84}$$

$$u_e(t) = m\left(\frac{T_{kd}' - T_{e1}'}{T_e'} \cdot e^{-\frac{t}{T_{e1}'}} + \frac{T_{e2}' - T_{kd}'}{T_e'} \cdot e^{-\frac{t}{T_{e2}'}}\right)\beta' U_{e0} -$$

$$- m\frac{x_d - x_d'}{x_d'}\left\{\left[e^{-\frac{t}{T_e'}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}}\right]\cos\theta_0 - \right.$$

$$\left. - k_a \cdot \frac{T_{\sigma kd}}{T_d''} e^{-\frac{t}{T_d''}} \cdot \cos(\omega t + \theta_0)\right\} U_{e0}. \tag{85}$$

În expresiile (84) și (85) s-a introdus factorul k_a pentru evaluarea influenței efectului pelicular datorit componentei periodice; în cazul rotoarelor masive ale turbogeneratoarelor pentru mașinile de mare și foarte mare putere, conform indicațiilor din literatură [1], $k_a = 0{,}4 \ldots 0{,}6$.

Prin particularizări, expresiile (84) și (85) pot reproduce cazurile analizate anterior. Dacă, de exemplu, scurtcircuitul brusc trifazat al indusului intervine la funcționarea în gol a mașinii, expresia tensiunii de excitație ia forma

$$u_e(t) = m\left(\frac{T'_{kd} - T'_{e1}}{T'_e} e^{-\frac{t}{T'_{e1}}} + \frac{T'_{e2} - T'_{kd}}{T'_e} e^{-\frac{t}{T'_{e2}}}\right)\beta' \cdot U_{e0} -$$

$$- m\frac{x_d - x'_d}{x'_d}\left[e^{-\frac{t}{T'_e}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}} - k_a \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d} e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos \omega t\right] U_{e0}. \quad (86)$$

În cazul funcționării în sarcină fără scurtcircuitarea indusului, termenul al doilea din (85) devine nul și se obține expresia stabilită pentru regimul de funcționare în sarcină la intervenția stingerii cîmpului de excitație.

Se remarcă faptul că expresiile stabilite sînt valabile independent de natura schemei de excitație și, ca atare, pot fi utilizate în cazul general, cînd manevrele intervenite pot fi echivalente cu scurtcircuitarea indusului, întreruperea sursei tensiunii de excitație și introducerea bruscă în circuitul de excitație a unei rezistențe de valoare determinată.

În toate situațiile, problema se reduce la determinarea corectă a rezistenței echivalente introduse în circuitul de excitație.

3.4. În practică, manevrele efectuate și procesele tranzitorii intervenite se pot realiza cu o anumită succesiune în timp. Cunoașterea acestei succesiuni și a perioadelor de timp caracteristice prezintă interes cînd se urmărește determinarea valorilor maxime ale curentului și tensiunii de excitație, fără examinarea desfășurării procesului tranzitoriu.

Notînd cu Δt_1 durata de timp între scurtcircuitarea indusului și intervenția stingerii cîmpului, iar cu Δt_2 timpul de stingere a arcului, se poate obține tensiunea maximă de excitație $U_{e\max}$, conform indicațiilor din [1], sub forma:

$$u_{e\max.} = -m\left(\frac{T'_{kd} - T'_{e1}}{T'_e} e^{-\frac{\Delta t_2}{T'_{e1}}} + \frac{T'_{e2} - T'_{kd}}{T'_e} e^{-\frac{\Delta t_2}{T'_{e2}}}\right)\beta' \cdot U_{e0} +$$

$$+ m\frac{x_d - x'_d}{x'_d}\left\{\left[e^{-\frac{\Delta t_1}{T'_d}} - \left(1 - \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d}\right)e^{-\frac{\Delta t_1}{T''_d}}\right]\cos\theta_0 -\right.$$

$$\left. - k_a \cdot \frac{T_{\sigma kd}}{T''_d} e^{-\frac{\Delta t_1}{T_a}} \cdot \cos(\omega t + \theta_0)\right\} e^{-\frac{\Delta t_2}{T'_e}} \cdot U_{e0}, \quad (87)$$

unde

$$T'_d = (m + 1)\, T'_e \tag{88}$$

reprezintă constanta de timp longitudinală tranzitorie corespunzătoare rezistenței r_e a înfășurării de excitație.

În practică, $\Delta t_1 \simeq 0{,}2s$, iar $\Delta t_2 \simeq (0{,}03-0{,}04)$s [1]. Analizînd expresia (87), se observă că $U_{e\,max}$ reprezintă tensiunea la bornele înfășurării de excitație în momentul începerii efective a stingerii cîmpului de excitație.

4. La funcționarea mașinii sincrone în paralel cu rețeaua electrică, pierderea excitației provoacă ieșirea mașinii din sincronism și, de regulă, deconectarea ei de la rețea; sînt situații însă cînd mașina, rămînînd cuplată la rețea, continuă să funcționeze în regim asincron. În aceste condiții, regimul asincron este un regim staționar de durată limitată, în care mașina este generatoare de putere activă, corespunzătoare cuplului motor dezvoltat de mașina primară, și receptoare de putere reactivă.

Ieșirea mașinii din sincronism este caracterizată de un proces tranzitoriu electromecanic, în timpul căruia se înregistrează variații în limite largi ale curenților, tensiunilor etc.

Problema determinării curenților și tensiunilor din considerarea simultană a proceselor electromagnetice și electromecanice tranzitorii poate prezenta dificultăți atît la rezolvare, cît și la formularea unor rezultate ușor de aplicat în practică.

De aceea, datorită diferenței mari dintre inerția electromagnetică și electromecanică caracteristică mașinilor de mare putere, experiențele pe modelul electrodinamic au arătat valabilitatea ipotezei și, în cazul mașinilor de mică putere pentru alunecări relativ mari, problema se poate trata suficient de exact în următoarele etape:

a) în prima parte a procesului, tensiunea și curentul de excitație se determină considerînd doar procesul tranzitoriu electromagnetic, viteza de rotație apreciindu-se constantă și egală cu viteza sincronă;

b) în partea a doua a procesului, tensiunea și curentul de excitație se determină considerînd că mașina funcționează în asincron la alunecare constantă, corespunzătoare cuplului dezvoltat de mașina primară.

Dacă mașina sincronă funcționează la alunecări mici caracteristice turbogeneratoarelor de mare putere încărcate cu putere activă, inferioară puterii nominale, curentul și tensiunea de excitație la funcționarea în asincron pot lua valori acceptabile. La alunecări relativ mari (de ordinul sutimilor), curentul și tensiunea de excitație pot lua valori ridicate, chiar superioare celor intervenite în prima parte a procesului, considerat ca regim tranzitoriu electromagnetic.

Curentul și tensiunea de excitație la funcționarea în regim „asincron nominal" se determină corespunzător alunecării „nominale". Se calculează alunecarea critică S_{cr} pentru funcționarea în asincron, se consideră apoi curba $M = f(s)$, care se poate aproxima cu o variație liniară pentru $0 < s < s_{cr}$, și se determină alunecarea nominală s_n la intersecția curbei cuplului motor cu caracteristica $M = f(s)$.

Determinarea expresiilor curentului și tensiunii de excitație la funcționarea în asincron se poate face fie pe baza schemelor echivalente ale mașinii corespunzătoare acestui regim, fie în mod direct prin soluționarea ecuațiilor de funcționare ale mașinii.

De mare importanță în acest sens este modul de apreciere a parametrilor rotorici la funcționarea în asincron, respectiv modul cum se apreciază variația acestora funcție de regimul de funcționare și de caracteristicile constructive ale mașinii.

Întrucît din punctul de vedere al solicitărilor termice admisibile interesează în primul rînd determinarea regimului „asincron nominal", problema se va trata în cele ce urmează la parametrii rotorici constanți, definiți pentru regimul sincron de funcționare.

La soluționarea problemei este necesar să se precizeze variația în timp a rezistenței echivalente rotorice ca urmare a unor manevre efectuate asupra sistemului de excitație (de exemplu mașina funcționează în asincron cu înfășurarea de excitație conectată pe rezistența reostatului de stingere a cîmpului, după care se comută pe reostatul de autosincronizare).

4.1. Curentul și tensiunea de excitație la funcționarea în asincron cu rezistență rotorică constantă se determină pe baza următoarelor considerații.

Avînd rezistența rotorică constantă $r_{e_1} = (1+m)r_e$, iar sistemul de ecuații al mașinii sub forma

$$r_{e_1} \cdot i_e + p\psi_e = 0, \tag{89}$$

$$p\psi_d + \nu\psi_q + r_a \cdot i_d = -U_a, \tag{90}$$

$$-\nu\psi_d + p\psi_q + r_a \cdot i_d = -U_q, \tag{91}$$

unde

$$\nu = p\theta \quad \text{și} \quad \theta = (1-s)\,\omega t + \theta_0, \tag{92}$$

și exprimînd parametrii în u.r., se poate stabili următoarea relație între ψ_e și ψ_d, independent de numărul circuitelor de amortizare din axa longitudinală:

$$\psi_e = \psi_d + L_{\sigma e} \cdot i_e - L_{\sigma d} \cdot i_d, \tag{93}$$

unde $L_{\sigma e}$ și $L_{\sigma d}$ sînt inductivitățile de scăpări a înfășurării de excitație și, respectiv, a înfășurării indusului.

Dacă la $u_e = 0$ se ține seama de relația

$$\psi_d = \frac{x_d(p)}{\omega} i_d, \tag{94}$$

iar în sistemul de ecuații (89), (90), (91) se consideră $r_a \simeq 0$, curentul i_e se determină cu expresia

$$i_e = \frac{p[x_d(p) - x_{\sigma d}]}{(r_{e_1} + L_{e\sigma}\, p)} \cdot \frac{1}{x_d(p)} \cdot \frac{U_d\, p - (1-s)\,\omega U_q}{p^2 + (1-s)^2\,\omega^2}. \tag{95}$$

Curentul de excitație în regim asincron stabilizat se poate determina cu ajutorul expresiei (95) dacă se consideră că toate mărimile se raportează la sistemul mobil $d_e 0$ și au o variație sinusoidală, caracterizată de pulsația $s\omega$.

Trecînd în complex, în (95) operatorul p se înlocuiește cu $j\omega$, i_e cu $\underline{I}_e$, u_d cu $-j\underline{U}$, iar u_q cu $\underline{U}$.

Se obține din (95)

$$\underline{I}_e = -js\underline{U}\frac{x_d(js\,\omega) - x_{\sigma d}}{(r_{e1} + jsx_{\sigma e})\,x_d(js\omega)}. \tag{96}$$

Expresia $x_d(js\omega)$ din (96) este funcție de numărul de circuite de amortizare din axa longitudinală.

Tensiunea $\underline{U}_e$ rezultă din (96) prin multiplicare cu r_s:

$$\underline{U}_e = r_s \cdot \underline{I}_e. \tag{97}$$

4.2. În cazul cînd mașina nu este prevăzută cu înfășurare de amortizare în axa longitudinală, considerînd schema echivalentă din figura 3*a*, impedanța complexă $x_d(js\,\omega)$ se definește de expresia

$$x_d(js\,\omega) = x_{\sigma d} + \frac{x_{ad}\left(\frac{r_{e1}}{s} + jx_{\sigma e}\right)}{\frac{r_{e1}}{s} + j(x_{ad} + x_{\sigma e})} \tag{98}$$

sau, dacă se notează

$$T'_{d0} = \frac{x_e}{\omega\, r_{e1}};\; T_d' = \frac{x_d'}{x_d}\, T'_{d0},$$

atunci

$$x_d(js\,\omega) = \frac{1 + js\omega\, T_d'}{1 + js\omega\, T'_{d0}}\, x_d. \tag{98'}$$

Înlocuind (98'), în (96) se obține

$$\underline{I}_e = -\underline{U}\frac{sx_{ad}}{x_d \cdot r_{e1}} \cdot \frac{j + s\omega\, T_d'}{1 + (s\omega\, T_d')^2}. \tag{99}$$

Dacă tensiunea $\underline{U}$ se consideră origine de fază, expresiile curentului și tensiunii de excitație se pot pune sub forma

$$I_e = \frac{sx_{ad}\, U}{r_{e1} x_d \sqrt{1 + (s\omega\, T_d')^2}}, \tag{100}$$

$$U_e = r_s I_e = \frac{m}{1+m} \cdot \frac{sx_{ad}\, U}{x_d \sqrt{1 + (s\omega\, T_d')^2}}, \tag{101}$$

în care parametrii sînt exprimați în u.r. ale indusului.

Procedînd în mod analog, în cazul mașinii cu o înfășurare de amortizare în axa longitudinală (fig. 3*b*) se obține

$$\underline{I}_e = -\,s\,\frac{x_{ad}\,U}{r_{e1}\,.\,x_d}\cdot\frac{-\,s\omega\,T_2+j}{(1-s^2\omega^2\,T_2\,T_d)+js\omega(T_d'+T_2')},$$

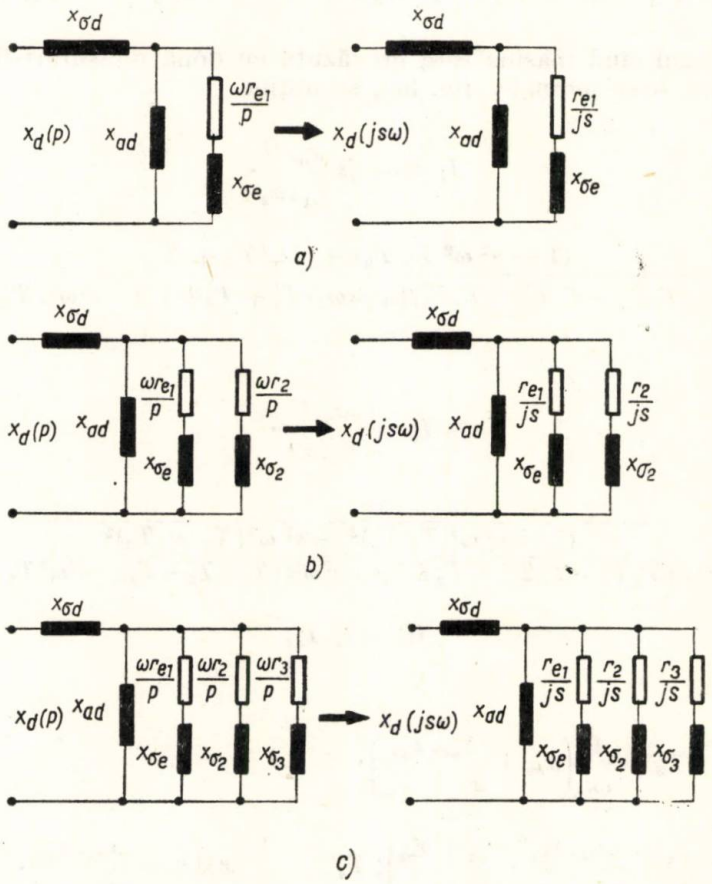


Fig. 3. — Schemele echivalente considerate pentru calculul regimului asincron.

deci

$$I_e = \frac{s x_{ad}\,U}{r_{e1}\,.\,x_d}\cdot\sqrt{\frac{1+s^2\,\omega^2\,T_2^2}{(1-s^2\omega^2\,T_2T_d)^2+s^2\omega^2(T_d'+T_2')^2}}, \qquad (102)$$

$$U_e = \frac{m}{1+m}\cdot\frac{s x_{ad}\,U}{x_d}\cdot\sqrt{\frac{1+s^2\,\omega^2\,T_2^2}{(1-s^2\omega^2\,T_2T_d)^2+s^2\omega^2(T_d'+T_2')^2}}, \qquad (103)$$

în care

$$T_2 = \frac{x_{\sigma 2}}{\omega_{r2}}; \quad T_2' = \frac{1}{\omega_{r2}}\left(x_{\sigma 2} + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}}\right), \tag{104}$$

$$T_d = \frac{1}{\omega r_{e1}} x_{\sigma e}\left(1 + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}} \cdot \frac{x_{\sigma e} + x_{\sigma 2}}{x_{\sigma d} \cdot x_{\sigma 2}}\right); \quad T_d' = \frac{1}{\omega r_{e1}}\left(x_{\sigma e} + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}}\right).$$

În cazul cînd maşina este prevăzută cu două înfăşurări de amortizare în axa longitudinală (fig. 3*c*), se obţine

$$\underline{I}_e = -js \frac{x_{ad}\, \underline{U}}{r_{e1} \cdot x_d} \cdot$$

$$\cdot \frac{(1 - s^2 \omega^2 T_2 T_3) + js\omega(T_2 + T_3)}{[1 - s^2\omega^2(T_2 T_d + T_3 T_d'' + T_2 T_3')] + js\omega[(T_d' + T_2' + T_3') - s^2\omega^2 \cdot T_2 T_3 T_d''']},$$

deci

$$I_e = \frac{s x_{ad} U}{r_{e1} \cdot x_d} \cdot \tag{105}$$

$$\cdot \sqrt{\frac{(1 - s^2 \omega^2 T_2 T_3)^2 + s^2 \omega^2 (T_2 + T_3)^2}{[1 - s^2\omega^2(T_2 T_d + T_3 T_d'' + T_2 T_3')]^2 + s^2\omega^2[(T_d' + T_2' + T_3') - s^2\omega^2 T_2 T_3 T_d''']^2}},$$

$$U_e = r_s \cdot I_e, \tag{106}$$

în care

$$T_3 = \frac{x_{\sigma 3}}{\omega r_3}; \quad T_3' = \frac{1}{\omega r_3}\left(x_{\sigma 3} + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}}\right), \tag{107}$$

$$T_3'' = \frac{1}{\omega r_3} x_{\sigma 3}\left(1 + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}} \cdot \frac{x_{\sigma 2} + x_{\sigma 3}}{x_{\sigma 2} \cdot x_{\sigma 3}}\right); \quad T_d'' = \frac{1}{\omega r_{e1}} x_{\sigma e}\left(1 + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_{ad} + x_{\sigma d}} \cdot \frac{x_{\sigma e} + x_{\sigma 3}}{x_{\sigma e} \cdot x_{\sigma 3}}\right).$$

$$T_d''' = \frac{1}{\omega r_{e1}} \cdot x_{\sigma e}\left[1 + \frac{x_{ad} \cdot x_{\sigma d}}{x_d \cdot x_{\sigma e} \cdot x_{\sigma 2} \cdot x_{\sigma 3}}(x_{\sigma e} \cdot x_{\sigma 2} + x_{\sigma e} \cdot x_{\sigma 3} + x_{\sigma 2} \cdot x_{\sigma 3})\right].$$

Ceilalţi parametri din (105) şi (106) sînt definiţi în relaţiile (104).

5. În vederea aplicării metodicii elaborate s-au făcut calcule şi efectuat verificări experimentale pe un model electrodinamic în condiţii de laborator. S-au avut în vedere regimurile: stingerea cîmpului intervenită la funcţionarea maşinii sincrone în gol sau în sarcină şi regimul de funcţionare în asincron.

5.1. Calculul curentului și tensiunii de excitație în cazul stingerii cîmpului pentru mașina funcționînd în gol se face conform punctului 2.2, întrucît aprecierea corectă a desfășurării proceselor electromagnetice tranzitorii pe modelul electrodinamic a necesitat considerarea a două înfășurări de amortizare dispuse în axa longitudinală.

Valorile parametrilor funcționali ai modelului electrodinamic determinate pe cale experimentală exprimate în u.r. sînt

$$x_{ad} = 0{,}93\,; \qquad r_{1D} = 0{,}0092\,; \qquad r_{1Q} = 0{,}00755,$$
$$x_{\sigma d} = 0{,}09\,; \qquad r_{2D} = 0{,}0069\,; \qquad r_{2Q} = 0{,}0288,$$
$$x_{\sigma 1D} = 0{,}176\,; \qquad r_{3D} = 0{,}0107\,; \qquad x_{\sigma 1Q} = 1{,}155,$$
$$x_{\sigma 2D} = 3{,}14\,; \qquad x_{aq} = 0{,}83\,; \qquad x_{\sigma 2Q} = 0{,}369.$$
$$x_{\sigma 3D} = 0{,}00383\,; \qquad x_{\sigma q} = 0{,}09\,;$$

Din relațiile (24), (25), (28), (29) rezultă valorile de calcul ale parametrilor care definesc variația $i_e(t)$ și $u_e(t)$:

$$\sigma_{12} = 0{,}807\ ; \quad \sigma_{23} = 0{,}771\ ; \quad \sigma_{31} = 0{,}158\ ; \quad \sigma_{123} = 0{,}122,$$
$$T_1 = 0{,}382\ s\ ; \quad T_2 = 1{,}875\ s\ ; \quad T_3 = 0{,}278\ s,$$
$$T_1' = 0{,}0603 s\ ; \quad T_2' = 1{,}515\ s\ ; \quad T_3' = 0{,}245\ s\ ; \quad T'' = 0{,}0244 s,$$
$$a_1 = -0{,}485\ ; \quad a_2 = -2{,}2\ ; \quad a_3 = -38{,}35\ ,$$
$$T_{e1} = 2{,}06\ s\ ; \quad T_{e2} = 0{,}454\ s\ ; \quad T_{e3} = 0{,}0261\ s,$$
$$A_0 = 1\ ; \quad A_1 = -0{,}075\ ; \quad A_2 = -0{,}533\ ; \quad A_3 = -0{,}392.$$

Rezultă pentru $i_e(t)$ și $u_e(t)$ următoarele expresii :

$$i_e = i_{e0}\left(0{,}075\,.\,e^{-\frac{t}{2{,}06}} + 0{,}533\,.\,e^{-\frac{t}{0{,}454}} + 0{,}392\,.\,e^{-\frac{t}{0{,}0261}}\right), \qquad (108)$$

$$u_e = 5{,}4\ U_{e0}\left(0{,}075\,.\,e^{-\frac{t}{2{,}06}} + 0{,}533\,.\,e^{-\frac{t}{0{,}454}} + 0{,}392\,.\,e^{-\frac{t}{0{,}0261}}\right). \qquad (109)$$

În cadrul experimentărilor efectuate în laborator : $i_{e0} = 1A$; $U_{e0} = 33V$.

În figura 4 sînt reprezentate curbele $i_e(t)$ și $u_e(t)$ oscilografiate (curbele *1*) și calculate cu expresiile (34), (35), respectiv (108), (109) (curbele *2*).

Făcînd comparația curbelor (1) și (2), rezultă o bună corespondentă a calculului cu rezultatele experimentale (erori de ordinul procentelor).

5.2. În cazul stingerii cîmpului la funcționare a mașinii în sarcină se aplică expresiile de calcul stabilite la punctul 3.2 pentru mașina sincronă cu două înfășurări de amortizare în axa longitudinală.

Aplicînd relaţiile (52), (53), (56), (57), se obţin următoarele valori pentru parametrii de calcul:

$$T_1 = 0{,}382\ \text{s}; \quad T_2 = 1{,}875\ \text{s}; \quad T_3 = 0{,}278\ \text{s},$$

$$\sigma_{12} = 0{,}8075; \quad \sigma_{23} = 0{,}771; \quad \sigma_{31} = 0{,}158,$$

$$\sigma_{14} = 0{,}227; \quad \sigma_{24} = 0{,}79; \quad \sigma_{34} = 0{,}085,$$

$$\sigma_{234} = 0{,}064; \quad \sigma_{134} = 0{,}02; \quad \sigma_{124} = 0{,}1785; \quad \sigma_{1234} = 0{,}0095,$$

$$T''_{e1} = 1{,}48\ \text{s}; \quad T''_{e2} = 0{,}0946\ \text{s}; \quad T''_{e3} = 0{,}0136\ \text{s},$$

$$A_1 \simeq 0; \quad A_2 = -0{,}875; \quad A_3 = -0{,}125.$$

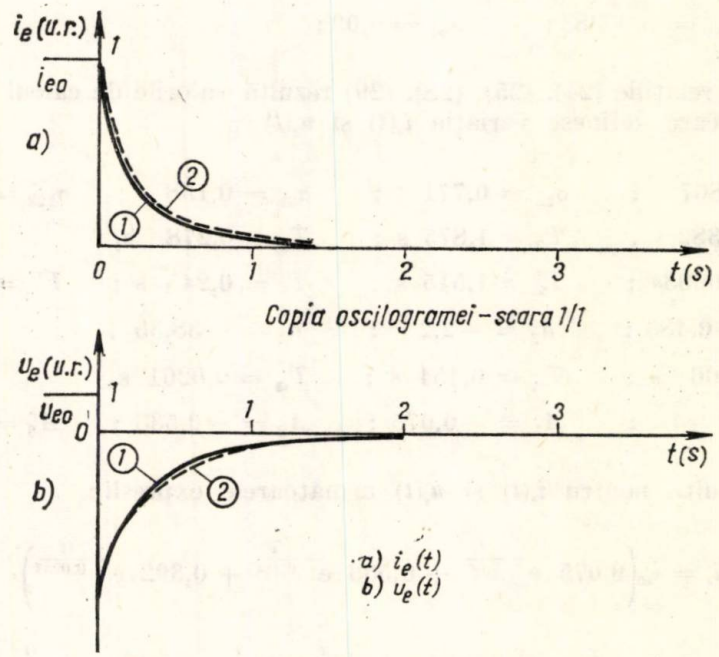


Fig. 4. — Rezultatele de calcul şi curbele înregistrate experimental la funcţionarea în gol a maşinii sincrone.

Corespunzător valorilor parametrilor de calcul, expresiile curentului şi tensiunii de excitaţie, (54) şi respectiv (55), iau forma

$$i_e(t) = \left(0{,}875 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}0946}} + 0{,}125 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}0136}} \right) i_{e0}, \tag{110}$$

$$u_e(t) = -m \left(0{,}875 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}0946}} + 0{,}125 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}0136}} \right) u_{e0}. \tag{111}$$

Experimentarea s-a realizat prin conectarea mașinii model la rețea la sarcină redusă : $U = 396$ v ; $I = 1{,}5$ A ; $P = 880$ W și, corespunzător $i_{e0} = 0{,}92$ A ; $U_{e0} = 33$ V.

Întreruperea sursei de excitație s-a făcut simultan cu introducerea reostatului de stingere la $m = 5{,}4$.

S-a fixat regimul de funcționare la o sarcină redusă pentru a nu provoca pierderea sincronismului mașinii în urma manevrelor efectuate.

În figura 5 s-a reprezentat curba (*1*), definită de expresia de calcul (61), și curba (*2*), oscilografiată. Se poate observa o concordanță bună între calcul și experiment (abateri de ordinul procentelor).

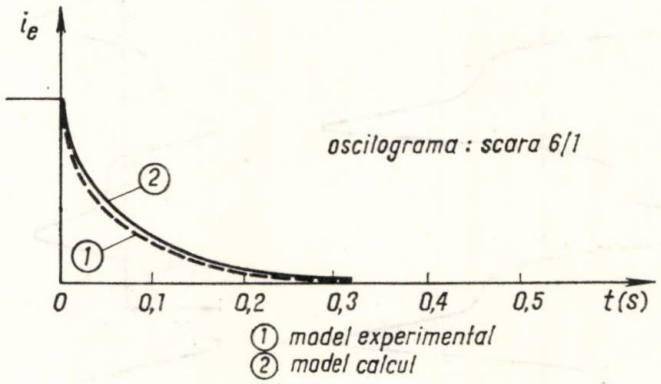


Fig. 5. — Rezultatele de calcul și curba înregistrată experimental la funcționarea în sarcină a mașinii sincrone.

5.3. În cazul regimului de funcționare în asincron, încercările experimentale, efectuate pe modelul electrodinamic, au avut ca scop verificarea metodicii de calcul elaborate ; pentru calcule s-au utilizat relațiile (105)—(107). Mașina a funcționat în sarcină cuplată la rețea și s-a provocat regimul asincron prin deconectarea sursei de excitație. Rotorul a fost închis permanent pe rezistența de stingere.

Experimentările s-au efectuat în varianta cu excitatoare rotativă. Regimul inițial de sarcină al mașinii cuplate la rețea a fost corespunzător la $P = 1880$ W, $U = 390$ V ; $U_{e0} = 33$ V ; $i_{e0} = 0{,}95$ A ; $r_s = 200$; $s = 1{,}15\%$.

Au rezultat din oscilograme (valori efective) pentru funcționarea în regim asincron :

$$I_e = 0{,}672\ A,$$

$$U_e = 139\ \text{V}.$$

Valorile calculate ale aceleași mărimi, conform punctului 4.2, au fost

$$I_e = 0{,}695\ \text{A},$$

$$U_e = 144\ \text{V}.$$

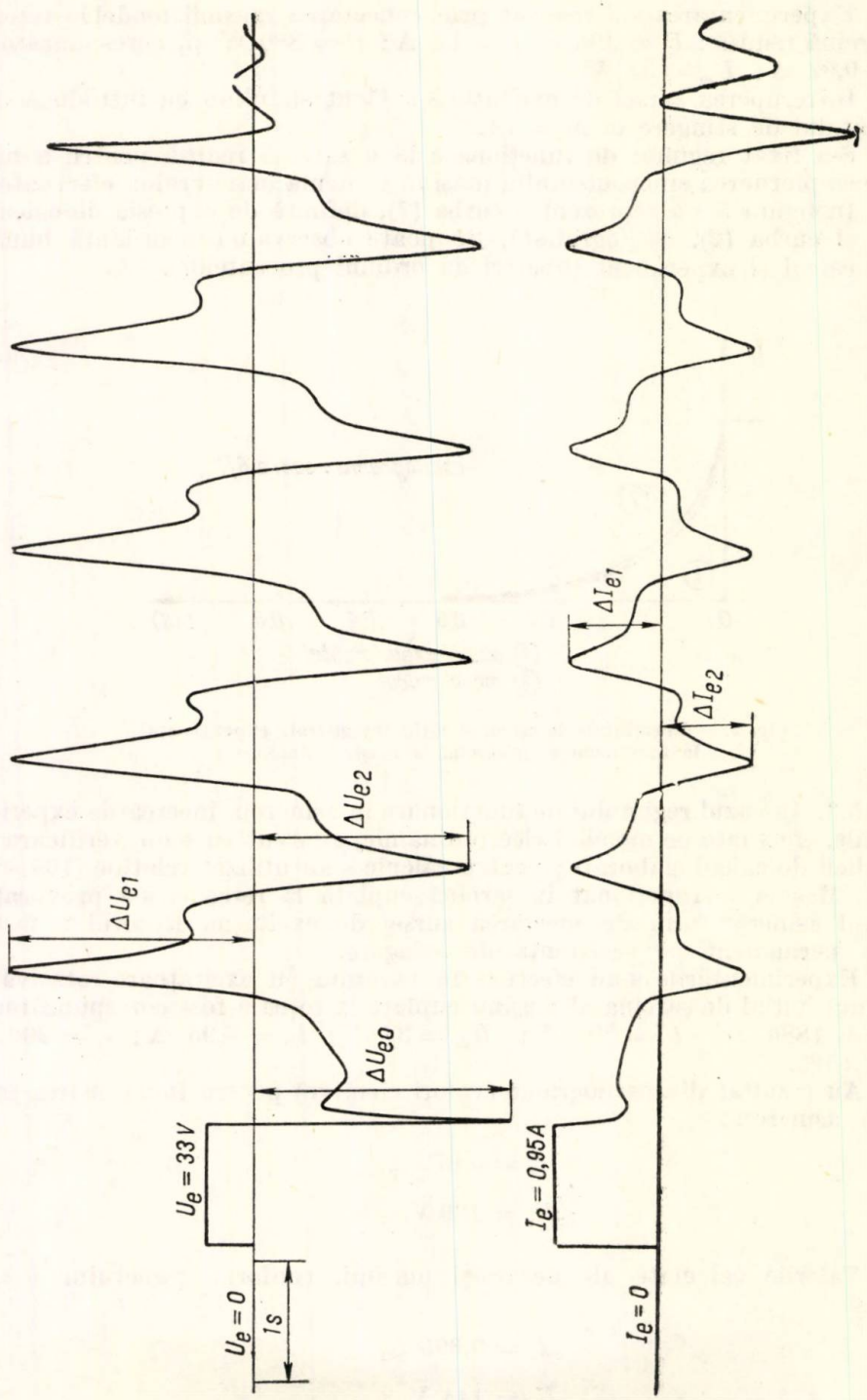


Fig. 6. — Oscilograma înregistrată la funcționarea în regim asincron.

Comparînd rezultatele de calcul cu cele experimentale, rezultă abateri de ordinul procentelor, întru totul acceptabile.

6. Pe baza rezultatelor obținute în lucrare se pot reține următoarele concluzii generale :

6.1. În lucrare s-a elaborat o metodică de calcul generală a curentului și tensiunii de excitație, a mașinii sincrone în cazul intervenției unor regimuri de funcționare speciale. S-au avut în vedere regimurile tranzitorii care apar la variația stării circuitelor rotorice sau statorice ori la intervenția unor factori exteriori mașinii, regimuri care impun precauții deosebite la dimensionarea mașinii sau a sistemului de excitație.

6.2. Verificările experimentale, efectuate pe un model electrodinamic, au confirmat valabilitatea metodicii de calcul și posibilitatea aplicării ei cu bună aproximație în studiul mașinilor sincrone de mare putere.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Kazovski, *Anormalnie rejimi raboti krupnih sinhronih mașin*, Leningrad, Izd. „Nauk", 1969.
2. B. Adkins, *The general theory of electrical machines*, Chapman and Hall, Ltd., 1957.
3. C. Apetrei, *Considerații asupra sistemelor de excitație ale mașinilor sincrone de mare putere*, St. cerc. energ. electr., **17**, 3 (1967).

CONTRIBUȚII LA SINTEZA REȚELELOR TRECE-TOT

DE

SERGIU CONDREA

621.392.52

Se arată care sînt aplicațiile rețelelor trece-tot și se definesc cele două etape ale sintezei. În lucrare se tratează numai etapa de realizare a schemei. Se prezintă diferite clase de funcții de transfer și se analizează cîteva tipuri de rețele trece-tot cu caracteristici speciale. Se stabilesc procedee de transformări echivalente și criterii de stabilirea schemei în vederea obținerii performanțelor dorite pe montaje reale.

1. INTRODUCERE

Rețelele trece-tot (R.T.T.) sînt circuite electrice cu două porți de acces, care prezintă o atenuare constantă (teoretic nulă) în toată gama frecvențelor reale și o defazare în funcție de frecvență, avînd o caracteristică dorită. Astfel de rețele se utilizează în diferite montaje de analiză și de măsură a oscilațiilor electrice în diferite sisteme de telecomunicații și de transmisiuni de date sau comenzi la distanță. După felul aplicațiilor se disting R.T.T. corectoare de fază, linii de întîrziere, formatoare de impulsuri, dispozitive de diferență constantă de fază ș.a.

Sinteza acestor rețele, ca și orice problemă de sinteză a circuitelor electrice, cuprinde două părți:

1) aproximarea caracteristicii dorite (de obicei prezentată sub forma unei curbe corespunzătoare variației cu frecvența a raportului dintre răspunsul la ieșire către acțiunea aplicată la intrare, ambele în domeniul frecvenței) cu o funcție aproximantă, realizabilă sub formă de circuit electric;

2) realizarea funcției găsite, adică stabilirea schemei (topologia rețelei) și a valorilor elementelor.

Ambele aceste aspecte ale sintezei formează obiectul a numeroase cercetări pentru găsirea unor metode mai bune și mai simple. Determinarea schemei pentru o funcție de transfer dată trebuie să țină seama de proprietățile reale ale elementelor componente și de performanțele nespecificate de funcție, dar importante în practică, cum sînt fiabilitatea, economia și simplitatea. Ne vom ocupa în cele ce urmează numai de al doilea aspect, realizarea funcției de transfer.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 443—454, București, 1971

2. FUNCȚII DE TRANSFER TRECE-TOT

Realizarea rețelei trece-tot depinde de natura funcției de transfer specificată. Pentru un cvadripol bilateral (diport) se pot defini mai multe tipuri de funcții de transfer. Astfel, considerînd un cvadripol reciproc

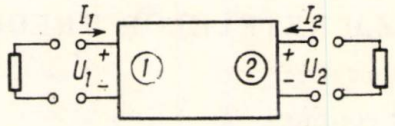


Fig. 1. — Diport pentru definiția funcțiilor de transfer.

(fig. 1), cu sensurile pozitive pentru U și I ca în figură, se pot defini funcțiile

$$Z_{t/g} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}, \quad Y_{t/sc} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{U_2=0}, \quad T_{u/g} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_2=0}, \tag{1}$$

$$Z_{t/1} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{R=1}, \quad Y_{t/1} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{R=1}, \quad T_{u/1} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{R=1}, \tag{2}$$

unde (1) reprezintă respectiv impedanța de transfer în gol, admitanța de transfer în scurtcircuit, funcția de transfer de tensiuni în gol, iar (2) aceleași funcții pe terminația 1 ohm. Toate funcțiile definite au ca variabilă independentă $s = j\omega$ sau, mai general, $s = \sigma + j\omega$.

Funcția de transfer mai poate fi definită și în alte moduri mai puțin uzitate, ca, de exemplu, prin parametrul de repartiție S :

$$S_{21} = \left.\frac{U_{r2}}{U_{i1}}\right|_{U_{i2}=0}, \tag{3}$$

unde U_{i1} este tensiunea undei incidente la poarta 1, iar U_{r2} tensiunea undei „reflectate" (transmise) la poarta 2 cînd aici nu există undă incidentă ($U_{i2} = 0$).

Considerînd numai cele șase definiții din (1) și (2), schema realizată pentru trece-tot va fi în general diferită pentru fiecare dintre ele. După cum se știe, funcțiile de transfer sînt funcții raționale de s, caracterizate prin configurația polilor și a nulurilor din planul variabilei s. Aceste poziții ale polilor și nulurilor funcției definesc coeficienții polinoamelor de la numărătorul și numitorul funcției și permit realizarea schemei.

Pentru o rețea trece-tot, funcția de transfer va avea forma generală

$$F(s) = \frac{P(-s)}{P(s)}, \tag{4}$$

ceea ce înseamnă o simetrie cvadrantală a configurației polilor și a nulurilor (fig. 2).

Este evident că numitorul $P(s)$ trebuie să fie un polinom Hurwitz pentru ca funcția să reprezinte o rețea stabilă (cu mărimea răspunsului finită pentru o acțiune finită la intrare).

Se demonstrează că orice funcție de transfer trece-tot de un grad mai mare se poate descompune într-un produs de factori de grade cel

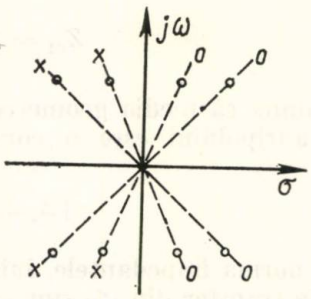


Fig. 2. — Configurația polilor și nulurilor la o RTT.

mult 1 și 2. În consecință, rămîne să fie realizate numai funcții de gradele 1 și 2, iar schemele respective să fie conectate în tandem [1].

Pentru raport de tensiuni, aceasta înseamnă

$$\frac{U_i}{U_1}\cdot\frac{U_1}{U_2}\cdots\frac{U_n}{U_e}=\frac{U_i}{U_e}.$$

Funcția de transfer trece-tot de gradul 1 este

$$F_1(s)=\frac{a-s}{a+s}, \tag{5}$$

iar cea de gradul 2

$$F_2(s)=\frac{s^2-bs+c}{s^2+bs+c}. \tag{6}$$

Schemele respective sînt arătate în figura 3.

Prima schemă (a) are un singur pol, $s_x=-a$, și un singur nul, $s_0=a$, iar a doua (b) are doi poli reali și două nuluri reale sau toate complexe, astfel că $s_{x1}+s_{x2}=b$ și $s_{x1}\cdot s_{x2}=c$.

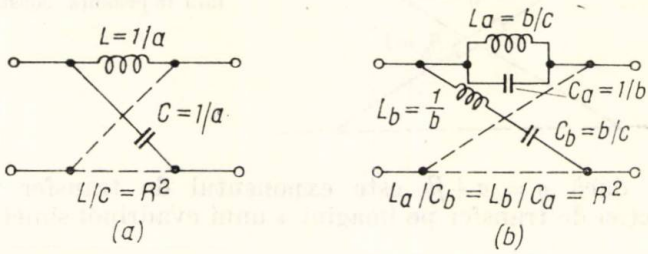


Fig. 3. — Rețele trece-tot în X de gradul 1 (a) și 2 (b).

Funcţia de transfer trece-tot poate fi realizată în două forme generale : a) cu impedanţa de intrare constantă sau b) fără impedanţă constantă.

Cazul a) corespunde la un cvadripol simetric, avînd impedanţele pe imagini egale cu o rezistenţă R :

$$Z_{01} = Z_{02} = R,$$

ceea ce înseamnă că media geometrică a impedanţelor în gol şi în scurt-circuit a cvadripolului este o constantă :

$$\sqrt{Z_g Z_{sc}} = R.$$

Se pot norma impedanţele, luînd $R = 1$, astfel că în acest caz cele trei funcţii de transfer din (2) sînt egale între ele (ţinînd seama de convenţia semnelor, avem $Z_{t/1} = -Y_{t/1} = T_{u/1}$).

Schemele din figura 3, cu $Z_a Z_b = R^2$, sînt din categoria A ; în figura 4 este dat un exemplu de schemă de cvadripol trece-tot din categoria B cu funcţia de impedanţă de transfer în gol de tip $P(-s)/P(s)$:

$$Z_{t/g} = \frac{1}{2}\,\frac{s^2 - bs + c}{s^2 + bs + c}\,; \quad |Z_{t/g}| = \frac{1}{2} = \text{const.} \tag{7}$$

Impedanţa sa pe imagini, $Z_x = \dfrac{\sqrt{2bs}}{\sqrt{s^2 + bs + c}} = f(s)$, nu este o constantă, iar funcţiile de transfer în gol din (1) nu sînt egale între ele.

Alte definiţii pentru reţeaua trece-tot pot fi exprimate cu ajutorul impedanţelor pe imagini (oglindite) Z_{01}, Z_{02}, al impedanţelor în scurt şi în gol sau al convertorului general de impedanţă [2].

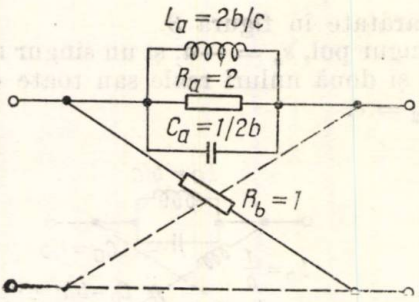


Fig. 4. — Reţea trece-tot B fără impedanţă constantă.

Astfel, dacă $g = a + jb$ este exponentul de transfer pe imagini, inversul funcţiei de transfer pe imagini a unui cvadripol simetric trece-tot este

$$T_0^{-1} = \operatorname{ch} g|_{a=0} = \cos b. \tag{8}$$

Atenuarea pe imagini a unui cvadripol simetric se poate scrie [3]

$$a = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{Z_g + Z_0}{Z_g - Z_0} \right|. \tag{9}$$

Pentru a fi trece-tot trebuie ca $a = 0$, ceea ce se poate obține ușor dacă impedanța pe imagini este o constantă ($Z_0(s) = R$), iar impedanța în gol este pur imaginară ($Z_g(j\omega) = jX(\omega)$).

Într-adevăr, în acest caz atenuarea este

$$a = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{jX_g + R}{jX_g - R} \right| = 0.$$

De aici rezultă că orice cvadripol reactiv de impedanță constantă este o rețea trece-tot, cu defazarea dată de expresia

$$b = \frac{1}{2} \left[\text{arc tg} \frac{X_g}{R} - \text{arc tg} \left(\frac{-X_g}{R} \right) \right],$$

unde defazarea și reactanța în gol sînt funcții de frecvență, $b(\omega)$, $X_g(\omega)$.

În particular, dacă cvadripolul reactiv are schema în X, cu impedanța constantă $Z_x = \sqrt{Z_a Z_b} = 1$, funcția de transfer trece-tot este

$$T_{u/1}(s) = \frac{1 - Z_a(s)}{1 + Z_a(s)}. \tag{10}$$

Un convertor general de impedanță (CGI) terminat pe rezistențe de 1 ohm la ambele porți are o atenuare compusă [4]:

$$a_c = \ln \frac{1}{2} | T(s) + T^{-1}_{(s)} |. \tag{11}$$

Pentru ca acest CGI să fie trece-tot (fig. 5) trebuie ca modulul $|T + T^{-1}|$ să fie egal cu 2 (atenuare de lucru nulă) sau cu o constantă (atenuare constantă).

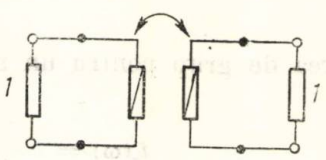


Fig. 5. — Convertor general de impedanță terminat pe rezistențe $R = 1$.

3. SCHEME RTT

Schemele cele mai folosite pentru realizarea rețelelor trece-tot sînt în X sau în scheme echivalente cu aceasta (în figura 6 sînt date cîteva scheme echivalente cu cea din figura 3*b*).

Schema inițială X (fig. 3b) are patru inductanțe L și patru capacități C, cele echivalente au, respectiv, $3L$ și $2C$ (fig. 6a), $3C$ și $2L$ (fig. 6b), $2C$ și un transformator (fig. 6c). Ultima este cea mai simplă ca număr de elemente, dar conține un transformator greu de realizat pentru o bandă largă de frecvențe.

Pe lîngă aceste scheme clasice, care sînt și de impedanță constantă, se pot utiliza și scheme din categoria B, cum este cea din figura 4, precum

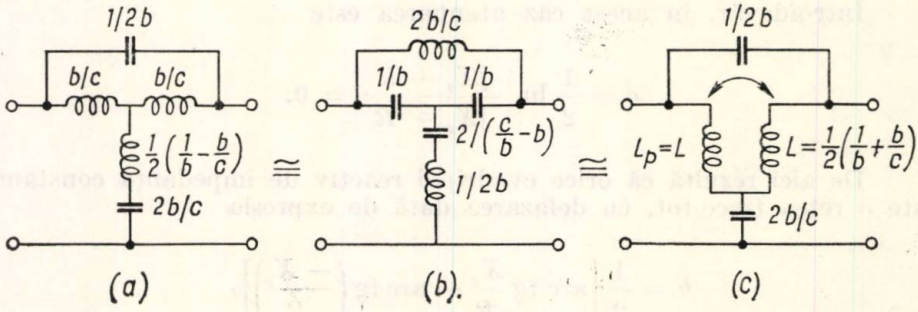


Fig. 6. — Scheme în T podit (a), (b) și cu autotransformator (c), echivalente cu schema X din figura 3 b.

și alte scheme de altă formă. Astfel, dacă se ține seama de faptul că rețeaua trece-tot ideală este irealizabilă (atenuare zero în toată banda de frecvențe, cu defazare impusă în aceeași bandă) și că în practică se cere o anumită defazare și o anumită atenuare constantă pe o bandă de frecvențe limitată, se vede că gama schemelor utilizate în practică este mult mai largă.

O rețea de defazare liniară, deci cu întîrziere constantă pe o bandă de frecvență limitată, se poate realiza cu ajutorul unor celule de filtre trece-jos, frecvența-limită a defazării liniare fiind $f_d < f_0$ unde f_0 este frecvența de tăiere a filtrului.

După cum se știe [4], defazarea unei celule de filtru trece-jos prototip (k-const) este dată de expresia

$$b = 2 \text{ arc sin } \eta, \qquad \text{cu} \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Întîrzierea de grup pentru un număr de N celule este

$$t_g(\omega) = \frac{2N}{\omega_0 \sqrt{1 - \eta^2}}. \tag{12}$$

La frecvența zero, întîrzierea este

$$t_g(0) = \frac{2N}{\omega_0}, \tag{13}$$

iar diferența dintre $t_g(\omega)$ și $t_g(0)$ este

$$\frac{2N}{\omega_0\sqrt{1-\eta^2}} - \frac{2N}{\omega_0} \approx \frac{2N}{\omega_0}\left(1 + \frac{\eta^2}{2} - 1\right) = \frac{N\omega^2}{\omega_0^3}.$$

Raportată la întîrzierea de curent continuu, avem abaterea relativă

$$\varepsilon \approx \frac{N\omega^2}{\omega_0^3} \cdot \frac{\omega_0}{2N} = \frac{\omega^2}{2\omega_0^2}. \tag{14}$$

Din (12) și (13), combinate cu (14), se poate scoate numărul de celule N în funcție de întîrzierea de curent continuu, iar din (14) rezultă frecvența ω_e pînă unde se poate considera întîrzierea egalizată, cu abaterea maximă ε:

$$\omega_e \approx \omega_0\sqrt{2\varepsilon},$$

adică o porțiune foarte redusă din banda de trecere totală.

Dacă, în loc de filtre prototip se consideră filtre derivate m, se poate obține aceeași lățime de bandă efectivă $(0 - \omega_e)$ cu un număr N mai mic. Defazarea la o celulă tip m este

$$b_m(\omega) = 2 \arcsin \frac{m\eta}{\sqrt{M(\eta)}}, \tag{15}$$

unde $M(\eta) = 1 - (1 - m^2)\eta^2$.

Dacă la aceasta se adaugă întîrzierea unei celule tip k (formată din două semicelule terminale) se obține în total pentru N secțiuni $(k + m)$

$$b_t = N\left(2 \arcsin \eta + 2 \arcsin \frac{m\eta}{\sqrt{M}}\right).$$

Întîrzierea totală va fi derivata acestei defazări:

$$t_g(\omega) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega} b_t(\omega). \tag{16}$$

Prin dezvoltare în serie de puteri a acestei derivate se obține aproximativ (păstrînd numai primii doi termeni)

$$t_g(\omega) \approx \frac{2N(m+1)}{\omega_0}\left[1 + \left(m - m^2 + \frac{1}{2}\right)\eta^2\right]. \tag{17}$$

Dacă se anulează paranteza $\left(m - m^2 + \frac{1}{2}\right) = P(m)$, timpul total de întîrziere rămîne aproape constant:

$$t(\omega) \approx \frac{2N(m+1)}{\omega_0}.$$

Pentru anulare trebuie ales un m egal cu rădăcina reală și pozitivă a polinomului $P(m)$, adică

$$m = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} > 1. \tag{18}$$

În acest caz, celula-tip m va conține o inductanță negativă $L(1-m^2)/4m<0$ (fig. 7*a*).

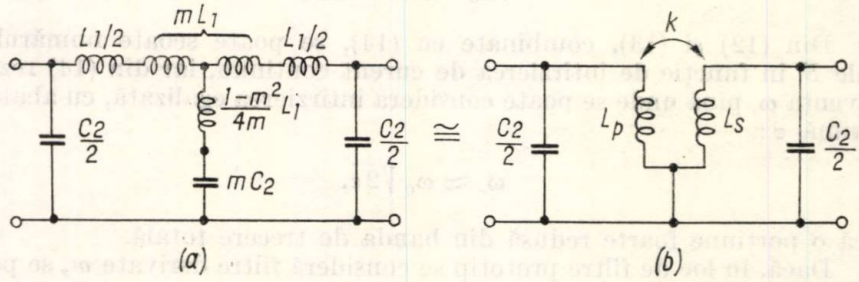


Fig. 7. — Linie de întîrziere cu celule de filtre *TJ* tip *m*.

Transformînd schema celor trei inductanțe în stea în transformator echivalent, se obține secțiunea de filtru fig. 7*b* cu transformator. Coeficientul de cuplaj este $k = (m-1)/(m+1)$, iar inductanțele înfășurărilor sînt egale

$$L_p = L_s = L\,\frac{(m+1)^2}{4m}. \tag{19}$$

Introducînd valoarea găsită pentru m din (18) în formula explicită a derivatei din (16) sau, mai simplu, în termenul al treilea (neglijat inițial) din dezvoltarea în serie (17), se obține

$$t_e(\omega) \approx \frac{2N}{\omega_0} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{2}(1 + 0{,}588\eta^4 + \ldots), \tag{20}$$

unde expresia dinaintea parantezei este întîrzierea pentru curent continuu ($t(0)$).

Numărul total N de secțiuni necesare pentru o abatere maximă

$$\varepsilon = \left|\frac{t(\omega) - t(0)}{t(0)}\right|,$$

rezultat din (20), va fi de aproximativ $\sqrt[4]{\varepsilon}$ ori mai mic decît în cazul anterior (cu filtru prototip), iar banda de frecvențe de egalizare ω_e va fi de $\sqrt[4]{1/\varepsilon}$ ori mai largă. Aceste avantaje se obțin cu prețul utilizării cîte unui transformator la fiecare dintre cele N secțiuni.

Dar chiar în acest ultim caz numărul de elemente componente pentru linia de întîrziere astfel proiectată este mai mare decît în cazul folosirii rețelelor trece-tot cu impedanță constantă (în X sau în T podit), deoarece în ambele cazuri anterioare se utilizează numai o mică fracțiune din banda de trecere teoretică a filtrului. Totuși, în unele aplicații parti-

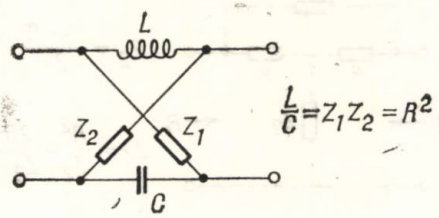


Fig. 8. — Rețea oprește-tot (ROT).

culare, în special cînd este necesar să se ramifice din linie întîrzieri parțiale, se preferă linia de întîrziere formată din N celule de filtre.

O altă variantă de schemă pentru RTT cu impedanță constantă se poate obține prin utilizarea rețelei oprește-tot (ROT), arătată în figura 8.

Impedanțele inverse Z_1, Z_2 pot fi și simple rezistențe R_1, R_2 sau reactanțe $j\omega L_1$, $1/j\omega C_2$.

Aceste rețele ROT [5] au funcția de transfer nulă, iar impedanțele văzute de la cele două porți sînt inverse între ele ($Z_{1_2} = 1/Z_{2_2}$). De aceea o rețea OT se poate utiliza în loc de doi dipoli inverși distincți. Astfel, în loc de schema (a) sau echivalenta sa (b) din figura 9 se poate utiliza schema (c) cu ROT.

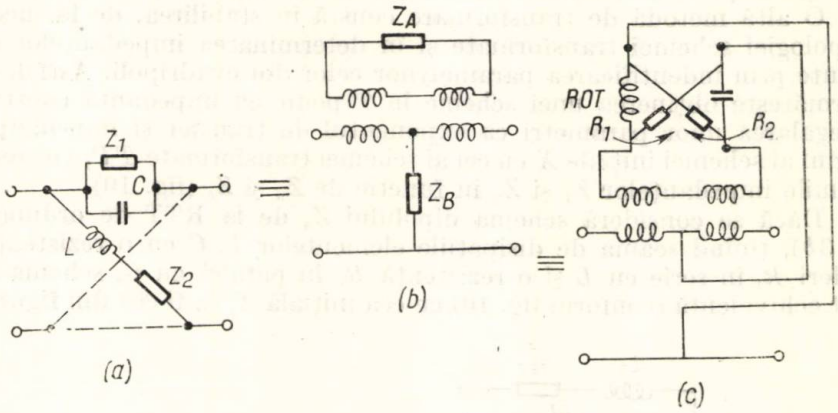


Fig. 9. — Rețea trece-tot : a — cu schema în X ; b — cu transformator diferențial ; c — cu ROT.

4. CONSIDERAȚII PRACTICE ASUPRA SINTEZEI RTT

Pentru realizarea unei rețele trece-tot care să corespundă în practică la performanțele specificate, trebuie avute în vedere caracteristicile reale ale elementelor componente și modul de funcționare a rețelei TT într-un sistem electric.

În cazul RTT cu elemente pasive, prezența disipațiilor în elementele reactive poate produce distorsiuni în performanțele rețelei. Acestea pot fi reduse parțial prin utilizarea procedeului de sinteză cu „predistorsiune", prin adăugarea unui egalizor de atenuare exterior sau a unuia integrat în

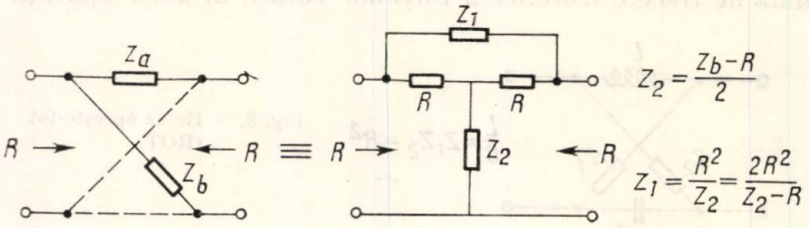


Fig. 10. — Echivalența între X și T podit pe baza egalității parametrilor pe imagini.

schemă sau prin compensarea pierderilor cu ajutorul unor elemente active [6].

După cum s-a menționat în [6], o altă linie de combatere a distorsiunilor de disipații ar consta în alegerea de scheme puțin sensibile la variația și la dispersia parametrilor de disipație. În acest scop se pot alege scheme echivalente din clasa RTT cu impedanță constantă.

Pentru economie, în ceea ce privește numărul elementelor componente, în special al celor reactive, este preferabil să se utilizeze scheme neechilibrate de tipul T podit sau analog (ca în figurile 6 sau 9). Transformarea schemei X în schemă T sau T podit se face de obicei prin extragerea de impedanțe comune din brațele longitudinale și încrucișate.

O altă metodă de transformare constă în stabilirea, de la început, a topologiei schemei transformate și în determinarea impedanțelor componente prin indentificarea parametrilor celor doi cvadripoli. Astfel, dacă se urmărește obținerea unei scheme în T podit cu impedanță constantă, din egalarea unor parametri ca exponentul de transfer și impedanța pe imagini ai schemei inițiale X cu cei ai schemei transformate TP, vor rezulta mărimile impedanțelor Z_1 și Z_2 în funcție de Z_a și Z_b (fig. 10).

Dacă se consideră schema dipolului Z_a de la RTT de ordinul doi (fig. 3*b*), ținînd seama de disipațiile elementelor L, C cu o rezistență de pierderi R_L în serie cu L și o rezistență R_C în paralel cu C, schema în T podit echivalentă (conform fig. 10) cu cea inițială X va fi cea din figura 11.

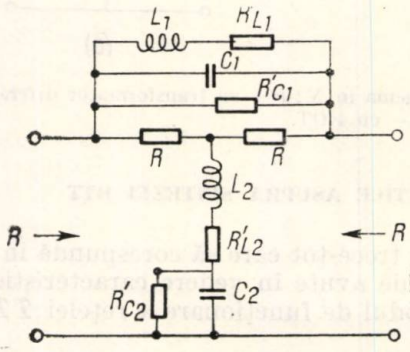


Fig. 11. — Schema în T podit cu impedanță constantă R cu rezistența de pierderi R_L și R_C.

Se vede că apare în ramura transversală o „rezistență" serie $R'_L = (R_L - R)/2$, mai mică decît cea inițială R_L și o „rezistență" paralel $R'_C(\omega)$ mai mare decît cea inițială R_C. În mod corespunzător, rezistențele de disipație din ramura de pod vor fi, respectiv, micșorate la inductanțe și mărite la capacități. Este ca și cum noile elemente reactive L, C din schema TP ar fi de o calitate mai bună (cu disipații $d_L = R/L$, $d_C = 1/RC$ mai mici). Deci această schemă echivalentă este mai greu de realizat din punctul de vedere al factorului de calitate pentru elemente decît schema inițială X, ceea ce nu este cazul la schemele echivalente obținute prin extrageri (fig. 6).

Dar tocmai această situație poate servi pentru ușurarea condițiilor de disipație. În acest scop se pornește de la proiectarea rețelei TT, ca în figura 11, considerîndu-se elemente L, C cu disipații d_L și d_C foarte mici. Trecîndu-se prin același procedeu de transformare echivalentă (fig. 10) înapoi la schema X, se vor obține elemente componente cu disipații mai mari, care pot fi mai ușor realizate. Distorsiunile produse în atenuarea RTT de prezența acestor disipații vor fi aceleași ca la schema în T podit, după cum s-a arătat în [6]. Aceste distorsiuni vor fi mai mici și pot fi făcute neglijabile prin alegerea unor coeficienți mici de disipații la schema TP și, eventual, prin alegerea unei rezistențe caracteristice R mai mari.

Rămîne, în schimb, inconvenientul că schema X are un număr mai mare de elemente decît cea în TP. Pentru a se înlătura și acest inconvenient, se poate transforma iarăși schema X într-una TP, dar cu procedeul de extragere de impedanțe comune, ca în figura 6, sau prin transformare în schemă echivalentă cu transformator diferențial, ca în figura 9*b* sau *c*. În acest ultim caz însă sînt necesare în plus două rezistențe, R_1 și R_2, care măresc puțin atenuarea constantă a RTT, dar aplatisează în aceeași măsură curba de variație a acestei atenuări. Schema aceasta, cu utilizarea unei ROT în loc de doi dipoli inverși, mai are avantajul că se poate ajusta ușor prin variația simultană a rezistențelor inverse, R_1 și $R_2 = R^2/R_1$.

5. CONCLUZII

În sinteza rețelelor trece-tot, dacă se presupune rezolvată problema aproximației, realizarea schemei constituie o problemă de importanță capitală în practică.

Deoarece o funcție de transfer TT poate fi realizată într-o mare varietate de forme, trebuie aleasă forma optimă atît ca număr de elemente, cît și ca factor de calitate al acestor elemente. S-a arătat în lucrare cum se poate obține aceasta prin transformări echivalente corespunzătoare. Unele transformări propuse permit în plus o ajustare ulterioară simplă pentru corectarea distorsiunilor reziduale, datorite fie dispersiunii parametrilor elementelor, fie aproximării imperfecte la calculul de sinteză.

Introducerea de elemente active în schemă sub formă de rezistențe negative, giratoare [7] sau convertoare generale de impedanță (CGI) pot aduce noi îmbunătățiri în proiectarea și construcția rețelelor trece-tot.

BIBLIOGRAFIE

1. Balabanian N., *Network Synthesis*, Prentice--Hall, 1958.
2. Condrea S., *Network Synthesis using the General Impedance Converter*, Rev. Roum. Sci. Techn., série Electrotechn. Energ., **12**, *3* (1967).
3. — *Bazele telecomunicațiilor pe fir*, vol. I, București, Edit. didactică și pedagogică, 1963.
4. — *ibidem*, vol. II, 1966.
5. — *Contribuții la analiza și sinteza rețelelor lineare, pasive, cu parametrii invariabili și variabili în timp*, teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1968.
6. — *Reducerea distorsiunilor produse de pierderi la proiectarea rețelelor trece-tot*, Telecomunicații, *14* (1971).
7. Tripathi P., *Realisation of a transfer function using RC-Gyrators*, J. Inst. Telecommunic. Engrs. India, **15**, *7*, 475—478 (1969).

UTILIZAREA FUNCȚIILOR LAMBDA ÎN ANALIZA ANTENELOR

DE

EDMOND NICOLAU

621.396.671.001.11:517.9

Se arată posibilitatea studierii concomitente a două clase de radiatoare: radiatoarele rectilinii și cele circulare. În acest scop se utilizează transformarea lambda. Se studiază unele proprietăți ale transformatei lambda și se dau proprietățile unor tipuri mai importante de distribuții utilizate la radiatoare, printre care distribuția uniformă, distribuția parabolică inversată, distribuția Sonine și distribuția lambda.

1. GENERALITĂȚI

Progresele realizate în teoria antenelor au permis să se unifice tratarea unor tipuri de probleme aparent diferite: radiatorul rectiliniu și radiatorul de suprafață de formă circulară. Mai mult chiar, cu același aparat matematic se poate aborda atît problema radiației, cît și a difracției, printr-o deschidere dreptunghiulară sau circulară.

În această direcție există unele tentative mai vechi. Vom menționa una dintre ele.

După cum se știe, sinteza radiatoarelor rectiliniare revine la rezolvarea unei ecuații integrale de tip Fredholm de prima speță, care poate fi scrisă

$$f(u) = \int_{-\sigma}^{\sigma} I(x) \exp(jux)\, \mathrm{d}x.$$

În cazul unei deschideri circulare, între caracteristica de directivitate $f(u)$ și distribuția cîmpului în deschidere $g(r)$, așa cum se va arăta ulterior în acest articol, subzistă tot o relație integrală, și anume

$$f(u) = \int_{0}^{D/2} g(r) J_0(ur)\, r\, \mathrm{d}r.$$

Soluția exactă a acestor ecuații nu se poate obține însă întotdeauna ușor.

St. cerc. energ. electr., tom. nr. 2, p. 455—467, București, 1971

Ishimaru [2] propune o tehnică specială în acest scop. Pentru aceasta el pleacă de la ecuația

$$g(u) = \int_0^l f(x)\, h(x, u)\, r(x)\, \mathrm{d}x,$$

unde funcția $h(x, u)$ satisface ecuația Sturm-Liouville:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(p(x)\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}\right) + (q(x - u^2 r^2))\, h = 0.$$

Admițînd că $g(u)$ este o funcție dată în domeniul $[c, d]$, Ishimaru dezvoltă pe $f(x)$ într-o serie de funcții proprii $h(x, u_m)$. În cele din urmă, funcția căutată $f(x)$ este obținută sub forma unei serii cu un număr finit M de termeni, care dă soluția corectă în M puncte situate în intervalul (c, d). Soluția poate fi făcută cît mai exactă în acest interval, dar aceasta conduce, în general, la erori mari în afara domeniului considerat.

Un progres esențial în studiul unificat al radiatorului rectiliniu și al deschiderii circulare s-a realizat prin utilizarea unor funcții speciale.

În cele ce urmează se arată mai întîi cum se poate unifica studiul radiatorului rectiliniu și al deschiderii circulare cu ajutorul funcțiilor lambda. Se studiază apoi aceste funcții, ca și alte funcții apropiate. Se arată cum se pot utiliza aceste proprietăți pentru studiul problemelor de sinteză. Din punct de vedere istoric, menționăm că problema antenelor a fost studiată din acest punct de vedere de J.F. Ramsay (1967), R. W. Bickmare și R. J. Spelmire (1956), R. C. Hansen (1964), A. Ishimaru și G. Held (1960) etc.

2. TRANSFORMAREA LAMBDA

Fie un radiator rectiliniu de lungime a la care distribuția de curent este simetrică, $\underline{I}(-x) = \underline{I}(x)$, și la care faza e aceeași în orice punct. Caracteristica de directivitate este

$$f(u) = \int_{-a/2}^{a/2} \underline{I}(x) \exp(-\mathrm{j}\, 2\pi x u)\, \mathrm{d}x = 2\int_0^{a/2} \underline{I}(x) \cos(2\pi x u)\, \mathrm{d}x, \qquad (1)$$

unde $u = (\sin\theta)/\lambda$, unghiul θ fiind măsurat de data aceasta de la normala pe planul care conține radiatorul liniar. Cu alte cuvinte, caracteristica de directivitate este transformata Fourier-cosinus a distribuției de curent $\underline{I}(x)$.

În cazul în care o suprafață circulară este iluminată în fază, cu o funcție avînd o simetrie circulară $F = F(\rho)$, atunci, în aproximația Kirchhoff, avem

$$f(u) = \int_0^{2\pi} \int_{-D/2}^{D/2} F(\rho) \exp(+\mathrm{j}\, 2\pi\rho u \cos\varphi)\, \mathrm{d}\rho \cdot \rho\, \mathrm{d}\varphi. \qquad (2)$$

Integralele se efectuează separat, ținînd seama de relația [1, p. 436]

$$J_p(z) = \frac{2}{(\pi)^{1/2}\,\Gamma(p+1/2)}\left(\frac{z}{2}\right)^p \int_0^{\pi} \exp(jz\cos\theta)\sin^{2p}\theta\,d\theta,$$

unde $\Gamma(x)$ este funcția factorială.

Luînd $p = 0$, se obține

$$J_0(z) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \exp(jz\cos\theta)\,d\theta, \tag{3}$$

deoarece $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = (\pi)^{1/2}$.

Utilizînd acest rezultat la efectuarea integralei (2), rezultă

$$f(u) = 2\pi\int_0^{D/2} F(\rho)\,J_0(2\pi u\rho)\,\rho\,d\rho. \tag{4}$$

Această relație arată că, în cazul unei suprafețe radiante circulare de diametru D la care distribuția cîmpului are o simetrie circulară, caracteristica de directivitate este transformata Fourier-Bessel de ordin zero sau transformata Hankel a distribuției iluminării.

Dar transformarea Fourier-cosinus și transformarea Hankel sînt cazuri particulare ale transformării lambda, care, prin definiție, este dată de relația

$$f(u) = \frac{2\pi^{p+1}}{\Gamma(p+1)}\int_0^{\alpha/2} F(x)\,\Lambda_p(2\pi ux)\,x^{2p+1}\,dx. \tag{5}$$

În această relație intervine funcția lambda de prima specie, care se definește în raport cu funcția Bessel de prima specie astfel:

$$\Lambda_p(z) = \frac{\Gamma(p+1)}{(z/2)^p}\,J_p(z).$$

Transformările (1) și (4) apar drept cazuri particulare ale transformării (5): atunci cînd se ia $p = -1/2$, ținînd seama că

$$\Lambda_{-1/2}(2\pi ux) = \cos(2\pi ux),$$

se obține transformarea Fourier-cosinus; luînd $p = 0$ și ținînd seama că

$$\Lambda_0(2\pi ux) = J_0(2\pi ux),$$

se obține transformarea Hankel.

Această observaţie permite tratarea simultană a radiatoarelor rectilinii şi a celor circulare, utilizînd transformarea lambda.

Cel mai simplu de tratat este cazul iluminării uniforme, la care $F(x) = 1$. În acest caz,

$$f_p(u) = \left(\frac{\pi\alpha^2}{4}\right)^{p+1} \frac{\Lambda_{p+1}(\pi\alpha u)}{\Gamma(p+2)}.$$

3. PROPRIETĂŢI ALE FUNCŢIILOR Λ

Pentru a stabili aceste proprietăţi este indicat a pleca de la definiţie :

$$\Lambda_p(z) \triangleq \frac{\Gamma(p+1)}{(z/2)^p} J_p(z) \qquad (p \in R), \tag{6}$$

ţinînd seama şi de proprietăţile funcţiilor care intervin în definiţie :

$$\Gamma(p+1) = p\Gamma(p), \tag{7}$$

$$Z_{p-1}(z) + Z_{p+1}(z) = (2p/z) Z_p(z). \tag{8}$$

În cazul de faţă $Z_p := J_p$.

Se poate scrie deci, plecînd de la (6) şi efectuînd unele transformări,

$$\Lambda_{p+1}(z) = \frac{(p+1)\,\Gamma(p+1)}{(z/2)^{p+1}} J_{p+1}(z). \tag{9}$$

Ţinînd seama de relaţia de recurenţă (8), relaţia (9) devine

$$\Lambda_{p+1}(z) = \frac{(p+1)\,\Gamma(p+1)}{(z/2)^{p+1}} \frac{1}{z} (2pJ_p(z) - zJ_{p-1}(z)),$$

de unde, prin calcule algebrice, se obţine

$$\Lambda_{p+1}(z) = \frac{(p+1)p}{(z/2)^2} (\Lambda_p(z) - \Lambda_{p-1}(z)), \tag{10}$$

ceea ce constituie o relaţie de recurenţă pentru funcţiile Λ.

O altă relaţie se obţine ţinînd seama de următoarea relaţie de recurenţă valabilă pentru funcţiile cilindrice :

$$Z_{p-1}(z) - Z_{p+1}(z) = 2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} Z_p(z). \tag{11}$$

În cazul nostru $Z_p := J_p$.

Pentru a obține relația referitoare la funcția lambda, se calculează mai întîi derivata.

Prin derivare obținem din (6)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Lambda_p(z) = \Gamma(p)\left(\frac{p}{2}\,\frac{1}{(z/2)^{p+1}}J_p(z) + \frac{1}{(z/2)^p}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}J_p(z)\right) =$$

$$= \frac{\Gamma(p)}{(z/2)^{p+1}}\left(-\frac{p}{2}J_p(z) + \frac{z}{2}\,\frac{1}{2}\left(J_{p-1}(z) - J_{p+1}(z)\right)\right).$$

Dar relația (8) permite a scrie

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Lambda_p(z) = \frac{\Gamma(p)}{(z/2)^{p+1}}\,\frac{1}{4}\left(-2zJ_{p+1}(z)\right),$$

de unde

$$\frac{\Lambda_{p+1}}{p+1} = -\frac{2}{z}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Lambda_p(z).$$

Dăm în continuare o tabelă cu cîteva funcții lambda care se pot exprima ca funcții elementare:

$$\Lambda_{-1/2}(x) = \cos x,$$

$$\Lambda_0(x) = J_0(x),$$

$$\Lambda_{1/2}(x) = \frac{\sin x}{x},$$

$$\Lambda_1(x) = \frac{2J_1(x)}{x},$$

$$\Lambda_{3/2}(x) = \frac{3}{x^2}\left(\frac{\sin x}{x} - \cos x\right),$$

$$\Lambda_2(x) = \frac{8J_2(x)}{x^2}.$$

Cu relațiile de recurență date se pot calcula și alte funcții lambda.

4. FUNCȚIA LAMBDA-STRUVE

Pentru a face să intervină aceste funcții se consideră mai întîi un radiator rectiliniu la care

$$\underline{I}(-x) = -\underline{I}(x).$$

În acest caz, caracteristica de directivitate a radiatorului este

$$f_L(u) = \int_{-a/2}^{a/2} \underline{I}(x) \exp(-j2\pi xu)\,dx =$$

$$= \int_0^{a/2} I(x)(\exp(j2\pi xu) - \exp(-j2\pi xu))\,dx,$$

sau

$$f_L(u) = 2j\int_0^{a/2} I(x)\sin(2\pi xu)\,dx.$$

Să reținem această expresie și să trecem la cazul dechiderii circulare. În cazul unei deschideri circulare la care iluminarea este astfel încît

$$F(-\varphi) = -F(\varphi),$$

caracteristica de directivitate are expresia

$$f_C(u) = \int_0^{2\pi}\int_{-D/2}^{D/2} F(\rho, \varphi)\exp(-j2\pi\rho u\cos\varphi)\,\rho\,d\rho\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{\pi}\int_{-D/2}^{D/2} F(\rho, \varphi)(\exp(-j2\pi\rho u\cos\varphi) - \exp(j2\pi\rho u\cos\varphi))\,\rho\,d\rho\,d\varphi =$$

$$= 2j\int_{-D/2}^{D/2}\int_0^{\pi} F(\rho, \varphi)\sin(2\pi\rho u\cos\varphi)\,d\rho\,\rho\,d\varphi.$$

Dacă în aceste condiții, pe porțiuni, $F(\rho, \varphi) = F(\rho)$, atunci

$$f_C = 2j\int_{-D/2}^{D/2}\int_0^{\pi} \sin(2\pi\rho u\cos\varphi)\,d\rho\,\rho\,d\varphi.$$

În integrand apare funcția lui Struve, $S_p(z)$, sau $H_p(z)$, definită prin relația

$$S_p(z) \triangleq \frac{2}{(\pi)^{1/2}}\,\frac{(z/2)^p}{\Gamma(p-1/2)}\int_0^{\pi/2}\sin(z\cos\varphi)\sin^{2p}\varphi\,d\varphi,$$

$$\mathrm{Re}\,p > -1/2.$$

Funcția lambda-Struve care intervine în integrand și care se notează $\Lambda S_p(z)$ — sau $\Lambda H_p(z)$ — este

$$\Lambda H_p(z) \triangleq \frac{\Gamma(p+1)}{(z/2)^p} H_p(z),$$

relație analogă cu (6).

Se pot stabili următoarele relații:

$$\Lambda H_{-1/2}(x) = \sin x,$$

$$\Lambda H_0(x) = H_0(x),$$

$$\Lambda H_{1/2}(x) = (1 - \cos x)/x,$$

$$\Lambda H_1(x) = 2H_1(x)/x,$$

$$\Lambda H_{3/2}(x) = -\frac{3}{x^2}\left(\frac{\cos x}{x} + \sin x - \frac{1}{x} - \frac{x}{2}\right),$$

$$\Lambda H_2(x) = 8H_2(x)/x^2.$$

Subzistă, de asemenea, următoarele relații de recurență:

$$\Lambda H_{p+1}(x) = \frac{p(p+1)}{(x/2)^2}(\Lambda H_p(x) - \Lambda_{H_{p-1}}(x)) + \frac{2}{x}\frac{\Gamma(p+2)}{(\pi)^{1/2}(p+3/2)},$$

$$\frac{\Lambda H_{p+1}(x)}{p+1} = -\frac{2}{x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Lambda H_p(x) + \frac{2}{x}\frac{\Gamma(p+1)}{(\pi)^{1/2}\Gamma(p+3/2)}.$$

Se observă că, făcînd $p_t = 0$, se obține

$$\Lambda N_0(z) = H_0(z),$$

$H_0(z)$ fiind o funcție proporțională cu caracteristica de directivitate a deschiderii circulare:

$$H_0(z) = a\int_0^{\pi/2} \sin(z\cos\varphi)\,\mathrm{d}\varphi.$$

Dacă se ia $p := -1/2$, rezultă din tabela precedentă $\Lambda H_{-1/2}(x) = \sin x$, adică tocmai integrandul care apare în expresia caracteristicii de directivitate a radiatorului rectiliniu.

S-a justificat astfel importanța funcțiilor lambda-Struve pentru studiul antenelor.

În ceea ce privește caracteristica de directivitate, se poate scrie

$$f_p(u) = \frac{2\pi^{p+1}}{\Gamma(p+1)} \int_0^{\alpha/2} F(x) \Lambda H_p(2\pi ux)\, x^{2p+1}\, dx,$$

relație analogă cu (5).

Funcția $F(x)$ este o funcție impară, dacă ne referim la un radiator liniar; ea este impară în planul de antifază pentru o deschidere circulară iluminată simetric în ceea ce privește intensitatea.

Cazul cel mai simplu îl prezintă situația în care iluminarea este uniformă ca intensitate, dar e în antifază:

$$I(x) = \operatorname{sgn} x,$$

unde caracteristica generală este

$$f_p(u) = \left(\frac{\pi\alpha^2}{4}\right)^{p-1} \frac{\Lambda H_p(\pi\alpha u)}{\Gamma(p+2)}.$$

În cazul radiatorului liniar, $\alpha_i = a$; pentru deschiderea circulară, $\alpha_i = D$. Pentru radiatorul liniar, la care $p = -1/2$, rezultă caracteristica

$$f_L(u) = a\Lambda H_{1/2}(\pi au) = a\frac{1-\cos(\pi au)}{\pi au}.$$

În cazul unei deschideri circulare avem

$$f_C = \frac{\pi D^2}{4} \Lambda H_1(\pi Du) = \frac{\pi D^2}{4} \frac{2H_1(\pi Du)}{\pi Du}.$$

Aceste cazuri particulare vor fi tratate în paragraful 6.

5. FUNCȚIA LAMBDA MODIFICATĂ

Această funcție se notează $\Lambda I_p(x)$ și este definită prin relația

$$\Lambda I_p(x) \triangleq \Lambda_p(jx).$$

Ținînd seama de această definiție, se pot calcula funcțiile lambda modificate, plecînd de la funcțiile lambda:

$$\Lambda I_{-1/2}(x) = \operatorname{ch} x,$$

$$\Lambda I_0(x) = I_0(x),$$

$$\Lambda I_{1/2}(x) = \frac{\operatorname{sh} x}{x},$$

$$\Lambda I_1(x) = \frac{2I_1(x)}{x},$$

$$\Lambda I_{3/2}(x) = -\frac{3}{x^2}\left(\frac{\operatorname{sh} x}{x} - \operatorname{ch} x\right),$$

$$\Lambda I_2(x) = \frac{8I_2(x)}{x^2},$$

unde $I_p(x)$ este funcția Bessel modificată:

$$I_p'(x) = J_p(\jmath x).$$

Se pot stabili, de asemenea, următoarele relații de recurență:

$$\Lambda I_{p+1}(x) = \frac{p(p+1)}{(x/2)^2}(\Lambda I_{p+1}(x) - \Lambda I_p(x)),$$

$$\frac{\Lambda I_{p+1}}{p+1} = \frac{2}{x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Lambda I_p(x).$$

6. CARACTERISTICI DE DIRECTIVITATE

Principalul avantaj al funcțiilor lambda constă în posibilitatea de a exprima printr-o singură funcție atît caracteristica radiatorului liniar, cît și pe a suprafeței radiante circulare. Pentru aceasta, la o funcție de excitație dată — curent sau cîmp — este suficient ca la funcția lambda care intervine în caracteristica de directivitate să se ia $p := -1/2$ pentru radiatorul liniar și $p := 0$ pentru deschidere circulară.

În cele ce urmează se prezintă caracteristicile de directivitate $f(u)$ corespunzătoare unor tipuri uzuale de excitări $F(x)$. Se consideră radiatorul liniar de lungime a și deschiderea circulară de diametru D. Se notează cu indicele L mărimile privind radiatorul rectiliniu și cu indicele C mărimile privind deschiderea circulară. Se notează $f(u)$ caracteristica de directivitate, exprimată în funcție de $\Lambda_p(x)$.

În acest paragraf se prezintă numai cîteva cazuri spre exemplificarea metodei. În anexa 1 se dă o tabelă cu diverse iluminări și cu caracteristicile corespunzătoare.

Iluminare uniformă, $F(x) = 1$:

$$f(u) = \left(\frac{\pi\alpha}{4}\right)^{p+1} \frac{1}{\Gamma(p+2)} \Lambda_{p+1}(\pi\alpha u),$$

$$f_L(u) = \Lambda_{1/2}(\pi au) = \frac{\sin(\pi au)}{\pi au},$$

$$f_C(u) = \Lambda_1(\pi Du) = \frac{2J_1(\pi Du)}{\pi Du}.$$

Deschiderea lobului principal la -3 dB :

$$\theta_L = 0{,}89 \qquad \lambda/a = 51°/a/\lambda,$$

$$\theta_C = 1{,}02 \qquad \lambda/D = 58{,}4°/D/\lambda.$$

Atenuarea a_n a lobilor secundari în dB (amplitudinea lobului principal $= 1$) :

n	1	2	3
a_L	13,3	17,8	20,8
a_C	17,6	24	28

Iluminare parabolică, $F(x) = (1-(2-(2x/\alpha)^2)^r$:

$$f = \left(\frac{\pi\alpha^2}{4}\right)^{p+1} \frac{\Gamma(r+1)}{\Gamma(p+r+2)} \Lambda_{p+r+1}(\pi\alpha u).$$

Pentru $r = 1$,

$$f_L(u) = \Lambda_{3/2}(\pi au) = \frac{3}{(\pi au)^2}\left(\frac{\sin(\pi au)}{\pi au} - \cos(\pi au)\right),$$

$$f_C(u) = \Lambda_2(\pi Du) = \frac{8J(\pi Du)}{(\pi Du)^2}.$$

Deschiderea lobului pentru o atenuare de -3d B :

$$\theta_L = 1{,}15 \qquad \lambda/a = 66°/a/\lambda,$$

$$\theta_C = 1{,}27 \qquad \lambda/D = 73°/D/\lambda.$$

Amplitudinile lobilor secundari:

n	1	2
a_L	21,3	29
a_C	24,6	34

Pentru $r = 2$:

$$f_L(u) = \Lambda_{5/2}(\pi au) = \frac{15}{(\pi au)^2}(\Lambda_{3/2} - \Lambda_{1/2}),$$

$$f_c(u) = \Lambda_3(\pi Du) = \frac{48 J_3(\pi Du)}{\pi Du}.$$

$$\theta_L = 1{,}38\ \lambda/a = 79°/a/\lambda,$$

$$\theta_C = 1{,}48\ \lambda/D = 85°/D/\lambda,$$

n	1	2
a_L	27,7	37,7
a_C	30,6	41,8

Iluminare lambda. Acest caz cuprinde drept situații particulare iluminările de tip cosinus și Bessel:

$$F(x) = \Lambda_p(\lambda_1 2x/a),$$

$$f(u) = \left(\frac{\pi\alpha^2}{4}\right)^{p+1} \frac{\lambda_1^2}{\Gamma(p+2)} \Lambda_{p+1}(\lambda_1) \frac{\Lambda_p(\pi\alpha u)}{\lambda_1^2 - (\pi\alpha u)^2};$$

a) iluminare de tip cosinus

$$F_L(x) = \cos(\pi x/a),$$

$$f_L(u) = \frac{1}{2}(\Lambda_{1/2}(\pi au + \pi/2) + \Lambda_{1/2}(\pi au - \pi/2)),$$

$$= \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\cos(\pi au)}{(\pi/2)^2 - (\pi au)^2};$$

b) iluminare de tip Bessel:

$$F_c(\rho) = J_0(4{,}81\rho/D),$$

$$f_c(u) = \frac{5{,}784\Lambda_0(\pi Du)}{5{,}784 - (\pi Du)^2} \qquad (\Lambda_0(x) = J_0(x)),$$

$$\theta_L = 1{,}19\ \lambda/a = 68°/a/\lambda,$$

$$\theta_G = 1{,}32\ \lambda/D = 76°/D/\lambda,$$

n	1	2
a_L	23	30,7
a_C	27,5	36,5

7. SINTEZA SISTEMELOR DIRECTIVE CU AJUTORUL FUNCȚIILOR LAMBDA

Din punct de vedere practic, în cazul sistemelor directive se pune problema determinării unui sistem care să asigure un cîştig cît mai mare. Aceasta înseamnă adesea un sistem la care deschiderea fasciculului principal este cît mai mică, iar nivelul lobilor secundari cît mai scăzut. Evident, aceasta presupune un raport D/λ cît mai mare, respectiv un raport a/λ cît mai mare. În această direcție, posibilitățile sînt limitate de condițiile de constrîngere, care nu permit ca la dimensiuni finite ale sursei de radiație să se obțină cîştiguri oricît de mari.

Revenind la problema de sinteză propriu-zisă, formal ea se poate rezolva cu ajutorul unei transformări inverse: din moment ce caracteristica de directivitate este dată de transformata lambda a sursei primare, curent sau cîmp, rezultă că în problema de sinteză se poate utiliza transformarea lambda inversă în măsura în care există. În anexa 1 se dă o tabelă cuprinzînd o serie de cazuri utilizate în practică.

Problema se poate rezolva cu ajutorul algoritmilor analizei numerice atunci cînd se dă $f(u)$ şi se cere distribuția sursei primare: pentru rezolvare se aproximează ecuația integrală de tip Fredholm de speța întîi, caracteristică problemei de sinteză, printr-un sistem de ecuații algebrice. În cazul deschiderilor circulare, nucleul este dat de funcția lambda corespunzătoare. Esențial este faptul că, atît în cazul sintezei radiatoarelor liniare, cît şi în cel al deschiderilor radiante circulare, problema matematică de aici este identică. În unele cazuri ea poate fi rezolvată exact analitic; în toate cazurile poate fi rezolvată aproximativ.

Menționăm în categoria situațiilor aproximative şi „metoda catalogului": dintr-un catalog de caracteristici $f(u)$ realizate prin sursele primare $I(x)$ sau F (ρ), se alege caracteristica ce corespunde cel mai bine, după un anumit criteriu cu o caracteristică dată.

Cu aceasta se poate considera că problema de sinteză a caracteristicilor de directivitate a căpătat o rezolvare şi în cazul deschiderilor circulare.

2. **Caracteristici de directivitate exprimate cu funcția lambda***

Distribuția surselor primare	Caracteristica de directivitate
Distribuție uniformă $F(x) = 1$	$A\Gamma^{-1}(n+2)\,\Lambda_{n+1}(a)$
Parabolică inversată $F(x) = (1-b^2)^p$	$A(\Gamma(p+1)/\Lambda(n+p+2))\Lambda_{n+p+1}(a)$
Sonine ** $F(x)=(1-b^2)^p\Lambda_p(ja_0(1-b^2)^{-1/2})$	$A\Gamma(p+1)/\Gamma(n+p+2))\,\Lambda_{n+p+1}(c)$
Lambda $F(x) = \Lambda_p(\lambda_1 b)$	$A\,\frac{\lambda_1^2}{\Gamma(n+2)}\,\Lambda_{n+1}(\lambda_1)\,\frac{\Lambda_n(a)}{\lambda_1^2-b^2}$

$A = (\pi\alpha^2/4)^{n+1}$
$a = \pi\alpha\, u$
$b = 2x/\alpha$
$c = ((\pi\alpha\, u)^2-(\pi\alpha\, u_0)^2)^{-1/2}$
$a_0 = \pi\alpha\, u_0$
*) pentru radiator liniar se ia $n=-1/2$; pentru radiator circular $n=0$.
**) include tipul Taylor modificat.

BIBLIOGRAFIE

1. Angot A., *Complemente de matematici*, București, Edit. tehnică, 1965.
2. Ishimaru A., *Aperture antenna synthesis and integral equations*, Proc. IRE, **48**, 7, 1344–1345 (1960).
3. Ishimaru A., G. Held, *Analysis and synthesis of radiation patterns from circular apertures* Can. J. Phys. *38* (1960).
4. Ramsay J. F., *Lambda functions describe antenna/diffraction patterns*, Microwaves, 69–107 (1967).

Rezumatele articolelor apărute în «Revue Roumaine des sciences techniques» — Série electrotehnique et énergetique, tom. 16, nr. 2, 1971

A. NICOLAIDE 517.5: 538: 621.3.013

O expresie a funcției potențiale pentru condiții de frontieră de speța a treia

Se stabilește expresia funcției potențiale pentru condiții de frontieră de speța a treia pentru cazul semiplanului superior, utilizînd funcția lui Green. Se arată că în numeroase cazuri soluția se poate obține sub forma unei sume cu un număr mic de termeni și se indică aplicații practice în electrotehnică și magnetohidrodinamică.

C. I. MOCANU 631.3.018.44:538.54

Schemele echivalente cu parametri consatnți ale conductorului cilindric circular în regim de efect pelicular tranzitoriu

În lucrare se stabilesc schemele echivalente cu elemente filiforme și parametri constanți ale conductorului cilindric circular considerat element cu efect de cîmp, cu luarea în considerare a efectului pelicular tranzitoriu la curent de aducție. Parametrii schemelor se calculează prin sinteza impedanței operaționale. Se studiază regimurile electrocinetice pentru diferite moduri de excitație.

GH. COSTACHE 538.122:538.21:538.551

Parametrii longitudinali și atenuarea unei linii unifilare într-o galerie, cu întoarcere prin pămînt

În ipoteza regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic este studiată linia de transmisiune unifilară, plasată într-o galerie de formă cilindrică, conductorul de întoarcere fiind chiar solul.

Sînt stabilite expresiile potențialului magnetic vector în cazul cînd firul este plasat centric sau excentric.

În cazul poziției centrale a firului sînt stabilite expresiile și valorile parametrilor longitudinali și ale atenuării, în funcție de frecvență.

PAUL DIMO **681.14 : 621.311.1(084.21)**

Anagraful

Autorul propune o organizare de tip nou pentru supravegherea unei rețele electrice și determinarea stărilor ei (normal, prealarmă, alarmă, post-avarie) bazată pe vizualizarea stărilor cu ajutorul ANAGRAFULUI, atașat la calculatoarele numerice existente în sistemele electroenergetice. Vizualizarea se face în timp real sau prin simulare pe baza conceptelor figurative cunoscute ale „Analizei Nodale". Sînt necesare diferite tipuri de Anagrafuri, pentru care se propune o construcție modulară.

F. SPINEI **537.313:621.3.013**

O metodă de analiză a circuitelor electrice neliniare de curent continuu

Se stabilește o metodă de analiză care permite integrarea soluțiilor și circuitelor electric nelineare de curent continuu, avînd elemente a căror caracteristici pot să satisfacă în fiecare punct relația $R_d/T_s > 1$ sau $(R_d/R_s < 1)$.

Aplicînd procedeul printr-o metodă succesivă și ținînd seama de convergența metodei se pot determina soluțiile cele mai exacte.

N. NECULA **621—52:681.14**

Sinteza schemelor de comutație combinaționale cu ajutorul calculatoarelor numerice

Metoda prezentată în acest articol este foarte bine adaptată particularităților de calcul ale calculatoarelor numerice (CN). De aceea aplicarea metodei pe CN de viteză medie produce, într-o durată rezonabilă de timp, soluții aproape minimale pentru schemele combinaționale în 2 nivele ȘI-SAU, cu mai multe ieșiri, chiar atunci cînd numărul de intrări și ieșiri este mare.

L. LUPAŞ 621—52

Asupra unei clase de comenzi suboptimale

În acest articol se studiază evaluarea performanţelor unei clase de sisteme suboptimale derivate dintr-o anumită problemă optimală. Se obţin atît comparaţii între două comenzi suboptimale cît şi comparaţia unei comenzi suboptimale cu cea optimală. Se indică posibilităţi de utilizare a teoremei şi a consecinţelor demonstrate.

C. A. VASILESCU, N. STOICA 621.434

Influenţa formei camerei de ardere asupra emisiilor de produşi poluanţi în gazele de ardere ale motoarelor cu aprindere prin scînteie

Se analizează desfăşurarea procesului de ardere reală în motorul cu aprindere prin scînteie şi se fac ipoteze asupra cineticii reacţiilor care pot dezvolta produşi poluanţi. În baza acestei analize, în tabela 2 din lucrare, se arată unele particularităţi constructive ale camerei de ardere care ar conduce la cantităţile minime de hidrocarburi, oxid de azot şi oxid de carbon în gazele de ardere. În concluzie se atrage atenţia că aceste condiţii sînt diferite de cele care determină performanţele maxime ale motorului, de unde necesitatea unei reconsiderări a optimizării motorului din punct de vedere energetic.

B. BARBESCU 621.436

Asupra condiţiilor de legătură dintre turbina cu impuls şi motorul diesel supraalimentat

Lucrarea prezintă rezultatele unei analize asupra posibilităţilor de optimizare a elementelor de legătură dintre turbina cu gaze funcţionînd cu impuls şi motorul Diesel supraalimentat.

Se stabilesc condiţiile care trebuie îndeplinite pentru a obţine un factor maxim de transmisie a energiei prin unde de presiune ca şi un factor minim de pierderi dea-lungul traseului de evacuare.

Se prezintă de asemenea rezultatele unor verificări experimentale ale concluziilor deduse teoretic.

R. RĂDULEȚ 621.3.01

Sisteme de specii de mărimi macroscopice primitive de stare eletromagnetică

Speciile de stări electrice și magnetice și speciile de mărimi primitive corespunzătoare se pun în evidență uniform și una cîte una cu ajutorul acțiunilor ponderomotoare și al lucrului mecanic ce s-ar efectua în vid asupra unor corpuri de probă. Folosind procesul de neutralizare se definește separat sarcina electrică adevărată, independent de regim și de intensitatea cîmpului electric. Se reprezintă apoi intensitățile și inducțiile electrice și magnetice și se stabilesc limitele echivalențelor între momentul electric, respectiv momentul magnetic amperian și dipolul electric, respectiv bucla de curent.

Articolul e conceput ca lucrare de referință pentru activitatea de standardizare internațională a domeniului.

V. V. GHIA, N. LEMNEANU

662.68

VITEZA MINIMĂ A PICĂTURII DE DIAMETRU MAXIM PULVERIZATĂ DE INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE

Lucrarea propune metoda de calcul a vitezei minime de deplasare a picăturii de diametru maxim pulverizată de injectoare mecanice cu cameră de turbionare. Se compară rezultatele obținute prin calcul cu datele experimentale, constatîndu-se o bună concordanță între acestea.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 293—303, 1971

V. ȘOVA

621.369.2 : 536.25

ANALIZA FENOMENELOR DE SCHIMB DE CĂLDURĂ ȘI DE MASĂ ÎN PROCESUL USCĂRII CONVECTIVE FORȚATE, PE BAZA INVESTIGĂRII EXPERIMENTALE A STRATULUI-LIMITĂ

Pe baza investigării experimentale a stratului limită hidrodinamic, termic și de umiditate se face o analiză a fenomenelor de schimb de căldură și de masă în prezența evaporării de pe suprafețe libere plane în cazul particular al uscării lemnului și în condițiile distribuției nestaționare a cîmpului de temperatură și de umiditate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 305—320, 1971

B. BARBESCU

621.436

CONSIDERAȚII PRIVIND EFECTUL RĂCIRII AERULUI LA ADMISIE ASUPRA PRESIUNII OPTIME DE SUPRAALIMENTARE A MOTORULUI DIESEL

Lucrarea tratează problema răcirii aerului refulat de compresor înainte de intrarea în cilindrul motorului, sub două aspecte: influența temperaturii aerului asupra performanțelor motorului și consecințele sarcinii termice a schimbătoarelor de căldură asupra volumului global al instalației motor și anexe.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 2, p. 337—346, 1971

A. TIMOTIN

621.3.011

ELEMENTUL ELECTROMAGNETIC PASIV DE CIRCUIT

Elementul electromagnetic pasiv de circuit este o parte a unui sistem electromagnetic, lipsită de surse, a cărui interacțiune cu exteriorul este caracterizabilă cu un număr finit de variabile, funcționale liniare de mărimile locale $\mathcal{E}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{H}$. În cazul legilor de material liniare teorema de unicitate a soluțiilor ecuațiilor cîmpului face posibilă identificarea variabilelor de interacțiune. Se demonstrează în ce condiții, realizate pe suprafața de separație a elementului, puterea electromagnetică admite expresia algebrică cerută.

St. cerc energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 347—362, 1971

C. I. MOCANU

621.3.013 : 538.54

REGIMUL DE PĂTRUNDERE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC NESTAȚIONAR ÎN CONDUCTOARE LA EXCITAȚIE TREAPTĂ DE CÎMP MAGNETIC

În lucrare se rezolvă problema pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor la excitație treaptă de cîmp magnetic pe suprafața acestuia, luînd în considerare curentul de deplasare. Din soluțiile regimului nestaționar se deduc soluțiile regimului cvasistaționar și se determină timpul de răspuns și adîncimea de pătrundere. Se calculează curenții turbionari induși, rezistența și inductivitatea interioară tranzitorie.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 363—388, 1971

D. DABA

621.3.013 : 538.3

UNELE CONSIDERAȚII PRIVIND FORȚELE EFECTIVE ȘI ECHIVALENTE EXERCITATE DE CÎMPUL ELECTROMAGNETIC MACROSCOPIC ASUPRA MEDIILOR FLUIDE

Se folosesc rezultatele din literatură privind forțele volumice efective exercitate de cîmp asupra corpurilor, pentru a se deduce expresia forței superficiale efective, a tensiunii electromagnetice în suprafețele de discontinuitate din fluide și cea a forței rezultante care acționează în aceste suprafețe.

Considerațiile se referă la mediile fluide în general neomogene, dar liniare, izotrope și fără polarizări permanente, situate într-un cîmp staționar.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 389—397, 1971

GH. DUMITRESCU, V. I. TURCU

621.372.21

METODĂ DE DETERMINARE A VARIAȚIEI CURENTULUI DE-A LUNGUL UNEI LINII ELECTRICE LUNGI DESCHISE LA CAPĂT ȘI ÎNDEPLININD CONDIȚIA HEAVISIDE

Articolul prezintă o metodă pentru determinarea curentului pe o linie electrică deschisă la capătul receptor $[Z(p) = \infty]$, alimentată cu o tensiune constantă $U_0 = E$ și satisfăcînd condiția lui Heaviside $\delta = \frac{r}{l} = \frac{g}{c}$.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 399—414, 1971

C. APETREI, M. DOGARU

621.313.322

ANALIZA UNOR REGIMURI SPECIALE DE FUNCȚIONARE A MAȘINILOR SINCRONE

În lucrare se studiază regimurile intervenite la variația bruscă a impedanței echivalente a circuitului de excitație, însoțită de intervenția scurtcircuitelor bruște și de funcționarea în regim asincron a mașinilor sincrone.

Se elaborează o metodă de calcul verificată prin experimentări pe model privind suprasolicitările electrice din circuitul de excitație la funcționarea mașinii sincrone în regimurile speciale studiate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 415—441, 1971

C. A. VASILESCU 621.436

MODEL AL PROCESELOR DIN MOTORUL DIESEL FOARTE ÎNALT SUPRAALIMENTAT

Se prezintă o metodă de calcul a unui ciclu semireal de motor diesel înalt supraalimentat care admite cunoscută forma geometrică a caracteristicii de degajare a căldurii. Cu această metodă se poate determina influența asupra performanțelor motorului a următorilor parametri: presiune de supraalimentare p_s, coeficient al excesului de aer α, raport volumetric de comprimare ε, începutul procesului de ardere θ_i, durata procesului de ardere θ_a, tipul răcirii intermediare, formă geometrică a caracteristicii de degajare a căldurii, raportul dintre valoarea presiunii de evacuare și cea de supraalimentare. Ecuațiile care descriu în principal determinarea variației presiunii în timpul procesului de ardere sînt explicitate pentru a fi integrate pe calculatoare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 321—336, 1971

ED. NICOLAU 621.396.671.001.11: 517.9

UTILIZAREA FUNCȚIILOR LAMBDA ÎN ANALIZA ANTENELOR

Se arată posibilitatea studierii concomitente a două clase de radiatoare: radiatoarele rectilinii și cele circulare. În acest scop se utilizează transformarea lambda. Se studiază unele proprietăți ale transformatei lambda și se dau proprietățile unor tipuri mai importante de distribuții utilizate la radiatoare, printre care distribuția parabolică inversată, distribuția Sonine și distribuția lambda.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 455—467, 1971

SERGIU CONDREA 621.392.52

CONTRIBUȚII LA SINTEZA REȚELELOR TRECE-TOT

Se arată care sînt aplicațiile rețelelor trece-tot și se definesc cele două etape ale sintezei. În lucrare se tratează numai etapa de realizare a schemei.

Se prezintă diferite clase de funcții de transfer și se analizează cîteva tipuri de rețele trece-tot cu caracteristici speciale. Se stabilesc procedee de transformări echivalente și criterii de stabilire a schemei în vederea obținerii performanțelor dorite pe montaje reale.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 443—454, 1971

V. V. GHIA, N. LEMNEANU 662.68

LA VITESSE MINIMALE DE LA GOUTTE DE DIAMÈTRE MAXIMUM, PULVÉRISÉE PAR LES INJECTEURS À CHAMBRE DE TOURBILLONNEMENT

On propose une méthode de calcul de la vitesse minimale de déplacement de la goutte de diamètre maximum pulvérisée par les injecteurs mécaniques à chambre de tourbillonnement. On compares les résultats obtenus par calcul aux données expérimentales et on constate une juste concordance.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 293—303, 1971

A. TIMOTIN

621.3.011

L'ÉLÉMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE PASSIF DE CIRCUIT

L'élément électromagnétique passif de circuit est une partie d'un système électromagnétique, dépourvue de sources, dont l'interaction avec l'extérieur est caractérisée par un nombre fini de variables, fonctionnelles linéaires des grandeurs locales $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{H}$.

Dans le cas des lois de matériau linéaires, le théorème d'unicité des solutions des équations du champ rend possible l'identification des variables d'interaction. On démontre dans quelles conditions, réalisées sur la surface de séparation de l'élément, la puissance électromagnétique admet l'expression algébrique requise.

St. cerc. energ. electr., tom. 21. nr. 2, p. 347—362, 1971

SERGIU CONDREA

621.392.52

CONTRIBUTION À LA SYNTHÈSE DES RÉSEAUX PASSE-TOUT

On présente les applications des réseaux passe-tout et on en définit les deux étapes de synthèse. Dans le présent article on traite seulement de l'étape de la réalisation du schéma.

On analyse différentes classes de fonctions de transfert et certains types de réseaux passe-tout, ayant des formes propres pour les applications. On développe des procédés de transformations équivalentes, en vue d'obtenir les performances désirées sur des montages réels.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 443—454, 1971

GH. DUMITRESCU, V. I. TURCU

621.372.21

METHODE ZUR BESTIMMUNG DER STROMVERÄNDERUNGEN EINER AM ENDE GEÖFFNETEN, LANGEN ELEKTRISCHEN LEITUNG WELCHE DIE HEAVISIDEBEDINGUNG ERFÜLLT

Es wird eine Methode zur Bestimmung des Stromes entlang einer elektrischen Leitung dargestellt welche am Verbraucherende geöffnet ($z(p) = \infty$) mit unveränderlichen Spannung gespeist $U_0 = E$ und die Heavisidebedingung erfüllt $\delta = r/l = g/c$.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 399—414, 1971

B. BARBESCU

621.436

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE WIRKUNG DER LUFTRUCKKÜHLUNG AUF DEN OPTIMALEN LADUNGSDRUCK BEIM DIESELMOTOR

Die Arbeit behandelt das Problem der Kühlung der vom Kompressor gelieferten Luft, vor dem Einströmen in den Motorzylinder, und zwar: erstens der Einfluß der Lufttemperatur auf die Leistungen des Motors, und zweitens die Folgen der thermischen Belastung der Wärmeaustäuscher auf das gesamte Bauvolumen der Motoreinrichtungen und des Zubehörs.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 337—346, 1971

V. ŞOVA

621.369.2 : 536.25

Auf Grund der experimentellen Erfo schung der hydrodynamischen, thermischen sowie Feuchtegrenzschichte, wird eine Analyse der Wärme- und Massenaustauscherscheinungen in Gegenwart der Verdunstung von freien ebenen Flächen, im Sonderfall der Holztrocknung, in den Bedingungen einer unstationären Verteilung des Temperatur- und Feuchtigkeitsfeldes, vorgenommen.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 305—320, 1971

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri; rezumatele în limba română și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. V. GHIA, **Recirculaţia gazelor la cuptor**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicaţii industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 238 p., 16, 50 lei.

D. F. LĂZĂROIU, **Maşini electrice cu inerţie redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoşi**, 1969, 268 p. 22 lei.

CONSTANTIN ŞORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii şi arderii comustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de şoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU şi AL. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafaţă la metale şi aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p.. 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

I. P. Informaţia c. 2203

43 821

Lei 40.—

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

04

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom. 21, Nr. 3, p. 473—694, Bucureşti, 1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar științific de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Întreprinderea de comerț exterior — LIBRI", Căsuța poștală 134—135 (Calea Victoriei 126), București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 21, nr. 3 1971

SUMAR

Termoenergetică şi termotehnică

Pag.

I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU, Consideraţii asupra posibilităţii de predeterminare a regimului aerodinamic şi termic dintr-un focar-ciclon cu ajutorul modelării izotermice 475

D. GRECOV, I. MINEA, EL. DĂMĂCEANU, V. MOCEAROV, Arderea difuzivă a carbonului depus în strat poros cu aplicaţii la procesul de regenerare al catalizatorilor 483

C. COROIU, Procese de uscare la arderea particulelor de combustibili solizi 493

I. MĂRĂCINEANU, Utilizarea algebrei liniare şi analizei dimensionale la studiul curgerilor vîscoase permanente cu schimb de căldură 513

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, Sisteme polifazice în mişcare. Aplicaţie la antrenarea prin compresoare cu jet a fluidelor petroliere 525

B. POPA, Distribuţia presiunii statice din camera injectorului turbionar. Dependenţa de numărul orificiilor de intrare şi de criteriul Reynolds 545

ST. ŞTEFAN, Influenţa intensităţii turbulenţei din amontele unei reţele confuzoare de palete asupra coeficientului disipaţiei de energie 553

C. A. VASILESCU, N. STOICA, Distribuţia temperaturii şi concentraţiei de produşi poluanţi în camera de ardere a motorului cu aprindere prin scînteie 561

I. NISTOR, C. PANAITESCU, Transformări structurale la obţinerea cocsului brichete prin tratament termochimic 587

Electroenergetică şi electrotehnică

G. DRĂGAN, Consideraţii asupra utilizării tensiunilor foarte înalte 597

D. LEONTE, A. PETROIANU, O abordare pas cu pas a analizei defectelor multiple 615

P. OPRIŞAN, Cu privire la funcţionarea motoarelor sincrone în regim de oscilaţii forţate şi variaţii ale tensiunii de alimentare 629

G. MARGA, D. STOIA, Îmbunătăţirea stabilităţii statice şi dinamice a arborelui electric prin introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale 645

St. cerc. energ. electr., Tom. 21, Nr. 3, p. 473—694, Bucureşti, 1971

Pag.

Note

L. LUPAŞ, Asupra aprecierii performanţelor unor clase de comenzi suboptimale 659
ED. RĂDĂCEANU, AL. TEODORESCU, Asupra conducerii ierarhizate descentralizate a sistemelor complexe 667
H. GRISARU, Metode rapide pentru dimensionarea conductelor electrice concentrate 681

Recenzii 687

Material documentar 691

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

CONSIDERAȚII ASUPRA POSIBILITĂȚII DE PREDETERMINARE A REGIMULUI AERODINAMIC ȘI TERMIC DINTR-UN FOCAR-CICLON CU AJUTORUL MODELĂRII IZOTERMICE

DE

I. CARABOGDAN și C. CRĂCIUNEANU

536.8

Se predetermină în linii generale aspectul aerodinamic al gazelor de ardere dintr-un focar-ciclon industrial, similar cu modelul, în baza cercetărilor experimentale efectuate pe un model de focar ciclon izotermic monofazic.

Determinarea cîmpurilor de viteză, presiuni și temperaturi dintr-un focar-ciclon industrial prezintă, în general, mari dificultăți, în special datorită nivelului ridicat de temperaturi și de presiuni la care funcționează instalația. Aceste condiții, la care se adaugă dificultățile provocate de particulele de combustibil, cenușă și zgură fluidă, impun o serie de măsuri deosebit de severe aparatajului îndeosebi sondelor pentru ridicarea experimentală a valorilor parametrilor de funcționare din interiorul focarului-ciclon.

Pentru a evita aceste dificultăți se obișnuiește ca determinarea spectrului aerodinamic în focarele-ciclon să se efectueze pe modele de focare cu fluid izotermic la rece.

Institutul de energetică al Academiei a efectuat asemenea cercetări la rece, care au făcut obiectul mai multor lucrări [1]—[9]. Problema care se pune în urma acestor cercetări este transformarea rezultatelor obținute în regim izotermic pentru funcționarea normală a focarului-ciclon industrial.

În cele ce urmează se va încerca să se găsească pe cale teoretică principiile generale pe baza cărora se face trecerea de la rezultatele obținute în regim izotermic la condițiile de funcționare la cald.

În acest scop se consideră două focare-ciclon cu aceleași dimensiuni geometrice, aceleași viteze de intrare ale aerului primar și secundar și aceeași rugozitate a pereților interiori. Unul dintre aceste focare funcționează izotermic, iar în celălalt se arde praf de cărbune cu o putere calo-

rifică inferioară Q_i. Primul focar se va numi „focarul-ciclon izotermic", iar al doilea „focarul-ciclon cald".

Cauza principală care provoacă deosebiri între aerodinamica focarului-ciclon cald față de aceea a focarului izotermic o constituie faptul că prin arderea combustibilului introdus o dată cu aerul primar în focarul-ciclon cald se degajează o cantitate de căldură la o distanță de la secțiunea de intrare a amestecului aer-praf în focar. Se precizează că pe prima perioadă de la intrare, care reprezintă perioada de pregătire, particulele de combustibil primesc o cantitate de căldură necesară ridicării temperaturii lor la temperatura de aprindere.

De la aprinderea particulelor începe perioada de ardere, care depinde de mărimea diametrului particulelor, de numărul Reynolds, de turbulența curgerii, de conținutul de cenușă etc.

Ținînd seama că în focarul-ciclon se poate considera un regim inerțial, pentru aceleași condiții ale prafului de combustibil și ale aerului de ardere perioada de pregătire și cea de ardere variază în limite relativ reduse.

Pentru simplificare se neglijează cantitatea de căldură necesară încălzirii particulelor de combustibil în perioada de pregătire. În aceste condiții este necesar să se determine ce efecte termodinamice și aerodinamice provoacă această degajare de căldură.

Pe baza primului principiu al aerodinamicii se poate scrie

$$dq = dU + Ap\,dV, \tag{1}$$

în care

q este cantitatea de căldură a fluidului,
U — energia internă,
A — echivalentul caloric al lucrului mecanic,
p — presiunea,
dV — volumul.

Dacă se consideră că aceste procese au loc în focarul-ciclon de volum constant, $dV = 0$, rezultă

$$dq = dU. \tag{2}$$

În acest caz toată căldura se transformă în energie internă a gazelor de ardere, ceea ce nu se verifică pe deplin în practică, din cauză că ipoteza făcută asupra lui dV nu este riguros exactă. Dacă se consideră însă ecuația termodinamică a energiei sub forma

$$q = i_2 - i_1 + A\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}, \tag{3}$$

în care

i_1 și i_2 reprezintă entalpia fluidului între secțiunea în care începe perioada de ardere (1) și secțiunea în care se termină arderea combustibilului (2),

w_1, w_2 — vitezele medii ale fluidului în secțiunile considerate,

g — accelerația gravitației,

se poate presupune că această relație se aplică pe o vînă de fluid care intră în focarul-ciclon pe tangenta unui cerc de rază r_i, egală cu raza medie de intrare a aerului secundar, între secțiunea (1) și (2) definită ca mai înainte.

În regim izotermic, în ecuația (3) se înlocuiesc termenii respectivi ca mai jos:

$q = \eta B Q_i$ — cantitatea de căldură degajată în unitatea de timp în focarul-ciclon prin arderea prafului de cărbune ce se află în suspensie în vîna de aer secundar și primar.

B — cantitatea de combustibil introdusă în unitatea de timp (kg/s),

η — randamentul arderii pînă în secțiunea 2,

Q_i — puterea calorifică inferioară a combustibilului utilizat (kcal/kg).

Entalpia fluidului se poate pune sub forma

$$\mathrm{d}i = C_v \,\mathrm{d}T + C_T \,\mathrm{d}V \tag{4}$$

în care C_v este căldura specifică sub volum constant, C_T — căldura specifică sub temperatură constantă.

Întrucît s-a presupus că transformările au loc sub volum constant, $\mathrm{d}V = 0$ și rămîne

$$\mathrm{d}i = C_v \,\mathrm{d}T. \tag{5}$$

În cazul considerat, fluidul din secțiunea (1) este reprezentat prin aer cald la temperatura T_1, iar cel din secțiunea (2) de gaze de ardere la temperatura T_2.

În acest caz, ținînd seama de ecuația (5), se poate scrie

$$i_1 = C_{v_a} \, T_1, \tag{6}$$

$$i_2 = C_{v_g} \, T_2 \tag{7}$$

sau

$$i_2 - i_1 = C_{v_g} T_2 - C_{v_a} T_1, \tag{8}$$

în care

T_1 este temperatura medie a aerului la intrare în focar (°K),

T_2 — temperatura medie a gazelor de ardere în secțiunea (2) (°K),

C_{v_a} — căldura specifică medie sub volum constant a aerului la temperatura T_1 (kcal/kg.grad),

C_{v_g} — căldura specifică medie sub volum constant a gazelor de ardere la temperatura T_2 (kcal/kg.grad).

Prin înlocuire în ecuaţia (3) se obţine

$$\eta B Q_i = C_{v_g} T_2 - C_{v_a} T_1 + A \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}. \tag{9}$$

Se determină valoarea lui W_2:

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + \frac{2g}{A}[\eta Q_i B - C_{v_g} T_2 + C_{v_a} T_1]} \tag{10}$$

în relaţia

$$w_1 = \frac{D}{S}, \tag{11}$$

în care D este debitul de aer (m^3/s) şi S secţiunea de intrare a aerului în focarul-ciclon (m^2).

Restul termenilor sînt cunoscuţi prin măsurători. Dacă se face raportul

$$\frac{w_2}{w_1} = \sqrt{1 + \frac{2g}{A w_1^2}[\eta B Q_i - C_{v_g} T_2 + C_{v_a} T_1]} \tag{12}$$

şi se înseamnă al doilea termen

$$\sqrt{1 + \frac{2g}{A w_1^2}[\eta B Q_i - C_{v_g} T_2 + C_{v_a} T_1]} = K, \tag{13}$$

în acest caz se poate scrie

$$w_2 = K w_1, \quad K > 1. \tag{14}$$

Întrucît este vorba de viteze tangenţiale, se poate scrie că $w_{t_c} > w_{t_i}$, w_{t_c} fiind viteza tangenţială în focarul-ciclon cald, iar w_{t_i} viteza tangenţială în focarul-ciclon izotermic.

În condiţiile în care au fost făcute experienţele cu focarul-ciclon orizontal pilot la I.E., valoarea lui $K \cong 1{,}09$. Rezultă că, în condiţiile în care s-au efectuat probele cu cărbune de Valea Jiului, vitezele tangenţiale din focarul-ciclon cald sînt cu circa 10% mai mari decît în cazul funcţionării izotermice cu aer cald la 350°C.

Această constatare este confirmată şi de măsurătorile făcute de alţi cercetători.

Din relaţia (13) rezultă că coeficientul K este direct proporţional cu cantitatea de combustibil introdusă, cu puterea calorifică, cu randamentul de ardere şi cu temperatura de preîncălzire a aerului. El este invers

proporţional cu viteza de introducere a aerului de ardere şi cu temperatura medie de ardere din focar.

În ceea ce priveşte viteza radială, se cunoaşte că într-un focar-ciclon

$$w_r = \frac{D}{2\pi r L}, \tag{15}$$

în care D este debitul de fluid (m³/s), r raza curentă din interiorul focarului ciclon (m) şi L lungimea focarului-ciclon (m).

Cum în secţiunea (2) temperatura fluidului este $T_2 > T_1$ de la intrare, se poate scrie că viteza radială în secţiunea (2) este

$$w_{r_2} = \frac{D_2}{2\pi r L}, \tag{16}$$

iar în secţiunea (1)

$$w_{r_1} = \frac{D_1}{2\pi r L}. \tag{17}$$

Cum

$$D_2 = BV_g T_2 \tag{18}$$

rezultă

$$\frac{w_{r_2}}{w_{r_1}} = \frac{V_g T_2}{L_0 T_1}. \tag{19}$$

Dacă se notează cu K_r,

se poate scrie

$$w_{r_c} = K_r w_{r_i}, \tag{21}$$

în care :

B este cantitatea de combustibil ars în kgf/oră,

L_0 — cantitatea de aer necesar arderii pentru 1 kg de combustibil în Nm³/kg

V_g — cantitatea de gaze de ardere pentru 1 kg de combustibil în Nm³/kg

w_{r_c} — viteza radială în focarul-ciclon cald,

w_{r_i} — viteza radială în focarul-ciclon izotermic.

Acelaşi lucru se poate spune şi despre viteza axială w_x, care are ca expresii

$$w_x = \frac{D}{\pi R^2}, \tag{22}$$

$$w_{x_c} = K_x w_{x_i}, \tag{23}$$

în care w_{x_c} este viteza axială medie în ciclon în condiţii la cald şi w_{x_i} viteza axială medie în ciclon în condiţii izotermice.

Rezultă că atît vitezele radiale, cît şi vitezele axiale ale fluidului în focarul-ciclon cald sînt mai mari decît în focarul-ciclon izotermic.

În cazul experimentărilor făcute la I.E., coeficientul $K_x \cong 2{,}75$.

Referitor la diferenţele dintre presiunile din focarul-ciclon cald şi cel izotermic se ia în consideraţie ecuaţia generală de conservare a energiei, sub forma

$$A\frac{w_2^2}{2g} + A\frac{p_2}{\gamma_2} + U_2 = A\frac{w_1^2}{2g} + A\frac{p_1}{\gamma_1} + U_1 + q, \tag{24}$$

în care

p_2 este presiunea gazelor de ardere în focarul-ciclon cald,
γ_2 — greutatea specifică a gazelor de ardere,
p_1 — presiunea aerului în focarul-ciclon izotermic,
γ_1 — greutatea specifică a aerului de ardere.

După cele arătate mai înainte, această expresie se poate pune sub forma

$$A\left(\frac{p_2}{\gamma_2} - \frac{p_1}{\gamma_1}\right) = \frac{A(1-K^2)}{2g} w_1^2 + C_{v_a} T_1 - C_{v_g} T_2 + q, \tag{25}$$

unde se observă că termenul al doilea este egal cu zero, conform ecuaţiei (3).

Se deduce deci că

$$\frac{p_2}{\gamma_2} = \frac{p_1}{\gamma_1} \tag{26}$$

sau

$$p_2 v_2 = p_1 v_1. \tag{27}$$

Cum $v_1 < v_2$, rămîne

$$p_2 < p_1. \tag{28}$$

La acelaşi rezultat se ajunge dacă se consideră că pentru energia internă a unui kg de materie se poate scrie

$$U = U(T, v). \tag{29}$$

Diferenţiala totală a acestei ecuaţii este

$$\mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_T \mathrm{d}v; \tag{30}$$

pe de altă parte, dacă ţinem seama de ecuaţia (1),

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}U + Ap\mathrm{d}V,$$

şi dacă se înlocuieşte dU din ecuaţia (1) în ecuaţia (3), se obţine

$$dq = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + Ap\right] dv. \tag{31}$$

Pentru ca această expresie să fie diferenţială exactă, este necesar ca

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right) + A_p\right]. \tag{32}$$

Se deduce că

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = 0, \tag{33}$$

deci

$$p\ (V = \text{ct},\ T) = \text{ct}.$$

Din cauza condiţiilor de experimentare şi de măsurare, această concluzie nu se verifică în practică decît cu oarecare aproximaţie.

În concluzie, pe baza acestor consideraţii, în cazul că există experimentări pe focare-ciclon cu fluid izotermic, se poate deduce comportarea unui asemenea focar industrial pe un combustibil oarecare construit după legile de similitudine cu focarul-ciclon experimental.

Aceste constatări permit să se cunoască anticipat modul de funcţionare al focarelor-ciclon la cald şi deci proiectarea lor să se efectueze cu un grad ridicat de siguranţă.

În baza cercetărilor făcute de I.E. pe focare-ciclon izotermice, se pot proiecta şi construi focare-ciclon de diferite mărimi pentru cazane industriale. Bineînţeles că pentru cunoaşterea precisă a spectrului aerodinamic din focarele-ciclon industriale sînt necesare măsurători.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Pănoiu, I. Carabogdan, *Studiu şi tematică experimentală privind funcţionarea focarului-ciclon în regim monofazic*, Lucrare I.E., 1968.
2. N. Pănoiu, I. Carabogdan, G. Singer, *Arderea intensificată a combustibililor solizi*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1964.
3. N. Pănoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Stadiul actual şi perspectivele cazanelor de abur echipate cu focare-ciclon cu evacuarea zgurii în stare lichidă*, Energetica, *10*, 497–503 (1963).
4. N. Pănoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Influenţa caracteristicilor geometrice ale focarului-ciclon orizontal asupra fluxului din focar fără suspensii solide*, memoriu I. E., Bucureşti, 1963.
5. N. Pănoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependenţa parametrilor geometrici şi funcţionali la modelarea izotermică monofazică a focarului*, comunicare

la sesiunea științifică a I.E. al Academiei, 23—24 martie 1964, St. cerc. energ., *3*, 609—627 (1964).

6. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Interdependența dintre simpexlurile geometrice și regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului-ciclon*, memoriu I.E., București, 1964.
7. N. PĂNOIU, *Studiul distribuției fazei solide în focarul-ciclon orizontal, Studii asupra aspectelor teoretice ale problemei*, memoriu I.E., București, 1964.
8. N. PĂNOIU, *Distribuția fazei solide în volumul focarului-ciclon, orizontal la funcționarea în regim termic*, lucrare I.E., București, 1967.
9. I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, *Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi*, București, Edit. Academiei, 1969.

ARDEREA DIFUZIVĂ A CARBONULUI DEPUS ÎN STRAT POROS CU APLICAȚII LA PROCESUL DE REGENERARE AL CATALIZATORILOR

DE

D. GRECOV, I. MINEA, EL. DĂMĂCEANU și V. MOCEAROV

662.61

Se analizează factorii care influențează temperatura maximă în strat și durata ciclului de regenerare, proces în care are loc arderea difuzivă a carbonului depus în porii catalizatorului.

Regenerarea catalizatorului are loc în prezența unui amestec de abur supraîncălzit-aer, în așa fel încît temperatura în strat să nu depășească o temperatură maximă la care are loc degradarea catalizatorului. Pe baza relațiilor obținute se pot calcula timpul procesului de regenerare și compoziția optimă a amestecului abur-aer.

1. INTRODUCERE

În cadrul ciclului de regenerare al catalizatorului are loc oxidarea carbonului depus în porii particulelor, carbon care reduce mult activitatea catalizatorului în ciclul de reacție al reactorului.

Temperatura maximă a procesului în ciclul de regenerare este impusă de limita la care particulele de catalizator nu se degradează, existînd deci o condiție restrictivă care necesită o deosebită atenție în exploatare pentru a mări timpul de viabilitate al catalizatorului.

Ținînd seama de condiția restrictivă a temperaturii maxime în strat, este util să se cunoască care sînt factorii care influențează durata ciclului de regenerare al catalizatorului pentru a acționa în sensul micșorării acestuia.

În lucrare se vor analiza factorii care influențează temperatura maximă în strat și durata ciclului de regenerare în cazul utilizării drept agent de lucru a unui amestec de abur supraîncălzit și aer.

Procesul de ardere a carbonului depus în strat se consideră difuziv ceea ce presupune existența unui front de reacție în care se instalează temperatura maximă și concentrația nulă de oxigen la suprafața particulelor, front care se deplasează în sensul de curgere a fluidului comburant.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 483—492, 1971

Curgerea se consideră uniformă (curgere tip piston), ceea ce corespunde cu suficientă aproximație caracterului real al curgerii într-un strat de particule la care raportul dintre înălțimea stratului și diametrul particulelor depășește valoarea 15—20.

2. TEMPERATURA MAXIMĂ ÎN STRAT

Pentru determinarea temperaturii maxime în strat la arderea carbonului depus în porii catalizatorului, se admit următoarele ipoteze suplimentare:

a) carbonul este depus uniform în masa de catalizator;

b) procesele de schimb de masă și de căldură se supun legilor analogiei Chilton-Colburn;

c) amestecul de abur și aer la intrare în strat este omogen.

Se notează cu T_0 temperatura inițială a amestecului abur-aer la intrare în strat și cu C_{00} concentrația inițială de oxigen în amestec [kg/kg].

Fluxul de căldură q dezvoltat în zona de reacție va fi

$$J_{m_0}(\Delta H)_0 = q, \tag{1}$$

unde J_{m0} este fluxul de oxigen spre zona de reacție și $(\Delta H)_0$ căldura de reacție corespunzătoare unui kg de oxigen care intră în reacție completă cu carbonul depus din zonă.

Căldura dezvoltată este antrenată de fluidul de lucru conform relației

$$q = \alpha (T_s - T_f), \tag{2}$$

unde T_s este temperatura la suprafața particulelor din zona de reacție T_f temperatura fluidului care parcurge stratul și α coeficientul de transfer de căldură.

Fluxul de masă de oxigen de la fluidul de lucru la suprafața particulelor va fi de forma

$$J_{m0} = \beta C_{0f}, \tag{3}$$

unde β este coeficientul de transfer de masă și C_{0f} concentrația de oxigen în fluid în zona de reacție (kg/kg).

În relația (3) se consideră că, în virtutea caracterului difuziv al procesului, concentrația de oxigen la suprafața particulelor este nulă.

Din relațiile (1), (2) și (3) se poate obține valoarea diferenței de temperatură dintre suprafața particulelor și fluid:

$$T_s - T_f = \frac{\beta}{\alpha} C_{0f}(\Delta H)_0. \tag{4}$$

Conform relației de analogie Chilton-Colburn [1]:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{\rho_f \cdot c_{p_f}} \mathrm{Le}^{-2/3}, \tag{5}$$

unde Le este criteriul Lewis pentru fluidul considerat $\mathrm{Le} = \frac{\lambda}{c_{p_f}\, \rho_f\, D_{0f}}$ D_{0f} coeficientul de difuzie a oxigenului în fluid, c_p căldura specifică a fluidului la presiune constantă, ρ_f densitatea fluidului și λ coeficientul de conductibilitate al fluidului.

Din relațiile (4) și (5) se obține

$$T_s - T_f = \frac{C_{0f}}{\rho_f\, c_{p_f}} (\Delta H)_0 \mathrm{Le}^{-2/3}, \tag{6}$$

de unde rezultă că diferența $T_s - T_f$ nu depinde de viteza fluidului.

Pentru determinarea temperaturii la suprafața particulelor în funcție de valorile inițiale T_0 și C_{00}, se scrie ecuația de bilanț termic în zona de reacție:

$$\mathrm{d}(G\, c_{p_f}\, T_f) = \mathrm{d}\left(\frac{G \cdot C_{0f}}{\rho}\right)(\Delta H)_0, \tag{7}$$

unde G este debitul masic de fluid de lucru.

Neglijînd variația debitului masic G prin schimbarea numărului de moli la trecerea prin zona de reacție și ținînd seama de relațiile $C_{00} = \frac{p_0}{RT_f}$ (unde p_0 este presiunea parțială a O_2 în amestec în zona de reacție) și $\rho_0 T_0 = \rho_f T_f$, după integrarea ecuației (7) se obține

$$T_f - T_0 = (\Delta H)_0 \frac{C_{00}}{c_{p_f} \cdot \rho_{0f}} \left(1 - \frac{p_0}{p_{00}}\right). \tag{8}$$

În relația (8) se observă că valoarea $\frac{(\Delta H)_0\, C_{00}}{c_p \cdot \rho_0}$ reprezintă, în fond, creșterea de temperatură în condiții adiabatice ale procesului $\Delta T_{\mathrm{ad.}}$ în reacția de ardere a carbonului.

Din relațiile (6) și (8) se obține în final

$$T_s - T_0 = \Delta T_{\mathrm{ad}} \left[1 - \frac{p_0}{p_{00}} (1 - \mathrm{Le}^{-2/3})\right]. \tag{9}$$

Avînd în vedere că la fluide, gaze și abur supraîncălzit criteriul Lewis este aproape de unitate, rezultă că diferența maximă dintre temperatura particulelor și temperatura inițială a fluidului va fi întotdeauna

aproape de valoarea creşterii teoretice a temperaturii în condiţii adiabatice şi nu este influenţată de viteza fluidului în strat.

Deoarece temperatura adiabatică a procesului este influenţată în special de concentraţia iniţială de oxigen în fluidul de lucru C_{00}, rezultă deci că temperatura maximă va depinde în mod practic pentru cazul considerat de raportul debitelor de aer şi abur la intrarea în reactor pentru o anumită concentraţie de carbon depusă uniform în strat.

Din relaţia (9) se observă că, pe măsură ce criteriul Lewis creşte peste valoarea unu, diferenţa $T_s - T_0$ se micşorează la aceeaşi valoare $\frac{p_0}{p_{00}}$. În cazul procesului pur difuziv, valoarea $p_0 = 0$ şi deci diferenţa $T_s - T_0$ vor fi totdeauna egale cu $\Delta T_{ad.}$. Un alt rezultat al relaţiei (9) constă în faptul că diferenţa $T_s - T_f$ nu depinde de concentraţia de carbon depus în strat.

3. VITEZA DE DEPLASARE A FRONTULUI DE REACŢIE. DURATA CICLULUI DE REGENERARE

Pentru modelul difuziv al procesului de regenerare se consideră că variaţia are loc într-o zonă îngustă a stratului, denumită front de reacţie, în care se stabileşte temperatura maximă.

Considerînd uniformă viteza v de parcurgere în stratul de particule, ecuaţiile de transfer de căldură şi de masă vor fi de forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{w(\Delta H)}{c_p \cdot \rho}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial C_0}{\partial t} + v\frac{\partial C_0}{\partial z} = D\frac{\partial^2 C_0}{\partial z^2} + w, \tag{11}$$

unde s-a neglijat componenta radială de transfer, iar w reprezintă puterea surselor interioare de căldură raportate la unitatea de volum.

Condiţiile la limită sînt

$$\begin{aligned} &\text{la } z = s \quad \text{(frontul de reacţie)} \quad T = T_s \quad C_0 = 0, \\ &\text{la } z = 0 \qquad\qquad\qquad\quad T = T_0 \quad C_0 = C_{00}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\text{la } z = s \begin{cases} \lambda \left.\dfrac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=s} = \rho_s C_c (\Delta H)_c \cdot \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, \\ \rho_{\text{gm.}} D \left.\dfrac{\partial C_0}{\partial z}\right|_{z=s} = b \rho_s C_c \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} w = \delta(z - s) \rightarrow w &= w \quad (z = s), \\ w &= 0 \quad (z \neq s), \end{aligned} \tag{12'}$$

unde

ρ_s este densitatea stratului de particule [kg/m³],

$\rho_{am.}$ — densitatea fluidului la temperatura T_s [kg/m³],

b — echivalentul în O_2 a carbonului conform relației stoechiometrice de ardere,

C_c — concentrația de carbon depusă în strat,

$(\Delta H)_c$ — căldura de reacție la arderea unui kg de carbon $(\Delta H)_c = b\,(\Delta H)_0$.

Conform relației (8), se consideră că temperatura în zona de reacție este constantă în lungul stratului $T = T_s$.

Deoarece soluțiile în regim cvasistaționar sînt apropiate de valorile obținute în regim tranzitoriu [2], se va considera regimul cvasistaționar în care $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Notînd cu $y = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}$ și $a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$, ecuația (10) devine

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z} - \frac{v}{a} y + \frac{w \Delta H}{c_p \rho} = 0 \tag{13}$$

și prin integrare se obține

$$y = \mathrm{e}^{\frac{v}{a} z} \int A \mathrm{e}^{-\frac{v}{a} z} \, \mathrm{d}z,$$

unde

$$A = \frac{w(\Delta H)}{c_{p_f} \cdot \rho_f}. \tag{14}$$

În afara zonei de reacție, $w = 0$ $A = 0$, deci

$$y = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\exp.\left(\frac{v}{a} z\right)}{C_1}, \tag{15}$$

unde C_1 este constanta de integrare.

Din ecuația (15), cu condițiile la limită, se obține:

$$T = T_s - \frac{(T_s - T_0) \exp\left(\frac{v}{a} z\right) \left[\frac{\exp.\left(\frac{v}{a} s\right)}{\exp.\left(\frac{v}{a} z\right)} - 1\right]}{\exp.\left(\frac{v}{a} s\right) - 1}, \tag{16}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{(T_s - T_0)\frac{v}{a}\exp.\left(\frac{v}{a}z\right)}{\exp.\left(\frac{v}{a}s\right) - 1}. \tag{17}$$

Pentru obținerea vitezei de deplasare a frontului de reacție se utilizează condiția (12′), în care se introduce relația (17):

$$\int_0^t \frac{\lambda}{\rho_s C_c (\Delta H)_c}(T_s - T_0)\,\mathrm{d}t = \int_0^s \frac{\exp.\left(\frac{v}{a}s\right) - 1}{\exp.\left(\frac{v}{a}s\right)}\,\mathrm{d}s, \tag{18}$$

care prin integrare devine

$$\frac{\lambda}{\rho_s C_c (\Delta H)_c}(T_s - T_0)\frac{v}{a}t - \frac{a}{v}\left[1 + \exp.\left(-\frac{v}{a}s\right)\right] = s, \tag{19}$$

exprimîndu-se astfel dependența dintre poziția frontului de reacție s și timpul necesar pentru ca frontul respectiv să ajungă la $z = s$.

La viteze ridicate în strat, relația (19) se poate scrie mai simplu

$$s = \frac{\lambda}{\rho_s C_c (\Delta H)_c}(T_s - T_0)\frac{v}{a}t, \tag{20}$$

deci poziția frontului de reacție variază liniar cu timpul.

O concluzie importantă o reprezintă faptul că viteza de deplasare a frontului de reacție $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ este direct proporțională cu viteza fluidului.

În mod practic, aceasta înseamnă că pentru scurtarea timpului de regenerare este necesar să se mărească concomitent debitul de abur și aer, astfel încît să se mențină proporția abur-aer care conduce la aceeași valoare T_s.

În cazul vitezelor foarte mici sau practic nule, din relația (17), prin dezvoltarea în serie a exponențialei, se obține

$$\left.\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right|_{z=s} = \frac{1}{s}(T_s - T_0), \tag{21}$$

care, introdusă în relația (12′), conduce la relația

$$s = \sqrt{\frac{2\lambda(T_s - T_0)}{\rho_s C_c (\Delta H)_c}\,t}. \tag{22}$$

Deci, la valori foarte mici ale vitezei fluidului sau în mediu stagnant, poziția frontului de reacție variază proporțional cu $\sqrt{t}$, viteza de deplasare scăzînd mult.

În mod similar, pornind de la ecuația (11) și ținînd seama de condiția din frontul de reacție (12'), se obține variația concentrației în lungul stratului:

$$C_0 = C_{00} \frac{\exp\left(\frac{v}{D} z\right)\left[1 - \frac{\exp.\left(\frac{v}{D} s\right)}{\exp.\left(\frac{v}{D} z\right)}\right]}{1 - \exp.\left(\frac{v}{D} s\right)}, \tag{23}$$

și gradientul concentrației în strat:

$$\frac{dC_0}{dz} = \frac{C_{00} \exp.\left(\frac{v}{D} z\right)}{\frac{D}{v}\left[1 - \exp.\left(\frac{v}{D} s\right)\right]}. \tag{24}$$

Poziția frontului de reacție în funcție de timp se obține din relația

$$\frac{\rho_{am.}\, v\, C_{00}}{\rho_s\, b\, C_c} t = s - \frac{D}{v} + \frac{D}{v} \exp.\left(-\frac{v}{D} s\right). \tag{25}$$

În cazul în care viteza de deplasare a fluidului este mare, din (25) se obține

$$s = \frac{v\, C_{00}\, \rho_{am.}}{b\, C_c\, \rho_s} t. \tag{26}$$

La viteze foarte mici sau practic nule, din (25) se obține

$$s = \sqrt{\frac{2\, C_{00}\, D\, \rho_{am.}}{b\, C_c\, \rho_s} t}. \tag{27}$$

Din relațiile (20) și (27), care sînt echivalente, rezultă că timpul de regenerare este cu atît mai mare, cu cît crește concentrația inițială de carbon depusă în strat C_c.

Cunoscînd cantitatea de carbon depusă în catalizator în timpul ciclului de reacție și concentrația de oxigen în amestecul abur-aer, durata

ciclului de regenerare se poate exprima sub forma

$$t_r = L\, C_c\, \rho_s\, (\Delta H)_c \frac{a}{\lambda v} \cdot \frac{1}{T_s - T_0}, \tag{28}$$

unde L reprezintă înălțimea stratului de catalizator.

Este interesant de semnalat că relația (9), care exprimă temperatura maximă în strat, se poate obține din bilanțul termic în zona de reacție, utilizînd ecuația (20), pentru Le = 1.

Într-adevăr, egalînd căldura degajată în strat q_1 cu căldura preluată de fluid q_2 și cu căldura preluată de strat q_3, unde

$$q_1 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \cdot \rho_s \cdot C_c\, (\Delta H)\, F,$$

$$q_2 = D_g \cdot c_{p_{\mathrm{am.}}} \cdot (T_s - T_0),$$

$$q_3 = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\, F\, c_{p_s} (T_s - T_0)\, \rho_s,$$

unde

F este secțiunea transversală a stratului (m^2),
D_g — debitul de fluid (kg/h),
c_{p_s} — căldura specifică a stratului de catalizator (kcal/kg × grad)

$$c_{p_s} = (1 - \varepsilon)\, c_{p_p} + \varepsilon\, c_{p_a},$$

c_{p_p} — căldura specifică a particulei de catalizator,
ε — fracția de goluri în strat,
c_{p_a} — căldura specifică a aburului,

se obține

$$T_s - T_0 = \frac{\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \cdot \rho_s \cdot C_c\, (\Delta H)_c\, F}{D_g\, c_{p_{\mathrm{am}}} + \rho_s\, c_{p_s} F \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}} \cdot \tag{29}$$

Avînd în vedere că $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{v}{b} \cdot \frac{C_{00}}{C_c} \cdot \frac{\rho_{\mathrm{am.}}}{\rho_s}$, din relația (26) rezultă

$$T_s - T_0 = \frac{D_{0_2}\, (\Delta H)_c / b}{D_g\, c_{p_{\mathrm{am}}} + \dfrac{D_{0_2}\, c_{p_s}}{b\, C_c}}, \tag{30}$$

unde b este corespondentul în oxigen al carbonului și $D_{0_2} = vF\, \rho_{\mathrm{am.}} \cdot C_{00}$.

Se observă că relaţia (30) diferă de relaţia (9) prin faptul că s-a luat în consideraţie capacitatea calorică a stratului.

Spre exemplificare, în continuare se dau calculele privind procesul de regenerare pentru un reactor adiabatic de dehidrogenare a etilbenzenului pentru care s-au obţinut date experimentale.

Pentru determinarea variaţiei temperaturii în strat s-au montat o serie de termocuple în lungul şi pe raza stratului, obţinîndu-se viteza de deplasare în lungul stratului a valorii maxime $T_s - T_a$, ceea ce indică deplasarea frontului de reacţie.

S-a remarcat că valoarea $T_s - T_0$ este de aproximativ 80°C, menţinîndu-se constantă independent de poziţia frontului de reacţie.

Pe baza măsurătorilor temperaturii şi a compoziţiei gazelor la ieşire din reactor (CO_2), s-a determinat momentul terminării reacţiei de ardere a carbonului depus, deci durata ciclului de regenerare.

În acest caz s-a utilizat un amestec de catalizatori pe bază de oxid de fier cu compoziţia Fe_2O_3 între 64 şi 87%, Cr_2O_3 între 2,5 şi 5% şi K_2CO_3 8%.

Catalizatorul se prezintă sub formă de particule cilindrice cu diametrul echivalent $d_{p_e} = 5{,}8$ mm, densitate $\rho_s = 1200$ kg/m^3, conductibilitate termică a stratului de catalizator în condiţii reale de lucru (abur + aer la 600°C) $\lambda = 0{,}643$ kcal/m · h · grad, iar căldura specifică a particulei de catalizator $c_{p_p} = 0{,}2385$ kcal/kg. grad.

După o perioadă de reacţie în funcţie de cantitatea de cărbune depus pe suprafaţa catalizatorului, activitatea stratului catalitic scade şi este necesară regenerarea întregului strat în vederea începerii unui nou ciclu de dehidrogenare.

Regenerarea catalizatorului se face cu un amestec abur-aer în aşa fel încît temperatura în strat să nu depăşească temperatura maximă admisă de funcţionare a catalizatorului. Debitul de abur este 6 500—7 000 kg/h, iar cantitatea de aer este respectiv 520 kg/h.

Densitatea fluidului (abur) la 600°C este 0,2922 kg/m^3, iar căldura specifică $c_{p_a} = 0{,}522$ kcal/kg°C.

Pentru determinarea temperaturii în stratul de catalizator în funcţie de amestecul abur-aer, se consideră că carbonul este depus uniform în porii particulelor, concentraţia de carbon fiind $C_c = 1{,}5\%$, iar concentraţia de oxigen în amestecul abur-aer $C_{00} = 1{,}59 \cdot 10^{-2}$ kgO_2/kg de fluid.

Variaţia temperaturii în strat în zona de reacţie este dată de relaţia (30), unde debitul de oxigen $D_{O_2} = 120$ kg/h, $(\Delta H)_c = 8100$ kcal/kg, $C_c = 0{,}015$ kg/kg catalizator, $c_{p_s} = 0{,}352$ kcal/kg·grad.

În acest caz se obţine $T_s - T_{00} = 75$°C, corespunzător cu datele experimentale.

În cazul în care viteza de deplasare a fluidului este mare, deplasarea frontului de reacţie variază liniar cu timpul, conform relaţiei (26).

Cunoscînd viteza de deplasare a fluidului $v = 4{,}68 \cdot 10^3$ m/h, concentraţia de ogixen $C_{00} = 1{,}59 \cdot 10^{-2}$ kg/kg, concentraţia de carbon $C_c = 0{,}015$ kg/kg, densitatea stratului $\rho_s = 1200$ kg/m^3, densitatea fluidului $\rho_f = 0{,}2922$ kg/m^2, timpul experimental $t = 2{,}3$ ore şi aplicînd această relaţie, se obţine $s = 1{,}05$ m, valoare care concordă cu datele experimentale.

Aplicînd relaţia (20) pentru deplasarea frontului de reacţie, se obţine $s = 1{,}02$ m, valoare apropiată de cea obţinută pe baza relaţiei (26). Se poate demonstra de altfel că cele două relaţii (20) şi (26) sînt echivalente.

4. CONCLUZII

Cunoscînd concentraţia de carbon depusă în strat în cursul ciclului de reacţie şi proprietăţile fizice ale stratului de catalizator, ale particulelor respective şi ale fluidului de lucru, pe baza relaţiilor obţinute se poate determina cantitatea de aer necesară în amestec pentru a nu depăşi temperatura maximă admisibilă în strat şi se poate calcula durata ciclului de regenerare.

Durata ciclului de regenerare scade liniar cu viteza fluidului, ceea ce impune ca debitul de fluid introdus în instalaţie să fie cît mai mare posibil, păstrînd proporţia aer-abur.

Relaţiile obţinute conduc la rezultate foarte apropiate de datele experimentale.

BIBLIOGRAFIE

1. O. LEVENSPIEL, Tehnica reacţiilor în ingineria chimică, Bucureşti, Ed. tehnică, 1967.
2. C. Y. WEN, *Noncatalytic heterogeneous solid fluid reaction models*, IEC, septembrie 1968.

PROCESE DE USCARE LA ARDEREA PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

DE

C. COROIU

662.661

Sînt studiate procesele de uscare ale particulelor de combustibili solizi în condiţiile participării acestora la procesele de ardre, luîndu-se în consideraţie întreaga complexitate a acestei probleme, netratată pînă acum în literatura de specialitate. Pe baza unei metodici experimentale adecvate şi a unui sistem de reprezentare în coordonate reduse au fost obţinute diagrame generalizate ale uscării materialelor cărbunoase, care au permis punerea în evidenţă şi separarea proceselor de uscare de procesele simultane de oxidare şi de piroliză cît şi a perioadelor caracteristice ale uscării, în timpul cărora este determinantă una dintre operaţiile constituente ale procesului global de uscare. Pornind de la consideraţii teoretice, au fost obţinute ecuaţii cinetice ale proceselor de uscare, care, corelate cu relaţiile determinate prin prelucrarea datelor experimentale, permit calcularea unor parametri greu accesibili pe cale experimentală.

1. INTRODUCERE

O dată cu introducerea în incintele de ardere, particulele de combustibili solizi sînt supuse unor procese simultane de transfer de căldură şi de masă. Condiţiile speciale existente în incintele de ardere (temperaturi înalte, atmosferă oxidantă etc.) conferă acestor procese un specific care se manifestă îndeosebi în cazul proceselor de uscare, care diferă esenţial de procesele de uscare a combustibililor solizi în scopuri tehnologice.

Studierea proceselor de uscare a particulelor de combustibili solizi în condiţiile arderii acestora prezintă o mare importanţă teoretică şi practică atît din punctul de vedere a proceselor de ardere, prin precizarea unor noi aspecte privind perioada de întîrziere la aprindere, cît şi al uscării în general.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 3, p. 493—512, 1971

2. CONSIDERAȚII TEORETICE PRIVIND MODURILE DE LEGARE A APEI ÎN MATERIALELE SOLIDE

În general se pot distinge două categorii de moduri de legare a apei cu materialele solide :

a) apa legată fizic, care poate fi eliminată prin uscare la temperaturi medii de circa 115°C (în material), caracterizată prin energii de legătură cuprinse între $2 \cdot 10^3$ și 10^4 cal/mol;

b) apa legată chimic, care poate fi eliminată numai prin calcinare la temperaturi mult superioare temperaturii de 115°C, caracterizată prin energii de legătură cuprinse între 10^4 și 10^5 cal/mol [1].

În categoria apei legată fizic intră :

1) apa legată adsorbtiv prin forțe de adsorbție pe suprafețele exterioare și interioare ale granulelor și micelelor. Legarea apei este însoțită de un efect termic, care descrește cu creșterea cantității de apă adsorbită.

Forțele de adsorbție acționează la suprafața-limită adsorbant — adsorbit, fiind forțe moleculare nesatisfăcute (reziduale). Pe baza acestui considerent a fost stabilită izoterma lui Langmuir :

$$\frac{X}{G} = \frac{a \cdot b \cdot P_v}{1 + b \cdot P_v} = \frac{N}{N_0} \cdot \frac{\beta\mu}{1 + \beta\mu}, \tag{1}$$

în care X reprezintă cantitatea adsorbitului, G cantitatea adsorbantului, a, b constante, β coeficient de adsorbție, N_0 număr total de valențe reziduale pe cm², N număr total de valențe saturate pe cm², μ număr de moli de adsorbit, P_v presiunea de echilibru.

O generalizare a ecuației Langmuir cu aplicare la adsorbția gazelor poliatomice și vaporilor de apă este ecuația Brunauer—Emmett—Teller (B.E.T.) :

$$\frac{P_v}{V(P_\infty - P_v)} = \frac{1}{V_m \cdot C \cdot P_\infty} + \frac{(C-1)P_v}{V_m \cdot C \cdot P_\infty}, \tag{2}$$

în care P_∞ este presiunea de saturație, V volumul de gaz adsorbit de 1 g de adsorbant la presiunea P_v, V_m volumul de gaz adsorbit în filmul monomolecular, C o constantă avînd expresia

$$C = \exp.\,[(E_1 - E_L)/RT], \tag{3}$$

E_1 fiind căldura de adsorbție în primul film molecular și E_L căldura de condensarea vaporilor.

Pentru adsorbție în capilare înguste, ecuația se modifică :

$$\frac{x}{G} = \frac{a_\infty \cdot C \cdot y}{y} \cdot \frac{1 - (n+1)\,y^n \cdot n \cdot y^{n+1}}{1 + (C-1)\,y - C \cdot y^{n+1}}, \tag{4}$$

în care a_∞ este cantitatea adsorbită pe 1 g de adsorbant în film monomolecular și n numărul de molecule în grosimea filmului.

În cazul adsorbției monomoleculare, tensiunea de vapori este legată de numărul n al locurilor ocupate de adsorbit față de totalul locurilor disponibile $n_{max} - 1$ prin relația

$$\frac{n}{n_{max} - 1} = b \cdot P_v, \tag{5}$$

în care b este coeficientul de adsorbție. Considerînd x conținutul de umiditate în locul lui n, se obține cantitatea de umiditate maximă care poate fi adsorbită la o acoperire monomoleculară:

$$x = x_{max} \frac{b \cdot P_v}{1 + b \cdot P_v}. \tag{6}$$

Efectul termic de adsorbție poate fi exprimat prin

$$q_i = a\,(u_g - u_a), \tag{7}$$

în care u_g este energia pe mol a gazului neadsorbit, u_a energia pe mol a gazului adsorbit, q_i căldura integrală de adsorbție la temperatură constantă și fără lucru mecanic exterior, a cantitatea de gaz adsorbit în mol.

Căldura integrală este căldura medie de adsorbție pentru partea de suprafață acoperită la echilibru. Prin diferențiere se obține căldura de adsorbție diferențială q_d, care este eliberată prin adsorbția la suprafața deja acoperită a adsorbantului a unor noi cantități de adsorbit:

$$q_d = u_g - u_a + a \frac{\partial (u_g - u_a)}{\partial a}; \tag{8}$$

2) apa legată osmotic de către materialele celulare cu membrane semipermeabile. Legarea apei este însoțită de umflarea materialului fără efect termic sensibil [1].

Presiunea osmotică care condiționează legarea apei este dată de relația [3]

$$H = \frac{C_g}{M} RT + B^* C_g, \tag{9}$$

în care H este presiunea osmotică, C_g concentrația, B^* o constantă care depinde de mărimea și de forma particulelor, ca și de interacțiunea dintre particulele mediului dispersat și ale mediului dispersant.

Cantitatea de fază dispersă G care trece prin unitatea de arie a unui perete poros de grosime Δx în unitatea de timp cînd diferența de

concentrație a soluțiilor este ΔC va fi dată de relația

$$G = -D\frac{\Delta C}{\Delta X}, \tag{10}$$

în care D este un coeficient osmotic.

Permeabilitatea osmotică a membranelor poate fi calculată cu relația Manegold :

$$D_0 = \frac{\pi r^2}{0{,}4343 \cdot F \cdot t} \lg \frac{H}{H - h}, \tag{11}$$

în care F este aria eficace a membranei, t timpul, r raza tubului de urcare osmotică, h înălțimea de urcare a apei în tub în timpul t, avînd expresia

$$h = H\left[1 - \exp.\left(-\frac{D_0 \cdot F \cdot t}{\pi r^2}\right)\right], \tag{12}$$

iar H presiunea osmotică la concentrația dată și temperatura T.

3) apa legată structural cu formare de geluri. După Rebinder, o cantitate de apă legată osmotic există în interiorul unei particule coloidale încă din momentul formării gelului, aceasta fiind apa legată structural.

La formarea gelurilor, căldura devenită liberă prin imobilizarea moleculelor de apă adsorbită (care provoacă umflarea substanței) poate fi determinată cu ajutorul relației empirice [4], [5]

$$q_i = \frac{a \cdot x}{b + x}, \tag{13}$$

în care q_i este căldura de adsorbție integrală, x umiditatea specifică, a, b constante, iar căldura de adosrbție diferențială

$$q_d = \frac{a \cdot b}{(b + x)^2}; \tag{14}$$

4) apa legată mecanic prin forțe de capilaritate în care primele straturi moleculare sînt legate adsorbtiv. Umiditatea legată adsorbtiv are ca efect apariția unor solicitări la tensiune asupra meniscurilor capilare (în special în cazul capilarelor fine, $d < 10^{-6}$ cm), influențînd astfel și tensiunea de vapori deasupra meniscurilor, care în acest caz este sensibil mai mică decît tensiunea de saturație.

Relația dintre tensiunea de vapori și presiunea de curbare capilară este dată de ecuația Helmholtz-Thomson :

— pentru meniscuri convexe,

$$P_v = P_s + 2 \cdot \sigma \cdot P_s \cdot \frac{M}{r \cdot \rho_e \cdot R_v \cdot T}; \tag{15}$$

— pentru meniscuri concave,

$$P_v = P_s - 2 \cdot \sigma \cdot P_s \cdot \frac{M}{r \cdot \rho_e \cdot R_v \cdot T}, \tag{16}$$

în care M masa moleculară, P_s presiunea de saturație, R_v constanta universală a gazelor pentru vapori de apă, σ tensiunea superficială;

5) apa legată mecanic prin forțe de adeziune la suprafața materialelor, în care primele straturi moleculare sînt legate adsorbtiv;

6) apa legată în agregate granulare care reține umiditatea prin forțe asociate cu tensiunea superficială depinzînd de geometria granulelor și a porilor acestora, gradul de umectare, viscozitatea lichidului etc.

O clasificare a apei legată mecanic în agregate granulare [6] prezintă următoarele tipuri de legături:

— legătura menisculară sau pendulară, cînd apa este reținută numai în punctele de contact ale granulelor;

— legătura funiculară, care apare în cazul cînd cantități mari de apă se unesc între ele, formînd inele de lichid;

— legătura de saturație, care apare în cazul cînd umiditatea umple complet toți porii, faza lichidă fiind predominantă.

Calculul forțelor de coeziune datorate tensiunilor superficiale și capilare pentru diferite modele de agregate (granule sferice în aranjamente cubice sau romboidale) poate fi făcut, avînd însă doar o valoare orientativă pentru cazurile practice în care forma și dimensiunile granulelor sînt oarecare [7].

Astfel, pentru un sistem meniscular compus din două particule sferice de rază R perfect umectabile, se poate calcula forța de coeziune (neglijînd efectul gravitației). În acest caz, interfața apă — aer va lua o curbură constantă, formînd un arc de cerc cu o rază C. Presiunile în echilibru sînt:

— tensiunea exercitată la suprafața limită apă — aer, dată de relația

$$P_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma; \tag{17}$$

— rezultanta presiunii hidrostatice:

$$P_h = \pi \cdot r^2 \cdot \sigma^2 \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{r} \right). \tag{18}$$

Presiunea de coeziune (între particule la punctul de contact P_{co}) este

$$P_{co} = P_v + P_h = 2\pi r\sigma + \pi r^2 \sigma \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{r} \right), \tag{19}$$

în care r este raza corpului geometric de rotație format de apa atașată în jurul punctului de contact al sferelor.

În categoria apei legată chimic intră:

1) apa legată stoechiometric prin valențe secundare (moleculare), de exemplu apa de cristalizare a sărurilor minerale. În acest caz, legătura este strînsă, modificînd proprietățile fizice ale substanței anhidre. Îndepărtarea apei de cristalizare prin încălzire se face în cantități stoechiometrice, la temperaturi specifice fiecărei substanțe;

2) apa chemisorbită prin fenomenul de adsorbție chimică și caracterizată prin efecte termice de același ordin de mărime cu cele ale reacțiilor chimice.

Conform teoriei lui Langmuir privind adsorbția — desorbția chimică a unei substanțe avînd C concentrația în fază gazoasă, se admite că la echilibru

$$k_1 \cdot C \cdot (1 - \theta) = k_2\, \theta, \tag{20}$$

în care k_1 și k_2 sînt constantele de viteză ale proceselor de adsorbție și desorbție.

De aici se determină fracția din suprafața ocupată θ:

$$\theta = \frac{k_1 \cdot c}{k_2 + k_1 \cdot c} = \frac{b \cdot c}{1 + b \cdot c} = \frac{1}{1 + \dfrac{a}{c}}, \tag{21}$$

în care $b = K_1/K_2$ este coeficientul de adsorbție și $a = 1/b$ coeficientul de desorbție. Coeficientul de adsorbție b reprezintă constanta de echilibru a procesului de adsorbție, fiind legat de căldura de adsorbție λ prin relația

$$b = b_0\, e^{\lambda/RT}, \tag{22}$$

în care b_0 este o constantă. O dată cu creșterea temperaturii, b se micșorează, ceea ce corespunde cu deplasarea echilibrului procesului exotermic de adsorbție spre desorbția substanței de pe suprafață. Coeficientul invers de adsorbție este

$$a = a_0\, e^{-\lambda/RT}. \tag{23}$$

Pentru concentrații mici în fază gazoasă ($bc \ll 1$) avem

$$\theta = b \cdot c, \tag{24}$$

ceea ce reprezintă legea lui Henry, iar pentru $bc \gg 1$ avem $\theta = 1$, corespunzătoare saturației adsorbantului.

În cazul chemisorbției pe suprafețe neomogene, gradul total de ocupare a suprafeței θ^* se exprimă prin relația

$$\theta^* = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \theta\,(c, \lambda) \cdot (\lambda) \cdot d\lambda \tag{25}$$

sau

$$\theta^* = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \frac{\varphi(\lambda)}{1 + \frac{a_0}{c} e^{\lambda/RT}} \cdot d\lambda, \qquad (26)$$

în care $\varphi(\lambda)$ este funcţia de distribuţie a căldurii de chemisorbţie, iar produsul $\varphi(\lambda) \cdot d\lambda$ este egal cu partea din suprafaţa corespunzătoare porţiunilor cu căldură de chemisorbţie, cuprinsă între limitele λ şi $\lambda + d\lambda$.

3. DESCRIEREA PROCESELOR

Au fost studiate procesele de uscare a unui număr de trei combustibili solizi româneşti : lignitul de Rovinari (L.R.), cu granulaţia 2—3 mm, $W^a = 11{,}10\%$, $A^a = 18{,}12\%$ şi $V^a = 41{,}92\%$; cărbunele brun huilos de Petrila (C.P.), cu granulaţia 2—3 mm, $W^a = 4{,}23\%$, $A^a = 4{,}42\%$ şi $V^a = 40{,}76\%$; huila de Lupeni (H.L.), cu granulaţia 2—3 mm, $W^a = 1{,}40\%$, $A^a = 10{,}00\%$ şi $V^a = 37{,}42\%$.

Pe baza caracteristicilor fizico-chimice de mai sus şi ţinînd cont de gradul de carbonificare şi de caracteristicile structurale ale masei organice cunoscute a cărbunilor studiaţi, se pot face următoarele aprecieri asupra modului de legare a apei :

— conţinutul în umiditate a celor trei materiale reprezintă umiditatea la echilibru a materialelor respective în condiţii higroscopice normale 20°C şi $\varphi = 50\%$ (vezi cap. 4), ceea ce exclude prezenţa apei legate mecanic în agregate granulare pentru cazurile studiate;

— în cazul lignitului de Rovinari, conţinutul relativ ridicat în cenuşă indică prezenţa apei legate fizic adsorbtiv, cît şi a apei legate chimic stoechiometric prin valenţe secundare sub formă de apă de cristalizare a sărurilor minerale (silicaţi, carbonaţi etc.). Masa organică a lignitului de Rovinari este susceptibilă de a lega apa atît fizic adsorbtiv, cît şi prin chemisorbţie, datorită complexităţii sale chimice [11] (cărbune tînăr);

— în cazul cărbunelui brun huilos de Petrila se pot face aceleaşi aprecieri ca mai sus asupra modului de legare a apei de către masa minerală. Masa organică a acestui cărbune are, în schimb, o capacitate mult mai redusă de legare a apei în special prin chemisorbţie, datorită gradului mai avansat de carbonificare [11];

— în cazul huilei de Lupeni, caracteristicile structurale ale masei organice datorate gradului de carbonificare avansat conferă acesteia un caracter hidrofob, conducînd la un conţinut în apă de numai 1,40%, cu toate că masa minerală este apreciabilă ($A^a = 10{,}00\%$).

Ca metodă de investigaţie a proceselor de uscare a fost folosită metoda termogravimetrică, utilizînd în acest scop o instalaţie descrisă în [9], care a permis realizarea în condiţii aerodinamice cvasistaţionare a unor incinte încălzite la temperaturi de 500, 700, 900 şi 1100°C, reprezentînd incintele de ardere (în care au loc procesele de uscare studiate).

Particulele de combustibil sînt introduse în incinta de ardere cu ajutorul unui container din cuarţ transparent, în care particulele sînt aşezate într-un singur strat. O dată cu introducerea în incinta de ardere

începe înregistrarea timpului de staționare, greutății și temperaturii superficiale a particulelor. Determinarea parametrilor arderii care interesează în acest caz : timpul de întîrziere la aprindere τ_{ia} și timpul de ardere a volatilelor τ_{av}, s-a făcut prin cronometrarea intervalelor dintre momentele introducerii, aprinderii și stingerii volatilelor [9]. Uscarea particulelor se petrece în prima perioadă a arderii, paralel cu procesul de încăl-

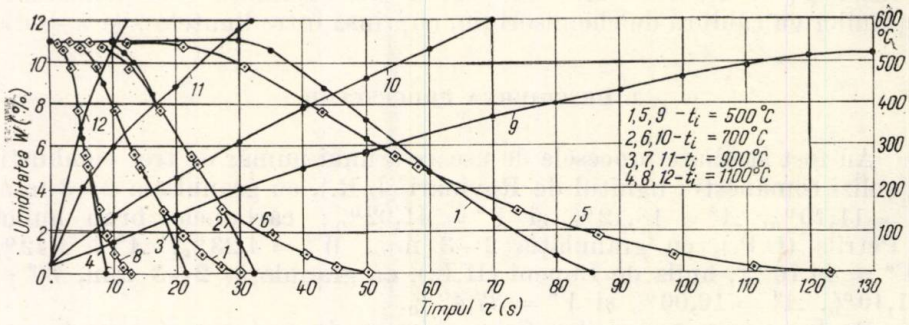


Fig. 1. — Dinamica umidității (*1, 2, 3, 4* — curbe experimentale, înglobînd și procesele de oxidare și piroliză ; *5, 6, 7, 8* — curbele uscării calculate) și temperaturii superficiale medii (*9, 10, 11, 12* — curbe experimentale) a particulelor de L. R. 2—3 mm în timpul uscării, τ (s).

zire ca urmare a schimbului de căldură cu pereții incintei și cu mediul comburant. Determinarea timpului de uscare s-a făcut pe cale grafică, măsurînd abscisa punctului de intersecție a curbei termogravimetrice cu dreapta, reprezentînd umiditatea inițială a combustibilului respectiv din graficul greutate-timp.

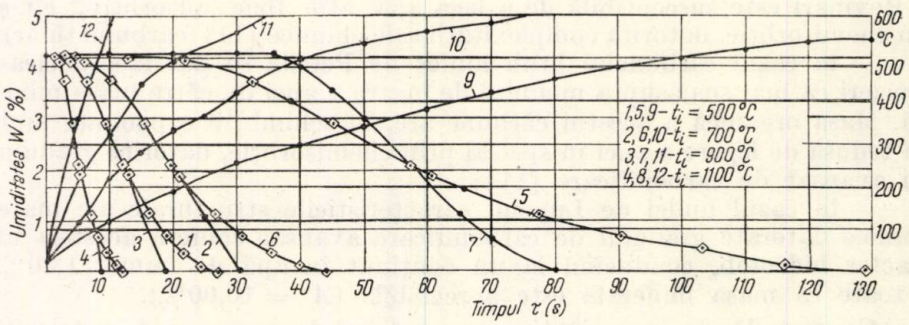


Fig. 2. — Dinamica umidității (*1, 2, 3, 4* — curbe experimentale înglobînd și procesele de oxidare și piroliză ; *5, 6, 7, 8* — curbele uscării calculate) și temperaturii superficiale medii (*9, 10, 11, 12* — curbe experimentale) a particulelor de C.P. 2—3 mm în timpul uscării, τ (s).

Curbele experimentale obținute sînt prezentate în figura 1, 2, 3 și reprezintă dinamica umidității materialelor (curbele *1, 2, 3, 4*) și temperaturii superficiale medii (curbele *9, 10, 11, 12*).

Ca aspect general pot fi observate două deosebiri clare între dinamica conținutului în umiditate la $t_i = 500$ (curbele *1*) față de $t_i = 700$, 900, 1 100°C (curbele *2*, *3*, *4*) din figurile 1, 2, 3 :

1) existența pentru $t_i = 500$°C a unei „perioade aparente de întîrziere a procesului de uscare", care poate fi caracterizată prin timpul de întîrziere la uscare ;

2) alura diferită a porțiunii finale a curbelor de uscare la $t_i = 500$°C față de cele la $t_i = 700$, 900 și 1 100°C.

Existența „perioadei de întîrziere aparentă a procesului de uscare" este o consecință a suprapunerii procesului de uscare cu procesul de chemi-

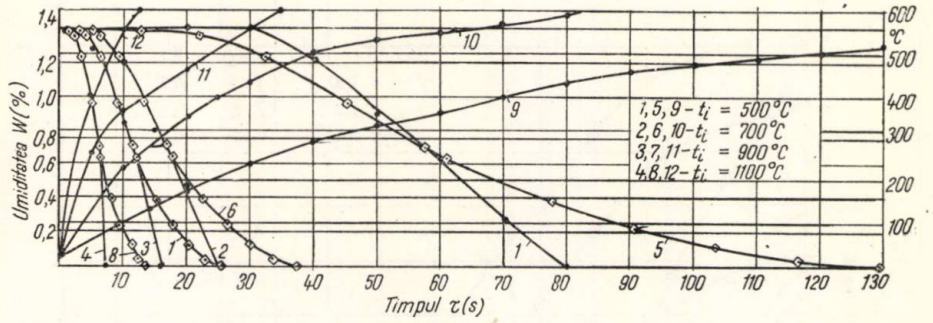


Fig. 3. — Dinamica umidității (*1*, *2*, *3*, *4* — curbe experimentale, înglobînd și procesele de oxidare și piroliză ; *5*, *6*, *7*, *8* — curbele uscării calculate) și temperaturii superficiale medii (*9*, *10*, *11*, *12* — curbe experimentale) a particulelor de H.L. 2—3 mm în timpul uscării, τ(s).

sorbție a oxigenului. Procesul de chemisorbție a oxigenului de către cărbuni este cunoscut din cercetările proceselor de autoaprindere, ca și din alte cercetări asupra combustibililor solizi [10]. Astfel [11] a fost evidențiat faptul că chemisorbția oxigenului pe cărbuni crește puternic pînă la 200°C pentru ca apoi creșterea să fie mai mică datorită desorbției grupelor oxidate (combustie la temperaturi relativ scăzute), fenomen care echilibrează chemisorbția la temperaturi peste 350°C.

Grafic cele două procese pot fi reprezentate ca în figura 4, în care

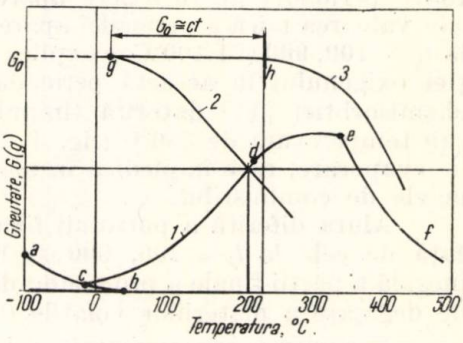


Fig. 4. — Reprezentarea grafică a izobarei de adsorbție a oxigenului pe cărbuni (curba *1*, cu ramurile : *ab* — adsorbție fizică, *cd* — chemisorbție preponderentă, *de* — echilibrarea chemisorbției cu desorbția, *ef* — desorbție preponderentă), a variației umidității (*2*) și a greutății probei de cercetat (*3*) cu temperatura.

curba *1* reprezintă izobara de adsorbție a oxigenului cu ramurile : *ab* — adsorbție fizică ; *cd* — chemisorbție preponderentă ; *de* — echilibrarea che-

misorbției cu desorbția grupelor oxidate; *ef* — desorbția grupelor oxidate preponderentă. Menționăm faptul că întreaga porțiune a izobarei de adsorbție pînă la maximul curbei corespunde unui pseudoechilibru: echilibrul real nu se realizează, datorită vitezelor mici ale chemisorbției [11]. La creșterea ulterioară a temperaturii, echilibrul chemisorbției (care este o reacție exotermică reversibilă) se deplasează în sensul desorbției oxigenului sub formă de produși de oxidare, reprezentînd ramura descendentă, *ef*, care corespunde echilibrului real. Curba *2* reprezintă procesul de evaporare a umidității, iar curba *3* cele două procese și repre-

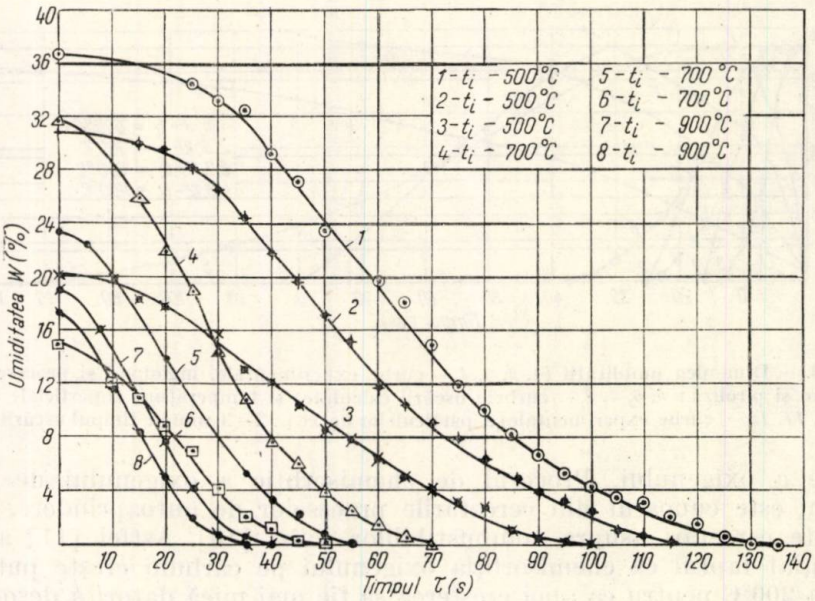


Fig. 5. — Curbele de uscare a cărbunelui de electrod grafitat 2—3 mm.

zintă dinamica greutății probei cercetate cu porțiunea *gh*, corespunzătoare perioadei de întîrziere aparentă a procesului de uscare. Absența sau valoarea mică a perioadei aparente de întîrziere a procesului de uscare la t_i = 700, 900 și 1 100°C se explică prin reducerea sau anularea chemisorbției oxigenului în această perioadă, ca urmare a vitezei relativ mici a chemisorbției [11] datorită timpului scurt de menținere a particulelor sub temperatura de 350°C (fig. 1, 2, 3), precum și a violenței procesului de evaporare, care împiedică în mare măsură accesul oxigenului la particulele de combustibil.

Alura diferită a porțiunii finale a curbelor de uscare la t_i = 500°C față de cele la t_i = 700, 900 și 1 100°C se explică prin suprapunerea inegală a părții finale a procesului de uscare cu partea inițială a procesului de degajare a materiilor volatile (fig. 1, 2, 3).

Verificarea experimentală a acestor două ipoteze a fost făcută prin cercetarea procesului de uscare a unui material cărbunos cu mare inerție chimică (cărbune de electrod grafitat), de aceeași granulație și în aceleași

condiții experimentale (t_i = 500, 700, 900 și 1 100°C), care exclude posibilitatea chemisorbției oxigenului cu formare de complecși stabili pînă la 350°C și nu conține volatile, ceea ce permite desfășurarea unor procese de uscare „curate" (neafectate de suprapunerea proceselor de adsorbție-desorbție chimică și a procesului de piroliză). Rezultatele experimentate sînt prezentate sub formă grafică în figura 5 și confirmă ipoteza întîi prin inexistența „perioadei aparente de întîrziere a procesului de uscare", iar a doua prin racordarea cu scădere de pantă la dreapta de umiditate zero.

Astfel stînd lucrurile, apare clar faptul că curbele *1*, *2*, *3*, *4* din figura 1, 2, 3 reprezintă o însumare a proceselor de uscare, adsorbție-desorbție chimică a oxigenului (și produselor de oxidare) și piroliză. Se pune deci problema separării cantitative a procesului de uscare de celelalte două procese. Pentru aceasta s-a apelat la ideea introducerii mărimilor reduse (raportate) utilizate cu succes în interpretarea unor fenomene complexe [13], [14]. Exprimînd timpul raportat τ_r și umiditatea raportată w_r prin relațiile

$$\tau_r = \frac{\tau}{\tau_{ut}}; \quad w_r = \frac{w}{w_0}, \tag{27}$$

în care τ este timpul efectiv, τ_{ut} timpul de uscare totală, w umiditatea în momentul τ, w_0 umiditatea inițială, curbele *1*—*8* din figura 5 pot fi reprezentate prin curba *1*, generalizată din figura 6.

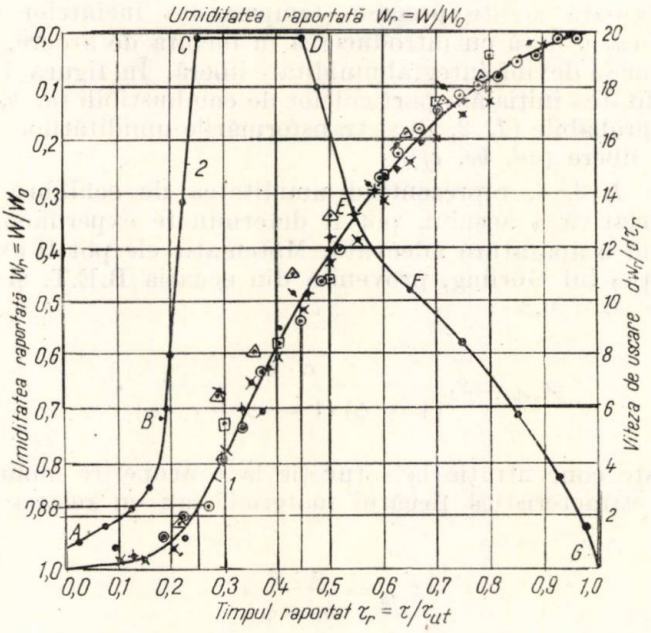


Fig. 6. — Dinamica umidității raportate (reduse) w_r (1) și a vitezei de uscare raportate $dw_r/d\tau_r$ (2) în timpul uscării, τ_r.

Considerînd că procesul de piroliză nu începe sub temperatura de 300°C, ca şi faptul că procesul de chemisorbţie a oxigenului este foarte redus în cazurile $t_i = 700$, 900 şi 1 100°C, se poate accepta faptul că valorii umidităţii înjumătăţite îi corespunde timpul de înjumătăţire al procesului real de uscare, ceea ce conduce la posibilitatea aflării curbelor reale de uscare, cunoscînd că timpul de înjumătăţire raportat ($\tau_{r,1/2}$) este $\tau_{r,1/2} = 0{,}444$ (fig. 6). Astfel timpul de uscare totală τ_{ut} poate fi determinat cu relaţia

$$\tau_{ut} = \frac{\tau_{1/2}}{\tau_{r,1/2}} = \frac{\tau_{1/2}}{0{,}444}, \tag{28}$$

în care $\tau_{1/2}$ este timpul de înjumătăţire a umidităţii materialului respectiv exprimat în secunde. Celelalte puncte pot fi determinate cu uşurinţă, făcînd corespondenta cu diagrama generalizată (curba *1* din figura 6) şi utilizînd relaţiile (27). Procedînd în acest fel, a fost determinată dinamica proceselor reale de uscare (curbele teoretice *5*, *6*, *7*, *8* din figurile 1, 2, 3). Ca o confirmare a ipotezelor se remarcă faptul că prima jumătate a curbelor teoretice *6*, *7*, *8* sînt verificate de punctele experimentale (notate cu.)

4. ASPECTE PRIVIND CORELAŢIA DINTRE UMIDITATEA MATERIALELOR ŞI PARAMETRII AGENTULUI DE USCARE

O altă particularitate a proceselor de uscare care au loc la arderea particulelor de combustibili solizi o constituie temperatura ridicată la care se desfăşoară aceste procese (temperatura incintelor de ardere). Aceasta face ca, o dată cu introducerea în incinta de ardere, umiditatea combustibililor să devină integral umiditate liberă. În figura 7 este reprezentată umiditatea iniţială a particulelor de combustibili (*a*, *b*, *c*), curbele de echilibru probabile (*1*, *2*, *3*) şi transformările umidităţilor de echilibru în umidităţi libere (*ad*, *be*, *cf*).

Curbele *1*, *2*, *3*, reprezentînd umiditatea de echilibru funcţie de umiditatea relativă a aerului, pot fi determinate experimental cu uşurinţă, utilizînd o aparatură adecvată. Matematic ele pot fi exprimate cu ajutorul relaţiei lui Görling, provenită din ecuaţia B.E.T. şi valabilă în domeniul $0 < \varphi < 0{,}35$:

$$x_{ech} = x_1 \frac{c \cdot \varphi}{(1 - \varphi)(1 - \varphi + c \cdot \varphi)}, \tag{29}$$

în care x_1 este concentraţia la saturaţie la o acoperire monomoleculară C constantă caracteristică fiecărui material, sau cu relaţia lui Lîkov :

$$x_{ech} = \frac{a \cdot \varphi}{b - \varphi}, \tag{30}$$

în care a, b sînt constante caracteristice fiecărui material.

Transformările suferite de agentul de uscare pot fi reprezentate într-o diagramă *I*, *x* (fig. 8) prin traseele *1, 2, 3*; *1, 4, 5*; *1, 6, 7*; *1, 8, 9*, în care traseele *1, 2*; *1, 4*; *1, 6* și *1, 8* reprezintă încălzirea aerului la umiditate constantă ca urmare a aportului de căldură *q* din incinta de ardere, iar traseele *2, 3*; *4, 5*; *6, 7* și *8, 9* reprezintă transformarea izotermă de la umiditatea inițială x_i la cea finală x_f ca urmare a aportului de vapori a materialului și de căldură a incintei de ardere.

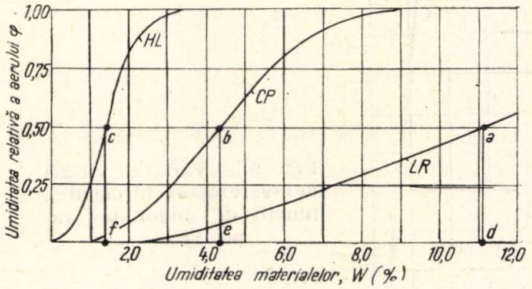


Fig. 7. — Reprezentarea grafică a procesului de transformare a umidității de echilibru în umiditate liberă (*1, 2, 3* — curbe de echilibru probabile) a *LR*, *CP* și *HL* 2—3 mm.

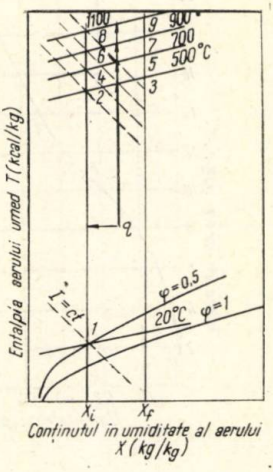


Fig. 8. — Transformările agentului de uscare (aerul) (*1, 2*; *1, 4*; *1,6*; *1,8*; — încălzire umiditate constantă; *2,3*; *4,5*; *6,7*; *8,9* — transformare izotermă).

5. CINETICA PROCESELOR DE USCARE

Uscarea corpurilor poroase se produce ca urmare a două operații distincte:

1) transportul apei prin material considerat ca difuzie interioară, care poate avea loc după mai multe mecanisme:

— prin capilaritate;

— prin difuzie în stare lichidă;

— prin difuzie în stare de vapori etc.;

2) transportul apei de la suprafața materialului în aerul înconjurător, considerat ca difuzie exterioară. Uscarea reprezintă ansamblul acestor operații, iar viteza de uscare va fi egală cu viteza operației celei mai lente.

Complexitatea proceselor de uscare face necesar ca pentru obținerea unor relații privind viteza și durata uscării și a unor ecuații care să permită calcularea umidității materialelor la un moment dat funcție de proprietățile materialului și de condițiile uscării să fie utilizate atît considerațiile teoretice care stau la dispoziție, cît și date experimentale.

În cele ce urmează s-a trecut la interpretarea proceselor de uscare utilizînd deopotrivă datele teoretice privind teoria uscării și diagramele de uscare construite pe baza datelor experimentale și prezentate în figu-

rile 1—9. Analiza cineticii proceselor de uscare s-a făcut pe baza interpretării diagramelor în coordonate reduse din figurile 6 şi 9, reprezentînd : dinamica umidităţii libere (curba *1*, fig. 6), dinamica vitezei globale de uscare (curba *2*, fig. 6) şi variaţia vitezei globale de uscare funcţie de umiditatea liberă (fig. 9), stabilind totodată punctele caracteristice ale acestora în concordanţă cu teoria generală a uscării. Punctele caracteristice ale diagramelor din figurile 6 şi 9 delimitează perioadele şi etapele uscării,

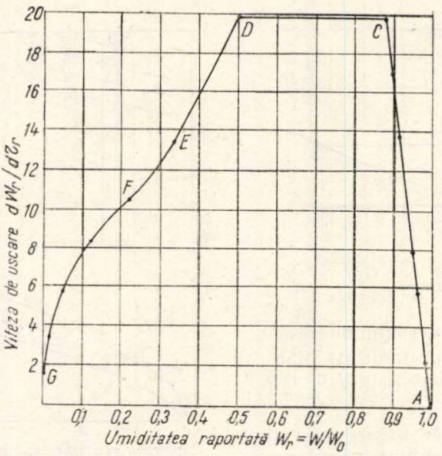


Fig. 9. — Variaţia vitezei de uscare raportată, $dw_r/d\tau_r$, funcţie de umiditatea raportată, w_r.

în timpul cărora este determinată una dintre operaţiile constituente ale procesului global de uscare fiind : B ($W_r = 0{,}957$, $\tau_r = 0{,}19$, $dw_r/d\tau_r = 7{,}0$); C ($W_r = 0{,}88$, $\tau_r = 0{,}25$, $dw_r/d\tau_r = 19{,}85$) D ($W_r = 0{,}49$, $\tau_r = 0{,}45$, $dw_r/d\tau_r = 19{,}85$); E ($W_r = 0{,}34$, $\tau_r = 0{,}545$, $dw_r/d\tau_r = 13{,}2$).

Analizînd diagramele din figura 6 şi 9, se observă existenţa a trei perioade principale :

1. *Perioada de uscare cu viteză crescîndă*, cuprinsă în intervalul $\tau_r = 0{,}00 - 0{,}25$, respectiv $W_r = 1{,}00 - 0{,}88$, corespunzînd porţiunii ABC a diagramei 2 din figura 6, respectiv AC a celei din figura 9. Porţiunea ABC a diagramei 2 din figura 6 se compune din două segmente distincte, respectiv segmentul AB corespunzător perioadei tranzistorii şi segmentul BC, reprezentînd o creştere liniară a vitezei de uscare.

Ecuaţia caracteristică acestei perioade este

$$\frac{dw_r}{d\tau_r} = A - P \cdot w_r = 171{,}7456 - 172{,}6087\ w_r \tag{31}$$

sau, revenind la exprimarea în mărimi efective,

$$\frac{dw}{d\tau} = A\frac{w_0}{\tau_{ut}} - \frac{P}{\tau_{ut}}\ w. \tag{32}$$

Timpul de uscare totală τ_{ut}, mărime uşor accesibilă experimental are o structură complexă, care ar putea fi rezumată sub forma

$$\tau_{ut} = f(T_m,\ T_a,\ P_s,\ P_{va},\ W_0,\ S_i,\ S_e,\ D_i,\ D_{av},\ \mu,\ \psi), \tag{33}$$

în care T_m, T_a reprezintă temperatura materialului şi aerului, P_s, P_v presiunea de vapori la saturaţie corespunzătoare T_m, respectiv a vaporilor din aer, S_i, S_e suprafaţa specifică internă şi externă a materialului, D_i, D_{av} coeficientul de difuzie internă şi externă aer—vapori de apă, iar μ_L un factor de parcurs [15], avînd expresia $\mu_L = \psi \cdot \mu$ (ψ fiind porozitatea materialului şi μ rezistenţa la difuziune). Explicitarea acestei funcţii este extrem de deficilă dacă ţinem cont de faptul că o parte din mărimile din paranteză variază în timpul uscării după legi insuficient de bine clarificate.

Rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale (31) şi (32) se face plecînd de la substituirea $w_r = u \cdot v$, respectiv $w = u \cdot v$, care conduce la

$$u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau_r} + V\left[\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau_r} + uP\right] = A, \tag{34}$$

respectiv

$$u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau} + V\left[\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau} + u\frac{P}{\tau_{ut}}\right] = \frac{A \cdot w_0}{\tau_{ut}} \tag{35}$$

şi

$$u = k \cdot \mathrm{e}^{-\int P \cdot \mathrm{d}\tau_r}\ ;\ u = k \cdot \mathrm{e}^{-\int \frac{P}{\tau_{ut}}\mathrm{d}\tau} \tag{36}$$

şi

$$v = \frac{1}{k}\left[\int A\ \mathrm{e}^{\int P \cdot \mathrm{d}\tau_r} \cdot \mathrm{d}\tau_r + C\right], \tag{37}$$

respectiv

$$v = \frac{1}{k}\left[\int \frac{A w_0}{\tau_{ut}} \mathrm{e}^{\int \frac{P}{\tau_{ut}}\mathrm{d}\tau} \cdot \mathrm{d}\tau + C\right], \tag{38}$$

şi soluţiile

$$w_r = \mathrm{e}^{-\int P \mathrm{d}\tau_r}\left[\int A \cdot \mathrm{e}^{\int P \cdot \mathrm{d}\tau_r} \cdot \mathrm{d}\tau_r + C\right], \tag{39}$$

respectiv

$$w = \mathrm{e}^{-\int \frac{P}{\tau_{ut}}\mathrm{d}\tau}\left[\int \frac{A w_0}{\tau_{ut}} \cdot \mathrm{e}^{\int \frac{P}{\tau_{ut}}\mathrm{d}\tau} \cdot \mathrm{d}\tau + c\right]. \tag{40}$$

Durata uscării corespunzătoare perioadei 1 determinată pe cale grafică este

$$\tau_{r,1} = 0{,}25\,; \qquad \tau_1 = 0{,}25\ \tau_{ut}. \tag{41}$$

2. *Perioada de uscare cu viteză constantă* este cuprinsă în intervalul $\tau_r = 0{,}25-0{,}45$, respectiv $W_r = 0{,}88-0{,}49$, și este o consecință a fenomenului de umezire a suprafeței exterioare ca urmare a transportului prin difuzie și capilaritate a apei din interior. În această perioadă, viteza de uscare rămîne constantă pînă la atingerea punctului critic D corespunzător apariției pe suprafața particulelor a primelor porțiuni uscate. Viteza de uscare este independentă de proprietățile materialului, depinzînd direct de transferul de căldură către lichid și de factorii care influențează difuziunea vaporilor de apă în aer. Pornind de la relația

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau} = \frac{Q}{r}, \tag{42}$$

în care Q este căldura transmisă lichidului și r căldura de vaporizare și ținînd cont de legea lui Dalton:

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau} = b_p \cdot S_e\,(P_S - P_{va}), \tag{43}$$

echivalentă cu

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau} = b_x \cdot S_e\,(x_S - x), \tag{44}$$

în care b_p, b_x sînt coeficienți de vaporizare, și de relația generală

$$Q = \alpha \cdot S_e \cdot \Delta t = \alpha \cdot S_e \cdot (t_a - t_s), \tag{45}$$

în care α reprezintă un coeficient de transfer termic către material și t_a, t_s temperatura aerului respectiv la suprafața materialului ca și de la relația

$$\mathrm{d}w = -G\mathrm{d}\,(w - w_e) = -G\,\mathrm{d}w, \tag{46}$$

în care w_e este umiditatea de echilibru egală cu zero în cazul nostru, vom avea

$$-\int_{w_i}^{w} \mathrm{d}w = b_x \frac{S_e}{G}(x_S - x)\int^{\tau} \mathrm{d}\tau, \tag{47}$$

în care w_i, τ_i reprezintă umiditatea și timpul efectiv la începutul perioadei 2 :

$$w = w_i - b_x \frac{S_e}{G}(x_S - x)(\tau - \tau_i) = w_i - b_p \frac{S_e}{G}(P_S - P_{va})(\tau - \tau_i), \quad (48)$$

iar

$$\tau = \frac{G}{b_x \cdot S_e} \frac{w_i - w}{x_S - x} = \frac{G}{b_p \cdot S_e} \frac{w_i - w}{P_s - P_{va}} \quad (49)$$

sau, pentru $w = w_c$ (w_c — umiditatea critică),

$$\tau = \frac{G}{b_x S_e} \frac{w_i - w_c}{x_S - x} = \frac{G}{b_p \cdot S_e} \frac{w_i - w_c}{P_s - P_{va}}. \quad (50)$$

Pentru explicitarea expresiilor (48—50) poate fi utilizată relația lui Ștefan :

$$b_p = \frac{D_{va}}{s \cdot R_v \cdot T_a} = \frac{\beta}{R_v \cdot T_a}, \quad (51)$$

în care s este grosimea stratului-limită, R_v constanta universală a gazelor pentru vaporii de apă, β un coeficient de transfer de masă. Utilizarea mărimilor reduse în locul celor efective se face ținînd cont de relațiile (27) și (28) și conduce la expresiile

$$w_r = w_{ri} - b_x \frac{S_e \cdot \tau_{ut}}{w_0 \cdot G}(x_S - x)(\tau_r - \tau_{ri}) = \\ = w_{ri} - b_p \frac{S_e \cdot \tau_{ut}}{w_0 \cdot G}(P_s - P_{va})(\tau_r - \tau_{ri}), \quad (52)$$

$$\tau_r = \frac{G \cdot w_0}{b_x \cdot S_e \cdot \tau_{ut}} \cdot \frac{w_{ri} - w_{rc}}{x_S - x} = \frac{G \cdot w_0}{b_p \cdot S_e \cdot \tau_{ut}} \frac{w_{ri} - w_{rc}}{P_S - P_{va}}. \quad (53)$$

Durata perioadei 2, determinată pe cale grafică, este

$$\tau_{r,2} = 0{,}20; \qquad \tau_2 = 0{,}20 \cdot \tau_{ut}. \quad (54)$$

Utilizarea combinată a relațiilor (48)—(54) permite calcularea cu ușurință a unor mărimi greu accesibile pe cale experimentală, ca β, s etc.

3. *Perioada de uscare cu viteză descrescătoare* este cuprinsă în intervalul $\tau_r = 0{,}45—1{,}00$, respectiv $w_r = 0{,}49—0{,}00$, și începe o dată cu

atingerea umidității critice $w_{r,c} = 0{,}49$. Ea se împarte, după cum rezultă din figurile 6 și 9, în două etape:

a) *etapa de uscare cu viteză uniform descrescătoare*, cuprinsă în intervalul $\tau_r = 0{,}45-0{,}545$, respectiv $w_r = 0{,}49-0{,}34$, corespunzătoare îndepărtării umidității de pe suprafața materialului în condițiile descreșterii suprafeței umede. Relația caracteristică acestei etape este analogă ecuației (44), în care se înlocuiește suprafața exterioară S_e cu S'_e, încă umedă în momentul considerat:

$$\frac{dw}{d\tau} = b_x \cdot S'_e (x_S - x). \tag{55}$$

Așa cum rezultă din figurile 6 și 9, în această etapă viteza de uscare variază liniar cu umiditatea, deci

$$\frac{S'_e}{S_e} = \frac{w}{w_c}. \tag{56}$$

Din ecuațiile (55) și (56) rezultă

$$\frac{dw}{d\tau} = b_x \cdot S_e \cdot \frac{w}{w_c}(x_S - x) \tag{57}$$

și, ținînd cont de relația (46),

$$-\int_{w_c}^{w} \frac{dw}{w} = b_x \frac{S_e}{G} \frac{x_S - x}{w_c} \int_{\tau_c}^{\tau} d\tau, \tag{58}$$

respectiv

$$\ln w = b_x \cdot \frac{S_e}{G} \frac{x - x_S}{w_c}(\tau - \tau_c) + \ln w_c \tag{59}$$

și

$$\tau = \frac{G \cdot w_c \cdot \ln w}{b_x \cdot S_e (x - x_S)} - \ln w_c + \tau_c. \tag{60}$$

Trecerea la mărimi reduse se face utilizînd relațiile (27) și (28) și conduce la expresiile

$$\ln w_r = \frac{b_x \cdot S_e}{G} \frac{(x - x_S)\,\tau_{ut}}{w_{rc} \cdot w_0} (\tau_r - \tau_{rc}) + \ln w_{rc}, \tag{61}$$

$$\tau_r = \frac{G \cdot w_{rc} \cdot w_0 (\ln w_0 + \ln w_r)}{b_x \cdot S_e \cdot (x - x_S)\,\tau_{ut}} - \frac{\ln w_{rc} + \ln w_0}{\tau_{ut}} + \tau_{rc}. \tag{62}$$

Durata etapei a treia, determinată pe cale grafică, este

$$\tau_{r,3a} = 0{,}095\,; \qquad \tau_{3a} = 0{,}095\ \tau_{ut}. \tag{63}$$

Utilizarea combinată a relațiilor 59—63 permite calcularea cu ușurință a unor mărimi greu accesibile pe cale experimentală, ca b_x etc.

b) *Etapa de uscare cu viteză neuniform descrescătoare*, cuprinsă în intervalul $\tau_r = 0{,}545—1{,}00$, respectiv $w_r = 0{,}34—0{,}00$, este caracterizată prin faptul că viteza de uscare depinde numai de difuziunea internă, nedepinzînd de factorii care influențează difuziunea vaporilor de apă în aer.

Un mare impediment în stabilirea legității corespunzătoare acestei etape, pornind de la premize teoretice, îl constituie faptul că în această perioadă încep să apară modificări importante ale caracteristicilor geometrice interne și externe ale particulelor legate de fenomenul de piroliză (cazul cărbunilor în condițiile de încălzire specifice, vezi figurile 1, 2, 3), care afectează puternic valoarea caracteristicilor ψ, μ, D_i etc. Prin prelucrarea datelor experimentale corespunzătoare acestei etape (fig. 6, curba *2* s-au obținut relațiile

$$w_r = L - M \lg 10 \cdot \tau_r = 1{,}49804 - 1{,}56863 \lg 10 \cdot \tau_r, \tag{64}$$

$$\tau_r = T \cdot \exp.\left[\frac{P - RW_r}{M}\right] = 0{,}10 \cdot \exp.\left[\frac{3{,}4494 - 2{,}3026\, w_r}{1{,}56863}\right], \tag{65}$$

care au o bună concordanță cu datele experimentale. Durata etapei *3b*, determinată pe cale grafică, este

$$\tau_{r,3b} = 0{,}455\,; \qquad \tau_{3b} = 0{,}455\ \tau_{ut}. \tag{66}$$

Prin însumarea duratelor perioadelor uscării se obține timpul de uscare totală τ_{ut}:

$$\tau_{ut} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_{3a} + \tau_{3b}, \tag{67}$$

care, exprimat ca mărime redusă, este egal cu unitatea:

$$\tau_{r,ut} = (0{,}25 + 0{,}20 + 0{,}095 + 0{,}455)\ \tau_{ut}/\tau_{ut}. \tag{68}$$

Timpul de uscare totală reprezintă o parte integrantă din timpul de întîrziere la aprindere. Între aceste două mărimi există o interdependență complexă, care va fi analizată într-o lucrare viitoare.

5. CONCLUZII

1. În lucrare sînt prezentate cercetările privind procesele de uscare ale particulelor combustibililor solizi în condițiile participării acestora la procesele de ardere (t_i = 500, 700, 900, 1 100°C). Au fost cercetați

sub acest aspect un număr de trei combustibili solizi naturali : lignitul de Rovinari (L.R.), cărbunele brun huilos de Petrila (C.P.) și huila de Lupeni (H.L.), ca și un cărbune de electrod grafitat cu granulația 2—3 mm.

2. S-a pus în evidență existența în cazul *LR*, *CP*, *HL* (în special la $t_i = 500°C$) a unui proces de chemisorbție a oxigenului simultan cu procesul de uscare, care determină apariția unei „perioade aparente de întîrziere a procesului de uscare".

3. S-a pus în evidență suprapunerea părții finale a procesului de uscare cu partea inițială a procesului de piroliză.

4. Pe baza unei metodici experimentale adecvate și utilizînd un sistem de reprezentare în coordonate reduse (raportate), au fost obținute diagrame generalizate ale uscării care au permis separarea proceselor de uscare de procesele simultane de oxidare și piroliză, ca și a perioadelor caracteristice ale uscării, în timpul cărora este determinantă una dintre operațiile constituente ale procesului global de uscare.

5. Pornind de la considerații teoretice generale privind uscarea și pe baza prelucrării datelor experimentale s-au obținut ecuații pentru vitezele de uscare și pentru durata perioadelor uscării, ca și relații care permit calcularea umidității materialelor în orice moment al uscării.

BIBLIOGRAFIE

1. A. V. Lîkov, *Teoria uscării*, trad. din l. rusă, București, E.S.A.C., 1954.
2. G. M. Schwab, *Chemisorbtion Introdutory Lecture*, Sec. Int. Cong. Surfaces. Activity, vol. II, Londra, Butterwoorths Sc. Publ., 1957.
3. K. Mahler, *Apparatur zum Kontinuierlichen Aufzeichen* von Sorptions Istothermen, Chem. Ing. Tech., **33**, *9*, 675 (1961).
4. A. Kuhn, *Kolloidchemisches Taschenbuch*, Academisches Leipzig, Verlaggesell, 1960.
5. A. Guyer, B. Böhlen, P. Hoch, Determination des isotermes d'asorption, Helv. chim. Acta, **XLII**, *7*, 2672 (1959).
6. E. G. Jukovskaia, M. M. Dubinin, *Ob adsorbtionîh svoistvah uglerodnîh adsorbentov isledovania adsorbționîh svoistv aktivnîh uglei c razvitoi perehodenoi poristostiu*, Izd. Akad. Nauk SSSR, Otd. Himiceskih Nauk, *10*, 1705 (1959).
7. M. M. Dubin, E. G. Jukovskaia, D. V. Zaverina, *Ob adsorbtionîh svoistvah uglerodnîh adsorbentov, osobennosti sorbția parov vodî, aktivnîm ugliami v oblasti vîsokih otnositelnîh davlenii*, Izd. Akad. Nauk SSSR, *6*, 966 (1960).
8. I. I. Ioffe, L. M. Pismen, *Injenernaia himia geterogennogo kataliza*, Moskva, Izd. Himia, 1965.
9. C. Coroiu, *Cercetări termogravimetrice privind arderea sterilului de mină de la exploatările carbonifere din Valea Jiului*, St. cerc. energ. electroteh., *3* (1970).
10. A. Lissner, A. Thau, *Die Chemie der Braunkohle*, Halle (Saale), VEB Wilh. Knapp-Verlag, 1956.
11. R. Vignaud, ș.a. XII-eme Journees Intrnat. de etude des piles a combustible, Bruxelles, 1967.
12. D. W. van Krevelen, *Coal Science*, N.Y., Els. Publ. Comp., 1957.
13. E. Bratu, Bul. Inst. naț. de cercetări tehnice, *II* (1947).
14. Krischer, O. *Die Wissenschaftlicher Grundlagen der Torckungstechnik*, Berlin, Springer — Verlag, 1956.

UTILIZAREA ALGEBREI LINIARE ȘI ANALIZEI DIMENSIONALE LA STUDIUL CURGERILOR VÎSCOASE PERMANENTE CU SCHIMB DE CĂLDURĂ

DE

536 :621.1

I. MĂRĂCINEANU

Se expune modul general de aplicare a metodelor algebrice în stabilirea complecșilor adimensionali caracteristici curgerilor cu transfer de căldură. Plecînd de la mărimile fizice caracteristice ale fenomenului studiat, invarianții căutați rezultă sub forma unui sistem fundamental de soluții. Se exemplifică modul de lucru pe o curgere cu schimb de căldură prin rețele de palete și se pun în evidență complecși adimensionali specifici acestui gen de procese.

Printre procesele fizice complexe cu largi aplicații practice, se înscriu și curgerile turbulente cu transfer de masă și căldură, frecvent însoțite de reacții chimice și schimb de lucru mecanic. Abordarea analitică a acestui gen de procese este extrem de dificilă, deoarece se ajunge la sisteme de ecuații diferențiale de cea mai complexă formă, a căror integrare directă, cu excepția unor cazuri simple, nu poate fi făcută, cu atît mai mult cu cît în mod frecvent condițiile de unicitate nu pot fi stabilite cu precizie. Pe de altă parte, rezolvarea aproximativă a acestor sisteme de ecuații nu este recomandabilă, deoarece ea poate conduce la soluții mult diferite de rezultatele cercetărilor experimentale. Din aceste motive sînt preferate metodele de rezolvare teoretico-experimentale bazate pe analiza dimensională și teoria asemănării, care prezintă avantajul că dau soluții pentru o întreagă clasă de fenomene simile, pe baza studierii unui singur fenomen considerat ca model.

Una din problemele importante pe care o ridică aplicarea acestor metode o constituie stabilirea complecșilor adimensionali care caracterizează fenomenul studiat. Acest lucru este posibil de realizat pe baza principiului omogenității dimensionale, care exprimă în fond independența fenomenelor fizice de sistemul de unități ales. Respectînd acest principiu, invarianții se pot stabili fie plecînd de la sistemul de ecuații care descrie

fenomenul, fie de la mărimile fizice care caracterizează procesul studiat, utilizînd metodele analizei dimensionale. În acest din urmă caz, nu este necesară cunoaşterea ecuaţiilor care descriu fenomenul, însă trebuie precizate mărimile fizice caracteristice. În cazul în care numărul acestor mărimi fizice este mare, atunci stabilirea complecşilor adimensionali se face comod pe baza teoriei ecuaţiilor algebrice liniare şi omogene.

Lucrarea de faţă îşi propune ca, după o succintă expunere a modului general de determinare a invarianţilor pe baza metodelor algebrice, să prezinte acest lucru pentru o curgere cu schimb de căldură printr-o reţea plană de profile aerodinamice.

Pentru aceasta se presupune că un fenomen fizic oarecare este caracterizat de n mărimi fizice $B_1, B_2, \ldots, B_i, \ldots$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ şi că cel puţin teoretic el poate fi exprimat printr-o funcţie dimensional-omogenă de forma

$$\Phi_0 (B_1, B_2, \ldots, B_i, \ldots, B_n) = 0 \tag{1}$$

sau, în cazul cînd se consideră k mărimi principale, funcţia (1) poate fi retranscrisă sub forma

$$\Phi_1 (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-k}) = 0, \tag{2}$$

în care locul celor n mărimi fizice caracteristice este luat de $(n - k)$ combinaţii adimensionale π_i.

Oricare invariant poate fi exprimat printr-o relaţie de următoarea structură :

$$\pi_i = B_1^{x_1} \cdot B_2^{x_2} \ldots B_i^{x_i} \ldots, \tag{3}$$

în care B_i este o mărime fizică curentă ce caracterizează fenomenul, iar exponenţii x_i sînt puterile la care trebuie ridicate mărimile B_i pentru a asigura adimensionalitatea expresiei (3).

Presupunînd pentru simplificare că mărimile principale alese sînt mărimile fundamentale ale sistemului S.I., şi anume masa M, lungimea L, timpul T şi temperatura θ (deci $k = 4$), ecuaţia dimensională a relaţiei (3) va fi

$$[\pi] = (L^{a_{11}} M^{a_{21}} T^{a_{31}} \theta^{a_{41}})^{x_1} (L^{a_{12}} M^{a_{22}} T^{a_{32}} \theta^{a_{42}})^{x_2} \ldots (L^{a_{1i}} M^{a_{2i}} T^{a_{3i}} \theta^{a_{4i}})^{x_i} \ldots \tag{4}$$

Condiţia de omogenitate dimensională impusă expresiei (4) conduce, după prealabila ei ordonare după puterile lui L, M, T şi θ, la următorul sistem de ecuaţii liniare şi omogene :

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n &= 0, \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n &= 0, \\ a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + \ldots + a_{3n} x_n &= 0, \\ a_{41} x_1 + a_{42} x_2 + \ldots + a_{4n} x_n &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

sau, sub formă matriceală,

$$AX = 0, \tag{5'}$$

unde X este vectorul-coloană $X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{Vmatrix}$, iar A matricea asociată sistemului (5'):

$$A = \| a_{ij} \|, \text{ unde } a_{ij} \in R$$

$$(j = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, 3, 4). \tag{6}$$

Sistemul (5) admite şi alte soluţii în afara celei banale. Într-adevăr, presupunînd că determinantul principal extras din (6) este

$$\Delta = |a_{ij}| = l \neq 0 \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, l \leqslant 4), \tag{7}$$

rezultă că rangul matricei A şi deci şi al sistemului (5) este

$$r(A) = l < n. \tag{8}$$

În consecinţă, sistemul (5) se poate rezolva după regula lui Cramer în funcţie de necunoscutele principale $x_1, x_2, \ldots, x_l$. Astfel, dînd valori complet arbitrare necunoscutelor neprincipale, de exemplu cele de mai jos :

Seria nr.	x_{l+1}	x_{l+2}	$\cdots$	x_n
1	1	0	$\cdots$	0
2	0	1	$\cdots$	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$n-k$	0	0	$\cdots$	1

(9)

se obţin valorile corespunzătoare ale necunoscutelor principale.

Tabloul (9) permite deci determinarea a $(n - k)$ serii de soluţii pentru sistemul (5), care pot fi privite ca un sistem de $(n - k)$ vectori orizontali de forma

$$v_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots, \alpha_{in}), \tag{10}$$

cu $$i = 1, 2, \ldots (n - k)$$

şi cu coordanatele cărora se poate întocmi matricea soluţiilor :

$$\begin{array}{c|cccccccc} & x_1, & x_2, & \dots & x_k, & x_{k+1}, & \dots & x_n \\ \hline v_1 & a_{11}, & a_{12} & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ v_2 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \mathrm{I} & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{n-k} & a_{n-k,1} & a_{n-k,2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \qquad (11)$$

care are rangul $r = n - k$, deoarece conţine minorul de ordinul $(n - k)$ diferit de zero, format din elementele matricei-unitate :

$$[\mathrm{I}]_{n-k} = \| e_{ij} \|, \text{ cu } e_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ dacă } i \neq j, \\ 1, \text{ dacă } i = j. \end{cases} \qquad (12)$$

Acest minor este determinantul principal al sistemului de vectori a cărei matrice este (11) şi permite să se tragă concluzia că cei $(n - k)$ vectori-linie cu coordonatele cărora s-a format matricea (11) sînt liniar independenţi şi formează un ansamblu de soluţii fundamentale pentru sistemul (5).

Revenind acum la ecuaţia dimensională (4), este interesant de remarcat faptul că, dacă se întocmeşte tabloul coeficienţilor exponenţilor mărimilor fizice caracteristice considerate sub forma de mai jos :

$$\begin{array}{c|cccc} & B_1 & B_2 & \dots & B_n \\ \hline L & a_{11} & a_{12} & \dots & a_n \\ M & \cdot & & & \cdot \\ T & \cdot & & & \cdot \\ \theta & a_{41} & \dots & & a_{4n} \end{array} \qquad (13)$$

acest tablou conţine matricea (6) a sistemului de ecuaţii (5). Constatarea este esenţială, deoarece leagă implicit scrierea şi rezolvarea sistemului (5) de întocmirea tabloului dimensional (13). Cum, pe de altă parte, sistemul de ecuaţii (5) şi sistemul fundamental de vectori (11) sînt o consecinţă a aplicării principiului omogenităţii dimensionale relaţiei (3), înseamnă că fiecare linie a matricei (11) poate fi privită nu numai ca vector, ci şi ca serie de exponenţi care determină un anume complex adimensional. Cu alte cuvinte, vectorii v_i liniari independenţi din matricea soluţiilor sînt complecşii adimensionali π_i căutaţi, adică

$$v_i = \pi_i \quad (i = 1, 2, \dots n - k) \qquad (14)$$

şi deci determinarea invarianţilor se poate face direct din matricea soluţiilor (11).

Metoda de stabilire a complecşilor adimensionali prezentată mai sus poate fi de real folos în studiul pe instalaţii model a părţii de lucru a turbomaşinilor, motiv pentru care s-a ales pentru ilustrarea modului de lucru cazul unei curgeri permanente cu schimb de căldură printr-o reţea plană de profile aerodinamice.

În acest caz, precizarea mărimilor fizice caracteristice este înlesnită de faptul că, pe de o parte, există o teorie hidrodinamică a reţelelor de profile [9], [10], iar pe de altă parte că se cunosc o serie de rezultate experimentale în acest domeniu [9] — [11], [13] — [17].

În aceste condiţii, o astfel de curgere este caracterizată de următoarele mărimi fizice :

— *mărimi geometrice* :
- t — pasul reţelei [m],
- c — coarda profilului [m],
- f — săgeata scheletului profilului [m],
- d — grosimea maximă a profilului [m];

— *mărimi mecanice* :
- $\overline{w}$ — viteza fluidului [m/s],
- $\overline{a}$ — viteza sunetului în fluid [m/s],
- p — presiunea statică [N/m^2];
- ρ — densitatea fluidului [kg/m^3],
- η — vîscozitatea dinamică a fluidului [Ns/m^2],
- g — acceleraţia gravităţii [m/s^2],
- F_R — rezistenţa la înaintare [N],
- F_p — porţanţa [N],
- e — energia fluidului raportată la pasul reţelei şi la timp [W/m];

— *mărimi termice* :
- c_p — căldura specifică a fluidului la presiune constantă [J/kg °K],
- c_v — căldura specifică a fluidului la volum constant [J/kg °K],
- λ — coeficientul de conducţie al fluidului [W/m °K],
- α — coeficientul de convecţie [W/m^2 °K]
- θ_f — temperatura fluidului [°K],
- θ_p — temperatura la suprafaţa profilelor reţelei [°K].

Ca mărimi de bază se aleg mărimile fundamentale ale sistemului de unităţi S. I., aşa încît, cum numărul mărimilor fizice caracteristice este 19, vor rezulta 15 complecşi adimensionali.

Relaţia (3) în cazul considerat va fi

$$\pi = t^{x_1}\,\overline{w}^{x_2}\,p^{x_3}\,\theta_f^{x_4}\,\rho^{x_5}\,\eta^{x_6}\,g^{x_7}\,F_R^{x_8}\,c_p^{x_9}\,\alpha^{x_{10}}\,\lambda^{x_{11}}\cdot e^{x_{12}}\,c^{x_{13}}\,f^{x_{14}}\,d^{x_{15}}\,\overline{a}^{x_{16}}\,F_p^{x_{17}}\,c_v^{x_{18}}\,\theta_p^{x_{19}} \tag{15}$$

a cărei ecuaţie dimensională este

$$\begin{aligned}[\pi] = {} & (L)^{x_1}\,(LT^{-1})^{x_2}\,(ML^{-1}\,T^{-2})^{x_3}\,(\theta)^{x_4}\,(ML^{-3})^{x_5}\cdot \\ & \cdot(ML^{-1}\,T^{-1})^{x_6}\,(LT^{-2})^{x_7}\,(MLT^{-2})^{x_8}\,(L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1})^{x_9}\cdot \\ & \cdot(MT^{-3}\,\theta^{-1})^{x_{10}}\,(MLT^{-3}\,\theta^{-1})^{x_{11}}\,(MLT^{-3})^{x_{12}}\cdot \\ & \cdot(L)^{(x_{13}+x_{14}+x_{15})}\,(LT^{-1})^{x_{16}}\,(MLT^{-2})^{x_{17}}\cdot(L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1})^{x_{18}}\,(\theta)^{x_{19}}.\end{aligned} \tag{16}$$

Din condiţia de omogenitate dimensională impusă relaţiei (16) rezultă un sistem de ecuaţii liniare şi omogene de tipul sistemului (5), a cărei matrice se poate deduce direct din tabloul dimensional al mărimilor fizice care caracterizează fenomenul în modul în care a fost arătat anterior.

Pentru cazul în speţă, matricea dimensională (13) devine de forma

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	t	$\bar{w}$	p	θ_f	ρ	η	g	F_R	c_p	α	λ	e	c	f	d	$\bar{a}$	F_p	c_v	θ_p
L	1	1	−1	0	−3	−1	1	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1	2	0
M	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
T	0	−1	−2	0	0	−1	−2	−2	−2	−3	−3	−3	0	0	0	−1	2	−2	0
θ	0	0	0	1	0	0	0	0	−1	−1	−1	0	0	0	0	0	0	−1	1

Din (17) se deduce direct determinantul principal al sistemului de ecuaţii, şi anume

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0. \tag{18}$$

Din (18) rezultă că rangul matricei coeficienţilor sistemului de ecuaţii liniare şi omogene este $r(A) = 4$ şi, în consecinţă, sistemul de ecuaţii va admite ca necunoscute principale pe x_1, x_2, x_3, şi x_4. Rezolvarea sa după regula lui Cramer conduce în final la următoarele expresii pentru necunoscutele principale :

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= -x_6 + x_7 - 2x_8 - x_{11} - x_{12} - x_{13} - x_{14} - x_{15} - 2x_{17}, \\ x_2 &= 2x_5 + x_6 - 2x_7 - 2x_9 - x_{10} - x_{11} - x_{12} - x_{16} - 2x_{18}, \\ x_3 &= -x_5 - x_6 - x_8 - x_{10} - x_{11} - x_{12} - x_{17}, \\ x_4 &= x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{18} - x_{19}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Dînd valori arbitrare necunoscutelor x_5, x_6, ..., x_{19}, de exemplu, după modelul tabloului (9), în care se pune $n = 19$, $k = 4$ şi $n - k = 15$. vor rezulta 15 serii de soluţii pentru sistemul de ecuaţii sau 15 vectori de

forma (10), ale căror coordonate scrise pe linii formează următoarea matrice a soluțiilor:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}
V_1	0	2	−1	0	1	0	0	0	0	·	·	·	·	·	·	·	·	0	0
V_2	−1	1	−1	0	0	1	0	0	0	·	·	·	·	·	·	·	·	0	0
V_3	1	−2	0	0	0	0	1	0	0	·	·	·	·	·	·	·	·	0	0
V_4	−2	0	−1	0	0	0	0	1	0	·	·	·	·	·	·	·	·	0	0
V_5	0	−2	0	1	·	·	·	·	·									·	·
V_6	0	−1	−1	1	·	·	·	·		·								·	·
V_7	−1	−1	−1	1	·	·	·	·			·							·	·
V_8	−1	−1	−1	0	·	·	·	·				·						·	·
V_9	−1	0	0	0	0	0	0	0	·	·	·	·	1	·	·	·	0	0	0
V_{10}	−1	0	0	0	·	·	·	·						·			·	·	·
V_{11}	−1	0	0	0	·	·	·	·							·		·	·	·
V_{12}	0	−1	0	0	·	·	·	·								·	·	·	·
V_{13}	−2	0	−1	0	·	·	·	·									·	·	·
V_{14}	0	−2	0	1	0	0	0	·	·	·	·	·	·	·			0	1	0
V_{15}	0	0	0	−1	0	0	0	·	·	·	·	·	·	·			0	0	1

(20)

care are rangul $r = 15$, deoarece ea conține minorul de ordinul 15 diferit de zero, format din elementele matricei-unitate. Acest minor este determinantul principal al sistemului de vectori.

Înseamnă deci că cei 15 vectori linie sînt liniari independenți, iar coordonatele lor sînt totodată exponenții mărimilor fizice care intră în alcătuirea complecșilor adimensionali căutați.

Completînd matricea (20) ca mai jos:

	t	$\bar{w}$	. . . . .	θ_p
	x_1	x_2	. . . . .	x_{19}
$\pi_1 \equiv v_1$	0	2	. . . . .	0
$\pi_2 \equiv v_2$	−1	1		·
⋮	⋮	⋮		⋮
$\pi_{15} \equiv v_{15}$	0	0	. . . . .	1

(21)

înlocuirea succesivă a coordonatelor vectorilor linie în relația (3) conduce la stabilirea imediată a invarianților căutați, sub forma următorului sistem fundamental de soluții :

$$
\left.
\begin{aligned}
\pi_1 &= w^2 p^{-1} \rho = \frac{w^2 \rho}{p}, \\
\pi_2 &= t^{-1} w p^{-1} \eta = \frac{w \eta}{t p}, \\
\pi_3 &= t\, w^{-2} g = \frac{t g}{w^2}, \\
\pi_4 &= t^{-2}\, p^{-1}\, F_R = \frac{F_R}{p t^2}, \\
\pi_5 &= w^{-2}\, \theta_f\, c_p = \frac{\theta_f\, c_p}{w^2}, \\
\pi_6 &= w^{-1} p^{-1}\, \theta_f\, \alpha = \frac{\alpha\, \theta_f}{w p}, \\
\pi_7 &= t^{-1} w^{-1} p^{-1}\, \theta_f\, \lambda = \frac{\lambda \theta_f}{t w p}, \\
\pi_8 &= t^{-1} w^{-1} p^{-1} e = \frac{e}{t w p}, \\
\pi_9 &= t^{-1} c = \frac{c}{t}, \\
\pi_{10} &= t^{-1} f = \frac{f}{t}, \\
\pi_{11} &= t^{-1} d = \frac{d}{t}, \\
\pi_{12} &= w^{-1} a = \frac{a}{w}, \\
\pi_{13} &= t^{-2} p^{-1} F_p = \frac{F_p}{t^2 p}, \\
\pi_{14} &= w^{-2}\, \theta_f\, c_v = \frac{c_v\, \theta_f}{w^2}, \\
\pi_{15} &= \theta_f^{-1}\, \theta_p = \frac{\theta_p}{\theta_f}.
\end{aligned}
\right\} \qquad (22)
$$

Trebuie remarcat faptul că, întrucît ansamblul de invarianți obținuți constituie unul din multitudinea de sisteme fundamentale ale problemei, nu trebuie să surprindă că din structura sa nu rezultă în mod direct o serie de complecși adimensionali de largă utilizare. Absența acestora se explică prin aceea că în cazul de față, din considerentele legate de alegerea mărimilor fizice principale, s-a obținut un sistem de soluții în care ponderea criteriilor clasice este mai mică. În acest sens este ușor de observat că invarianții π_1, π_3 și π_{12} reprezintă inverșii criteriilor Euler, Froude și Mach, în timp ce π_9, π_{10}, π_{11} și π_{15} sînt simplexuri frecvent întîlnite în studiul rețelelor de palete.

În principiu însă este posibilă schimbarea sistemului fundamental de soluții, așa încît noul ansamblu de invarianți să rezulte cît mai adecvat cercetării fenomenului fizic dat.

Apelînd la procedeele obișnuite de obținere a unor noi sisteme de soluții derivate dintr-o formă deja cunoscută, ansamblului (22) i se poate modifica relativ ușor structura dacă invarianții săi sînt supuși unor operații convenabil alese de multiplicare sau de dividere. În felul acesta pot rezulta forme noi de complecși adimensionali, a căror interpretare fizică este mai sugestivă. Un exemplu în acest sens îl oferă seria următoare de noi invarianți rezultată din criteriile inițiale

$$\left.\begin{aligned}
\pi_1' &= \frac{\pi_5}{\pi_{14}} = \frac{c_p}{c_v} = k, \\
\pi_2' &= \frac{\pi_6}{\pi_7} = \frac{\alpha t}{\lambda} = \mathrm{Nu}, \\
\pi_3' &= \frac{\pi_4}{\pi_8} = \frac{F_R w}{e t}, \\
\pi_4' &= \frac{\pi_{13}}{\pi_8} = \frac{F_p w}{et}, \\
\pi_5' &= \frac{\pi_6}{\pi_8} = \frac{\alpha t \theta_f}{e}, \\
\pi_6' &= \frac{\pi_7}{\pi_8} = \frac{\lambda \theta_f}{e} \\
\pi_7' &= \frac{\pi_{13}}{\pi_8} = \frac{F_p}{F_R}.
\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Aici π_1' este chiar exponentul adiabatic, care pentru curgerile gazoase reprezintă un criteriu de similitudine, în timp ce complexul adimensional π_2' nu este altul decît numărul Nusselt, în care lungimea caracteristică este pasul rețelei.

Analiza structurii invarianților π_3', π_4' și π_7' arată că aceștia pot fi interpretați ca mărimi pur specifice curgerilor prin rețele de profile. Într-adevăr, atît π_3' cît și π_4' pot fi priviți drept coeficienți gazodinamici de putere ai rețelei de profile, deoarece ei indică în mod procentual cît anume din puterea totoală a curentului fluid de viteză $\overline{w}$ este consumată pentru realizarea portanței F_p (invariantul π_4') și cît pentru învingerea rezistenței F_R (invariantul π_3'). În ceea ce privește simplexul π_7', el poate juca rolul de coeficient dinamic de eficiență al rețelei, întrucît valoarea sa este dată de raportul dintre forța portantă și cea de rezistență.

Analiza criteriilor π_5' și π_6' evidențiază faptul că aceștia permit compararea fluxului convectiv de căldură dintre rețea și fluid, respectiv a celui schimbat prin conducție, cu energia totală a curentului raportată la pasul rețelei și la timp. De aceea, dată fiind structura lor, importanța lor în studiul curgerilor cu schimb de căldură s-ar putea dovedi a fi de același ordin de mărime cu cea a numerelor Nusselt și Stanton sau chiar mai mare.

Prelucrarea adecvată a unor invarianți conținuți în ansamblul de soluții (22) permite evidențierea unor combinații criteriale cunoscute.

Astfel π_2 poate fi pus sub forma

$$\pi_8' = k\frac{M^2}{\mathrm{Re}}, \tag{24}$$

în timp ce din π_5 și π_6 rezultă

$$\pi_9' = \frac{\pi_6}{\pi_5} = k\ M^2\ \mathrm{St} = k\frac{M^2\,\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}}, \tag{25}$$

ceea ce arată că în cadrul unui sistem fundamental de invarianți de felul ansamblului (22) structura anumitor criterii ascunde de fapt combinații ale unor complecși adimensionali cunoscuți.

Materialul prezentat permite a se formula în final următoarele concluzii:

1. În cazul fenomenelor complexe, caracterizate de multe mărimi fizice cum sînt curgerile cu transfer de căldură, sînt recomandabil de utilizat metodele algebrice de determinare a structurii invarianților, datorită simplității, rapidității și eficienței lor.

2. Metodele algebrice combinate cu analiza dimensională permit în cazul curgerilor cu schimb de căldură să se evite dificultățile integrării directe a ecuațiilor diferențiale care descriu fenomenul și totodată să se obțină complecși adimensionali caracteristici, a căror structură să redea specificul acestor fenomene (de exemplu criteriile π_3', π_4', ... π_7').

3. Un merit important al acestor metode constă în aceea că prin aplicarea lor la analiza proceselor fizice se demonstrează că ansamblul de invarianți obținut este un sistem fundamental de soluții sau o bază a spațiului liniar S, constituit din mulțimea soluțiilor sistemului inițial de ecuații (5).

În consecință, sistemul de soluții obținut nu este unic și poate fi modificat, ceea ce echivalează cu o schimbare a bazei spațiului S.

4. Se constată că, dacă din punct de vedere pur matematic sistemele fundamentale de soluții sînt echivalente, ele fiind baze ale aceluiași spațiu liniar S, privite prin prisma cercetărilor experimentale, nu toate dintre ele au o structură convenabilă. De aceea în multe cazuri practice se impune schimbarea sistemului fundamental de invarianți, așa încît noua formă obținută să fie cît mai adecvată studiilor experimentale. Deoarece pentru studiul fenomenelor fizice existența sistemelor fundamentale optime de invarianți este o realitate obiectivă, rezultă că rezolvarea acestei probleme importante impune cu necesitate introducerea unor criterii fizice de restrictivitate, specifice procesului studiat și în corelație directă cu cerințele cercetării experimentale, care să conducă în final la formele cele mai potrivite ale ansamblelor de complecși adimensionali.

În felul acesta, orice încercare de rezolvare a acestei probleme ar reprezenta o contribuție bine venită la dezvoltarea metodelor teoretico-experimentale.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Hedly, *Linear Algebra*, Londra, 1961.
2. A. Angot, *Complemente de matematică pentru inginerii din electrotehnică și din telecomunicații*. București, 1965.
3. Gh. Sabac, *Matematici speciale*, vol. I, București, 1964.
4. R. Cristescu, *Matematici generale*, vol. II, București, 1969.
5. А. А. Тухман, *Введение в теорию подобия*, Москва, 1963
6. А. С. Эйгенсон, *Моделирование*, Москва, 1952.
7. И. Л. Седов, *Методы подобия и размерности в механике*, Москва, 1965.
8. A. A. Vasilescu, *Analiza dimensională și teoria similitudinii*, București, 1969.
9. Г. Ю. Степанов, *Гидродинамика решеток турбомашин*, Москва, 1962.
10. N. Scholz, *Aerodynamik der Schaufelgitter*, Berlin, 1965.
11. Г. С. мброк, *Исследование локальной теплопередачи газотурбиного профиля*, Энергомашиностроение, *2* (1960).
12. А. А. Гухман, *Применение теории подобия к исследованию процессов тепломассобмена*, Высшая школа, Москва, 1967.
13. L. A. Walker, E. Markland, *Heat transfer to turbine blading in the presence of secondary flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, *8* (1965).
14. L. A. Walker, E. Markland, *Calculation of heat transfer to turbine blading in the presence of secondary flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, *10* (1967).
15. H. May, *Investigation of forced convection liquid-cooled Gaz-turbine blades*, Trans. ASME, **A 87**, *1*, 57 (1965).
16. H. H. Ellerbrock, J. H. B. Livingood, *Investigation on heat transfer, flow and heat exchangers as related to turbine cooling*, Trans. ASME, **C 81**, *79* (1959).
17. V. Pimsner, I. Mărăcineanu, *Les criteriums Reynolds et le transfert de la chaleur dans l'aubage fixe de la turbine*, Revue Roum. Sci. Techn. Electr. Energ., **13**, *3* (1968).
18. — *Transferul de căldură în rețelele fixe de palete confuzoare*, St. cerc. energ. și Electr., **10**, *3* (1969).

SISTEME POLIFAZICE ÎN MIȘCARE. APLICAȚIE LA ANTRENAREA PRIN COMPRESOARE CU JET A FLUIDELOR PETROLIERE

DE

C. A. VASILESCU și V. PIMSNER

621.53 : 532.5

Se analizează modul de calcul a compresoarelor cu jet care funcționează cu fluide petroliere, fluide alcătuite din amestecuri de gaze (considerate gaze reale), fază lichidă în echilibru cu vaporii săi, suspensie solidă. Se studiază două cazuri: absența schimbului de masă între cele două faze și evoluții pe care lichidul vaporizează sau vaporii condensează. În încheiere se prezintă o serie de rezultate experimentale obținute pe un compresor cu jet montat la un banc de probe.

Literatura analizează satisfăcător problemele ridicate de curgerea gazelor sau a lichidelor. Aplicațiile practice ale acestui proces sînt numeroase, spre exemplu antrenarea unui fluid cu o presiune mai scăzută prin intermediul unui fluid cu o presiune mai ridicată pînă la o presiune medie, folosind compresorul cu jet. Asemenea aparate au căpătat o largă răspîndire în ultimul timp în industria extractivă a gazelor naturale, obținîndu-se avantaje tehnice-economice importante [1]. Aceste rezultate, asociate cu exploatarea simplă a aparatelor, a condus la interesul pentru extinderea compresoarelor cu jet și în industria petrolieră pentru antrenarea fluidelor petroliere, care sînt gaze, amestecuri de lichid și gaze, lichide cu suspensii solide, amestecuri de lichide și gaze cu suspensii solide.

Prezența lichidului în amestec poate fi variată : picături fine, peliculă de lichid pe pereți, „pachete" de lichid ; de asemenea compoziția chimică este diferită : hidrocarburi, apă, sare, nisip.

Problema proceselor care au loc în timpul curgerii cu viteze mari și a amestecării acestor fluide nu este suficient cercetată și de aceea calculul compresoarelor cu jet funcționînd cu fluide petroliere nu este pus la punct.

În lucrarea de față se vor analiza elementele de bază ale proceselor termodinamice care au loc în fluidele polifazice în mișcare și amestecare în vederea elaborării unei metode de calcul aproximativ a compresoarelor cu jet pentru asemenea fluide. Se va considera cazul general al unui fluid

petrolier alcătuit din gaze, dispersie solidă și o fază lichidă sub formă de picături uniform repartizate. Se vor studia două situații : cazul în care nu se ține seama de vaporizarea picăturilor sau de condensarea vaporilor și cazul în care se ia în considerare schimbul de substanță între cele două faze. Pentru ușurința calculelor se vor face cîteva ipoteze simplificatoare. În final se prezintă și unele rezultate experimentale.

1. CALCULUL PROCESELOR DIN COMPRESORUL CU JET ÎN IPOTEZA ABSENȚEI SCHIMBULUI DE MASĂ ÎNTRE FAZE

1.0. Fie un compresor cu jet care lucrează cu fluide constituite din amestec de gaze și lichid ; amestecul antrenează cu sine și material solid. Se face ipoteza că faza gazoasă este alcătuită dintr-un amestec de gaze care se comportă ca gaze reale (avînd mărimile de stare apropiate de curba de saturație). Lichidul se consideră dispersat sub formă de picături fine ; faza lichidă se află în echilibru cu vaporii respectivi. Se consideră că fluidul nu schimbă de stare de agregare în timpul proceselor din compresorul cu jet. Cantitatea de material solid se consideră a fi dispersată sub formă de particule mici și repartizată uniform în gaz. Se face ipoteza că atît particulele de solid, cît și picăturile lichide pot fi antrenate de gaz la viteza pe care aceasta o capătă. Se neglijează volumul fazei lichide și a particulelor solide față de volumul gazului.

În cuprinsul lucrării se vor folosi doi indici : primul indice se referă la starea fizică : g-gaz ; l-lichid ; s-solid, iar al doilea la nivelul presiunii : s-fluidul de presiune superioară ; i-fluidul de presiune inferioară ; m-fluidul comprimat la presiune medie.

1.1. Ca urmare a ipotezelor privitoare la volumul și la masa fazei lichide, determinarea mărimilor de stare se face folosind ecuații caracteristice de stare pentru fluidele respective, considerate gaze reale.

Se consideră într-o primă aproximație că aceste fluide se comportă ca fluide termodinamice asemenea. În acest caz se poate folosi ecuația Van der Waals, exprimată prin parametrii de similitudine

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(\omega - 1) = 8\tau, \tag{1}$$

unde mărimile raportate sînt $\pi = \frac{p}{p_{cr}}$; $\omega = \frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V}_{cr}}$; $\tau = \frac{T}{T_{cr}}$, indicele cr arătînd mărimile critice).

Avantajul folosirii acestei ipoteze rezidă și în faptul că mărimile $\frac{\mathcal{C}_p}{\mathcal{R}}$, $\frac{\mathcal{S} - \mathcal{S}_0}{\mathcal{R}}$, $\frac{\mathcal{U} - \mathcal{U}_0}{\mathcal{R}}$, $\frac{\mathcal{I} - \mathcal{I}_0}{\mathcal{R}}$ etc. sînt aceleași pentru toate fluidele termodinamic asemenea (literele ronde indică mărimi molare). În realitate, datele din literatură [2] arată abateri sensibile ale fluidelor, chiar ale hidrocarburilor parafinice, față de comportarea fluidelor termodinamic asemenea (fig. 1). Pentru a calcula mărimile de stare în acest caz se va

utiliza metoda propusă în literatură [3] de a folosi presiunea și temperatura raportate corelate cu factorul de corecție Z al volumului, rezultatele fiind amendate de factori deduși experimental. Astfel

$$Z = Z_0 + \omega' Z_1, \tag{2}$$

în care Z_0 este factorul aparent de compresibilitate, Z_1 un factor de corecție, iar

$$\omega' = -\log \pi' - 1{,}000, \tag{3}$$

unde π' este presiunea raportată a vaporilor la $\tau = 0{,}7$ [4]; valori pentru coeficienții din relația (2) se dau tabelați în literatură.

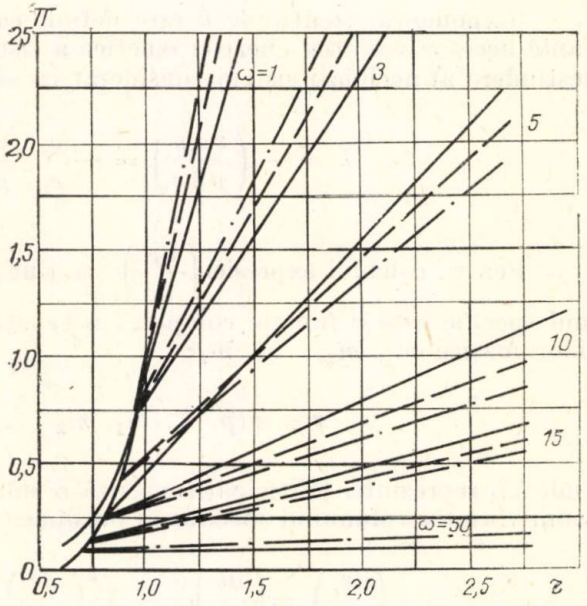


Fig. 1. — Variația presiunii raportate π în funcție de temperatura raportată τ, volumul raportat ω parametru pentru cîțiva alcani: — CH_4; · — · — C_3H_8 — — C_5H_{12}.

În domeniul în care există asemenea date experimentale, rezultatele sînt mulțumitoare: nu pot fi însă apreciate eventualele erori determinate de extrapolarea datelor. Se pot de asemenea folosi ecuații de stare mai complexe sau, acolo unde există, diagrame termodinamice pentru amestecurile respective de gaze considerate gaze reale.

1.2. Problema destinderii gazului de înaltă presiune pînă la condițiile din camera de amestec (unde se consideră că domnește presiunea inferioară p_i) conduce la calculul vitezei de curgere cu relația

$$w_{gs} = \varphi \sqrt{2 \frac{i_{gs} - i_{gsd}}{1 + \overline{m}_{ls} + m_{ss}}}, \tag{4}$$

unde $\overline{m}_{ls} = \dfrac{m_{ls}}{m_{gs}}$; $\overline{m}_{ss} = \dfrac{m_{ss}}{m_{gs}}$ și φ un factor care ține seama de pierderile în procesul real.

În relația (4) i_{gsd} reprezintă entalpia amestecului de gaze în urma unei destinderi adiabatice reversibile de la presiunea p_s și temperatura T_s și pînă la presiunea p_i. După cum se știe, $i_{gsd} \geqslant i_{gs_{cr}}$, unde diferența de entalpie corespunde vitezei sunetului : $i_{gs} - i_{gsd} = kRT_{cr}$; se cunosc metode pentru a calcula această diferență de entalpie analitic sau grafic [5], [6]. În măsura în care nu este posibil să se folosească o diagramă i-s, se poate calcula temperatura finală T_{gsd} din relația adiabatei reversibile :

$$T_{gsd} = T_s \left(\frac{p_i}{p_s}\right)^{\frac{k_d-1}{k_d}} \tag{5'}$$

Exponentul izentropic k este definit ca raportul dintre lucrul mecanic necesar variației energiei cinetice a sistemului și lucrul mecanic de destindere al aceluiași sistem considerat ca sistem închis, deci

$$k = -\left(\frac{v\,\mathrm{d}p}{p\,\mathrm{d}v}\right)_s = -\frac{c_p}{c_v}\,\frac{v}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \tag{6}$$

Pentru calculul expresiei $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T$ se ține seama de faptul că volumul specific este o funcție complexă a ecuației de stare și a participațiilor masice $\overline{m}_1, \overline{m}_2, \ldots, \overline{m}_i$:

$$v = \varphi(p,\ T,\ \overline{m}_1,\ \overline{m}_2\ \ldots\ \overline{m}_{n-1}), \tag{7}$$

unde $\overline{m}_i$ reprezintă participația masică a substanței i. Se poate exprima acum variația volumului specific cu presiunea pe curba-limită superioară :

$$\left(\frac{\mathrm{d}v_r}{\mathrm{d}p}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{T,n} + \sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{\partial v}{\partial n_k}\right)_{T,p,n_i}\left(\frac{\mathrm{d}n_k}{\mathrm{d}p}\right)_T \tag{8}$$

și deci calcula expresia (6).

1.3. Starea fluidului în camera de amestec a compresorului cu jet, după amestecare, se determină cu ecuația cantității de mișcare. Considerîndu-se presiunea din camera de amestec p_i și neglijîndu-se gradientul de presiune, se poate calcula viteza în camera de amestec după amestecare :

$$w_{mc} = \xi_1\xi_2\,\frac{m_{gs}(1 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss})}{m_{gi}(1 + \overline{m}_{li} + \overline{m}_{si}) + m_{gs}(1 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss})}\,w_{gs}, \tag{9}$$

expresie în care $\overline{m}_{li} = \frac{m_{li}}{m_{gi}}$; $\overline{m}_{si} = \frac{m_{si}}{m_{gi}}$. În expresia (9), factorul experimental ξ_1 ține seama de pierderile care apar ca urmare a procesului

ireversibil de amestecare, iar factorul experimental ξ_2 ține seama de pierderile care apar ca urmare a amestecării suspensiilor solide și lichide.

1.4. Procesul de comprimare în difuzor se execută pînă la o presiune medie p_m care se determină după cum urmează. Entalpia fluidului amestecat va fi

$$i_{mc} = \frac{m_{gs}\, i_{gs} + m_{gi}\, i_{gi} - \frac{w_{r\,s}^2}{2}(m_{ls} + m_{ss})}{m_{gs} + m_{ls} + m_{ss} + m_{gi} + m_{li} + m_{si}}, \tag{10'}$$

iar entalpia fluidului comprimat la ieșirea din difuzor (neglijînd viteza gazului la presiunea p_m)

$$i_{gm} = i_{mc} + \xi_3 \frac{w_{mc}^2}{2}(2 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss} + \overline{m}_{li} + \overline{m}_{si}), \tag{10''}$$

unde ξ_3 este un coeficient experimental de pierderi în lungul difuzorului.

Cunoscîndu-se entalpiile i_m și i_{mc}, se poate calcula temperatura și prin aplicarea ecuației (5') se determină presiunea de comprimare:

$$p_m = p_i \left(\frac{T_m}{T_{mc}}\right)^{\frac{k_c}{k_c - 1}}, \tag{5''}$$

expresie în care k_c se calculează cu expresia (6).

1.5. Valoarea coeficientului de ejecție se poate determina fie raportat la întreaga cantitate de fluid, fie la cantitatea de gaz. Să numim coeficientul de ejecție raportat la cantitatea de gaz coeficient de ejecție al gazului, $u' = \frac{m_{gi}}{m_{gs}}$.

Din relația (9) se obține

$$w_{mc} = \xi_1 \xi_2 \frac{1 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss}}{u'(1 + \overline{m}_{li} + \overline{m}_{si}) + (1 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss})} w_{gs}$$

și, dacă se notează $\sigma = \frac{1 + \overline{m}_{li} + \overline{m}_{ss}}{1 + \overline{m}_{ls} + \overline{m}_{ss}}$,

$$w_{mc} = \xi_1 \xi_2 \frac{w_{gs}}{\sigma u' + 1}. \tag{11}$$

Folosindu-se relațiile (4) și (10''), relația (11) devine

$$u' = \frac{1}{\sigma}\left[\varphi\, \xi_1\, \xi_2 \sqrt{\xi_3} \sqrt{\frac{i_{gs} - i_{gsa}}{i_{gm} - i_{mc}}(1 + \sigma)} - 1\right], \tag{12}$$

care reprezintă expresia de calcul a coeficientului de ejecție pentru compresorul cu jet funcționînd cu fluide avînd lichide și solide, de masă invariabilă în suspensie.

Cu notațiile folosite pînă aici, cantitățile antrenate se pot calcula: gaz, $m_{gi} = u' m_{gs}$; picături de lichid, $m_{li} = \overline{m}_{li}\, u' m_{gs}$; suspensie solidă, $m_{si} = \overline{m}_{si} \cdot u' m_{gs}$.

2. CALCULUL PROCESELOR DIN COMPRESORUL CU JET ÎN IPOTEZA SCHIMBULUI DE MASĂ ÎNTRE FAZA LICHIDĂ ȘI VAPORII SĂI

2.0. Introducerea ipotezei asupra schimbului de masă între faza lichidă și vaporii săi necesită o serie de rafinamente în considerarea proceselor din compresorul cu jet.

2.1. Se precizează cantitățile de substanță din fiecare compus aflate în prezența în amestec și repartiția lor între faza lichidă și vaporii săi.

Fie m_s cantitatea de substanță solidă dispersată care se va considera invariabilă.

Fie m_l' cantitatea de substanță lichidă, m_l'' cantitatea de vapori și m_l cantitatea de component care a dat faza lichidă. Se va presupune că faza lichidă este în orice stare în echilibru cu vaporii săi: prin urmare, faza lichidă va putea vaporiza pînă la atingerea presiunii de saturație, după care vaporizarea încetează.

Se va putea scrie în ipoteza gazelor perfecte sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} p_1 V &= m_1 R_1 T, \\ p_2 V &= m_2 R_2 T, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ p_i V &= m_i R_i T, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ p_l V &= (m_{l_0}'' + x) R_l T \end{aligned} \tag{13}$$

și

$$\Sigma p_i + p_l = p, \tag{14}$$

cantitățile de substanță fiind pentru lichid și vaporii săi

$$\begin{aligned} m_{l_0}'' + x &= m_l'', \\ m_{l_0}' - x &= m_l \end{aligned} \tag{15}$$

(indicele referindu-se la condițiile inițiale).

În expresiile de mai sus $p_1, p_2, \ldots, p_i$ reprezintă presiunile parțiale ale componentelor amestecului de gaze, p_l presiunea parțială a vaporilor de lichid poate să aibă valorile $p_l \leqslant p_{ls}$ cînd $m''_{l_0} + x \leqslant m_l$ și $p_l > p_{ls}$, în care caz $m''_{l_0} + x = m_l$. În aceste expresii, x reprezintă fracția de lichid vaporizat; desigur că este posibil, în funcție de condiții, ca o parte de fluid să condenseze ($-x$).

După ce s-a stabilit pe această cale, într-o primă aproximație și conform cu ipotezele admise, compoziția fazelor, se pot calcula mărimile de stare, folosindu-se ecuația caracteristică a gazelor reale. În acest caz, cantitatea de lichid vaporizat m''_l și nevaporizat m'_l va fi cea rezultată din calculul anterior.

2.2. În cazul curgerii prin ajutaje prezintă importanță cunoașterea vitezei sunetului, precizat de relația

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s,$$

care, pentru curgerile polifazice, necesită o analiză mai atentă, deoarece o evoluție adiabatică se poate realiza cu schimb de masă și de căldură între faze în timpul destinderii, ceea ce conduce la o variație sensibilă a vitezei sunetului. Admițînd egalitatea temperaturilor și a vitezelor ambelor faze, ecuația diferențială a impulsului și a energiei sistemului este

$$w\,\mathrm{d}w + m_g \frac{\mathrm{d}p}{\rho_v} = 0, \tag{16}$$

$$\frac{w^2 - w_0^2}{2} = m_g(i_0 - i),$$

în care w reprezintă viteza fazelor lichidă și gazoasă, iar $i = i_g$; factorul m_g provine din faptul că energia cinetică a unui kg de amestec decurge din lucrul mecanic de destindere a m_g kg de gaze în curgerea reversibilă. Considerînd

$$\rho = \frac{1}{m''_l}\rho_v,$$

se poate scrie

$$a_{rev} = \sqrt{m''_l\, n\, R\, T}, \tag{17}$$

expresie care diferă de viteza sunetului în gaze. Dacă particulele lichide sînt mari, oscilația lor în faza gazoasă poate schimba complet imaginea fenomenului și valoarea vitezei sunetului. Oscilația fazei lichide [7] poate fi prezentată simplificat, considerînd rezistența mediului neinerțială, iar mediul avînd oscilația armonică de forma

$$u_v = u_{v_0} \sin \omega\tau, \tag{18}$$

în care u_{v_0} este amplitudinea oscilației și ω viteza unghiulară a oscilației. Ecuația mișcării ondulatorii a particulei va fi

$$m \frac{\mathrm{d}u_{rev}}{\mathrm{d}\tau} = 3\pi \mu_v \mathrm{d}(u_v - u_{rev}) \tag{19}$$

sau

$$m \frac{\mathrm{d}u_{rev}}{\mathrm{d}\tau} + 3\pi \mu_v \mathrm{d}u_{rev} = 3\pi \mu_v \mathrm{d}u_{v_0} \sin \omega \tau,$$

de unde

$$\frac{u_{rev_0}}{u_{v_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + h_u^2}}, \tag{20}$$

în care $h_u = \frac{\pi \nu \rho_{rev} d^2}{9 \mu_v}$, iar $(\varphi_v - \varphi_{rev})$ defazajul dintre mediu și particulă. În mod identic se determină și variația temperaturii, definindu-se un parametru adimensional:

$$h_T = \frac{\pi \nu C_{p_{rev}} \rho_{rev} d^2}{6 \lambda_v}. \tag{21}$$

Dacă $h_u \leqslant 0{,}1$; și $h_T \leqslant 0{,}1$, viteza mediului și a particulei au practic aceleași amplitudini și faze, deoarece viteza sunetului poate fi determinată cu relația (17). Dacă $h_u \geqslant 10$ și $h_T \geqslant 10$, particulele lichide practic nu oscilează și nu există schimb de căldură între faze.

Determinarea vitezei sunetului simplifică calculele, permițînd generalizarea rezultatelor prin utilizarea funcțiilor dinamicii gazelor, care, existente în literatură, permit un calcul rapid al curgerilor reversibile dacă se cunoaște exponentul adiabatic. Curgerea este reversibilă dacă $\left|\frac{w_g - w_l}{w_l}\right| \leqslant 10^{-2}$ și $\left|\frac{T_l - T_g}{T_g}\right| \leqslant 10^{-2}$. Raportul temperaturilor se determină indirect din ecuația mișcării, ținînd seama de criteriul de similitudine Stokes [8], obținîndu-se relația

$$\frac{12 \lambda_v L}{c_{p_{rev}} \rho_{rev} c_0 d^2} \geqslant 100 (1 + \overline{w}_{\max}) \frac{1 - \overline{t}_{\min}}{1 + \overline{t}_{\min}}, \tag{22}$$

în care $\overline{w}_{\max}$ și $\overline{t}_{\min}$ reprezintă viteza și temperatura adimensionale, raportate la secțiunea de ieșire a conductei.

2.3. Pe baza datelor prezentate în literatură se poate analiza funcționarea ajutajului de accelerare a fluidului activ, luînd în considerare variația raportului masic al fazelor în timpul destinderii și de diferența dintre vitezele fazelor și a structurii stratului-limită. Determinarea secțiunii critice este condiționată de intensitatea factorilor geometrici, masic și

termic. Se poate elabora o metodă grafică de calcul a variației secțiunii, luînd în considerare undele de presiune și de condensație specifice regimului studiat.

2.4. Sînt situații în care se urmărește calculul evoluției de destindere cu relația simplă a adiabaticei.

În acest caz, un parametru indispensabil este exponentul izentropic (6). Dacă pentru gazul perfect k este determinat de raportul căldurilor specifice, pentru gaze reale și pentru amestecuri polifazice $k \neq \frac{c_p}{c_v}$ În general, evoluțiile studiate sînt ireversibile, gradul de ireversibilitate fiind determinat de gradienții vitezelor fazelor, de gradul de dispersiune al fazei lichide în cea gazoasă, de durată de desfășurare a evoluției, de transformările de fază cu degajare sau absorbție de căldură etc. Cu toate că evoluția este adiabatică, curgerea unui amestec polifazic este însoțită de pierderi suplimentare prin frecări datorită diferenței relative de viteze între faze, ceea ce nu permite utilizarea exponentului izentropic, fiind necesară determinarea unui exponent adiabatic, care să înglobeze totalitatea fenomenelor ireversibile menționate. Excluzînd fenomenele specifice gazelor, cauzele ireversibilității evoluțiilor sistemelor polifazice pot fi grupate în interacțiunea mecanică a fazelor, schimbul de căldură și de masă la o viteză finită a transformărilor între faze [9].

Rezolvarea sistemului de ecuații care determină curgerea amestecului polifazic, din care să rezulte valoarea exponentului adiabatic, reprezintă un mare volum de calcule; de aceea se alege o metodă globală [9], bazată pe bilanțul energetic al transformării elementare:

$$\mathrm{d}i_s = v\,\mathrm{d}p + \xi\,\mathrm{d}\,i_s, \tag{23}$$

în care $\mathrm{d}i_s$ este variația elementară de entalpie în evoluția izentropică reversibilă, iar $\xi \mathrm{d}i_s$ micșorarea energiei cinetice.

Relația (23) poate fi scrisă și astfel:

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = \left[\left(\frac{\partial i}{\partial v}\right)_s \frac{1-\xi}{p\dfrac{\partial v}{\partial v_s}}\right]\frac{\mathrm{d}v}{v}, \tag{24}$$

în care $\dfrac{\partial v}{\partial v_s} = f(\xi)$ este raportul variațiilor elementare ale volumului specific într-o evoluție arbitrară și într-o evoluție izentropică, iar $\xi = \xi_g + \xi_{ie}$, în care ξ_g este coeficientul global al pierderilor de energie, exprimînd interacțiunea mecanică a fazelor, pierderile cauzate de transferul de căldură și cele impuse de transformările de fază, iar ξ_{ie} reprezintă coeficientul micșorării căderii de entalpie datorită ireversibilității evoluției de variație a stării vaporilor saturanți umezi. Notînd:

ΔI_{sa} — variația izentropică a entalpiei în evoluția reversibilă de variație a stării amestecului bifazic;

ΔI — variația entalpiei, corespunzătoare energiei cinetice a curgerii bifazice;

ΔI_s — variația izentropică a entalpiei (fictivă), corespunzătoare variației ireversibile a stării amestecului bifazic,

cu notațiile stabilite rezultă

$$\xi = \frac{\Delta I_{sd} - \Delta I}{\Delta I_{sd}} \; ; \; \xi_{iv} = \frac{\Delta I_{sd} - \Delta I_s}{\Delta I_{sd}}.$$

Relația (24) poate fi scrisă sub forma

$$n = -\left(\frac{v\,\mathrm{d}p}{p\,\mathrm{d}v}\right)_s = -\left(\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}v}\right)_s \frac{1-\xi}{p\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v_s}\right)}, \tag{25}$$

care, pentru evoluția reversibilă ($\xi = 0$; $x = 1$), devine

$$n = -\frac{1}{p}\left(\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}v}\right)_s = -\frac{v}{p}\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}v}\right)_s = k_r. \tag{26}$$

Introducînd relația (26) în (25), rezultă expresia exponentului adiabatic a amestecului bifazic în funcție de valoarea exponentului izentropic al evoluției reversibile k_r:

$$n = \frac{k_r(1-\xi)}{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v_s}}. \tag{27}$$

Lipsa schimbului în interiorul fluidului în mișcare conduce la pierderile de energie ($\xi_g = 0$), rezultînd

$$n = \frac{k_r(1-\xi_{ir})}{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v_s}\right)_{ir}} = k_{ir}, \tag{28}$$

în care raportul variației volumelor specifice ale evoluțiilor maxim ireversibilă și reversibilă $\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v_s}\right)_{ir}$ poate fi calculat din relația volumului specific al domeniului bifazic, considerînd că la ireversibilitate maximă $\mathrm{d}x = 0$ rezultă

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s = x_0\left(\frac{\partial v_g}{\partial p}\right)_{sg} + (1-x_0)\left(\frac{\partial v_l}{\partial p}\right)_{sl}, \tag{29}$$

iar

$$\left(\frac{\partial v}{\partial v_s}\right)_{ir} = \frac{\left[x_0\left(\frac{\partial v_g}{\partial p}\right)_{sg} + (1 - x_0)\left(\frac{\partial v_l}{\partial p}\right)_{s_l}\right]_{ir}}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s}. \tag{30}$$

Exprimînd raportul $\frac{\partial v}{\partial p}$ prin exponenţii izentropici respectivi, se obţine

$$\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v_s}\right)_{ir} = k_{ir}\,\frac{\frac{x_0}{k_g} + \frac{1 - x_0}{\bar{v}\,k_l}}{x_0 + \frac{1 - x_0}{\bar{v}}}, \tag{31}$$

în care $\bar{v} = \frac{v_g}{v_l}$, x_0 fiind titlul iniţial al fazei.

Coeficientul ξ_{ir} se determină ţinînd seama că

$$\Delta I_{sa} = c_p R T_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right], \tag{32}$$

de unde

$$\xi_{ir} = 1 - \frac{\frac{k_g}{k_g - 1}\,x_0\,(1 - \pi^{\frac{k_g - 1}{k_g}}) + \frac{k_l}{k_l - 1}\cdot\frac{1 - x_0}{\bar{v}_0}\,(1 - \pi^{\frac{k_l - 1}{k_l}})}{\frac{k_r}{k_r - 1}\,(1 - \pi^{\frac{k_r - 1}{k_r}})\left(x_0 + \frac{1 - x_0}{\bar{v}_0}\right)}, \tag{33}$$

din care rezultă imediat k_{ir}, care la limită, pentru $\pi = \frac{p_2}{p_0} = 1$ $(k_g = k_l)$, devine

$$\lim_{\pi \to 1} k_{ir} = \frac{x_0 + \frac{1 - x_0}{\bar{v}}}{\frac{x_0}{k_g} + \frac{1 - x_0}{\bar{v} k_l}}. \tag{34}$$

Valoarea lui k_{ir} a fost dedusă în ipoteza că toţi exponenţii k_l, k_g, k_r sînt constanţi şi că fazele sînt indiferente la variaţia unui component. Calculele arată o variaţie sensibilă a exponentului adiabatic pentru regimurile de lucru analizate, ceea ce a impus luarea sa în consideraţie.

2.5. Avînd determinat regimul de curgere al fluidului activ, se vor preciza în continuare parametrii schimbului de masă între cele două jeturi care se amestecă în camera de amestec, considerînd că fluidul antrenat are o structură bifazică, în care faza lichidă reprezintă o proporție însemnată.

În zona amestecării se produce sub acțiunea jetului activ o pulverizare suplimentară a fazei lichide și o amestecare mai intimă între fluide, dar poate apărea condensarea unei părți a fluidului activ, ceea ce face ca faza lichidă să aibă structuri diferite în diverse secțiuni. Deci caracteristica principală a transformărilor din zona amestecării sînt variațiile structurale care determină bilanțul energetic al fluidului în diverse secțiuni, ilustrate de variația presiunii totale în lungul camerei de amestec și a difuzorului de comprimare. În zona pulverizării fazei lichide, presiunea totală scade atingînd o valoare minimă într-o secțiune în care particulele lichide sînt suficient de omogenizate în masa lichidului. Apoi presiunea totală crește rapid în zona de accelerare a fazei lichide, pentru ca în zona condensării să fie $\Delta p^* \leqslant 0$. Micșorarea presiunii totale se produce și în unda de presiune, situată în amontele sau avalul secțiunii minime. În ipoteza curgerii monodimensionale, impulsul în secțiunea de ieșire a ajutajului activ este

$$I_1 = \dot{m}_1 w_{aj} + A_{aj} p_{aj} + \dot{m}_{II} w_{II} + A_{II} p_r, \tag{35}$$

în care A_{aj}, A_{II} sînt ariile secțiunii de ieșire a ajutajului și a fluidului pasiv în secțiunea numerică a camerei de amestec:

$$I_2 = (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) w_{am} + pA + (A_{aj} + A_{II} - A) p_k + \xi, \tag{36}$$

în care A este aria secțiunii difuzorului în care este situată unda de presiune, iar ξ impulsul forțelor care apar datorită acțiunii curentului cu difuzorul, înglobînd frecările și diferențele de presiune pe pereții zonei convergente a camerei de amestec și în camera de amestec.

Prin egalare se obține [9]

$$pA = \dot{m}_I w_{aj} + \dot{m}_{II} w_{II} - (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) w_{am} + A_{II} p_{aj} + \\ + A_{aj} p_{aj} - (A_{aj} + A_{II} - A) p_k - \xi. \tag{37}$$

Notînd

$$(A_{aj} + A_{II} - A) p_k + \xi - (A_{aj} + A_{II} - A) p_{aj} = R_a,$$

rezultă

$$pA = I_g + I_l + A_{p_{aj}} - (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) w_{am} - R_a. \tag{38}$$

Din calculele efectuate rezultă că $R_a \leqslant 0{,}01\ I_g$, de aceea, într-o primă aproximație, se poate considera $R_a = 0$.

Relaţia (38) permite determinarea presiunii după unda de presiune, oricare ar fi natura şi mecanismul său, astfel :

$$p = \frac{I_g + I_l - R_d}{A} - \frac{(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})^2}{\rho_l A^2}\Delta + p_{aj}, \tag{39}$$

unde coeficientul Δ exprimă diferenţa dintre viteza determinată din ecuaţia continuităţii în ipoteza condensării complete şi viteza efectivă a fluidului în avalul undei de presiune. Pentru valori mari ai coeficientului de ejecţie u' se admite $\Delta \cong 1$, iar pentru $u' = \text{const}$ se consideră şi $\Delta = \text{const}$. De remarcat că, întrucît $A_{II} = \text{const}$, pentru $u' = \text{const}$, înseamnă că impulsul fluidului pasiv este constant. Deci pentru o anumită soluţie constructivă a compresorului cu jet, dacă parmetrii fluidului activ nu variază, impulsul total al amestecului rămîne constant într-o gamă relativ largă de variaţie a presiunii în camera de amestec.

Presiunea maximă în avalul undei de presiune se determină din relaţia (39)

$$\frac{dp}{dA} = -\frac{I_g + I_l - R_d}{A^2} + \frac{2(\dot{m}_g + \dot{m}_l)^2}{\rho_l} \cdot \frac{\Delta}{A^3} = 0 \tag{40}$$

sau

$$\frac{2\Delta(\dot{m}_g + \dot{m}_l)^2}{\rho_l A} = I_g + I_l, \tag{41}$$

de unde aria secţiunii critice (secţiunea undei de presiune) este

$$A_{cr} = \frac{2\Delta(\dot{m}_g + \dot{m}_l)^2}{\rho_l(I_g + I_l)},$$

iar

$$p_{max} = \frac{I_g + I_l}{A_{cr}} - \frac{\Delta(\dot{m}_g + \dot{m}_l)^2}{\rho_l A_{cr}} + p_{aj} = \frac{1}{2}\frac{I_g + I_l}{A_{cr}} + p_{aj}. \tag{42}$$

Se poate demonstra uşor că, pentru $A < A_{cr}$ sau $A > A_{cr}$ (A fiind aria în care se produce unda de presiune), $p < p_{max}$. Funcţionarea compresorului cu jet, avînd unda de presiune în secţiunea minimă a camerei de amestec, este cea mai avantajoasă, căci pentru o anumită valoare a impulsului la intrare corespunde contrapresiunea maximă. Valoarea impulsului iniţial pentru acest regim rezultă imediat :

$$I_{1_{cr}} = \frac{2\Delta(\dot{m}_g + \dot{m}_l)}{\rho_l A_2},$$

în care A_2 este aria de intrare a difuzorului. Se constată că pentru $I_1 > I_{1_{cr}}$ compresorul nu mai poate funcţiona.

2.6. Presiunea la ieşirea din difuzorul de comprimare, considerînd că viteza de ieşire este relativ mică, se determină astfel:

$$p_3^* \cong p_3 = p + \frac{\eta_d \rho_{am} w_{am}^2}{2}, \tag{43}$$

în care η_d este randamentul difuzorului. Introducînd în relaţia (43) expresia presiunii din (39) rezultă

$$p_3 = \frac{I_g + I_l}{A} + p_{aj} - \Delta\left(1 - \frac{\eta_d}{2}\right)\frac{(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})^2}{\rho_l A^2}. \tag{44}$$

Presiunea maximă la ieşirea din difuzor va fi

$$p_{3max} = \frac{1}{4}\cdot\frac{\rho_l (I_g + I_l)^2}{(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})^2} + p_{aj} + \frac{\eta_d}{8}\frac{\rho_l (I_g + I_l)^2}{\Delta(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})^2} =$$

$$= \frac{2 + \eta_d}{8}\cdot\frac{\rho_l (I_g + I_l)^2}{\Delta(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})^2} + p_{aj}. \tag{45}$$

Cu datele de mai sus se poate calcula coeficientul de ejecţie din ecuaţia impulsului, scrisă pentru gazele aflate în camera de amestec.

2.7. În situaţia în care consideraţiile făcute la paragrafele 2.3 — 2. 6 conduc la calcule prea complicate sau necesită valori de constante care nu se cunosc pentru cazul respectiv, se poate face un prim calcul cu metodele simple arătate în paragraful 1 al lucrării.

Se va stabili viteza de curgere a fluidului de presiune superioară, considerîndu-se numai amestecul de gaze şi cantitatea de vapori în fază gazoasă în condiţiile de la presiunea superioară, dar se va extrage din entalpia fluidului energia $r\Delta x$, unde Δx reprezintă cantitatea de fluid care vaporizează în acest proces şi r căldura latentă de vaporizare.

Coeficientul de ejecţie se va calcula cu relaţia (12), în care se va ţine seama de procesul continuu de schimb de substanţă prin acceptarea unei valori medii pentru termenul σ.

3. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

3.0. În colaborare cu o unitate productivă a Ministerului Petrolului s-a amenajat instalaţia experimentală şi s-au efectuat cercetări privitoare la posibilitatea antrenării prin compresoare cu jet a fluidelor petroliere.

Pentru a examina experimental cazurile practice, s-a limitat după cum urmează compoziţia fluid de presiune superioară (activ) — amestec de gaze, conţinînd în principal gaz metan (tabela 1), iar fluidul de pre-

Tabela 1

Compoziția gazului activ

Component	% volum	% masă
Metan	91,711	79,691
Etan	3,894	6,404
Propan	2,041	4,957
I Butan	0,369	1,193
N Butan	0,964	3,158
Pentan	0,626	2,622
Hexan	0,395	1,975
TOTAL	100,000	100,000

siune inferioară același amestec de gaze în care s-a injectat țițeiul amestecat cu apă pulverizat; densitatea medie a amestecului țiței-apă a fost $d_{15} = 834{,}6 \frac{kg}{m^3}$.

3.1. Instalația experimentală cuprinde (fig. 2) compresorul cu jet, legat la conducta de presiune superioară *1* și la conducta de presiune in-

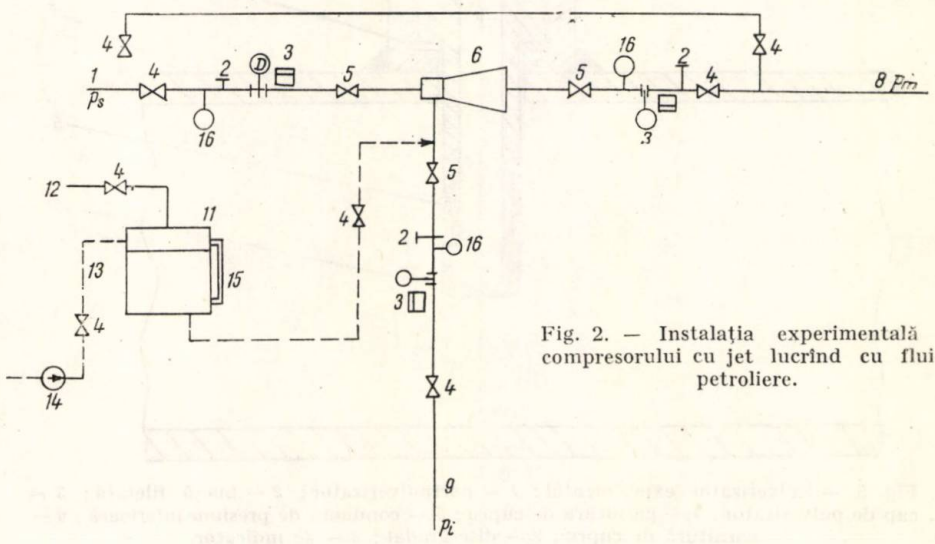


Fig. 2. — Instalația experimentală a compresorului cu jet lucrînd cu fluide petroliere.

ferioară *9*, aparatul debitînd în conducta de presiune medie *8*. O conductă de *by* — pas *7* permite scoaterea din funcțiune a aparatului. Ventilele *4* pe diferitele conducte asigură punerea în funcțiune a aparatului, iar ventilele cu ac *5* permit laminarea curgerii, pentru a efectua fie scăderea presiunii gazului din conductele *1* și *9*, fie creșterea presiunii imediat după compresorul cu jet. Pe fiecare din conducte se află montate aparate de măsură: termometre *2*, debitmetre înregistratoare *3* și manometre *16*.

Pentru a injecta și pulveriza gazul în conducta de presiune inferioară se folosește rezervorul de țiței *11*, alimentat din alte rezervoare prin con-

ducta *13* cu pompa *14*. Prin conducta *12* se pune în contact lichidul cu gaz de presiune superioară, care asigură energia necesară injecţiei. La sticla de nivel *15* se citeşte diferenţa de înălţime pentru un interval de timp, date folosite pentru calculul debitului de fluid injectat.

Introducerea ţiţeiului în conducta de presiune inferioară s-a făcut cu un pulverizator experimental avînd capete cu orificii diferite ca diametru şi posibilitatea de a orienta aceste orificii în plan (fig. 3).

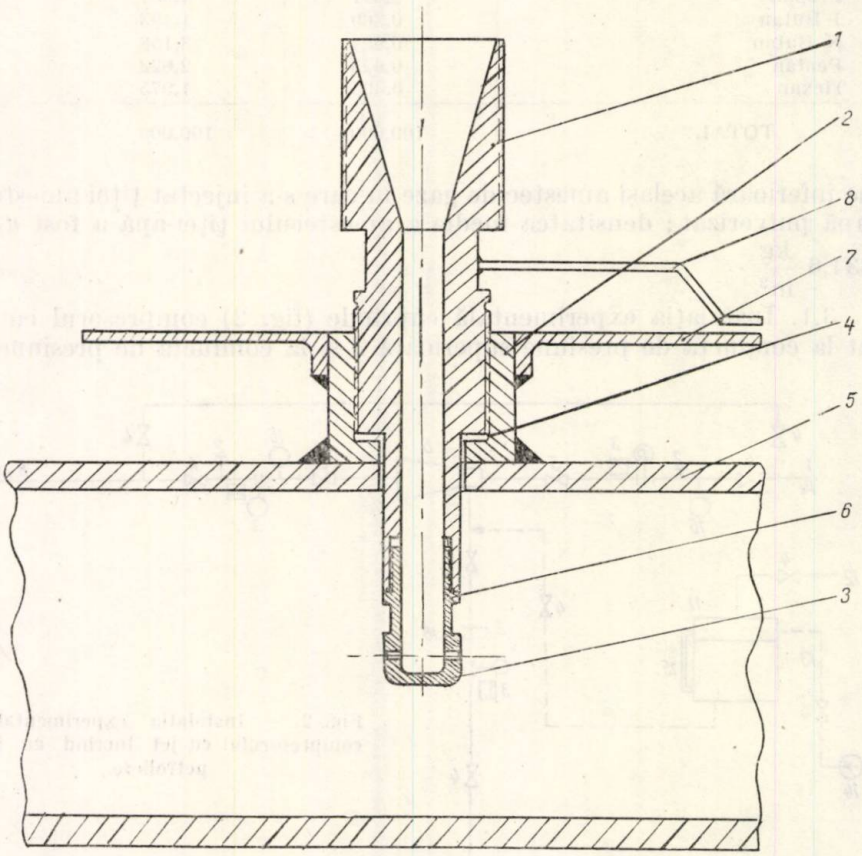


Fig. 3. — Pulverizator experimental: *1* — portpulverizator; *2* — bucşă filetată; *3* — cap de pulverizator; *4* — garnitură de cupru; *5* — conductă de presiune inferioară; *6* — garnitură de cupru; *7* — disc gradat; *8* — ac indicator.

S-au încercat capete de pulverizator avînd un orificiu cu diametre de 5,4 şi 3 mm, două orificii de 1,2 mm şi 6 orificii de 0,6 mm diametru. În urma unor încercări de tatonare s-au ales capete de injector cu orificii avînd diametrul de 1,2 şi 0,8 mm; orificiul a fost îndreptat împotriva curentului de gaz. Diferenţa de presiune sub care s-a realizat injecţia a fost constantă şi egală cu $\Delta p = 20$ bar.

Compresorul cu jet experimental de tipul cu cameră de amestec de presiune constantă are posibilitatea modificării secţiunii de curgere prin

ajutaj d_{cr} (și a formei ajutajului), secțiunea minimă a difuzorului D și lungimea dintre ajutaj și difuzor, numită lungimea camerei de amestec, l (fig. 4).

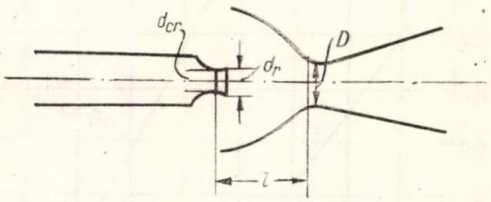


Fig. 4. — Schița elementelor variabile ale compresorului cu jet experimental.

S-au făcut o serie de experimentări și pentru a se stabili dintre diferitele variante, cele mai potrivite dimensiuni ale aparatului pentru zona de experimentare. S-au determinat:

— diametrul minim al difuzorului $D = 25$ mm;

—secțiunea minimă a ajutajului $d_{cr} = 10$mm și secțiunea de ieșire $d_2 = 12$mm;

— lungimea camerei de amestec $l = 118$ mm.

3.2. Pornind de la necesitatea de a avea la dispoziție relații simple pentru calculul coeficientului de injecție, experimentările au avut în primul rînd drept obiect stabilirea valorii grupului de constante din relația (12): $\varphi\ \xi_1\ \xi_2\ \sqrt{\xi_3}$. Valorile pentru care s-au făcut experimentările sînt:

— presiunea superioară $p_s = 16$ și 26 bar;

— presiunea inferioară $p_i = 6$ și 7 bar;

— presiunea medie $p_m =$ între 6,5 și 9 bar din jumătate în jumătate de bar.

Debitul de lichid a variat între 0,15 și 0,3 kg/s, debitul de gaz de presiune superioară între 30 000 și 50 00 Nm³/zi, iar debitul de gaz de presiune inferioară între 0 și 17 000 $\frac{\text{Nm}^3}{\text{zi}}$.

În figura 5 se prezintă un exemplu de date măsurate, prelucrate în funcție de coeficientul de ejecție al gazului u'.

O altă serie de încercări a urmărit variația coeficientului de ejecția în funcție de densitatea fluidului antrenat pentru a se putea stabili domeniul de aplicare al aparatului.

3.3. Din cercetările experimentale se stabilesc următoarele:

a) compresorul cu jet poate antrena în condițiile experimentărilor prezentate fluide petroliere constituite din amestecuri de gaze și lichid;

b) coeficientul de ejecție scade mult dacă fluidul antrenat are densitate mare (fig. 6);

c) formula (12) dedusă în cadrul unor ipoteze simplificatorii permite calculul coeficientului de ejecție pentru fluide bifazice;

d) coeficientul de corecție al formulei (12) are valoarea $\varphi\ \xi_1\ \xi_2\ \sqrt{\xi_3} = 0{,}7$, valoare care s-a găsit aproximativ constantă pentru întreg domeniul experimentat.

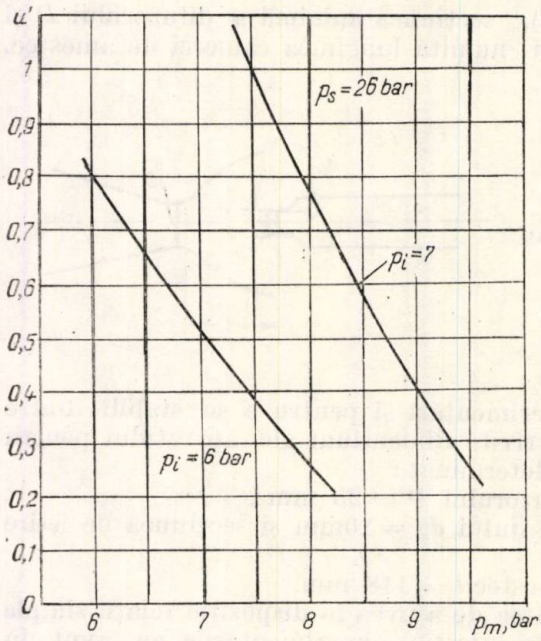


Fig. 5. — Variația coeficientului de ejecție al gazului u' în funcție de presiunea medie p_m.

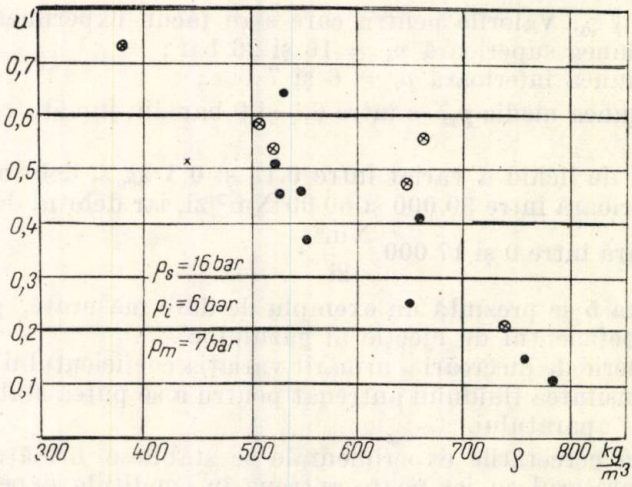


Fig. 6. — Variația coeficientului de ejecție al gazului în funcție de densitatea fluidului antrenat.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, Pericle Svoronos, *Compresorul cu jet de gaze naturale. Realizări și perspective*, simpozionul pentru gaze naturale, Mediaș, 2—4 octombrie 1969, publicațiile Ministerului Petrolului.

2. I. B. Opfel, C. J. Pings Jr., B. H. Sage, *Equations of state for hydrocarbons*, American Petroleum Institute, New York, 1959.
3. W. C. Edmister, *Application of Thermodynamics to Hydrocarbon Processing*, Parts I to XX, Petrol refiner, July 1947—June 1949.
4. B. H. Sage, *Thermodynamics of multicomponent systems*, Londra—New York, Reinhold Publishing Corp., Champan & Hall, 1965.
5. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, Gh. A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, București, Edit. Acad. 1964.
6. G. Bărănescu, *O metodă generală de calcul a parametrilor termodinamici în procesele de curgere a gazelor în regim variabil*, St. cerc. energ., **5**, *1—2*, 7 (1955).
7. H. A. Fuks, *Mehanika aerozolei*, Moskva, Izd-vo An SSSR, 1955.
8. V. D. Benediktov, *Turbini i reaktivnie sopla na dvuhfaznih potokah*, Mașinostroenie, Moskva, 1969.
9. M. E. Deici, G. A. Filimov, *Gazodinamika dvuh-faznih sred*, Moskva, Energia, 1968.

DISTRIBUȚIA PRESIUNII STATICE DIN CAMERA INJECTORULUI TURBIONAR. DEPENDENȚA DE NUMĂRUL ORIFICIILOR DE INTRARE ȘI DE CRITERIUL REYNOLDS

DE

B. POPA

621.694

Se demonstrează că numărul de orificii tangențiale influențează în mică măsură cîmpul de presiune pe peretele camerei precizîndu-se dependența căderii de presiune prin orificii de criteriul Re_t și de caracteristica A a injectorului cu cameră de turbionare.

În ultima vreme, datorită avantajelor pe care le oferă, injectoarele mecanice cu cameră de turbionare cunosc o largă răspîndire [1], [2].

Față de alte caracteristici funcționale ale injectoarelor mecanice cum sînt debitul de combustibil, unghiul de evazare și microstructura jetului pulverizat, descrise în mai multe lucrări [3], [4] etc., procesele de curgere din camera turbionară și, în particular, cîmpul presiunilor statice în curentul de lichid vîscos angajat într-o mișcare de turbionare au fost puțin abordate.

Studiul teoretic privind raportul dintre presiunea statică p, care se stabilește într-o secțiune transversală a camerei de turbionare la distanța r de axa injectorului, și presiunea de alimentare p_{al} [5] a condus la expresia

$$\frac{p}{p_{al}} = \frac{A^2}{\frac{A^2}{b} + \frac{1}{(1-b)^2}} \left(\frac{1}{b} - \frac{r_e^2}{r^2} \right) + \eta F(\Phi, r), \tag{1}$$

în care

$$A = \frac{(d_c - d_t)\, d_e}{z d_t^2} \tag{2}$$

reprezintă caracteristica geometrică a injectorului cu cameră de turbionare, care înglobează principalele elemente constructive ale acestuia, și anume

diametrul camerei de turbionare d_c, diametrul orificiilor de intrare tangențială d_t și al ajutajului de ieșire d_e și numărul orificiilor de intrare z, iar

$$b = \frac{d_a^2}{d_e^2}$$

caracteristica turbionului de aer, avînd diametrul d_a la ieșirea din injector.

Se observă că mărimea adimensională p/p_{at} depinde, pe lîngă valorile A și b, de funcția $\eta F(\Phi, r)$, care înglobează influența frecărilor din cameră, acestea putînd fi evaluate numai pe cale experimentală.

În prezenta lucrare se redau rezultatele investigațiilor cu privire la influența numărului orificiilor de intrare tangențială și a regimului de curgere prin orificiile de intrare asupra distribuției presiunilor statice.

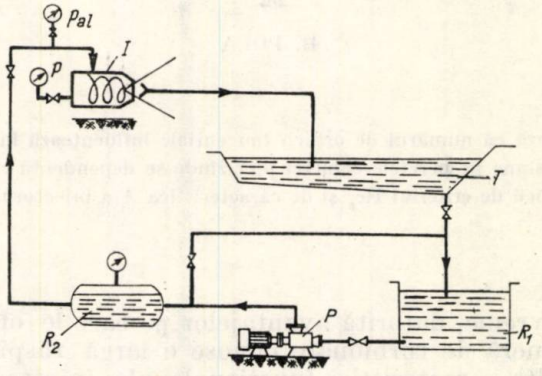


Fig. 1. — Schema principială a instalației experimentale: R_1 — rezervor combustibil; R_2 — rezervor-tampon; P — pompă alimentară; I — injector; T — tavă de colectare.

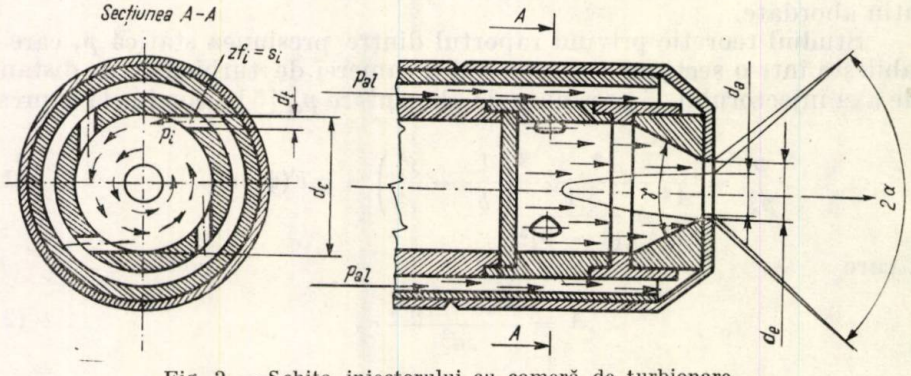


Fig. 2. — Schița injectorului cu cameră de turbionare.

Figura 1 redă schema principială a instalației experimentale. Injectorul cu multiple posibilități de variație a caracteristicilor constructive și funcționale este redat în figura 2.

Numeroasele experienţe efectuate cu diferite combinaţii de camere turbionare au necesitat adoptarea unui sistem propriu de notaţie a camerelor de turbionare experimentale. Astfel s-a notat cu simbolul

d_e	d_t
d_c	—

injectorul cu camera de turbionare fără întoarcerea debitului.

În scopul evidenţierii influenţei pe care o are numărul z al orificiilor de intrare tangenţială asupra distribuţiei de presiune pe peretele frontal posterior al injectorului turbionar, excluzînd alte dependenţe, s-a căutat menţinerea pe cît posibil constantă a debitului de combustibil, condiţie realizată prin păstrarea cît mai constantă a secţiunii totale de intrare $S_i = z \cdot f_i$ şi a secţiunii de ieşire S_e la aceeaşi presiune de alimentare.

Astfel s-au efectuat serii de experienţe cu patru grupe de camere de turbionare, la care s-a modificat numărul z de canale tangenţiale ($z = 4, 3$ şi 2), simultan cu modificarea diametrului orificiului tangenţial (care a variat pentru cele patru grupe de camere între limitele $d_{t_1} = 3{,}01 - 4{,}23$ mm, $d_{t_2} = 2{,}22 - 3{,}25$ mm; $d_{t_3} = 2{,}08 - 2{,}83$ mm şi $d_{t_4} = 1{,}81 - 2{,}55$mm), pentru a păstra caracteristica geometrică aproximativ aceeaşi pentru fiecare grupă, obţinînd valorile medii $A_1 \cong 0{,}70$; $A_2 \cong 1{,}43$; $A_3 \cong 1{,}83$ şi $A_4 \cong 2{,}44$.

Drept lichid de lucru s-a ales motorina.

Debitul a variat în limitele: 612—1 310 kg/h pentru $A_1 \cong 0{,}70$, 420—996 kg/h pentru $A_2 \cong 1{,}43$, 379—892 kg/h pentru $A_3 \cong 1{,}83$ şi 290—853 kg/h pentru $A_2 \cong 2{,}44$, la o variaţie a presiunii de alimentare de 5—20 bar.

Curbele $p = f(z)$ au fost reprezentate în figurile 3 şi 4 numai pentru două grupe de camere, A_1 şi A_4.

Variaţia cîmpului de presiune pe peretele frontal posterior al camerei de turbionare se datoreşte în mai mică măsură influenţei numărului z al orificiilor tangenţiale. Cu alte cuvinte, ponderea influenţei lui z asupra valorilor presiunilor statice din camera injectorului este suficient de mică.

Din aceleaşi figuri rezultă, de asemenea, că mărimea adimensională A la aceeaşi presiune de alimentare acţionează în sensul micşorării presiunilor statice din curentul turbionar.

În lucrare a fost studiată influenţa presiunii de intrare p_i în camera de turbionare asupra mişcării fluidului prin măsurarea căderii de presiune $\Delta p_i = p_{at} - p_i$ prin orificiile de intrare tangenţială. Căderea de presiune depinde de regimul de curgere şi de gradul de prelucrare a orificiilor tangenţiale.

Curbele experimentale $\Delta p_i = f(\mathrm{Re}_t)$ pentru diferite caracteristici A ale camerei de turbionare, redate pentru $z = 4$, sînt reprezentate în figura 5. Se desprinde din figură că o daă cu creşterea presiunii de alimentare, adică cu creşterea cifrei Re_t, se majorează căderea de presiune Δp_i. La o presiune de alimentare peste 3 bar, curbele prezintă o valoare minimă (Re_{min}), iar pentru $\mathrm{Re}_t > \mathrm{Re}_{min}$ se observă din nou creşterea

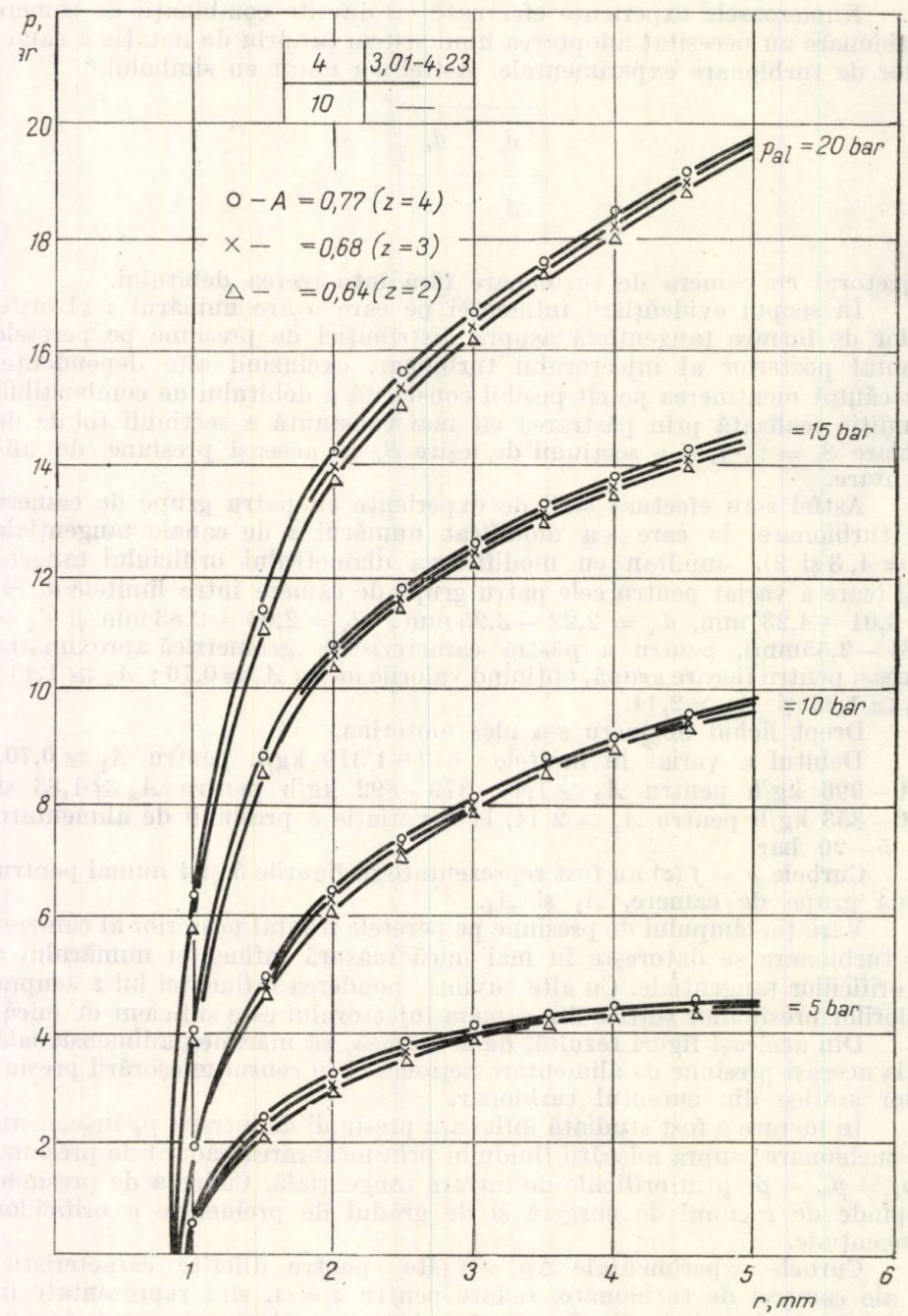


Fig. 3. — Cîmpul presiunilor statice funcţie de numărul orificiilor de intrare tangenţială pentru $A_{med} = 0{,}70$.

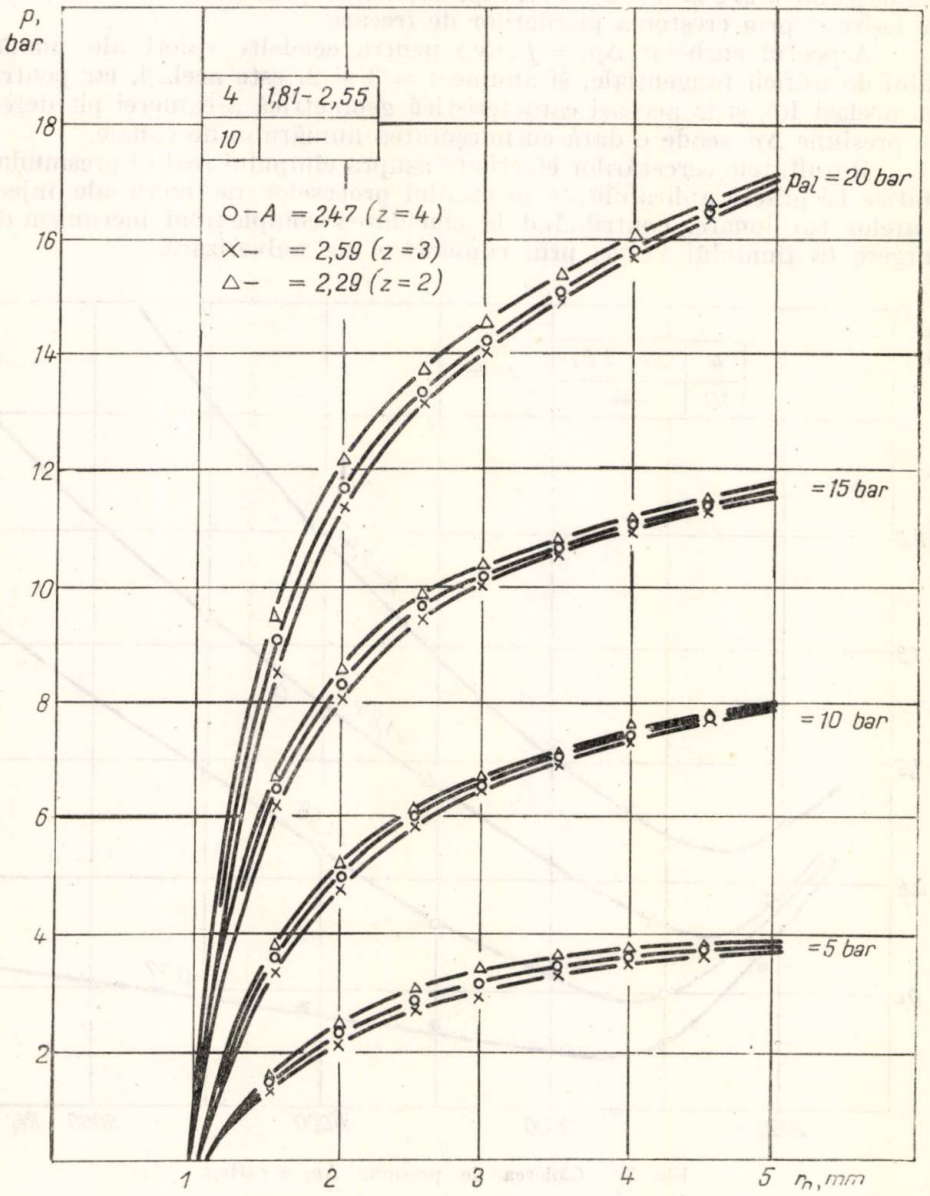


Fig. 4. — Funcţia experimentală $p = f(z)$ pentru $A_{med} = 2,44$.

valorii lui Δp_i. La $p_{a_1} < 3$ bar, injectorul practic nu mai funcţionează (nu pulverizează, ci picură). La valoarea constantă a lui Re_t, Δp_i creşte o dată cu creşterea caracteristicii geometrice A, realizată prin micşorarea diametrului d la $z = 4$ şi $d_e = \mathrm{ct}$, fapt explicabil prin micşorarea secţiunii de ieşire şi prin creşterea pierderilor de frecare.

Aspectul curbelor $\Delta p_i = f(\mathrm{Re}_t)$ pentru celelalte valori ale numărului de orificii tangenţiale, şi anume $z = 3$ şi 2, este acelaşi, iar pentru un acelaşi Re_t şi la aceeaşi caracteristică geometrică a camerei pierderea de presiune Δp_i scade o dată cu micşorarea numărului de canale.

Rezultatele cercetărilor efectuate asupra cîmpului real al presiunilor statice îşi găsesc aplicabilitate în studiul proceselor de lucru ale injectoarelor turbionare, contribuind la elucidarea complexului mecanism de curgere (a fluidului vîscos prin cameră) şi de pulverizare.

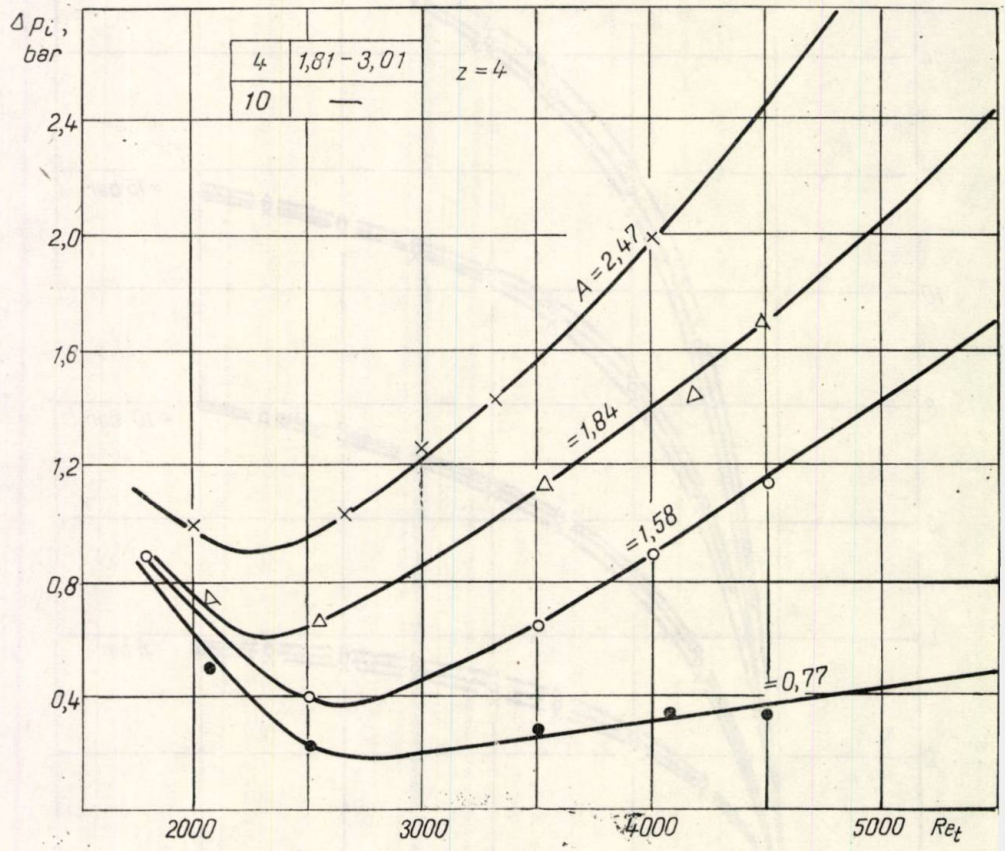


Fig. 5. — Căderea de presiune $\Delta p_i = f(\mathrm{Re}_t)$.

Cîmpul de presiune pe peretele frontal poate servi la determinarea indirectă a diametrului turbionului de aer în apropierea acestui perete.

În direcţia radială, presiunea scade spre axa camerei de turbionare, ajungînd în apropierea acestei axe egală cu presiunea mediului ambiant.

Dublul razei vectoare a punctului cu suprapresiunea zero reprezintă diametrul turbionului de aer.

O consecință a cunoașterii cîmpului real de presiune este posibilitatea de determinare a căderii de presiune prin orificiile de intrare tangențială.

Căderea de presiune $\Delta p_i = p_{at} - p_i$ este funcție de parametrii constructivi ai injectorului și de proprietățile fizice ale combustibilului lichid folosit, în special viscozitatea. Ea depinde și de gradul de prelucrare a orificiilor de intrare și de regimul de curgere prin aceste orificii, caracterizat de criteriul Reynolds.

Rezultă din figura 5 că aceste curbe nu caracterizează în întregime procesul de curgere prin camera injectoarelor turbionare, ele punînd în evidență numai regimul de curgere prin orificiile de intrare tangențială. Pentru definirea ansamblului de mărimi cu influență asupra funcționării injectorului turbionar, este necesar să se considere și geometria injectorului, coeficientul de debit etc. [6].

BIBLIOGRAFIE

1. A. M. Brown, *Pressure-jet Oil Burners for Boiler Use*, Journal of the Institute of Fuel, Londra, **XXXII**, *24*, 409–416 (1959).
2. A. Kapitaniak, *The Influence of Chosen Construction Parameters on the Performance of Spill-control Pressure-jet Atomizers*, Journal of the Institute of Fuel, Londra, **XL**, *312*, 26–35 (1967).
3. H. Gebhardt, *Zerstäubung mit Dralldüsen*, Maschinenbau Technik, Berlin R.D.G., *1*, 33–39; *2*, 83–91 (1959).
4. V. Ghia, N. Lemneanu, *Coeficientul de debit real la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere*, St. cerc. energ. electr., 101–108 (1967).
5. B. Popa, *Contribuții la studiul cîmpului presiunilor în camera turbionară a injectoarelor mecanice*, Institutul politehnic Timișoara, 1969.
6. E. Sohngen, U. Grigull, *Der Strahlwinkel von Brennstoffdralldüsen*, Forsch. Ing. Weser, Düsseldorf, *17*, 77–82 (1951).

INFLUENȚA INTENSITĂȚII TURBULENȚEI DIN AMONTELE UNEI REȚELE CONFUZOARE DE PALETE ASUPRA COEFICIENTULUI DISIPAȚIE DE ENERGIE

DE

ST. ȘTEFAN

533.6

Determinarea disipațiilor de energie în rețeaua de palete prezintă interes în calculul eficacității treptelor și în alegerea formei profilului și a tipului rețelei. Intensitatea turbulenței din amontele rețelei în cazul în care curgerea se face fără desprindere influențează în mare măsură grosimea stratului-limită și deci disipațiile de profil.

În lucrare se prezintă date cu privire la variația intensității turbulenței în amontele unei rețele și influența acestuia asupra poziției zonei de tranziție care apare în cazul în care curgerea pe profil, la bordul de fugă, este la început laminară.

Îmbunătățirea performanțelor energetice ale treptei turbinei impune cunoașterea disipațiilor de energie în rețea, a forțelor care acționează asupra paletelor și a debitului prin rețea. Pentru obținerea acestor mărimi este suficientă cunoașterea a trei parametri: φ^* — coeficientul de debit, φ^{**} — coeficientul de viteză și β_2 — unghiul de ieșire a curentului din rețea. Cum φ^*, φ^{**} depind univoc de ζ_0, coeficientul disipație, rezultă că ζ_0 și β_2 reprezintă caracteristicile aerodinamice de bază ale rețelelor, care se determină experimental sau analitic.

Determinarea analitică a coeficientului disipațiilor de profil se bazează pe teoria stratului-limită și se realizează prin rezolvarea sistemului de ecuații Prandtl sau a ecuației echivalente în δ^{**}:

$$\frac{\mathrm{d}\delta^{**}}{\mathrm{d}x} + \frac{U_0' \cdot \delta^{**}}{U_0}(2 + H - M_0) = \frac{\tau_0}{\rho_0 U_0}, \qquad (1)$$

cu

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}, \qquad M_0 = \frac{U_0}{a_0},$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 553—559, 1971

care se obţine prin introducerea grosimilor caracteristice δ^*, δ^{**} în ecuaţia integrală a lui Kármán.

Cercetările experimentale [1], [3], demonstrează că la bordul de atac pe profil se realizează o curgere laminară, care trece apoi în curgere turbulentă pulsatorie, zonă de tranziţie, în final obţinîndu-se o curgere turbulentă stabilă

Poziţia zonei de tranziţie se defineşte prin coordonatele x_{cr} pentru începutul zonei de tranziţie şi $x_{turb.}$ pentru sfîrşitul zonei de tranziţie.

În cazul în care curgerea se face fără desprinderea stratului-limită, A. P. Melnikov recomandă relaţia

$$\mathrm{Re}_{cr}^{**} = \frac{0{,}055}{E_0^{5/3}} (1 + 0{,}085 f)^{2\,3} + 225,$$

cu

$$f = \frac{U_0' \delta^{**}}{U_0}, \qquad \mathrm{Re}_{cr}^{**} = \frac{U_0 x_{cr} \cdot \delta x_{cr}^{**}}{\nu}$$

din care rezultă o poziţie a zonei de tranziţie în funcţie de intensitatea turbulenţei E_0 din amontele reţelei. De remarcat că grosimea relativă δ^{**} la bordul de fugă al reţelei nu se poate determina fără cunoaşterea poziţiei zonei de tranziţie [1], [3], de unde rezultă implicit influenţa intensităţii turbulenţei asupra coeficientului disipaţiilor de profil, exprimat analitic în forma [2]

$$\zeta_{pr} = 1 - \frac{\psi_M^2 \sin \beta_M + \varphi_M \cos^2 \beta_M}{1 - 2\psi_M (\varphi_M - \psi_M) \sin^2 \beta_M - \overline{p}_m \cdot \sigma}, \tag{2}$$

unde

$\sigma = \dfrac{d}{t \sin \beta_M}$ (d fiind grosimea muchiei la bordul de fugă, t pasul reţelei şi β_M unghiul dintre viteza medie şi secţiunea bordului de fugă),

$$\psi_M = 1 - \sigma - \frac{\delta_{ex}^* + \delta_{in}^*}{t \sin \beta_M},$$

δ^* — grosime caracteristică a stratului-limită, care se obţine din $H = \dfrac{\delta^*}{\delta^{**}}$,

$$\varphi_M = 1 - \frac{\delta_{ex}^{**} + \delta_{in}^{**}}{\psi_M t \sin \beta_M},$$

$\overline{p}_m = \dfrac{p_M - p_2}{1/2\ \rho_2 w_2}$ (p_M fiind presiunea în secțiunea bordului din fugă, iar p_2, ρ_2, w_2 valorile parametrilor în avalul rețelei, teoretic la infinit).

Rezultă necesitatea cunoașterii datelor cu privire la intensitatea turbulenței E_0 din amontele unei rețele. În acest scop s-au făcut experimentări pe o instalație (fig. 1) care prezintă în amonte două site tip fagure cu ochiuri pătratice de dimensiuni $15 \times 15 \times 20$ [mm³], situată la 600 mm și $20 \times 20 \times 20$ [mm³] la 1 200 mm depărtare de bordul de atac. În amontele rețelei se formează un canal dreptunghiular 190×200 [mm²], care se termină cu o rețea de palete de înălțime 200 mm. Pe axa canalului sînt prevăzute două prize, A, B (fig. 1), la distanța de 250 mm și 120 mm față de bordul de atac, puncte în care s-au făcut măsurările. S-a folosit în acest scop termoanemometrul DISA, avînd sondă cu fir cald, etalonată la o tensiune de referință (la viteza zero) de 2,61 V, tensiune menținută prin schimbarea ușoară a factorului de supraîncălzire dacă oscilează temperatura camerei.

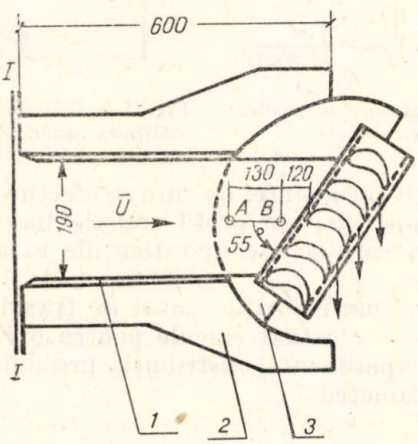


Fig. 1. — Schema instalației experimentale: *1* — plăci laterale; *2* — plăci de bază; *3* — plăci semicirculare; *I—I* — sită de liniștire.

Curba de etalonare (fig. 2) permite obținerea vitezei medii, $\overline{U}$, iar intensitatea turbulenței $(E_0)_i = \dfrac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{\overline{U}_i}$ se poate calcula cu panta $\left(\dfrac{dv}{dU}\right)_i$ din curba $\overline{U} = \overline{U}\,(v_{volt})$ (fig. 2) sau din fluctuațiile voltajului punții (fig. 4—7), cu specificația că rădăcina medie pătratică a fluctuațiilor trebuie să fie multiplicată cu un factor care depinde de tensiunea punții V.

S-au efectuat experimentări la patru regimuri de funcționare (I—IV) și s-a investigat variația vitezei medii $\overline{U}$ și a intensității turbulenței E_0 pe înălțimea canalului în punctele A și B din amontele rețelei. S-a constatat că viteza medie a fluidului rămîne constantă la diverse cote corespun-

zătoare poziţiilor A, B. Variaţia vitezei medii la diferite regimuri pe înălţimea canalului este reprezentată în figura 3, din care rezultă şi performanţele instalaţiei în amontele reţelei de palete. Din figurile 8—11, rezultă că intensitatea turbulenţei este maximă către pereţii canalului, iar în apropierea bordului de atac al reţelei de palete (poziţia B) intensitatea turbulenţei se micşorează faţă de valoarea din poziţia A. Rezultă

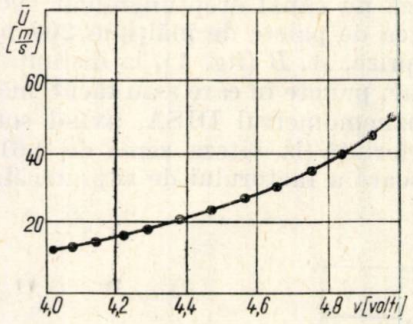


Fig. 2. — Curba de etalonare a sondei anemometrice.

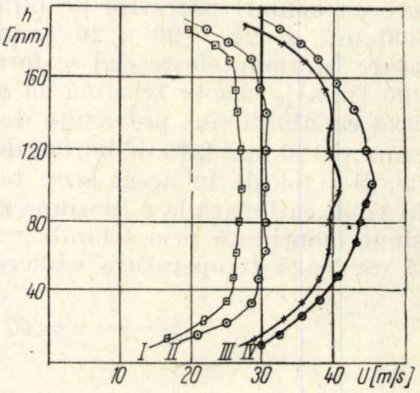


Fig. 3. — Distribuţia vitezelor medii pe înălţimea canalului la diferite regimuri.

că valoarea intensităţii turbulenţei cu care se efectuează calculele analitice ale coeficientului disipaţiilor de profil trebuie luată între 0,02 şi 0,03, deoarece secţiunile în care se fac investigaţiile experimentale sînt alese de obicei centrale.

În scopul determinării poziţiei zonei de tranziţie funcţie de intensitatea turbulenţei, s-au efectuat calcule pentru o reţea statorică pentru care s-a determinat experimental distribuţia presiunii statice pe conturul profilului [8] la parametrii

$$c_0 = 30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\ p_0 = p_b + 1100\ \mathrm{mm\ H_2O};\ p_1 = p_b - 344\ \mathrm{mm\ H_2O},$$

$$E_0 = 0{,}01;\ 0{,}02;\ 0{,}03;\ 0{,}04;\ 0{,}05.$$

În figura 12 este reprezentată o distribuţie de presiune în coordonate adimensionale obţinută experimental [8], din care rezultă variaţia vitezei în lungul canalului dintre palete.

Rezultatele sînt reprezentate în figura 13, din care rezultă că zona de tranziţie pe extradosul paletei pentru o variaţie a intensităţii turbulenţei între 0,02 şi 0,03 este foarte aproape de bordul de atac şi este justificată ipoteza considerării stratului-limită turbulent pe întreg profilul [2]. Soluţia ecuaţiei (1) în acest caz este [2], [8]

$$\delta^{**} = \left(\frac{m+1}{m}\,A\right)^{\frac{m}{m+1}} \cdot \mathrm{Re}^{-\frac{1}{m+1}} \cdot \bar{w}_f^{-(2+H)} \left[\int_0^{\bar{s}} \bar{w}^{\,1+\frac{m+1}{m}(1+H)} \cdot \mathrm{d}\bar{s}\right]^{\frac{m}{m+1}}, \qquad (3)$$

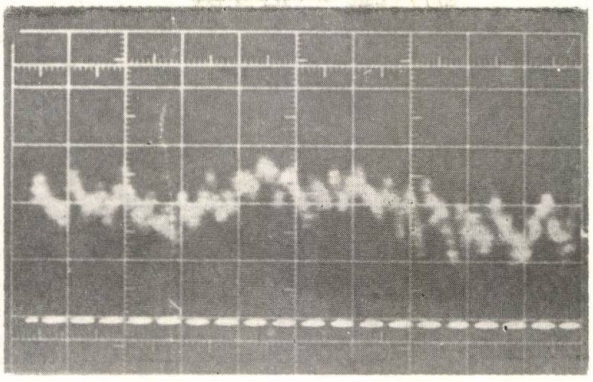


Fig. 4. — Fluctuațiile voltajului punții anenometrice cu sonda dispusă în poziția B la distanța $h = 80$ mm de peretele superior pentru regimul III; scara : 0,05 V/cm; 2 ms/cm.

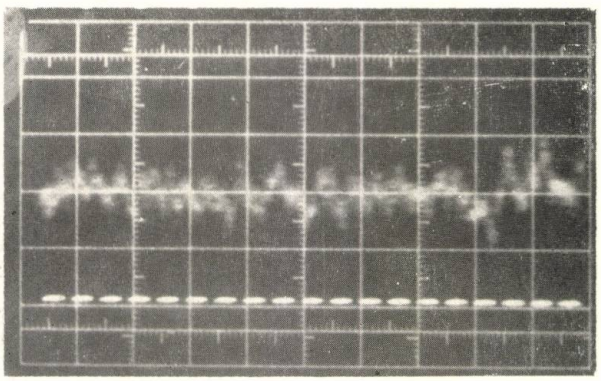


Fig. 5. — Fluctuațiile voltajului punții anemometrice cu sonda dispusă în poziția B la distanța $h = 100$ mm de peretele superior pentru regimul III; scara : 0,05 V/cm; 2 ms/cm.

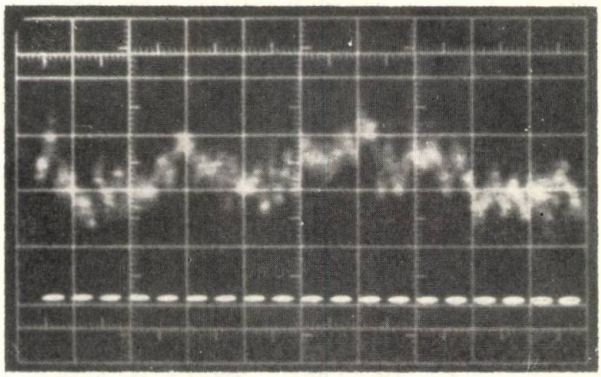


Fig. 6. — Fluctuațiile voltajului punții anemometrice cu sonda dispusă în poziția A la distanța $h = 80$ mm de peretele superior pentru regimul IV; scara: 0,05 V/cm; 2 ms/cm.

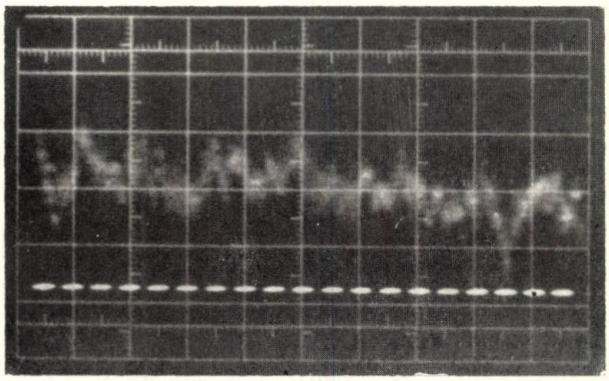


Fig. 7. — Fluctuațiile voltajului punții anemometrice cu sonda dispusă în poziția A la distanța $h = 100$ mm de peretele superior pentru regimul IV; scara: 0,05 V/cm; 2 ms/cm.

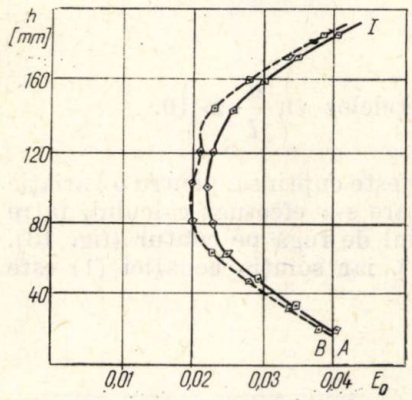


Fig. 8. — Variația intensității turbulenței pe înălțimea canalului în pozițiile *A* și *B* pentru regimul I.

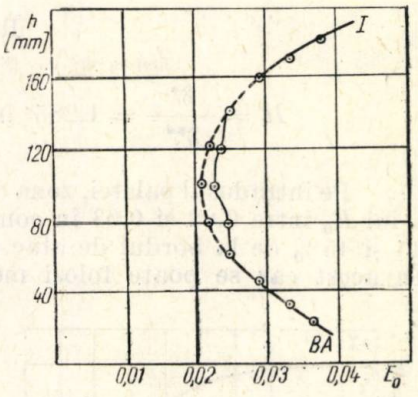


Fig. 9. — Variația intensității turbulenței pe înălțimea canalului în pozițiile *A* și *B* pentru regimul II.

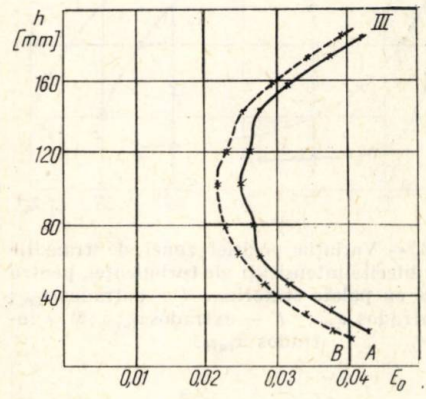


Fig. 10. — Variația intensității turbulenței pe înălțimea canalului în pozițiile *A* și *B* pentru regimul III.

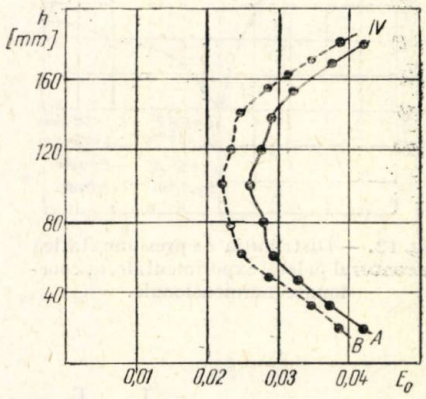


Fig. 11. — Variația intensității turbulenței pe înălțimea canalului în pozițiile *A* și *B* pentru regimul IV.

unde

w_f este viteza adimensională la bordul de fugă,

$m = 4$ în cazul rețelelor cu $\frac{d}{l} > 10$; pentru $m = 4$ corespunde $A = 0{,}01256$ (după L. G Loițianski),

$$\mathrm{Re} = \frac{Lw}{\nu},$$

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}} = 1{,}285 \text{ în cazul rețelelor cu } \frac{d}{l} > 10.$$

Pe intradosul paletei, zona de tranziție este cuprinsă, pentru o variație a lui E_0 între 0,02 și 0,03 în condițiile la care s-a efectuat calculul, între 35 și 45% de la bordul de atac către bordul de fugă pe contur (fig. 13). În acest caz se poate folosi metodica [1], iar soluția ecuației (1) este

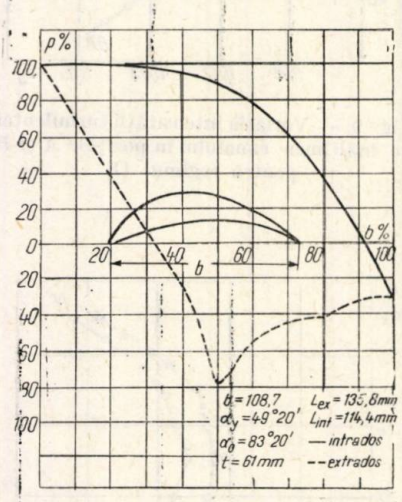


Fig. 12. — Distribuția de presiune statică pe conturul paletei experimentale, în coordonate adimensionale.

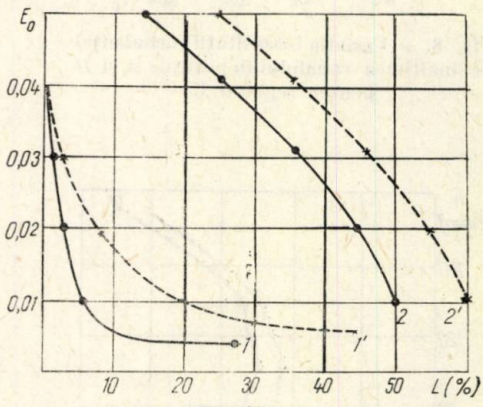


Fig. 13. — Variația poziției zonei de tranziție pentru diferite intensități ale turbulenței, pentru o rețea cu palete statorice: *1* — extrados $x_{cr.}$; *2* — intrados x_{cr}; *1'* — extrados $x_{turb.}$; *2'* — intrados x_{turb}.

$$\delta^{**} = \frac{1}{\varphi_1 \cdot \mathrm{Re}_*^{0,2}} \left[\overline{\delta}_{i,t}^{**1,25} \cdot \mathrm{Re}_*^{0,25} \cdot \varphi_3 + \int_{\overline{x}_0}^{\overline{x}} \varphi_2 \cdot \mathrm{d}\overline{x} \right]^{0,8}, \tag{4}$$

unde

φ_1, φ_2, φ_3 sînt funcții de $\lambda_{i\,turb.}$ viteza adimensională corespunzătoare începutului turbulenței (x_{turb}),

$$\lambda = \frac{c}{a_*}; \qquad \mathrm{Re}_* = \frac{a_* L}{\nu}.$$

Din (2), (3) și (4) rezultă expresia coeficientului disipațiilor de profil pentru diverse regimuri de funcționare și parametri geometrici ai rețelei.

CONCLUZII

Influența intensității turbulenței din amontele unei rețele de palete pentru regimuri de curgere subsonice se manifestă prin variația grosimii stratului-limită pe intradosul și extradosul profilului. În tunelele aerodinamice de tipul celui prezentat, în domeniul curgerilor subsonice intensitatea turbulenței variază în intervalul 0,015—0,045.

Cercetările experimentale privind determinarea disipațiilor trebuie efectuate cu considerarea influenței intensității turbulenței pentru $E_0 > 0{,}1$, valori întîlnite în curgerile reale prin treptele turbinei.

Pentru evitarea influenței disipațiilor de capăt asupra celor de profil, cercetările experimentale trebuie efectuate în secțiunea mediană pe înălțimea canalului, zonă în care valorile vitezei și intensității turbulenței curentului sînt uniformizate.

Calculul analitic al disipațiilor pe extradosul profilelor trebuie făcut în ipoteza stratului-limită turbulent, în timp ce pe intradosul profilelor trebuie considerată valoarea intensității turbulenței la diferitele regimuri de lucru.

Rezultatele privind variația intensității turbulenței în două poziții A și B permit și studiul corelațiilor duble $(Q_{ii})_{AB} = (u'_i)_A \cdot (u'_i)_B$ care se asociază sistemului de ecuații Reynolds.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Pimsner, St. Ștefan, *Distribuția vitezelor de ieșire din rețeaua circulară de palete fixe confuzoare*, St. cerc. energ. electr., **19**, 3 (1969).
2. Г. Ю. Степанов, *Гидродинамика решеток турбомашин*, Гос. и зд. Ф.М.Л., Москва, 1962.
3. М.Е. Дейич, *Техническая газодинамика*, Госэнергоиздат, 1962.
4. В.А. Врублевская, *О влиянии начальной турбулентности помока на характеристики направляющих и рабочих решеток турбин*, Теплоеэнергетика, **6** (1960).
5. V. Pimsner, P. Toma, *Studiul influenței regimului de curgere asupra peliculei lichide*, memoriu intern I.E., 1969.
6. P. Toma, *Influența vitezei gazului asupra schimbului de căldură în curgeri bifazice cu lichidul distribuit în film*, comunicare sesiunea ICPET, 1971.
7. Н. М. Марков, *Теория и расчет Турбиных ступеней*, Москва-Ленинград, Машгиз.
8. J. O. Hinze, *Turbulence*, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC., New York—Toronto—Londra, 1959.
9. St. Ștefan, I. Mărăcineanu și col., *Cercetări privind realizarea unor profile de palete pentru turbine de 150MW*, memoriu intern ICPET, 1970.

DISTRIBUȚIA TEMPERATURII ȘI CONCENTRAȚIEI DE PRODUȘI POLUANȚI ÎN CAMERA DE ARDERE A MOTORULUI CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE *)

DE

C. A. VASILESCU și N. STOICA

Se prezintă o metodă de calcul a arderii în motorul cu aprindere prin scînteie care ține seama de comportarea reală a gazelor, de fenomenul de disociere, de arhitectura camerei de ardere și de transferul de căldură la pereți și care permite studierea evoluției în timp a temperaturii și a compoziției gazelor din fiecare punct al cilindrului. În modul acesta se poate scoate în evidență neuniformitatea termică și chimică ce există în cilindrul motorului cu aprindere prin scînteie, putîndu-se calcula cantitatea de produși poluanți din gazele de ardere și aprecia tendința la detonație a motorului și solicitările termice ale pistonului.

Modelele uzual folosite pentru a calcula desfășurarea procesului de ardere [1], [2] consideră că atît amestecul proaspăt, cît și gazele de ardere sînt fiecare dintre ele tot timpul în echilibru interior termic și chimic. Această ipoteză nu corespunde multiplelor rezultate experimentale și nu permite să se calculeze implicațiile arderii reale, în primul rînd concentrația produșilor poluanți în gazele de ardere [3]. În ultimul timp s-au făcut încercări de a stabili un model ameliorat al procesului de ardere care să aibă în vedere tocmai aceste efecte. Pe linia cercetărilor arătate mai sus, lucrarea de față prezintă un model care are avantajul că permite un calcul exact al compoziției și al temperaturii gazelor aflate în cilindru, ținînd seama într-o măsură mai bună de schimbul de căldură și de disociere. Pentru a putea executa un astfel de calcul se procedează la integrări numerice pe intervale finite și se face apel la o serie de ipoteze simplificatoare. Volumul de calcule se reduce, folosind diagrame termodinamice pentru amestecul proaspăt și pentru gazele de ardere. Se prezintă și rezultate obținute prin aplicarea acestui model pentru motorul SR-211, care echipează autocamioanele „Carpați" și „Bucegi", fabricate în țara noastră.

*) Lucrare prezentată public la cel de al doilea simpozion al Comisiei pentru combaterea poluării mediului a Academiei R.S. România, București, 9 aprilie 1971.

1. NOTAȚII FOLOSITE

Se folosesc următoarele notații :

F [m²] — suprafața prin care are loc transferul de căldură ;

$k \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}\right]$ — coeficientul global de transmisie al căldurii ;

M [kg] — cantitatea de substanță ;

$\mathfrak{M} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}\right]$ — masa kilomolului de gaz ;

$n \left[\frac{\text{rot}}{\text{min}}\right]$ — turația motorului ;

$p \left[\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right]$ — presiunea ;

Q_r [kcal] — căldura transmisă fluidului de răcire ;

$q_c \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — cantitatea de căldură ce rezultă din arderea unui kilogram de fluid proaspăt de dozaj d ;

$q_r \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — cantitatea de căldură ce se transmite la fluidul de răcire, raportată la un kilogram de substanță ;

$R \left[\frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot °\text{K}}\right]$ — constanta gazului ;

$\mathfrak{R} \left[\frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot °\text{K}}\right]$ — constanta universală a gazelor ;

$s \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot °\text{K}}\right]$ — entropia specifică ;

T [°K] — temperatură ;

U [kcal] — energia internă a gazului ;

$u \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — energia internă specifică ;

$\mathfrak{U} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kmol}}\right]$ — energia internă specifică molară ;

V [m³] — volumul cilindrului motorului ;

$v \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]$ — volumul specific ;

$\mathfrak{V} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}\right]$ — volumul specific molar ;

x [cm] — spațiul parcurs de frontul de flacără ;

θ [°RAC] — unghiul de rotație al arborelui cotit ;

$w \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ — viteza frontului de flacără ;

$\alpha \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}\right]$ — coeficientul de transmisie a căldurii prin convecţie de la gaze la pereţii camerii de ardere;

$\alpha_r \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}\right]$ — coeficientul de transmisie a căldurii prin convecţie de la pereţi la fluidul de răcire;

δ [m] — grosimea pereţilor prin care se transmite căldura;

$\lambda \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{grd.}}\right]$ — coeficientul de conductibilitate termică a materialului pereţilor camerii de ardere.

Pentru calcule se folosesc patru indici. Primul indice se referă la situaţia în cadrul intervalului de calcul după cum urmează (fig. 1):

i — momentul iniţial al intervalului;
f — momentul final al intervalului;
a — finele încălzirii la volum constant;
b — finele evoluţiei izentropice determinată de deplasarea pistonului.

Al doilea indice se referă la compoziţia gazelor din camera de ardere, şi anume:

1 — gazele de ardere aflate în spatele frontului de flacără, *2* — amestecul proaspăt aflat în faţa frontului de flacără.

Al treilea indice, pus în paranteză şi notat cu cifre romane, arată numărul de ordine al intervalului de calcul la care se referă mărimea respectivă.

Al patrulea indice, notat cu litere greceşti, arată numărul de ordine al tranşei pe interval.

Valorile medii vor purta indicele *m*.

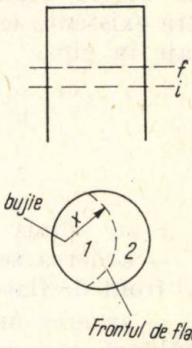


Fig. 1. — Schema notaţiilor pentru calculul procesului de ardere pe intervale.

2. DIAGRAMELE DE CALCUL FOLOSITE

Substanţele care participă la procesul de ardere sînt supuse disociaţiei, iar căldurile lor specifice variază cu temperatura. Evident că este posibilă o exprimare analitică a mărimilor de stare şi ale evoluţiilor termodinamice simple ţinînd seama de aceste elemente. Pentru a reduce volumele de calcul se propune folosirea unor diagrame termodinamice construite separat pentru gazele de ardere şi pentru amestecul proaspăt [4], [5]. Calculele referitoare la gazele de ardere se efectuează în diagrame entropice, construite, pentru 1 kg de substanţă şi un anumit dozaj, în coordonate energie internă totală-entropie totală ($u_t - s_t$), pentru a permite aprecierea disociaţiei. Calculele referitoare la amestecul proaspăt se efectuează într-o diagramă entropică temperatură absolută-entropie ($T - \mathfrak{S}$), construită pentru 1 kmol de substanţă, avînd axe curbe în scopul înscrierii pe aceeaşi diagramă a proprietăţilor ameste-

culuí proaspăt de diferite dozaje. În plus se foloseşte o diagramă a volumului gazelor de ardere V_1 aflat în spatele frontului de flacără în funcţie de distanţa acestuia de la bujie x (fig. 2) pentru diferite poziţii θ ale arborelui cotit în jurul p.m.i. corespunzător unghiurilor de început şi de sfîrşit de calcul ale intervalelor. Această diagramă se construieşte făcîndu-se o ipoteză asupra modului de deplasare al frontului de flacără

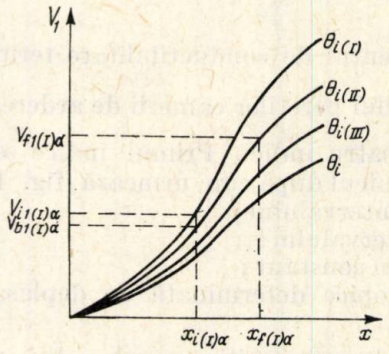


Fig. 2. — Variaţia volumului gazelor de ardere aflate în spatele frontului de flacără V_1 în funcţie de drumul parcurs de la bujie x.

de la bujie : deplasare sferică sau cilindrică. În cazul unor camere de ardere existente este bine ca volumele să se determine prin tăierea unor mulaje în gips.

3. IPOTEZELE DE CALCUL

S-au admis următoarele ipoteze de calcul :

— arderea se desfăşoară într-o zonă foarte îngustă, pe care o vom numi front de flacără ;

— arderea are loc în tranşe cilindrice între care nu există schimb de căldură sau de substanţă ; pentru aceasta, fiecare tranşă se poate trata separat ;

— frontul de flacără avansează cu viteză constantă cît timp nu se ţine seama de dilatarea gazelor de ardere ;

— în faţa frontului de flacără se află amestec proaspăt şi în spatele acestuia gaze de ardere cuprinse în diferite tranşe ;

— în interiorul volumului ocupat de gazele de ardere din fiecare tranşe există în orice moment echilibru de presiune de temperatură şi de compoziţie chimică ;

— în interiorul întregului volum ocupat de amestecul proaspăt există în orice moment echilibru de presiune, de temperatură şi de compoziţie chimică ;

— fiecare tranşă de gaz din camera de ardere schimbă căldura cu pereţii cu care vine în contact ;

— în camera de ardere presiunea este aceeaşi la un moment dat

4. SCHEMA DE CALCUL

Variaţia temperaturii şi a presiunii se obţine prin integrarea expresiei

$$dU = dQ_c + dQ_r + dQ_d - Apd V$$

(Q_c — căldură dezvoltată prin ardere; Q_r — căldură schimbată prin transfer de căldură; Q_d — căldură schimbată în procesul de disociere), integrare care se face atît în timp, cît şi în spaţiu; expresia de mai sus permite să se calculeze uşor temperatura dacă se consideră fluidul din motor un gaz perfect, deoarece în acest caz între energia internă şi temperatură şi între presiune şi temperatură sînt relaţii liniare.

Calculul se face pe intervale de timp şi pe tranşe de gaz în spaţiu; pentru fiecare interval de timp se calculează procesele din fiecare tranşă.

La începutul calculului, pistonul este ţinut pe loc şi frontul de flacără avansează cu o viteză admisă constantă pe o distanţă corespunzătoare intervalului de timp pentru care se face calculul. Căldura dezvoltată în procesul de ardere se extrage din tranşa respectivă.

Astfel în camera de ardere se găsesc tranşele care au ars deja, cuprinzînd gaze de ardere la presiunea din cilindru şi diferite temperaturi, noua tranşă care arde şi amestecul proaspăt.

Se calculează căldura evacuată prin răcire de către fiecare tranşă şi de către amestecul proaspăt pe interval. Această căldură se scade din căldura obţinută prin arderea tranşei parcurse de frontul de flacără. Cu căldura rămasă se încălzeşte într-un proces la volum constant tranşa care a ars. În acest fel, gazele din această tranşă îşi măresc temperatura şi presiunea. În acelaşi timp se răcesc la volum constant celelalte tranşe cu gaze de ardere şi amestecul proaspăt.

Pistonul se deplasează pe interval, producînd compresiunea sau destinderea adiabatică a tranşelor arse şi a amestecului proaspăt. Deoarece la sfîrşitul acestei deplasări presiunea de la o tranşă la alta sau a amestecului proaspăt diferă, este necesar să se execute egalizarea presiunii în cilindru. Tranşa care a ars pe intervalul ce se calculează se destinde, comprimînd tranşele anterior arse şi amestecul proaspăt. În acest fel, frontul de flacără se deplasează faţă de poziţia avută.

Calculul se continuă şi pe evoluţia de destindere, tratîndu-se separat fiecare tranşă de gaze de ardere aflată în cilindru. În timpul destinderii, efectuată de la sfîrşitul arderii şi pînă în momentul deschiderii supapei de evacuare, se ia în consideraţie după aceeaşi metodă şi schimbul de căldură.

5. METODA DE CALCUL

5.1. CALCULUL PRIMULUI INTERVAL

Calculul se execută pornind de la unghiul $\theta_{i(I)}$ care corespunde momentului de început de ardere, în general momentul comandării declanşării scînteii electrice. Pentru acest unghi, din calculele efectuate pentru

evoluția de comprimare se cunoaște valoarea presiunii amestecului proaspăt $p_{i(I)}$, a volumului camerei de ardere $V_{i(I)}$ și temperatura întregului amestec $T_{i(I)}$. Fie $\Delta\theta_{(I)} = \Delta\theta$ primul interval de calcul (se alege între 5 și 10° RAC). Spațiul parcurs de frontul de flacără pe primul interval este $x_{i(I)\alpha} = \frac{\Delta\theta}{6n} w$ (unde w = constant pe interval, avînd valori între 15 și 30 m/s). În diagrama $V_1 - x$ (fig. 2) se citește la acest $x_{i(I)\alpha}$, pentru poziția pistonului corespunzătoare începutului intervalului de calcul ($\theta_{i(I)}$), volumul $V_{i1(I)\alpha}$ pe care îl au gazele de ardere în spatele frontului de flacără. Volumul pe care îl ocupă amestecul proaspăt din fața frontului de flacără la începutul intervalului este

$$V_{i2(I)} = V_{i(I)} - V_{i1(I)\alpha}.$$

Se calculează cantitatea de substanță aflată în spatele frontului de flacără, adică substanța cuprinsă în prima tranșă, $M_{1(I)\alpha}$, și în fața frontului de flacără $M_{2(I)}$:

$$M_{1(I)\alpha} = M \frac{V_{i1(I)\alpha}}{V_{i(I)}}$$

și

$$M_{2(I)} = M - M_{1(I)\alpha}$$

unde M este cantitatea de substanță din cilindru.

Calculul se conduce mai departe în diagramele termodinamice. Se procedează la calculul încălzirii gazelor din spatele frontului de flacără, adică din prima tranșă, folosindu-se relația

$$u_{a1(I)\alpha} = u_{i1(I)\alpha} + q_{(I)\alpha},$$

unde $u_{a1(I)\alpha}$ reprezintă energia internă pentru 1 kg de gaze de ardere după încălzire, iar $u_{i1(I)\alpha}$ energia internă a gazelor de ardere cuprinse în prima tranșă pe primul interval la temperatura $T_{i(I)}$.

Temperatura $T_{i(I)}$ fiind relativ scăzută, energia internă se calculează cu relația

$$u_{i1(I)\alpha} = \frac{\mathfrak{U}_{i1(I)\alpha}}{\mathfrak{M}_1},$$

unde $\mathfrak{U}_{i1(I)\alpha}$ se determină din diagrama $\mathfrak{U} - T$. Pentru a putea intra în diagrama $u_t - s_t$ este necesar să se calculeze cantitatea de căldură $q_{(I)\alpha}$.

Astfel $q_{(I)\alpha} = q_c - q_{r(I)\alpha}$, unde q_c reprezintă cantitatea de căldură ce se degajează prin arderea cantității de combustibil dintr-un kilogram de amestec proaspăt la dozajul respectiv, iar $q_{r(I)\alpha}$ cantitatea de căldură, raportată la 1 kg de substanță, care se transmite fluidului de răcire pe primul interval de la prima tranșă.

Presupunînd că o tranşă oarecare are forma din figura 3, ea transmite căldură fluidului de răcire astfel:

— prin suprafaţa F la chiulasă;
— prin suprafaţa F' la piston;
— prin suprafaţa F'' la cilindru.

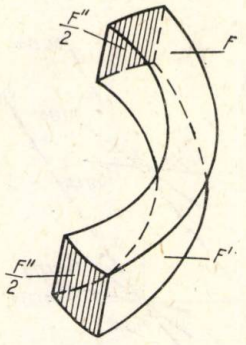


Fig. 3. — Schema suprafeţelor prin care se efectuează schimbul de căldură de la o tranşă de gaze de ardere din cilindru.

Conform ipotezelor făcute, între tranşe nu are loc transfer de căldură sau de substanţă.

Pentru a mări precizia de calcul, se ia în considerare şi procesul de radiaţie. După date din literatură [6] se admite că prin radiaţie se transmite 20% din căldura evacuată de la gaze prin procesul de convecţie forţată şi, prin urmare, se va amplifica cu 1,20 valoarea căldurii schimbate prin convecţie. Transferul de căldură prin ariile F, F' şi F'' către fluidul de răcire se determină prin intermediul unor ecuaţii, scrise separat atît pentru prima tranşă şi pentru amestecul proaspăt aflat în faţa frontului de flacără, cît şi pentru fiecare suprafaţă de schimb de căldură în parte.

Ecuaţiile de schimb de căldură au forma generală

$$Q_r = 1{,}20 \frac{F}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}} (T - T_r) \frac{\Delta\theta}{6n} \frac{1}{3600}.$$

Suprafaţa de schimb de căldură şi temperatura se iau ca valori medii pe interval între valoarea de la începutul intervalului de calcul (cunoscută) şi cea de la sfîrşit (care se apreciază).

Însumînd cantităţile de căldură pe care prima tranşă le transmite mediului de răcire şi raportîndu-le la cantitatea de substanţă din prima tranşă, se obţine căldura $q_{r(I)\alpha}$ (pentru 1 kg de substanţă).

Pentru a fixa în diagrama entropică punctul $a_{1(I)\alpha}$ care reprezintă finele procesului de încălzire la volum constant al primei tranşe (fig. 4), este necesar să se stabilească valoarea volumului specific $v_{i1(I)\alpha} = \frac{V_{i1(I)\alpha}}{M_{1(I)\alpha}}$.

Cunoscînd $u_{a1(I)\alpha}$ şi $v_{i1(I)\alpha}$, se poate fixa în diagrama $u_t - s_t$ punctul $a_{1(I)\alpha}$ şi se citeşte presiunea $p_{a1(I)\alpha}$ şi temperatura $T_{a1(I)\alpha}$.

Se determină în continuare mărimile de stare de la sfîrşitul evoluţiei izentropice (care pentru primul interval, dată fiind aprinderea cu avans, este o compresiune) a gazelor de ardere aflate în prima tranşă (punctul $b_{1(I)\alpha}$). Pentru aceasta se calculează volumul pe care gazele de ardere aflate în prima tranşe îl vor avea cînd pistonul s-a deplasat cu $\Delta\theta$ °RAC (de la $\theta_{i(I)}$ la $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$), corespunzător intervalului de calcul, în ipoteza

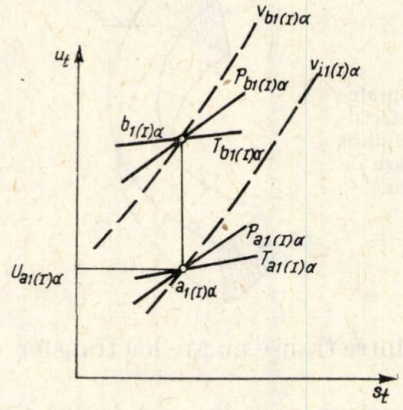


Fig. 4. — Calculul încălzirii şi comprimării gazelor de ardere din spatele frontului de flacără, folosind diagrama $u_t - s_t$.

că frontul de flacără a rămas nemişcat. Dacă $v_{b1(I)\alpha}$ este volumul corespunzător în diagrama pentru 1 kg de substanţă, se duce compresiunea izentropică de la $a_{1(I)\alpha}$ la $b_{1(I)\alpha}$ şi se obţine starea gazelor din spatele frontului de flacără, adică din prima tranşă, cînd pistonul a ajuns la finele intervalului, iar frontul de flacără este considerat tot nemişcat. Pentru acest punct se citesc presiunea $p_{b1(I)\alpha}$ şi temperatura $T_{b1(I)\alpha}$. Calculul volumului specific la finele compresiunii $v_{b1(I)\alpha}$ se face cu relaţia $v_{b1(I)\alpha} = \frac{V_{b1(I)\alpha}}{M_{1(I)\alpha}}$. unde $V_{b1(I)\alpha}$ reprezintă volumul din spatele frontului de flacără (adică volumul primei tranşe), cînd acesta este în continuare nemişcat (aceeaşi poziţie $x_{i(I)\alpha}$ de la bujie), însă pentru valoarea $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$ a poziţiei pistonului; citirea volumului $V_{b1(I)\alpha}$ se face în diagrama $V_1 - x$ (fig. 2).

Se procedează la realizarea compresiunii izentropice datorită deplasării pistonului pentru amestecul proaspăt din faţa frontului de flacără. Pentru aceasta este necesar să se cunoască volumele $\mathfrak{V}_{a2(I)}$ şi $\mathfrak{V}_{b2(I)}$ (raportate la 1 kmol) între care se execută comprimarea. Acestea se calculează cu relaţiile

$$\mathfrak{V}_{a2(I)} = V_{i2(I)} = \frac{\mathfrak{M}_2}{M_{2(I)}}$$

şi

$$\mathfrak{V}_{b2(I)} = V_{b2(I)} \frac{\mathfrak{M}_2}{M_{2(I)}}$$

unde $V_{i2(I)} = V_{i(I)} - V_{i1(I)\alpha}$ reprezintă volumul amestecului proaspăt din faţa frontului de flacără la începutul intervalului (poziţia pistonului pentru $\theta_{i(I)}$) şi $V_{b2(I)} = V_{f(I)} - V_{b1(I)\gamma}$ este volumul respectiv la finele intervalului (unghiul $\theta_{f(I)}$). Cu $V_{i(I)}$ şi $V_{f(I)}$ s-a notat volumul întregii camere de ardere la începutul şi la sfîrşitul intervalului.

Între aceste volume se execută în diagrama entropică $T-\mathfrak{S}$ (fig. 5) comprimarea izentropică între punctul $a_{2(I)}$, determinat de temperatura $T_{i(I)}$ şi de volumul $\mathfrak{V}_{a2(I)}$, şi punctul $b_{2(I)}$, determinat de volumul $\mathfrak{V}_{b2(I)}$. Se citeşte presiunea $p_{b2(I)}$ şi temperatura $T_{b2(I)}$ pe care o are amestecul proaspăt din faţa frontului de flacără la sfîrşitul primului interval. În urma acestor procese, în spatele frontului de flacără se află gaze avînd o temperatură şi o presiune ridicate, iar în faţa frontului de flacără gaze cu o temperatură şi o presiune mai scăzute.

În realitate, presiunea se egalizează în camera de ardere; gazele de ardere din tranşă se destind, comprimînd amestecul proaspăt, ceea ce are drept efect împingerea frontului de flacără. Procesul este ireversibil, întrucît cele două medii care acţionează unul asupra celuilalt nu se află în echilibru mecanic şi termic.

Pentru a calcula aceste procese ireversibile este necesar să se cunoască date suplimentare asupra modului în care se execută.

Se poate face ipoteza că gazele proaspete sînt comprimate izentropic, iar gazele de ardere se destind ireversibil.

Egalitatea volumelor şi bilanţul energiei interne se scrie

$$V_{1(I)\alpha} + V_{2(I)} = V_{(I)},$$

unde V pentru primul interval este $V = V_{f(I)}$, şi

$$U_{1(I)\alpha} + U_{2(I)} = U_{(I)},$$

unde $U_{(I)} = U_{b1(I)} + U_{b2(I)}$; valorile $U_{b1(I)}$ şi $U_{b2(I)}$ se citesc în diagrame şi se raportează apoi la cantitatea de substanţă din motor. Se duce apoi în diagrama $T-\mathfrak{S}$ evoluţia de compresiune izentropică a amestecului de la starea cunoscută $b_{2(I)}$ în continuare şi se citesc, la presiuni arbitrare alese, volumul $\mathfrak{V}_{2(I)}$ şi energia internă $\mathfrak{U}_{2(I)}$. Se transformă aceste mărimi, raportîndu-le la motor cu relaţiile

$$V_{2(I)} = \mathfrak{V}_{2(I)} \frac{M_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}$$

şi

$$U_{2(I)} = \mathfrak{U}_{2(I)} \frac{M_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}.$$

Se calculează volumul ocupat, la aceste presiuni arbitrare alese, de către gazele de ardere cu relaţia $V_{1(I)} = V_{f(I)} - V_{2(I)}$ şi se transformă această valoare, raportîndu-se la cantitatea de 1 kg, folosindu-se relaţia $v_{1(I)} = \frac{V_{1(I)}}{M_{1(I)}}$. Presiunile $p_{(I)}$ alese arbitrar şi volumele $v_{1(I)}$ care le

corespund definesc un punct în diagrama entropică pentru 1 kg de substanță pentru care se citește energia internă $u_{t1(1)}$; pe aceasta o transformăm, prin raportare la motorul real, cu relația $U_{1(I)} = M_{1I}\, u_{t1(I)}$. Se însumează $U_{1(I)} + U_{2(I)}$ și se trasează aceste valori într-o diagramă în funcție de presiune $p_{(I)}$ (fig. 6).

Se intersectează curba cu valoarea $U_{(I)}$ a energiei interne calculate; punctul de intersecție dă presiunea de echilibru $p_{f(I)}$. Se pune presiunea

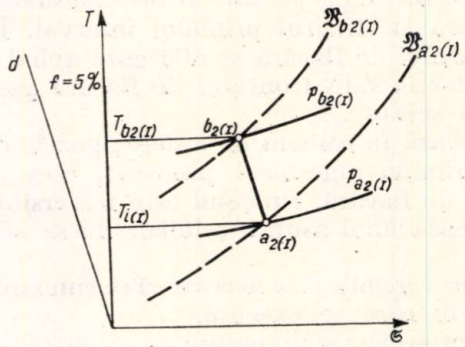


Fig. 5. — Calculul comprimării gazelor proaspete din fața frontului de flacără, folosind diagrama $T - \mathfrak{S}$.

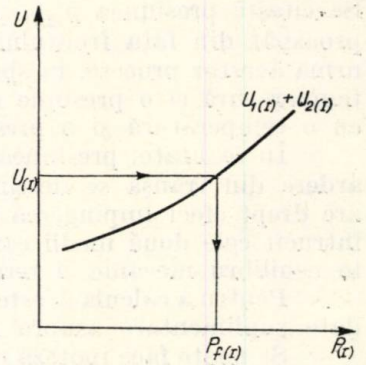


Fig. 6. — Determinarea presiunii de echilibru în camera de ardere a motorului la sfîrșitul intervalului de calcul.

respectivă pe curba de compresiune izentropică în diagrama $T - \mathfrak{S}$ și se determină temperatura amestecului proaspăt $T_{2f(I)}$ și volumul acestuia $\mathfrak{V}_{2f(I)}$ care se raportează la motor:

$$V_{2f(I)} = \mathfrak{V}_{2f(I)} \frac{M_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}.$$

Se calculează volumul gazelor de ardere: $V_{1f(I)\alpha} = V_{f(I)} - V_{2f(I)}$; se transformă acest volum, raportîndu-l la 1 kg de substanță $v_{1f(I)\alpha} = \frac{V_{1f(I)\alpha}}{M_{1(I)\alpha}}$. Se pune volumul $v_{1f(I)}$ și presiunea $p_{f(I)}$ în diagrama $u_t - s_t$ și se citesc temperatura $T_{f1(I)\alpha}$ și energia internă $u_{f1(I)\alpha}$ a gazelor de ardere.

În urma destinderii gazelor de ardere, frontul de flacără se află într-o nouă poziție, care se determină din diagrama $V_1 - x$ (fig. 2), fixîndu-se pe ordonată volumul $V_{f1(I)\alpha}$ și mergînd pe curba corespunzătoare unghiului de rotație al arborelui cotit $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$; se citește astfel pe abscisă poziția frontului de flacără $x_{f(I)}$. Viteza medie aparentă pe primul interval este

$$w_m = \frac{6n}{\Delta\theta} x_{f(I)}.$$

5.2. CALCULUL UNUI INTERVAL OARECARE

Se prezintă calculul pe un interval oarecare N; se consideră că la începutul intervalului există $\nu - 1$ tranşe şi că în cadrul intervalului arde tranşa ν. La începutul intervalului de calcul, presiunea este aceeaşi în tot cuprinsul camerei de ardere şi egală cu presiunea de la sfîrşitul intervalului precedent, $p_{f(N-1)} = p_{i(N)}$. Temperatura este diferită pentru fiecare tranşă şi pentru amestecul proaspăt, însă egală cu valoarea temperaturii la finele intervalului precedent:

$$T_{i1(N)\alpha} = T_{f1(N-1)\alpha},$$

$$T_{i1(N)\beta} = T_{f1(N-1)\beta},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$T_{i1(N)\nu-1} = T_{f1(N-1)\nu-1},$$

$$T_{i2(N)} = T_{f2(N-1)}.$$

Se cunosc cantităţile de substanţă: pentru fiecare tranşă ele au rămas constante din momentul existenţei lor; pentru amestecul proaspăt, cantitatea de substanţă este cea de la finele intervalului anterior:

$$M_{1(N)\alpha} = M_{1(N-1)\alpha} = M_{1(N-2)\alpha} = \ldots = M_{1(\mathrm{I})\alpha},$$

$$M_{1(N)\beta} = M_{1(N-1)\beta} = M_{1(N-2)\beta} = \ldots = M_{1(\mathrm{II})\beta},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$M_{1(N)\nu-1} = M_{1(N-1)\nu-1},$$

$$M_{i2(N)} = M_{f2(N-1)}.$$

Se cunoaşte poziţia frontului de flacără după ce în intervalul $(N-1)$ s-au încheiat toate operaţiile de calcul; frontul de flacără mărgineşte tranşa $\nu - 1$ şi se află la distanţa $x_{f(N-1)\nu-1}$.

Se execută procesul de ardere la volumul constant cu deplasare cu viteza constantă w a frontului de flacără, astfel că poziţia nouă a frontului de flacără este (pentru începutul noului interval)

$$x_{i1(N)\nu} = x_{f1(N-1)\nu-1} + \frac{\Delta\theta}{6n} w.$$

Se determină volumul gazelor din camera de ardere în spatele frontului de flacără la finele intervalului $N-1$, folosindu-se diagrama $V_1 - x$ (fig. 7), şi pentru acelaşi unghi de rotaţie al arborelui cotit $\theta_{i(N-1)}$ volumul pentru distanţa frontului de flacără la începutul intervalului N după

ce a ars tranşa ν, $V_{i1(N)\nu}$. Cantitatea de substanţă aflată în tranşa ν se determină cu relaţia

$$M_{1(N)\nu} = M\left(\frac{V_{i1(N)\nu}}{V_{i1(N)}} - \frac{V_{i1(N-1)\nu-1}}{V_{i1(N-1)}}\right).$$

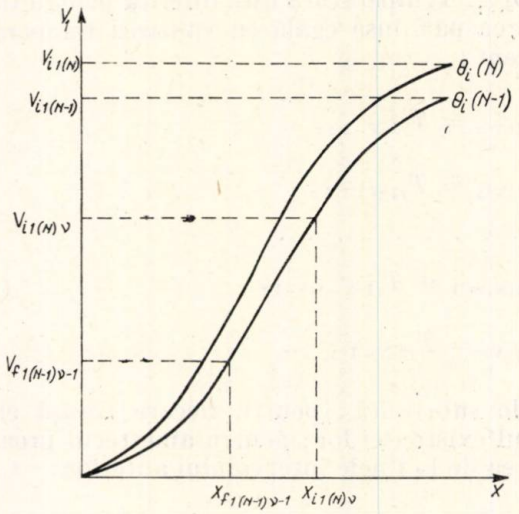


Fig. 7. — Determinarea volumelor necesare pentru calculul cantităţii de substanţă din tranşa ν

Se calculează pentru toate tranşele şi pentru amestecul proaspăt cantitatea de căldură (pentru 1 kg de substanţă) evacuată către fluidul răcitor; cantitatea de amestec proaspăt este evident:

$$M_{2(N)} = M\left(1 - \frac{V_{i1(N)\nu}}{V_{i1(N)}}\right).$$

Cu metoda arătată în pragraful 5.1 se determină energia internă a gazului în fiecare tranşă şi în amestecul proaspăt; tranşele $1 \cdots (\nu - 1)$ şi amestecul proaspăt îşi scad energia internă ca urmare a faptului că sînt supuse numai efectului schimbului de căldură; tranşa ν îşi măreşte energia internă, datorită aportului de căldură în procesul de ardere. Se procedează la deplasarea pistonului pentru a executa evoluţia adiabatică între poziţiile arborelui cotit θ_{N-1} şi θ_N. Ca urmare a acestor operaţii se cunosc:

— cantităţile de substanţă în fiecare tranşă: $M_{1(I)\alpha}$, $M_{1(II)\beta}, \ldots, M_{1(N)\nu}$, şi în amestecul proaspăt $M_{2(N)}$;

— volumul ocupat de fiecare tranşă: $V_{b1(N)\alpha}$, $V_{b1(N)\beta}, \ldots, V_{b1(N)\nu}$, şi de amestecul proaspăt $V_{b2(N)}$;

— presiunea gazului aflat în fiecare tranşă: $p_{b1(N)\alpha}$, $p_{b1(N)\beta}, \ldots, \ldots, p_{b1(N)\nu}$, şi în amestecul proaspăt $p_{b2(N)}$;

— temperatura gazului aflat în fiecare tranşă : $T_{b1(N)\alpha}$, $T_{b1(N)\beta}$, . . ., . . ., $T_{b1(N)\nu}$, şi în amestecul proaspăt $T_{b2(N)}$.

Este necesar să se execute operaţia de egalizare a presiunilor în întreaga cameră de ardere. Operaţia este, după cum s-a arătat, ireversibilă.

Ipotezele de calcul vor fi următoarele : gazele din amestecul proaspăt sînt comprimate reversibil de către gazele din tranşa imediat vecină, care schimbă lucru mecanic cu aceasta ; restul de tranşe evoluează total ireversibil, fără schimb de lucru mecanic cu exteriorul (aceasta se poate admite datorită diferenţei mici de presiune dintre diferitele tranşe) ; se consideră că energia internă nu este influenţată de variaţia de presiune.

Se scrie următorul sistem de ecuaţii :

$$\sum_{\alpha_i=\alpha}^{\alpha_i=\nu} V_{b1(N)\alpha_i} + V_{b2(N)} = V_{i1(N)},$$

$$p_{f(N)}\, V_{f1(N)\alpha} = M_{f1(N)\alpha}\, R_1 T_{f1(N)\alpha},$$

. . . . . .

$$p_{f(N)}\, V_{f(N)\nu} = M_{f1(N)\nu}\, R_1 T_{f1(N)\nu},$$

$$p_{f(N)}\, V_{f2(N)} = M_{f2(N)}\, R_2\, T_{f2(N)},$$

$$U_{f1(N)\nu} = U_{b1(N)\nu} - A\,\frac{p_{b2(N)}\, V_{b2(N)} - p_{f(N)}\, V_{f2(N)}}{\varkappa_2 - 1},$$

$$p_{b2(N)}\, V_{b2(N)}^{\varkappa_2} = p_{f(N)}\, V_{f2(N)}^{\varkappa_2}.$$

Cele $\nu + 4$ ecuaţii servesc la determinarea celor $\nu + 1$ volume, a presiunii în camera de ardere şi a temperaturilor în tranşa ν şi în amestecul proaspăt, care repezintă necunoscutele. În cadrul metodei de calcul propuse, temperaturile în tranşele care se destind ireversibil rămîn constante (deoarece energia internă nu a variat), iar pentru simplificare comprimarea amestecului proaspăt s-a considerat că se poate calcula cu relaţiile pentru evoluţiile gazelor ideale.

În această prezentare nu s-a insistat asupra transformărilor ce trebuie efectuate asupra mărimilor calculate pentru cilindru (o cantitate oarecare de substanţă) şi pentru calcule în diagrama entropică (1 kmol pentru amestecul proaspăt şi 1 kg pentru gazele de ardere). Calculul arderii pe intervale se continuă pînă ce frontul de flacără a parcurs întreaga cameră de ardere sau pînă ce s-a dezvoltat 90—95% din cantitatea de căldură disponibilă în amestecul proaspăt.

5.3. CALCULUL DESTINDERII

Acest calcul se execută pentru fiecare tranşă de gaze de ardere în parte, începînd cu sfîrşitul arderii, şi se încheie la începutul deschiderii supapei de evacuare. Curba reală de destindere va fi asimilată cu o curbă

de destindere cu exponent adiabatic constant (k = 1,25—1,35), ţinîndu-se în plus seama de schimbul de căldură. Pentru a putea calcula corect schimbul de căldură, procesul de destindere trebuie realizat pe intervale.

La sfîrşitul arderii se cunosc :

— cantităţile de substanţă (gaze de ardere) existente în fiecare tranşe : $M_{1\alpha}$, $M_{1\beta}$, ..., $M_{1\nu}$;

— presiunile finale în tranşe, egale cu presiunea în cilindru p ;

— temperaturile finale în fiecare tranşă : $T_{1\alpha}$, $T_{1\beta}$, ..., $T_{1\nu}$.

Aceste mărimi servesc drept date iniţiale pentru primul interval de calcul al destinderii.

În ipoteza gazelor ideale se scrie pentru gazele din cilindru :

$$p_{i1(I)\alpha} V^{k_1}_{i1(I)\alpha} = p_{f1(I)\alpha} V^{k_1}_{f1(I)\alpha},$$

$$p_{i1(I)\beta} V^{k_1}_{i1(I)\beta} = p_{f1(I)\beta} V^{k_1}_{f1(I)\beta},$$

. . . . . .

$$p_{i1(I)\nu+\xi} V^{k_1}_{i1(I)\nu+\xi} = p_{f1(I)\nu+\xi} V^{k_1}_{f1(I)\nu+\xi},$$

unde $\nu + \xi$ reprezintă rangul ultimei tranşe, iar cifra romană din paranteză intervalul în cadrul calculului evoluţiei de destindere. La aceste ecuaţii se mai adaugă condiţia conservării volumului cilindrului :

$$V_{f1(I)\alpha} + V_{f1(I,\beta} + \ldots + V_{f1(I)\nu+\xi} = V_{1f(I)}.$$

Din acest sistem de ecuaţii rezultă presiunea finală în cilindru la sfîrşitul primului interval, volumul ocupat de fiecare tranşă, şi temperatura finală în fiecare tranşă, calculată cu relaţia

$$T_{f1(I)} = \frac{p_{f1(I)} V_{f1(I)}}{M_{1(I)} R_1}.$$

Cunoscînd volumele finale ale tranşelor, se poate afla la sfîrşitul primului interval noua poziţie a tranşelor cu ajutorul curbelor din figura 2. Avînd toate aceste date, se poate calcula, în acelaşi mod ca la ardere, schimbul de căldură de la fiecare tranşă către fluidul de răcire.

Calculul intervalelor următoare se face la fel ca primul interval de destindere. Calculul se continuă pînă la unghiul la care se deschide supapa de evacuare.

6. REZULTATE ALE ANALIZEI EFECTUATE PRIN CALCUL

Calculul s-a referit la un motor de tipul SR-211, avînd alezajul $D = 97$ mm, cursa $S = 85$ mm, raportul volumetric de comprimare $\varepsilon = 6{,}7$, turaţia de calcul $n = 2\,500$ rot/min, avansul la declanşarea scînteii electrice $\theta_{a_s} = 20°$ RAC; motorul este prevăzut cu o cameră de ardere pană. Calculul s-a executat la plină admisie, admiţîndu-se presiunea în cilindru în momentul închiderii supapei de admisie $p_a = 0{,}85$ kgf/cm^2.

6.1. ELEMENTE GEOMETRICE ŞI CINETICE

În procesul de ardere descris conform acestui model, volumul fiecărei tranşă variază din momentul în care tranşa începe să ardă şi pînă la sfîrşitul procesului de ardere (fig. 8).

Ca urmare a variaţiei volumului tranşelor se modifică suprafaţa de schimb de căldură (fig. 9) şi distanţa frontului de flacără de la bujie (fig. 10).

În urma variaţiilor de volum pe care le încearcă gazele din cilindrul motorului, viteza aparentă de deplasare a frontului de flacără se modifică (fig. 11); ea are valori cuprinse între 20 şi 35 m/s.

În procesul de destindere, poziţia relativă a tranşelor se schimbă deşi nu mai au loc arderi, aşa după cum se vede în figura 12.

6.2. TEMPERATURI

Cu metoda arătată s-au calculat temperaturile gazelor din cilindru pentru întreg ciclul de funcţionare (fig. 13). Se constată creşterea temperaturii amestecului proaspăt înainte de ardere (ca urmare a comprimării acestuia de către gazele de ardere) de la circa 600°K la sfîrşitul destinderii la circa 890°K la începutul arderii ultimei tranşe, şi aceasta deşi pistonul a început să se deplaseze pe evoluţia de destindere. Se observă marile inegalităţi termice în cilindru, inegalităţi care se păstrează pînă la deschiderea supapei de evacuare.

Existenţa în cilindru a unor mase de gaz cu temperatură diferită conduce şi la o repartiţie a temperaturilor la suprafaţa capului pistonului, repartiţie calculabilă (fig. 14).

Deşi temperatura variază de la tranşă la tranşă de gaze de ardere, presiunea în cilindru este, conform ipotezei, aceeaşi în toată masa de gaz la un moment dat; variaţia ei în decursul unui ciclu este redată în figura 15.

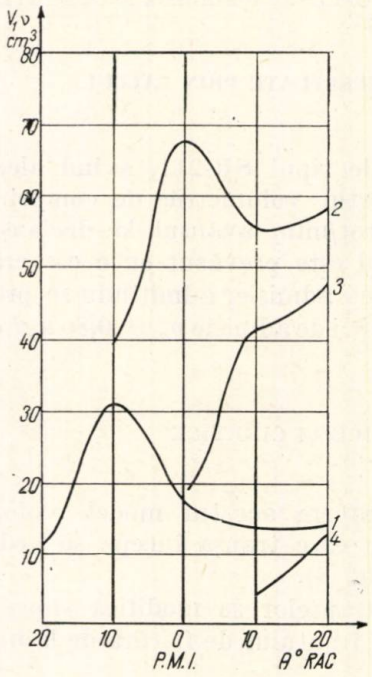


Fig. 8. — Variația volumului transelor de gaze de ardere V_{1v} în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

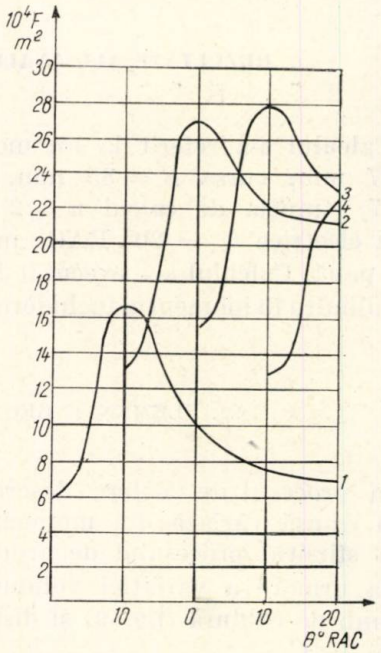


Fig. 9. — Variația suprafeței de schimb de căldură a transelor de gaze de ardere F în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

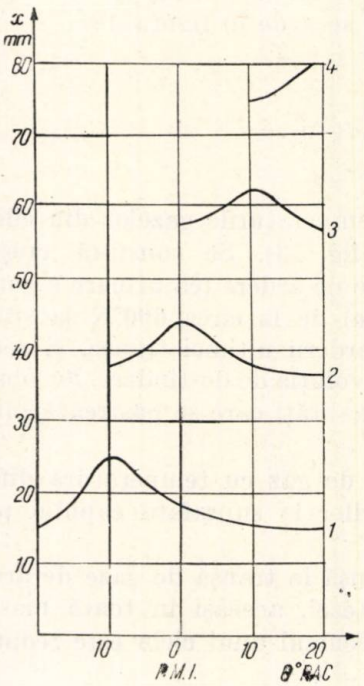


Fig. 10. — Variația distanței de la bujie a frontului de flacără x în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

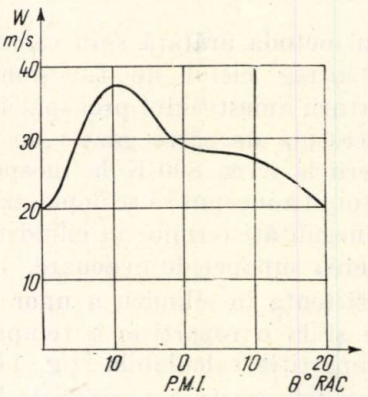


Fig. 11. — Variația vitezei aparente de deplasare a frontului de flacără w în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

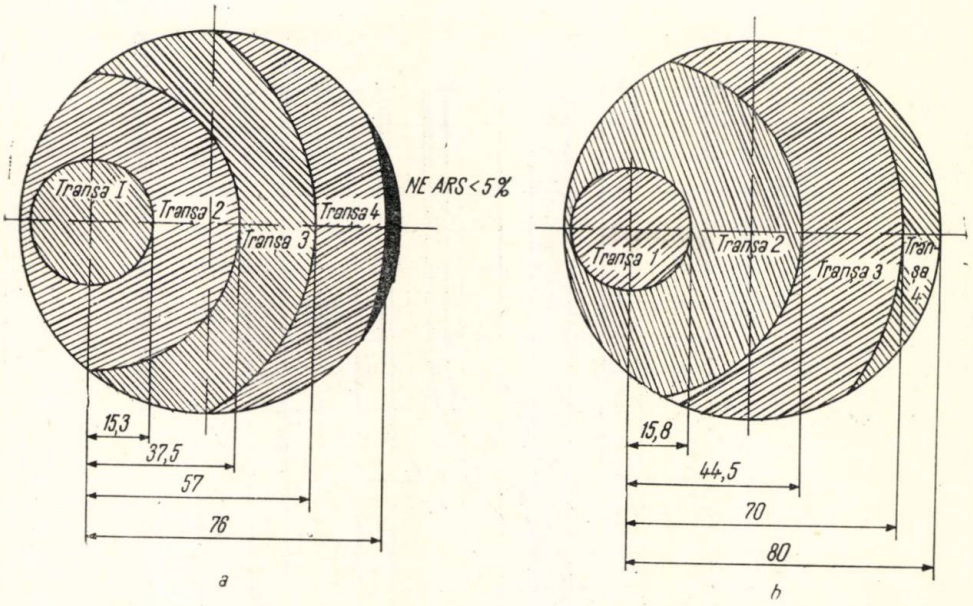


Fig. 12. — Poziția diferitelor tranșe de gaze de ardere în cilindru : *a* — la sfîrșitul arderii ; *b* — la sfîrșitul destinderii.

6.3. COMPOZIȚIA CHIMICĂ

Compoziția chimică s-a determinat pentru fiecare tranșă în parte cu valorile presiunii și temperaturii de la finele intervalului de calcul. S-au calculat valorile pentru cele patru intervale ale arderii și s-au ales pe destindere intervalul de la 70 la 80°RAC, apreciat ca fiind mijlocul destinderii și intervalul 110—122°RAC, sfîrșitul destinderii. Calculele s-au făcut fără a se ține seama de interdependențele dintre echilibrele chimice. Echilibrul monoxidului de azot s-a calculat admițîndu-se ca substanță activă oxigenul care apare din disocierea bioxidului de carbon și a apei

În tabelele 1, 2, 3 și 4 se prezintă procentual (în volume) compoziția gazelor de ardere în diferitele tranșe. Se constată diferențe mari de la o tranșă la alta și de la interval la interval, tocmai datorită diferenței de temperatură.

Existența la un moment dat a unor concentrații diferite ale componenților de disociere în tranșele de gaz face ca în cilindru cantitatea de oxid de carbon și de monoxid de azot, produși poluanți ai atmosferei, să difere de cea care ar rezulta din calculul pentru o temperatură medie a gazelor.

Pentru exemplificare, în tabelele 5, 6 și 7 se dau datele calculate pentru cantitățile de gaze aflate în cilindru la încheierea arderii la mijlocul și la sfîrșitul destinderii în ipoteza unui gradient de temperatură în gazele de ardere și al temperaturii constante.

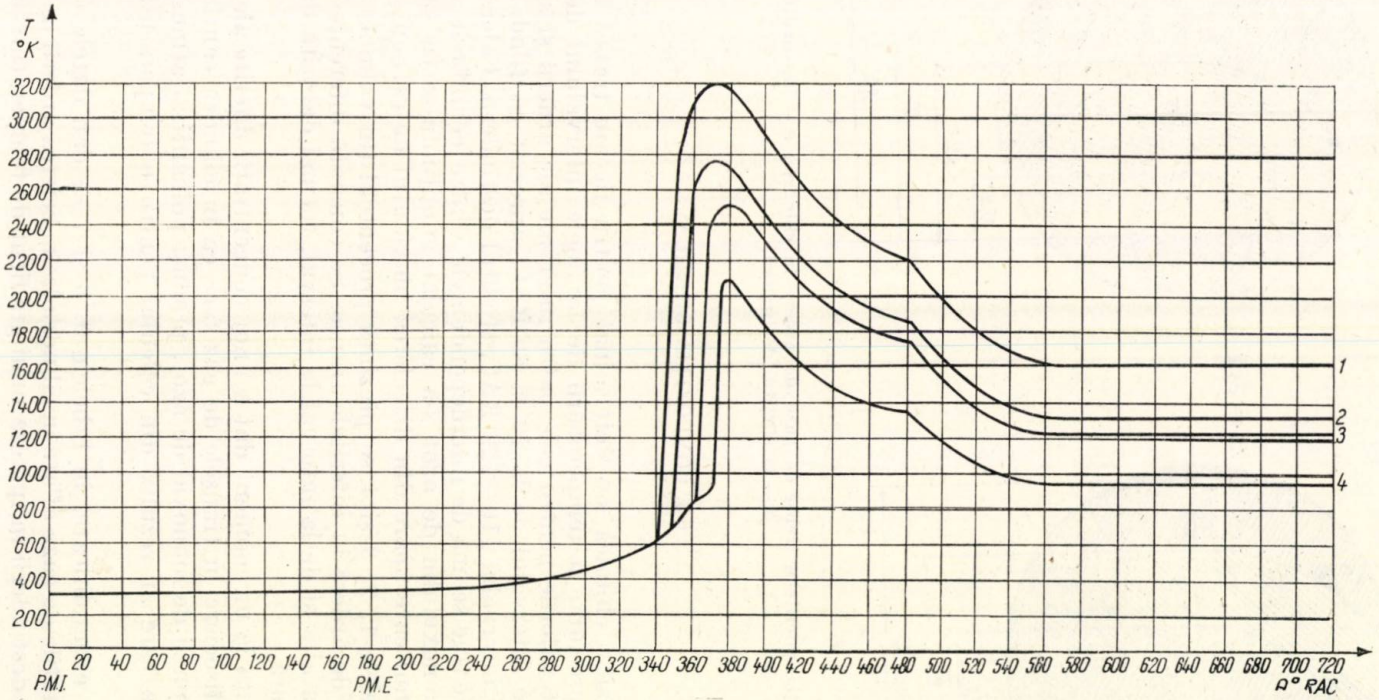
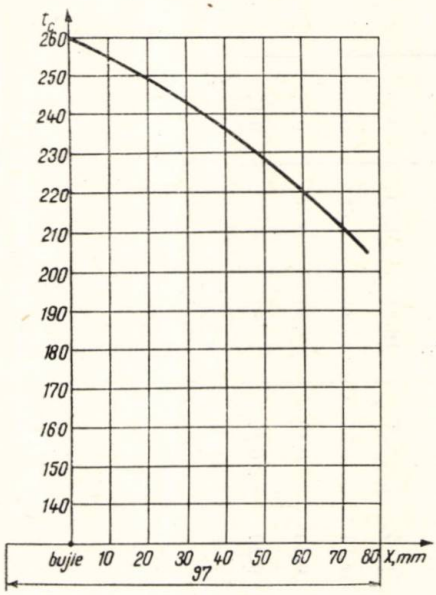


Fig. 13. — Variația temperaturii gazelor din cilindru în diferite tranșe de gaze T în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ.

Aşa cum se observă din figurile 13, 15 şi 16, presiunea este aproximativ aceeaşi în cazul celor două ipoteze de calcul; în schimb, temperatura variază mult, spre exemplu pentru prima tranşe cu circa 600 grd. mai mare. Rezul-



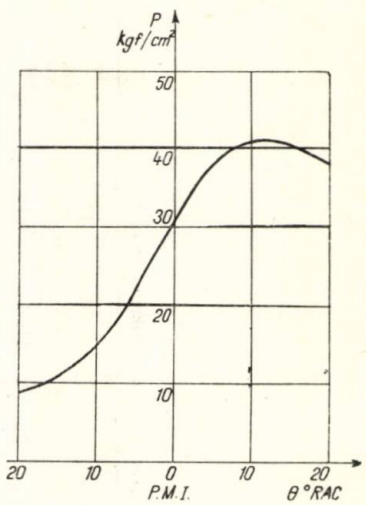
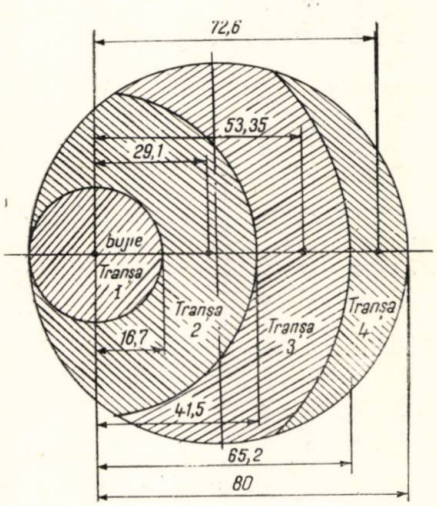


Fig. 15. — Variaţia presiunii p în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ în timpul procesului de ardere.



← Fig. 14. — Variaţia temperaturii la suprafaţa capului pistonului.

tatul final în privinţa compoziţiei este corectat într-o oarecare măsură de faptul că prima tranşă are relativ un volum mic.

Tabela 1

Compoziția procentuală a gazelor de ardere în tranșa 1 după stabilirea echilibrului chimic *)

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	NO %
20—10	10,40	1,50	0,75	11,40	0,45	0,22	11,20	0,67	0,33	$600 \cdot 10^{-4}$
10—0	9,20	2,74	1,37	10,70	1,11	0,55	10,28	1,61	0,80	$2300 \cdot 10^{-4}$
0—10	9,15	2,76	1,33	10,70	1,15	0,57	10,15	1,73	0,86	$2800 \cdot 10^{-4}$
10—20	9,25	2,70	1,35	10,70	1,14	0,57	10,20	1,65	0,82	$2500 \cdot 10^{-4}$
70—80	10,40	1,35	0,67	11,50	0,40	0,19	11,30	0,56	0,28	$400 \cdot 10^{-4}$
110—122	11,30	0,66	0,33	11,70	0,20	0,10	11,60	0,27	0,13	$100 \cdot 10^{-4}$

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 2

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 2 după stabilirea echilibrului chimic *)

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	NO %
10—0	11,35	1,13	0,56	12,20	0,28	0,14	12,08	0,41	0,20	$410 \cdot 10^{-4}$
0—10	11,05	1,46	0,73	12,10	0,51	0,25	11,78	0,72	0,36	860.10^{-4}
10—20	11,10	1,42	0,71	12,03	0,48	0,24	11,80	0,70	0,35	$760 \cdot 10^{-4}$
70—80	12,20	0,25	0,12	12,41	0,08	0,04	12,38	0,14	0,07	$40 \cdot 10^{-4}$
110—122	12,40	0,03	0,01	12,45	0,03	0,01	12,45	0,03	0,01	$6,36 \cdot 10^{-4}$

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 3

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 3 după stabilirea echilibrului chimic *)

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	NO %
0—10	11,95	0,50	0,25	11,60	0,16	0,08	12,28	0,23	0,11	$169 \cdot 10^{-4}$
10—20	11,65	0,84	0,42	12,18	0,30	0,15	12,05	0,44	0,22	$331 \cdot 10^{-4}$
70—80	12,38	0,13	0,06	12,43	0,05	0,02	12,41	0,05	0,02	$13,70 \cdot 10^{-4}$
110—122	12,45	0,04	0,02	12,48	0,02	0,01	12,48	0,01	0,005	$2,64 \cdot 10^{-4}$

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

Tabela 4

Compoziția procentuală a gazelor de ardere din tranșa 4 după stabilirea echilibrului chimic *)

$\Delta\theta$ °RAC	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows CO_2$			$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightleftarrows H_2O$			$OH + \frac{1}{2} H_2 \rightleftarrows H_2O$			$NO \rightleftarrows \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} O_2$
	CO_2 %	CO %	O_2 %	H_2O %	H_2 %	O_2 %	H_2O %	OH %	H_2 %	NO %
10—20	12,18	0,45	0,22	12,35	0,13	0,06	12,31	0,18	0,09	$126 \cdot 10^{-4}$
70—80	12,48	0,01	0,005	12,49	0,005	0,002	12,49	0,005	0,002	$0,22 \cdot 10^{-4}$
110—122	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

*) Echilibrele chimice s-au considerat independente.

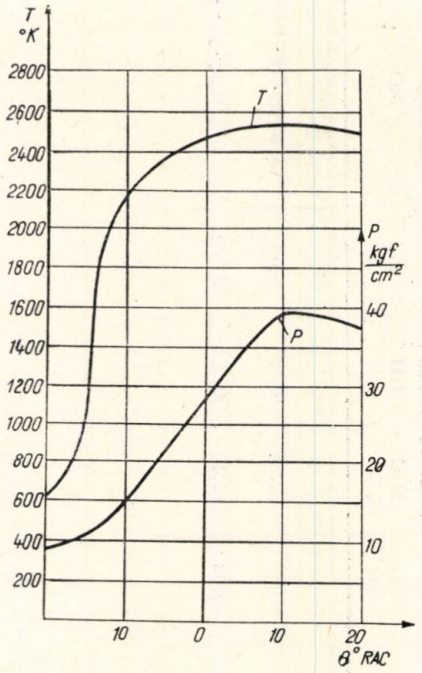


Fig. 16. — Variația presiunii p și a temperaturii T în cilindru în timpul arderii în cazul în care nu se consideră neuniformitatea temperaturilor în cilindru.

Tabela 5

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la sfîrșitul arderii ($\theta = 20°$ **RAC**)

Gaz	Cantități pe tranșe în kg				Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temperatură uniformă (kg)
	Tranșa 1	Tranșa 2	Tranșa 3	Tranșa 4		
CO	$16{,}80 \cdot 10^{-7}$	$40{,}90 \cdot 10^{-7}$	$21{,}20 \cdot 10^{-7}$	$43 \cdot 10^{-7}$	$121{,}90 \cdot 10^{-7}$	$54{,}80 \cdot 10^{-7}$
NO	$17{,}20 \cdot 10^{-8}$	$23{,}50 \cdot 10^{-8}$	$8{,}90 \cdot 10^{-8}$	$1{,}33 \cdot 10^{-8}$	$50{,}93 \cdot 10^{-8}$	$21 \cdot 10^{-8}$

Tabela 6

Compoziția produșilor poluanți în gazele de ardere din cilindru la mijlocul destinderii ($\theta = 80°$ **RAC**)

Gaz	Cantități pe tranșe în kg				Cantități în cilindru (kg)	Cantități la temperatură uniformă (kg)
	tranșa 1	tranșa 2	tranșa 3	tranșa 4		
CO	$8{,}40 \cdot 10^{-7}$	$7{,}53 \cdot 10^{-7}$	$2{,}85 \cdot 10^{-7}$	$0{,}153 \cdot 10^{-7}$	$18{,}933 \cdot 10^{-7}$	$9{,}8 \cdot 10^{-7}$
NO	$3{,}17 \cdot 10^{-8}$	$1{,}23 \cdot 10^{-8}$	$0{,}37 \cdot 10^{-8}$	$2{,}33 \cdot 10^{-11}$	$4{,}77 \cdot 10^{-8}$	$1{,}23 \cdot 10^{-8}$

Tabela 7

Compoziţia produşilor în gazele de ardere din cilindru la sfîrşitul destinderii ($\theta = 122°$RAC)

Gaz	Cantităţi pe tranşe în kg				Cantităţi în cilindru (kg)	Cantităţi la temperatură uniformă (kg)
	tranşa 1	tranşa 2	tranşa 3	tranşa 4		
CO	$4{,}09 \cdot 10^{-7}$	$2{,}13 \cdot 10^{-7}$	$1{,}08 \cdot 10^{-7}$	—	$7{,}30 \cdot 10^{-7}$	$1{,}23 \cdot 10^{-7}$
NO	$0{,}92 \cdot 10^{-8}$	$0{,}19 \cdot 10^{-8}$	$0{,}07 \cdot 10^{-8}$	—	$1{,}18 \cdot 10^{-8}$	$6{,}58 \cdot 10^{-11}$

★

Desigur că modelul propus nu reprezintă decît o aproximaţie a proceselor reale şi acoperă numai una dintre ipotezele posibile privitoare la geneza produşilor poluanţi [3]. Totuşi, ţinînd seama de faptul că determină valori de monoxid de carbon şi monoxid de azot mai mari decît cele obişnuit calculate şi o repartiţie a temperaturilor în cazul pistonului apropiată de realitate, modelul poate fi privit cu interes.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, *Calculul evoluţiei de ardere la motorul cu aprindere prin scînteie cu ajutorul diagramelor termodinamice*, Stud. cerc. energ. electr., **XV**, *1*, 153—161 (1965).
2. I. I. Viebe, *Poliempiriceskoe uravnenie skorosti sgoraniia v dvigateliah*, în *Porşnevîe dvigateli vnutrennego sgorania*, Izd. Akad. Nauk SSSR, 1956, p. 185—191.
3. C. A. Vasilescu, N. Stoica, *L'influence de la forme de la chambre de combustion sur la concentration des produits polluants dans les gaz d'échappemnt des moteurs à allumage par étincelle*, Rev. Roum. Sci. Techn. Énerg. Electrotechn., *2*, ... (1971).
4. G. Bărănescu, *Calculul proceselor de ardere*, Bucureşti, Edit. Academiei, 1955.
5. H. C. Hottel, G. C. Williams, *Thermodynamic charts for combustion Processes*, New York, John Willey & Sons, 1949.
6. G. Sitkei, *Hőátadás és hőterhelés belsőégésü motorokban*, Budapesta, Akadémiai Kiadó, 1962.

TRANSFORMĂRI STRUCTURALE LA OBȚINEREA COCSULUI BRICHETE PRIN TRATAMENT TERMOCHIMIC*

DE
I. NISTOR și C. PANAITESCU

În vederea cunoașterii mai aprofundate a transformărilor care au loc în cursul tratamentului termochimic pentru obținerea cocsului brichete, au fost efectuate o serie de determinări fizico-chimice și studii microscopice. Corelarea acestora a permis explicarea unor fenomene observate anterior, ca: obținerea unor rezistențe mecanice ridicate, scăderea procentului de materii volatile și de produse condensabile rezultate la pirogenare. De asemenea s-a stabilit o diferențiere structurală evolutivă, cu transformarea liantului în funcție de condițiile tratamentului termochimic. Studiile efectuate au permis stabilirea unei metode pentru determinarea gradului de oxidare a cocsului brichete.

În procedeul de fabricare al cocsului brichete termo-oxidat, ultima etapă a procesului tehnologic — tratamentul termochimic — reprezintă faza esențială și caracteristică prin modificările care au loc în structura, compoziția și respectiv, însușirile brichetelor.

Determinarea gradului de transformare a materialului în timpul tratamentului termochimic și influența acestuia asupra caracteristicilor brichetelor oxidate constituie criteriul de apreciere și permite stabilirea parametrilor tehnologici celor mai potriviți în vederea utilizării lui metalurgice.

Unele date asupra mecanismului realizării unei rezistențe corespunzătoare a cocsului brichete, ca urmare a efectuării tratamentului termochimic asupra brichetelor la care s-a folosit drept liant bitum de petrol, au fost prezentate în studii anterioare (1), (2).

Oxidarea bitumului de petrol este un fenomen complex, care presupune o serie întreagă de procese de transformare a compușilor chimici, corespunzător amestecului diferitelor clase de constituenți, cu redistri-

* Lucrare susținută în ședința secției Termoenergetică în luna mai 1966.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 587—596, 1971

buiri de elemente şi intensităţi diferite pe faza de reacţie (3). Aceste transformări au loc în timp şi sînt dependente de temperatură (fig. 1), iar variaţia oxigenului sau a compuşilor cu oxigen din gazele degajate la oxidare şi a oxigenului din brichete nu reprezintă imaginea fidelă a desfăşurării procesului.

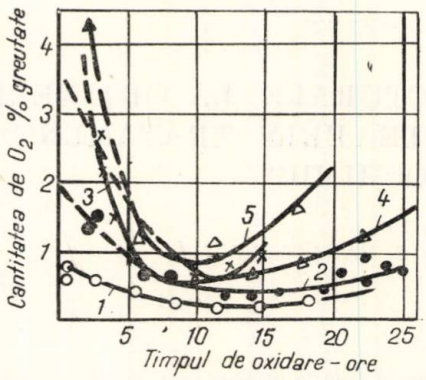


Fig. 1. — Influenţa timpului de oxidare asupra cantităţii de oxigen care ia parte în proces (3) : — *1*, *2*, *3* — oxidarea bitumului la 220 °C, 250° şi respectiv 280°C după îndepărtarea fracţiunilor uleioase pînă la 500°C ; 4,5 — idem la 250° şi 280°C după îndepărtarea fracţiunilor uleioase pînă la 400°C.

Există însă o serie de caracteristici ale cocsului brichete a căror variaţie în funcţie de cei doi factori de bază ai procesului (temperatură şi timp) este strîns legată de modificările produse şi care se găsesc, unele faţă de altele, într-o anumită conexiune. Studiul acestora a făcut posibilă stabilirea unei căi directe în determinarea gradului de oxidare a brichetelor şi mai puţin susceptibilă de erori prin influenţa însăşi a modului de lucru.

Caracteristicile cocsului brichete, care prin modificările lor în funcţie de condiţiile tratamentului termochimic reflectă gradul de transformare al structurii brichetelor oxidate, sînt următoarele : materiile volatile, gudronul de la carbonizarea la temperatură joasă (semicarbonizare), extrasul cu solvent şi rezistenţă mecanică a brichetelor oxidate şi degazate.

Studiul corelaţiei acestor caracteristici şi a condiţiilor tratamentului termochimic s-a efectuat prin variaţia alternativă a celor doi parametri de bază ai procesului : temperatura şi durata de oxidare.

Materiile prime utilizate la brichetare (tabela 1) au fost : cocs de fluidizare, 86%, şi bitum de petrol parafinos, 14%.

Tabela 1

Caracteristicile chimico-tehnice ale materiilor prime

Nr. crt.	Materia primă	W^a %	$A^{anh.}$ %	$V^{anh.}$ %	C %	H %	S_t %	$Q_s^{anh.}$ kcal/kg	Punct de înmuiere I.B. °C
1	Cocs de fluidizare	6,5	17,8	2,9	92,8	2,1	2,4	6770	—
2	Bitum de petrol parafinos	0,1	0,2	85,4	84,9	10,5	0,5	—	61

Pentru seria de experimentări la care s-a menținut durata de oxidare constantă (4 ore), temperatura tratamentului termochimic a fost de 190, 215, 240 și 265°C.

Seria experimentărilor la care temperatura s-a păstrat constantă, 265°C, a avut ca parametru variabil durata tratamentului, respectiv 1, 2, 4 și 6 ore. Randamentele de extracție au fost efectuate cu tetraclorură de carbon, care, în urma experimentării cîtorva tipuri de solvenți, s-a constatat a da rezultatele cele mai bune atît în ceea ce privește cantitatea de extras, cît și reproductibilitatea rezultatelor. Granulația probelor supuse extracției a fost 0—0,3 mm. Cercetările efectuate privind influența tratamentului termochimic asupra calității cocsului brichete în general și a rezistenței termomecanice în special, în strînsă legătură cu modificările și cu evoluția transformărilor structurale ale brichetelor în funcție de condițiile oxidării, au fost extinse și asupra constituției microscopice a cocsului brichete. Secțiunile lustruite au fost executate*, după tehnica obișnuită de pregătire a cocsurilor (4) (5), asupra secțiunilor longitudinale pe diametru, reprezentînd astfel întreaga brichetă de cocs.

Cercetarea microscopică a secțiunilor s-a efectuat cu un microscop universal Panphot tip Leitz-Wetzlar, în lumină reflectată, uscat, cu nicoli paraleli (cercetarea în imersiune nu prezintă interes în acest caz). Mărirea utilizată pentru micrografii (150 X) a fost aleasă pentru evidențierea cît mai clară a infiltrării bitumului în porii cocsului și a gradului său de transformare.

Cercetarea petrografică calitativă întreprinsă asupra secțiunilor a inclus următoarele trepte :

a) observarea cu ochiul liber ;

b) observarea cu lupa ;

c) cercetarea microscopică la diferite măriri (80 X, 150 X, 220 X).

Au fost studiate astfel secțiunile lustruite efectuate la brichetele crude și cocsul brichete cu diferite grade de oxidare, realizate prin variația temperaturii și a duratei tratamentului, după cum se prezintă în tabelele 2 și 3, care cuprind și variația caracteristicilor chimico-tehnice ale cocsului brichete.

Din analiza datelor obținute au rezultat următoarele. Cea mai importantă caracteristică a cocsului brichete, procentul de materii volatile, variază cu condițiile tratamentului termochimic astfel : pe măsura creșterii temperaturii de oxidare, valoarea materiilor volatile scade de la 13,8% la brichete crude pînă la 8,9% la brichetele oxidate timp de 4 ore la 265°C ; de asemenea, odată cu prelungirea duratei tratamentului termochimic de la 1 la 6 ore, procentul de materii volatile a scăzut continuu pînă la 7,8%. Acest fapt se explică prin dezvoltarea reacțiilor de descompunere-oxidare ale liantului în limitele respective de temperatură și timp, în afara cărora transformările nu mai sînt esențiale.

Variația în sensul unei ușoare creșteri a procentului de cenușă, paralel cu mărirea temperaturii și duratei tratamentului termochimic, are loc ca urmare a creșterii conținutului de carbon fix.

* Secțiunile lustruite și micrografiile s-au efectuat în Laboratorul de Cercetări mineralogice și petrografice al ICEMIN, în colaborare cu I. Nițulescu.

Tabela 2

Caracteristicile chimico-tehnice ale cocsului brichete în funcţie de temperatura tratamentului termochimic (durata tratamentului 4 ore)

Nr. crt.	Proba / Caracteristica	$A^{anh.}$ %	$V^{anh.}$ %	C^{mc} %	H^{mc} %	Q_s^{mc} kcal/kg	Randament$^{anh.}$ Gray-King			Compoziţia gaz proba Gray-King %					
							Cocs %	Uleiuri %	Gaz cm³/100g	CO_2	CnHn	CO	H_2	CH_4	Alte gaze + pierderi
1	Brichete crude	15.7	13.8	89.6	2.6	7000	86.5	9.2	4000	37.5	6.4	14.7	18.2	22.1	1.1
2	Brichete oxidate 190°C	16.2	12.6	90.3	2.5	6980	87.8	7.5	4300	39.4	6.1	14.0	15.1	16.7	8.7
3	„ „ 215°C	16.5	11.8	90.0	2.3	682.0	88.0	6.0	4400	42.4	5.5	15.2	12.2	16.6	8.1
4	„ „ 240°C	16.6	10.0	89.5	2.0	6850	89.4	2.2	4500	56.6	2.8	13.7	6.5	14.4	6.0
5	„ „ 265°C	16.6	8.9	88.9	1.9	6820	90.3	1.5	4500	63.2	2.1	12.0	2.5	13.4	6.8

Tabela 3

Caracteristicile chimico-tehnice ale cocsului brichete în funcţie de durata tratamentului termochimic (temperatura tratamentului 265° C)

Nr. crt.	Proba / Caracteristica	$A^{anh.}$ %	$V^{anh.}$ %	C^{mc} %	H^{mc} %	Q_s^{mc} kcal/kg	Randament$^{anh.}$ Gray-King			Compoziţia gaz proba Gray-King %					
							Cocs %	Uleiuri %	Gaz cm³/100g	CO_2	CnHn	CO	H_2	CH_4	Alte gaze + pierderi
1	Brichete crude	15.7	13.8	89.6	2.6	7000	86.5	9.2	4000	37.5	6.4	14.7	18.2	22.1	1.1
2	Brichete oxidate 1 h	16.1	12.7	89.9	2.1	6930	89.4	4.8	4000	48.7	3.1	13.5	7.4	19.6	7.7
3	„ „ 2 h	16.2	11.3	88.6	2.0	6890	90.5	2.0	4500	54.0	2.4	13.4	4.1	17.6	8.5
4	„ „ 4 h	16.3	8.9	87.2	1.7	6850	90.6	1.2	4400	62.4	2.3	11.9	2.7	11.6	9.1
5	„ „ 6 h	16.5	7.8	87.1	1.6	6810	90.9	0.2	4600	70.1	0.8	13.2	2.5	8.8	4.6

Desfășurarea reacțiilor chimice, care au loc ca o consecință a tratamentului termochimic în sensul creșterii gradului de oxidare al brichetelor, se reflectă și în alura descrescătoare a valorilor elementelor carbon și hidrogen din compoziția elementară, paralel cu mărirea temperaturii și a duratei tratamentului. Puterea calorifică urmează, în general, variația compoziției elementare.

Rezistența mecanică a brichetelor oxidate, parametru fizic de apreciere a gradului de oxidare și consecința directă și principală a tratamentului termochimic, arată o creștere bruscă și importantă de la valoarea de 60% >10 mm pentru brichetele crude la 91% >10 mm la brichetele oxidate la 190°C; în intervalul 190—240°C, creșterea rezistenței continuă într-un ritm mai lent, temperatura de 265°C aducînd o îmbunătățire ușoară a acesteia. În mod corespunzător se ameliorează și abrazivitatea (roaderea), de la 21,4% <1 mm la brichetele crude pînă la 7,6% <1 mm la brichetele oxidate la 190°C și 5,5% la brichetele oxidate la 265°C (fig. 2).

Un sens similar de variație cu temperatura îl prezintă și rezistența, respectiv abrazivitatea brichetelor degazate: rezistența de 63,8% pentru brichetele crude degazate față de 87,9% la brichetele degazate după oxidarea la 190°C și 92,9% pentru brichetele degazate după oxidare la 265°C.

Creșterea duratei de oxidare de la 1—4 ore a condus la creșterea rezistenței mecanice pînă la 93,1%; prelungirea acestei durate la 6 ore în condițiile de lucru din laborator nu s-a dovedit necesară, ea influențînd chiar negativ asupra rezistenței mecanice atît a brichetelor oxidate, cît și a celor degazate (fig. 3). În mod corespunzător variază și abrazivitatea pentru cele două categorii de cocs-brichete, timpul cel mai potrivit de oxidare fiind cel de 4 ore, ceea ce confirmă rezultatele lucrărilor anterioare. Astfel, creșterea pînă la o anumită limită a gradului de transformare a liantului în timpul tratamentului lui termochimic atrage după sine o consolidare a structurii brichetei: formarea unui schelet rezistent mecanic și termic, exprimată prin creșterea însușirilor mecanice ale cocsului brichete.

Randamentele de extracție cu tetraclorură de carbon ca măsură directă a gradului de transformare a liantului în timpul tratamentului termochimic sînt într-o continuă și semnificativă scădere pe măsura creșterii temperaturii și a duratei oxidării; față de circa 14% extract din brichetele crude, la brichetele oxidate în condițiile optime de laborator (4 ore la 265°C) rezultă circa 1,2% material extractibil, fapt care se verifică și la variația duratei tratamentului termochimic. Prelungirea acesteia la șase ore reduce cantitatea de extract la 0,3% (fig. 4 și 5).

Variația randamentului de uleiuri obținute la încălzirea cocsului brichete în aparatul Gray-King la 600°C prezintă o remarcabilă asemănare cu cea a extraselor, urmînd o scădere accentuată de la 9,2% în cazul brichetelor crude la 1,2% pentru brichetele oxidate timp de 6 ore la 265°C.

Uleiurile obținute prin degazarea brichetelor la 850°C cu o alură termică similară aceleia din furnal arată valori mici, sub 3%, la brichetele crude, scăzînd pînă la 0,2% la brichetele oxidate timp de 6 ore la 265°C.

Randamentele de cocs cresc corespunzător şi în cazul determinărilor Gray-King, variind de la 86,5 la 90,9%.

Variaţia compoziţiei gazelor rezultate în determinările de mai sus scoate în evidenţă faptul că o dată cu dezvoltarea reacţiei de transformare a liantului se reduce conţinutul de substanţe generatoare de hidrocarburi

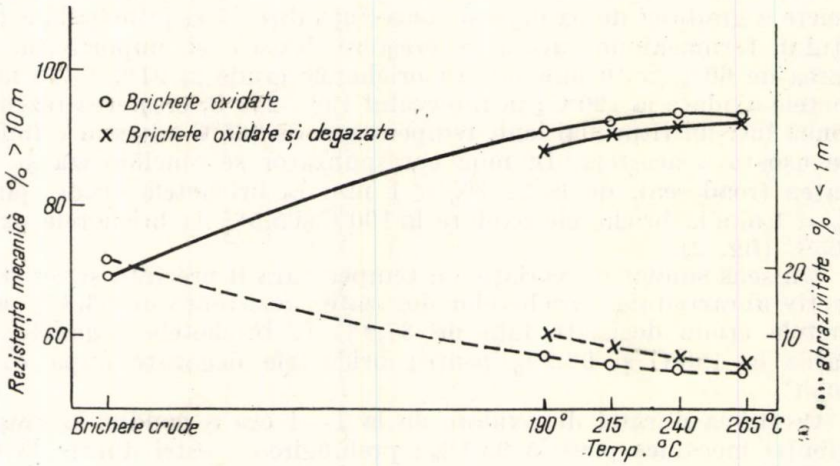


Fig. 2. — Variaţia rezistenţei mecanice şi abrazivităţii cocsului brichete în funcţie de temperatura tratamentului termochimic (durata tratamentului : 4 ore).

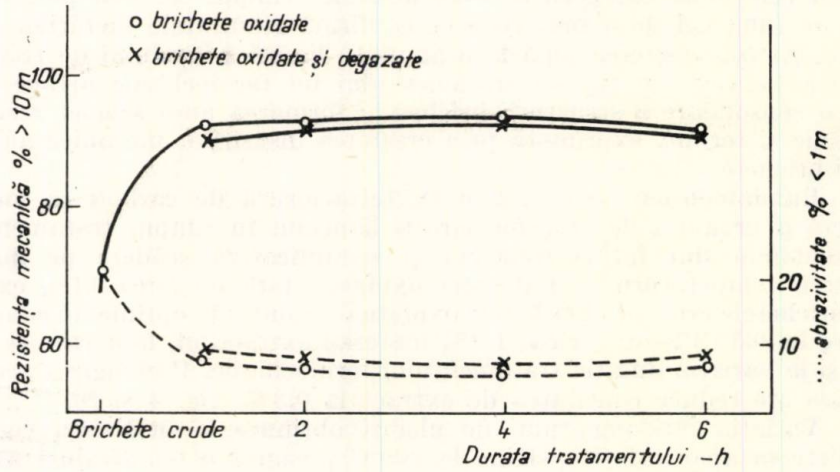


Fig. 3. — Variaţia rezistenţei mecanice şi abrazivităţii cocsului brichete în funcţie de durata tratamentului termochimic (temperatura : 265 °C).

din structura brichetelor. Aşadar, procentele de hidrocarburi nesaturate, saturate (metan) şi hidrogen din gaze se micşorează o dată cu avansarea procesului de oxidare, cu creşterea corespunzătoare în special a procentului de bioxid de carbon.

După cum reiese din datele prezentate asupra variațiilor caracteristicilor cocsului brichete cu condițiile tratamentului termochimic, cel mai sensibil influențate, în afara rezistenței mecanice, au fost extrasele cu tetraclorură de carbon, randamentele de ulei și procentele de materii

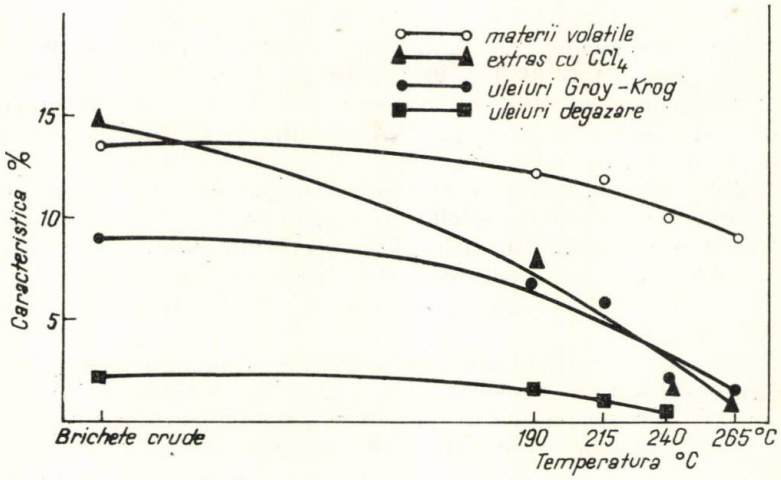


Fig. 4. — Variația unor caracteristici fizico-chimice ale cocsului brichete în funcție de temperatura tratamentului termochimic (durata tratamentului : 4 ore).

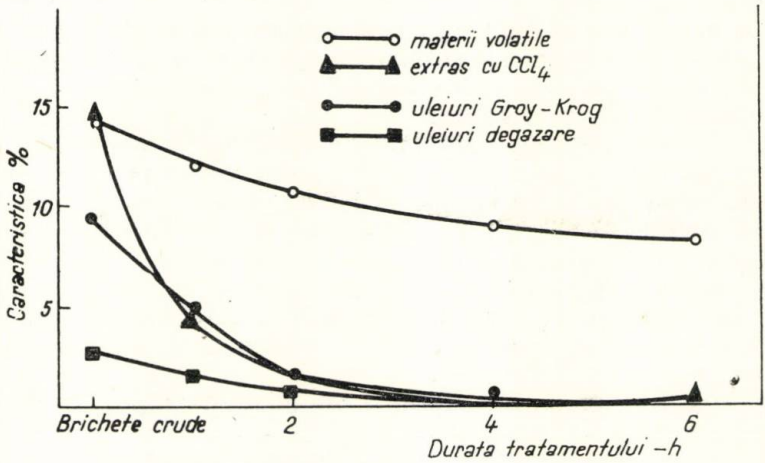


Fig. 5. — Variația unor caracteristici fizico-chimice ale cocsului brichete în funcție de durata tratamentului termochimic (temperatura : 265°C).

volatile. Dintre acestea însă, ultimele două caracteristici dau numai indicații asupra gradului de oxidare a brichetelor, neputînd însă constitui criterii de apreciere directă a acestuia, deoarece procentele de materii volatile sînt dependente atît de gradul de transformare a liantului în timpul

procesului de oxidare, cît și de procentul de materii volatile al cocsului mărunt utilizat, iar în produsele degazării apar fenomene de cracare ulterioară a uleiurilor.

Caracteristica cocsului brichete asupra căreia tratamentul termochimic influențează în sensul obținerii unei variații valorice care să tindă către zero, în condițiile unei oxidări complete, o reprezintă randamentul de extracție cu solvent ($C Cl_4$). Aceasta oferă o imagine mai corectă a gradului de transformare a liantului, deoarece exprimă direct tocmai modificările care au avut loc în timpul procesului de oxidare.

Influența procentului de materii volatile din cocsul mărunt este neglijabilă în acest caz, randamentul obținut la extracția acestuia fiind mai mic de 0,1%.

Studiul microscopic s-a efectuat asupra secțiunilor lustruite din cocsul brichete cu caracteristicile sus-amintite.

Pentru micrografii au fost alese secțiunile mai reprezentative pe scara acestor variații, și anume: din brichete crude (fig. 6), brichete oxidate, 4 ore la 190°C (fig. 7), 1 oră la 250°C (fig. 8), 4 și 6 ore la 265°C (fig. 9 și 10).

Observarea cu ochiul liber a secțiunilor a permis o vedere de ansamblu a aspectului structurii respective, cu repartizarea și mărimea aproximativă a porilor și pătrunderea în adîncime a transformărilor termochimice, tradusă printr-un grad caracteristic de omogenitate și putere de reflexie.

Observarea cu lupa a acestor secțiuni a reprezentat o primă apreciere, mai aprofundată față de observația cu ochiul liber a distribuției și mărimii porilor, a compactității secțiunilor, a aspectului și a pătrunderii pe zone a transformărilor.

Cercetarea microscopică la diferite grade de mărire a pus în evidență clar distribuția și infiltrația liantului între pereții celulari, pătrunderea sa zonală pe adîncime și stadiile de transformare pe care le-a suferit bitumul în cursul tratamentului termochimic. Acest ultim aspect apare clar în micrografiile prezentate.

Prin asocierea tuturor observațiilor la care au fost supuse aceste secțiuni se pot preciza următoarele. Brichetele crude prezintă un aspect omogen de repartiție a porilor, cu orientare ușoară într-un plan perpendicular pe direcția de brichetare (caracteristică atît brichetelor crude, cît și cocsului brichete) și au o nuanță pămîntoasă cenușie. Ele se lustruiesc mai greu (pereți celulari slabi), secțiunea prezentînd un grad redus de reflexie. Porii sînt parțial umpluți cu bitum, care are de asemenea un aspect cenușiu-pămîntos, neorganizat și care denotă o putere de legare mai slabă (fig. 6).

La brichetele oxidante timp de 4 ore la 190°C (fig. 7) se observă întrepătrunderea mai avansată a bitumului cu granulele de cocs. De asemenea puterea de reflexie este ceva mai ridicată, deși bitumul nu și-a pierdut complet aspectul pămîntos.

Secțiunea prin bricheta oxidată 1 oră la 265°C arată o infiltrare bună a liantului în interiorul brichetei, dar un grad de transformare neomogen pe adîncime, care crează o zonă periferică inelară cu caracteristici mai evoluate față de centru. Totuși structura bitumului este mai densă, cu început de diferențiere netă și reflexie mai ridicată decît proba oxidată 4 ore la 190°C (fig. 8).

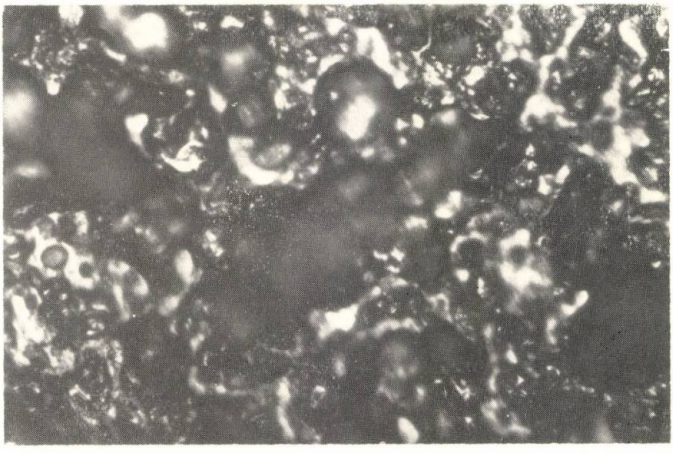


Fig. 6. — Secţiune prin bricheta crudă (150 X).

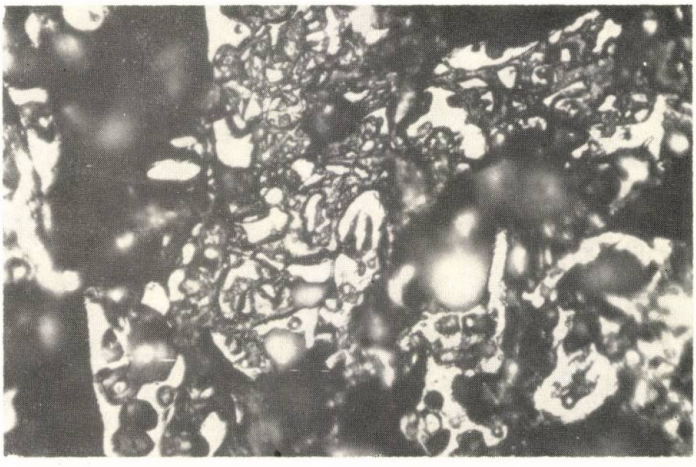


Fig. 7. — Secţiune prin bricheta tratată 4 ore la 190 °C (150 X).

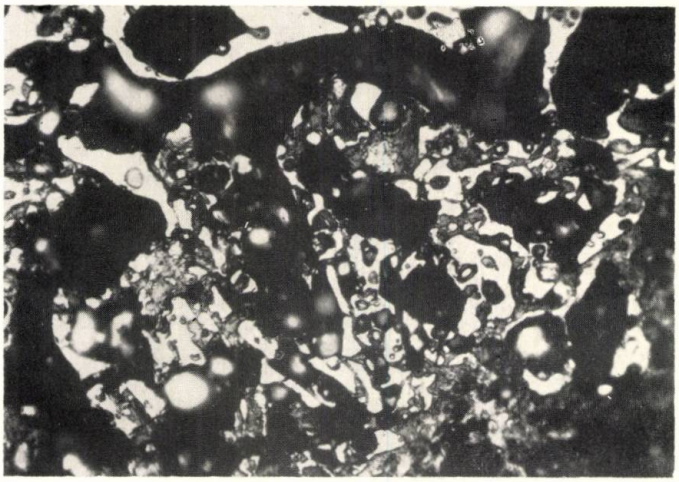


Fig. 8. — Secţiune prin bricheta tratată 1 oră la 265 °C (150 X).

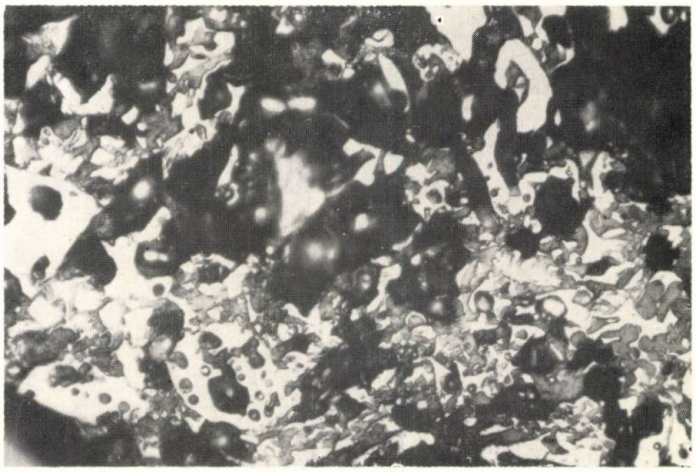


Fig. 9. — Secţiune prin bricheta tratată 4 ore la 265 °C (150 X).

Fig. 10. — Secţiune prin bricheta tratată 6 ore la 265 °C (150 X).

Prin tratamentul brichetelor timp de 4 ore la temperatura de 265°C structura brichetelor se modifică sensibil, prezentînd comparativ, atît microscopic, cît şi macroscopic, caracteristici superioare (fig. 9). Astfel secţiunea arată aspectul cel mai compact şi omogen, cu putere de reflexie mărită şi uniformă în adîncime; bitumul s-a infiltrat puternic şi pe toată adîncimea în porii granulelor de cocs. Aspectul său microscopic denotă o structură mai evoluată, ajungînd la consistenţa unei reţele care conferă o rezistenţă mai mare pereţilor celulari ai cocsului. Relaţiile dintre cocs şi bitum amintesc în acest caz de unele structuri petrografice naturale (desfacere de soluţii solide).

Structura brichetelor tratate termochimic timp de 6 ore la 265°C prezintă un aspect macroscopic ceva mai puţin strălucitor (uşor prăfos în anumite porţiuni). Microscopic se observă infiltrarea intimă a bitumului în porii cocsului şi un grad de omogenizare mai ridicat (fig. 10). Puterea de reflexie este de asemenea ridicată; totuşi, faţă de proba precedentă liantul a devenit mai friabil, ceea ce diminuează uşor rezistenţa pereţilor celulari.

Din cele expuse mai sus referitor la influenţa tratamentului termochimic asupra microstructurii cocsului brichete reies următoarele:

— s-a constatat o diferenţiere structurală clară, în sensul unei evoluţii cu trepte de transformare a liantului în raport cu variaţia condiţiilor de temperatură şi timp ale tratamentului termochimic. Această diferenţiere este reflectată în gradul de participare calitativă a bitumului la structura organizată de cocs a brichetei;

— tratamentul termochimic în laborator al brichetelor cu parametrii timp şi temperatură de 4 ore şi, respectiv, 265°C (valori stabilite ca cele mai indicate şi pentru celelalte caracteristici ale cocsului brichete) conferă cocsului brichete caracteristicile microstructurale optime.

CONCLUZII

1. Tratamentul termochimic, prin condiţiile de temperatură şi timp în care se efectuează, are o influenţă determinantă asupra gradului de transformare a structurii cocsului brichete, care se reflectă în caracteristicile fizico-chimice şi petrografice ale acestuia.

2. Caracteristicile principale de utilizare ale cocsului brichete influenţate în modul cel mai sensibil de tratament sînt: rezistenţa mecanică, materiile volatile şi produsele condensabile rezultate la pirogenare.

3. Prin tratamentul termochimic al brichetelor crude timp de 4 ore la 265°C, se obţine o reducere a materiilor volatile de circa 45% relative (de la 13,8 la 8,9%), a extrasului cu tetraclorură de carbon de circa 90% relative (de la 14 la 1,2%), a uleiurilor rezultate la pirogenare de circa 90% relative (de la 9,2 la 1,2%) şi o creştere a rezistenţei mecanice de circa 35 % relative (de la 69 la 93%), cu abrazivitatea scăzînd corespunzător cu circa 72% (de la 21,4 la 6,0%).

4. Studiul variaţiilor caracteristicilor fizico-chimice ale cocsului brichete cu condiţiile tratamentului termochimic a dat posibilitatea stabilirii unei metode de determinare a gradului de oxidare a cocsului brichete—

extracţia cu tetraclorură de carbon — ca măsură directă a transformărilor structurale ale bitumului în timpul tratamentului termochimic.

5. S-a constatat o diferenţiere structurală evolutivă, cu transformarea liantului în funcţie de condiţiile tratamentului termochimic şi cu obţinerea unei structuri compacte şi omogene cu putere de reflexie ridicată şi uniformă în adîncime prin infiltrarea puternică a bitumului în porii granulelor de cocs. Participarea calitativă a liantului la formarea structurii cocsului brichete ajunge pînă la consistenţa unei reţele care conferă o rezistenţă mărită pereţilor celulari ai granulelor de cocs.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Blum, I. Nistor, C. Ionescu, St. cerc. energ., **XI**, *4*, 675 (1961).
2. I. Blum, I. Nistor, F. Ştefănescu, V. Tăzlăuanu, St. cerc. energ., **XII**, *B 2*, 245 (1962).
3. S. F. Moiseikov, I. S. Storobineţ, Himia i tehnologia topliv i massel, *9*, 41 (1961).
4. C. Abramski, M. T. Mackowsky, *Handbuch der Mikroscopie in der Technik*, ed. H Freund, vol. II, partea I, *31*, Frankfurt, Umschau Verlag, 1952.
5. S. W. Martin, F. L. Shea, Microstructures of carbon Products, I/EC. vol. 50 (1) 41 (1958).

CONSIDERAȚII ASUPRA UTILIZĂRII TENSIUNILOR FOARTE ÎNALTE

DE

G. DRĂGAN

621.311.13

Creșterea continuă a cererii de energie electrică impune necesitatea utilizării unor tensiuni din ce în ce mai ridicate.

În articol se analizează unele aspecte privind alegerea tensiunilor de transport în curent alternativ superioare celor existente, cum ar fi alegerea tensiunilor maxime de transport, secțiunea și construcția conductoarelor, coordonarea izolației, nivelul de izolație și soluțiile privind realizarea instalațiilor de foarte înaltă tensiune.

Dezvoltarea într-un ritm extrem de rapid a științei și tehnicii impune să studiem noile tendințe de dezvoltare, parametrii care caracterizează aceste tendințe și domeniile către care va fi necesar să orientăm cercetările. Știința prospectării permite asigurarea unei dezvoltări mai rapide în domeniul luat în considerație, eliminînd în mare parte soluțiile neeconomice.

Evident, această necesitate de a stabili tendințele de dezvoltare prezintă un interes deosebit pentru energia electrică, datorită ritmului său de dezvoltare. Actualmente, consumul total de energie reprezintă circa $40 \cdot 10^6$ miliarde Mcal, dintre care circa 25% sînt utilizați pentru a produce energie electrică [1].

Dacă consumul de energie crește anual cu 2,3—3,5%, pentru energia electrică creșterea este de 7%.

Presupunînd că în anul 2000 populația globului va fi de circa 6 miliarde și că ritmul creșterii cererii de energie electrică rămîne 7%, rezultă că producția de energie electrică va fi de aproximativ $42 \cdot 10^3$ miliarde kWh. Ritmul creșterii producției de energie electrică se arată în figura 1.

Creșterea neîntreruptă a cererii de energie electrică a antrenat utilizarea tensiunilor tot mai ridicate. Dacă pînă în 1960 creșterea tensiunii a fost aproximativ liniară (fig. 2), în perioada cuprinsă între 1960 și 1966 ritmul de dezvoltare s-a accentuat în mod deosebit; se știe că în prezent se efectuează cercetări pentru tensiuni de 1 000 kV și 1 500 kV și că se ia în considerare utilizarea unor tensiuni și mai ridicate.

St. cerc. energ. electr., 21, nr. 3, p. 597—614, București, 1971

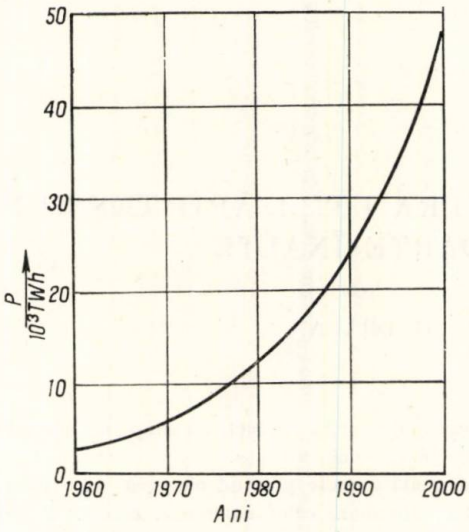


Fig. 1. — Ritmul de creştere a producţiei de energie electrică.

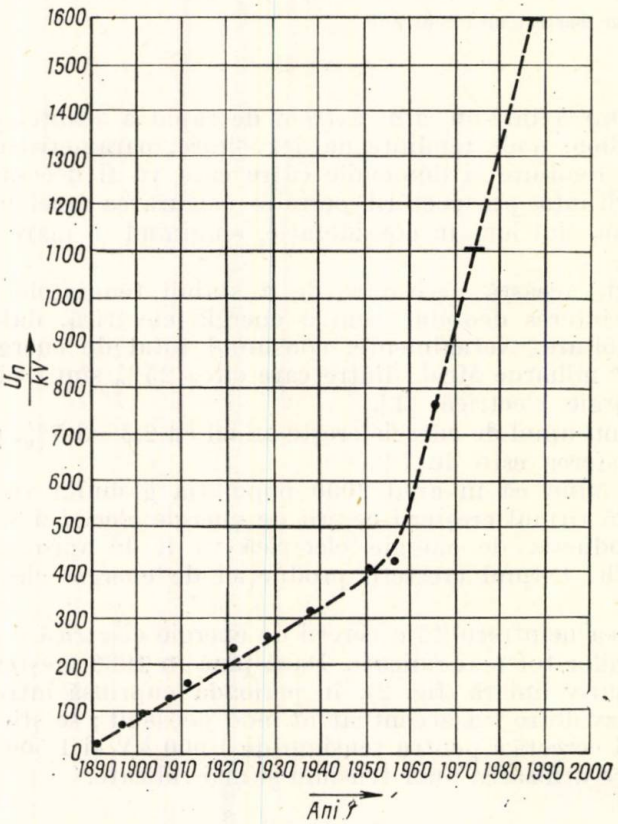


Fig. 2. — Ritmul de creştere a tensiunii maximale a reţelelor de înaltă tensiune.

Utilizarea tensiunilor din ce în ce mai înalte impune numeroase studii și cercetări care pot duce la soluții eficace și economice. Menționăm cîteva domenii mai importante în care trebuie făcute astfel de studii și cercetări : procese electrofizice în gaze (fenomenologia descărcărilor electrice în gaze, descărcările în scînteie de mare lungime în aer și superficiale, descărcările în gaze de mare regiditate dielectrică sau la presiune ridicată, arcul electric, plasma, trăsnetul, descărcarea corona și perturbațiile radiofonice), procese electrofizice în dielectrici solizi și lichizi (procese elementare în dielectrici solizi și lichizi ; fenomenologia amorsării termice și electrice ; influența structurii dielectricului ; amorsării la temperaturi coborîte) ; stabilirea celor mai adecvate metode de încercare și de măsură pentru diferitele mărimi care intervin în tehnica tensiunilor înaltè (parametrii instalațiilor de laborator, amplitudinea și forma undei generate, influența condițiilor meteorologice, influența poluării izolației, lucrările directe în sistem, interpretarea statistică a rezultatelor) ; coordonarea izolației (fenomenele care determină alegerea izolației, caracteristicile descărcătoarelor, alegerea izolației aparatajului și a instalațiilor electroenergetice de înaltă tensiune, luînd în considerație caracterul aleatoriu al mărimilor de care depinde alegerea izolației) ; metode de studiu a proceselor din tehnica tensiunilor înalte (modele matematice, modele fizice, calculatoare analogice și cifrice).

În cele ce urmează vom analiza anumite aspecte privind alegerea tensiunilor de transport în curent alternativ, superioare celor existente. Problema este prea complexă pentru a fi abordată în ansamblul său. În același timp menționăm că în cadrul lucrării nu se va trata problema transportului în curent continuu și nici problema comparării transportului în curent alternativ cu cel în curent continuu.

1. ALEGEREA TENSIUNILOR MAXIME DE TRANSPORT

Tensiunea nominală utilizată pentru a caracteriza diferitele trepte de tensiune, neavînd o corespondență fizică reală, constituie obiectul discuțiilor privitoare la utilitatea menținerii ei [2]—[5]. Din acest punct de vedere este mai bine să luăm ca mărime de referință tensiunea maximă U_m, definită în [6]— [11], ca și în alte norme similare.

Luînd în considerare tensiunile maxime, treptele succesive de tensiune din normele V.D.E., S.U.A., R.S.R., precum și recomandările C.E.I., se obțin curbele din figura 3. Este de remarcat că normele engleze coincid, de fapt, cu recomandările C.E.I.

Analizînd treptele de tensiuni, se propune o formulă de recurență care permite determinarea unei curbe $\Delta U = f(U_m)$ avînd o pantă relativ constantă :

$$U_{k+1} = U_k + 1{,}4\Delta U_k + a,$$

unde

$$\Delta U_k = U_k - U_{k-1},$$

iar a este un factor de corecție pentru a asigura valorile înalte ale tensiunii.

În figura 3 se prezintă o variantă de tensiuni stabilite plecînd de la această formulă bazată pe recomandările C.E.I., aşa cum se poate vedea în [12]. Din analiza acestor date rezultă că în viitor se recomandă a se lua în consideraţie tensiunile de 1 100 şi 1 600 kV.

După [13], tensiunile superioare tensiunilor existente vor fi cele de 1 000, 1 250 şi 1 500 kV. În U.R.S.S. au fost efectuate cercetări privind izolaţia liniilor la tensiuni nominale pînă la 1 000 kV inclusiv. Cercetările organizate la Pittsfield (Massachusets) de către E.R.C. au ca obiect viitoarele reţele de 1 000 şi 1 500 kV. Dezvoltarea în viitor a sistemului energetic din Canada presupune de asemenea realizarea transportului în curent alternativ la tensiunea nominală de aproximativ 1 000 kV [14]. În S.U.A. s-au efectuat studii în vederea realizării unei linii şi a unei staţii de 1100 kV [15]. După Paris [55], viitoarele tensiuni maxime posibile sînt 1 000, 1 300 şi 1 500 kV. Astfel de cercetări sînt în curs de efectuare şi în alte ţări.

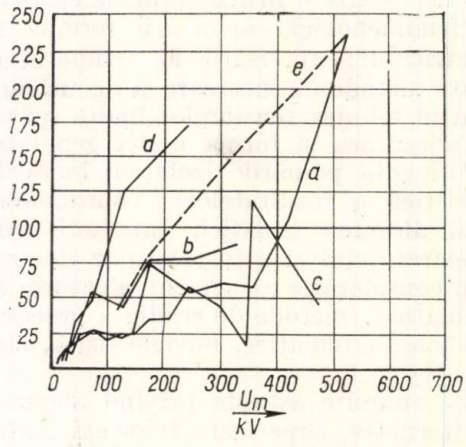


Fig. 3. — Variaţia rapoartelor dintre diferite trepte de tensiune succesive pentru cîteva norme: *a* — recomandări CEI; *b* — VDE; *c* — SUA; *d* — R. S. România; *e* — varianta propusă.

Din cele de mai sus, prima treaptă de tensiune, superioară tensiunii de 765 kV, se recomandă să fie de 1 100 kV. Se prevede ca treapta următoare să fie de 1 600 kV.

Tensiunile de 1 100 şi 1 600 kV sînt tensiuni maxime; n capitolele următoare va fi vorba de tensiunile nominale, deoarece valorile menţionate în bibliografie se referă la tensiuni nominale.

2. SECŢIUNEA ŞI CONSTRUCŢIA CONDUCTOARELOR

Costul conductoarelor pentru liniile de foarte înaltă tensiune poate reprezenta 30—40% din costul liniei.

Se poate arăta [16] că, pentru utilizarea optimă a conductoarelor care trebuie să asigure transportul puterii naturale şi care să respecte condiţiile impuse pentru intensitatea cîmpului electric la suprafaţa conductorului, densitatea medie în conductor este:

$$\overline{J} = \frac{\beta E_{cr}}{60\pi K r_0 \left[1 + (n-1)\frac{r_0}{r}\right]} \cdot \frac{C}{C_m},$$

unde

β — este un coeficient care determină gradul admisibil de apropiere a intensității maxime a cîmpului electric de intensitate critică,

E_{cr} — intensitatea critică a cîmpului electric, de apariție a descărcării corona,

r_0 — raza conductorului,

n — numărul conductoarelor jumelate pe fază,

r — raza echivalentă a conductoarelor jumelate,

C — capacitatea lineică a liniei (valoarea medie pe cele trei faze),

C_m — capacitatea lineică maximă (în cazul instalării orizontale a conductorului este capacitatea fazei de mijloc),

K — coeficient de umplere a conductorului, egal cu raportul dintre secțiunea activă și aria suprafeței exterioare a conductorului.

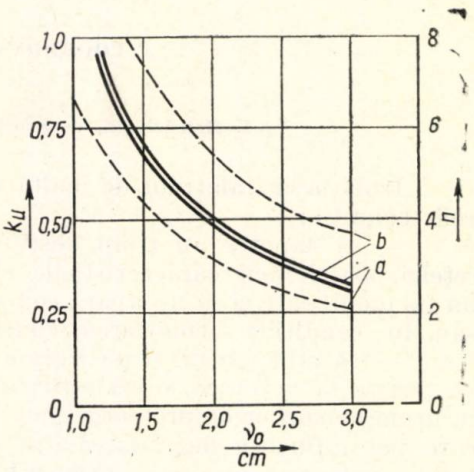


Fig. 4. — Variația coeficientului de umplere funcție de raza r_0 a conductorului : — coeficientul de umplere ; - - - - numărul de conductoare jumelate a — 750 kV ; b — 1100 kV.

Presupunînd o densitate de curent de 0,8 A/mm², rezultă variația coeficientului de umplere în funcție de raza r_0 a conductorului fig. 4 [16].

Dat fiind că în prezent coeficientul de umplere este sub 0,7 rezultă o rază relativ redusă ceea ce introduce necesitatea de a utiliza un mare număr de conductoare pe fază și, în consecință, soluții puțin indicate din punct de vedere tehnic și economic. În figura 4 este de asemenea dat numărul de conductoare necesare în cazul razei $r_0 = 1{,}5$ mm ; în acest caz ar rezulta șapte conductoare. Rezultatele obținute în ceea ce privește consumul de material ca și coeficientul de umplere, conduc la concluzia că trebuie efectuate studii aprofundate privind secțiunea și modul de executare a conductoarelor. Pentru viitoarele linii de foarte înaltă tensiune, cu atît mai mult cu cît de soluționarea acestor probleme vor depinde gabaritele stîlpului liniei ; se propune soluția realizării conductoarelor cu inimă din fibre de sticlă [16], ceea ce conduce la creșterea coeficientului de umplere, la creșterea rezistenței mecanice și la reducerea săgeții conductorului.

Pe de altă parte, alegerea secțiunii și a modului de realizare a conductoarelor este strîns legat de soluția problemei reducerii pierderilor prin descărcare corona și a perturbațiilor radiofonice.

Probleme ca pierderile prin descărcare corona și perturbațiile radiofonice în cazul conductoarelor jumelate cu mai multe conductoare pe fază ($n > 4$), repartiția perturbațiilor radiofonice în lungul liniei, influența descărcării corona asupra deformării undelor de supratensiune și asupra coeficienților de influență în cazul conductoarelor jumelate, precum și caracterul aleatoriu al acestor fenomene, sînt insuficient studiate.

După unii autori [55], numărul de conductoare pe fază este determinat în principal de valoarea admisibilă a perturbațiilor radiofonice în zona respectivă; pentru linia de 1 000 kV ar fi necesare șase conductoare pe fază, iar pentru liniile de 1 300 și 1 500 kV opt conductoare.

3. COORDONAREA IZOLAȚIEI

3.1. Metodologia încercărilor de descărcare electrică

Izolația instalațiilor de înaltă tensiune trebuie să respecte următoarele condiții:

— să suporte un timp destul de îndelungat tensiunea maximă a rețelei, astfel încît caracteristicile electroizolante ale izolației interne să nu fie modificate și să nu apară conturnări ale izolației exterioare (poluate sau în condițiile atmosferice defavorabile);

— să aibă un nivel de izolare suficient de ridicat pentru a putea să reziste la acțiunea supratensiunilor interne sau atmosferice (limitate în urma măsurilor de protecție adoptate), luînd în considerație fenomenele care pot influența degradarea sau conturnarea izolației (condiții atmosferice, poluare, caracterul aleatoriu al descărcării);

— să reziste în timp în cazul diverselor condiții de solicitări electrice, mecanice și intemperii;

— să nu ducă la soluții dificile din punct de vedere tehnic sau scumpe din punct de vedere economic.

În ceea ce privește acțiunea tensiunii de durată sau a supratensiunilor asupra izolației interne, este de subliniat că normele actuale nu pot fi generalizate pentru tensiuni mai înalte. În prezent, încercarea izolației este făcută cu ajutorul tensiunii de frecvență industrială timp de 1 min. Această încercare este echivalentă cu aplicarea a 6 000 de impulsuri cu o durată de 0,01 ms, ceea ce reprezintă o condiție foarte dificilă [17]. Este de menționat că intensitatea cîmpului electric la care apar ionizările inițiale (primele ionizări) este adesea mai mică decît intensitatea cîmpului electric de încercare a izolației; aceste ionizări conduc în cele din urmă la îmbătrînirea izolației.

Fenomenologia acestor ionizări în cazul izolațiilor complexe este, în fond, insuficient aprofundată, mai ales în cazul încercării izolației la tensiuni adecvate supratensiunilor interne sau atmosferice; caracterul aleatoriu al acestor fenomene este puțin studiat.

Utilizarea tensiunilor de 1 100 sau 1 600 kV impune necesitatea de a determina, în paralel cu studiul problemelor menționate, noile metode complexe de încercare tip, cît mai apropiate de solicitările reale a izolației interne.

3.2. Descărcarea în aer la distanțe mari

Determinarea tensiunilor de descărcare în aer între electrozi de diferite forme a constituit obiectul multor cercetări pentru a elucida diversele aspecte ale descărcării la mare distanță.

În ceea ce privește forma tensiunii, încercările au fost efectuate la tensiuni de frecvență industrială și la tensiuni corespunzătoare supratensiunilor interne. Alegerea formei tensiunii corespunzătoare supratensiunilor interne constituie încă un obiect de discuții. Se poate lua în considerație una dintre formele următoare de tensiune (fig. 5) [20].

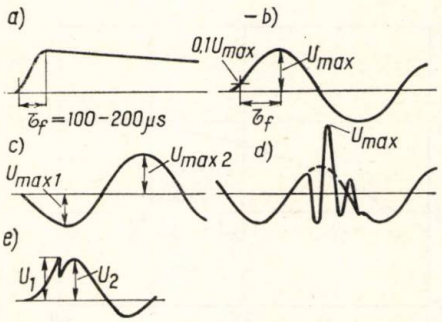


Fig. 5. — Forma undelor de tensiune corespunzătoare supratensiunilor interne.

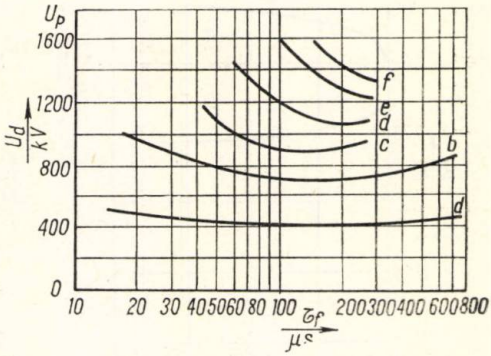


Fig. 6. — Variația tensiunii medii de descărcare pentru diferite distanțe între electrozii tijă—placă și pentru unde cu o durată diferită a lungimii frontului: *a* — 1 m; *b* — 2 m; *c* — 3 m; 4 — 4 m; 5 — m; 6 — 5,9 m.

Deoarece durata pantei undei de șoc este mai mare decît 100 μs, descărcările se vor produce totdeauna pe frontul undei și, în consecință, forma spatelui undei prezintă un interes mai mic. Tendința actuală constă în utilizarea undei de șoc lungi, avînd durata frontului cuprinsă între 50 și 1 000 μs și durata semiamplitudinii undei între 1 000 și 5 000 μs.

Deoarece supratensiunile interne au, în general, un caracter oscilant, în U.R.S.S. se preferă încercări cu unde de tensiune (fig. 5 *a*,*c*,*d*), cu durata convențională a frontului de 500—5 000 μs; durata convențională a frontului este dată prin timpul necesar creșterii valorii de la 0,1 U_{max} la U_{max}.

Dacă pentru o serie de încercări experimentale durata frontului undei de tensiune nu are importanță, în alte cazuri acest fapt nu poate fi neglijat. Cercetările efectuate în U.R.S.S. [19] demonstrează că tensiunea undei de descărcare între electrozii tijă-placă are un minim în cazul în care durata frontului este cuprinsă între 100 și 300 μs (fig. 6).

Explicația constă în faptul că, cu cît se scade durata frontului, cu atît intensitatea cîmpului electric în jurul electrodului tijă este mai mare, ceea ce favorizează apariția liderului și, prin urmare, reducerea tensiunii de descărcare.

Pentru unde cu durata frontului sub valorile menționate (de exemplu în cazul undelor atmosferice), influența deplasării sarcinilor spațiale fiind redusă, este necesară, din contra, o creștere a tensiunii pentru realizarea descărcării [20]. Aceleași constatări rezultă de asemenea din lucrarea [21].

Studiile efectuate au fost limitate la unde cu durata frontului $\tau_f \leqslant 800$ μs; ar fi util de cercetat dependența tensiunii de descărcare de 50% funcție de durata frontului pentru valori ale lui τ_f de ordinul miilor

de μs. Se pare, totuşi, că influenţa duratei frontului este în acest caz mai mică [20].

Ca urmare a ceea ce s-a spus deja şi ţinînd cont de datele statistice [22], care demonstrează că durata frontului undelor de supratensiune

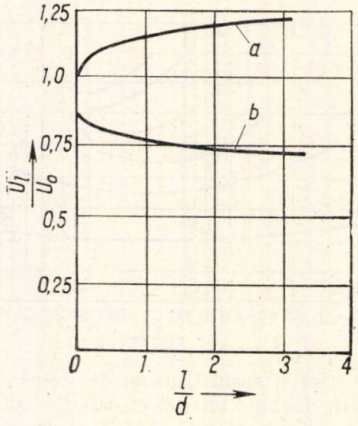


Fig. 7. — Dependenţa raportului între tensiunea de descărcare pentru doi electrozi, tije-tije, electrodul inferior avînd lungimea 1 şi tensiunea de descărcare. U_0 pentru electrozii tije-placă, funcţie de raportul l/d, unde d reprezintă distanţa de descărcare. Tensiunea de şoc 1,2/50 μs şi $d=1$ m : a — polaritatea pozitivă ; b — polaritate negativă.

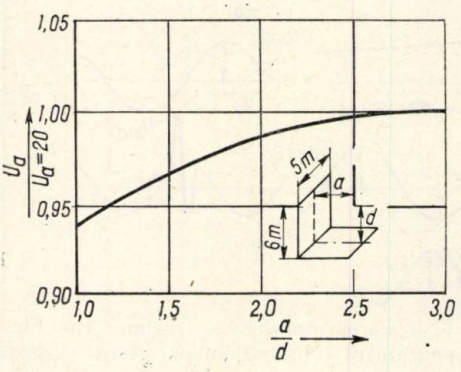


Fig. 8. — Dependenţa tensiunii de descărcare în funcţie de diferite valori ale raportului a/d. Tensiunea de frecvenţă industrială.

interne depăşeşte în general 500 μs, putînd atinge valori de ordinul miilor de μs, rezultă necesitatea de a revedea tendinţele actuale privind adoptarea pentru durata frontului undei a valorilor de ordinul sutelor de μs.

Cît despre obligaţia de a respecta condiţiile cele mai adecvate situaţiilor reale sub aspectul influenţei diferitelor obiecte metalice puse la pămînt sau sub tensiune, aceasta pune probleme complexe din punctul de vedere al realizării configuraţiilor celor mai indicate şi al mijloacelor cu care se fac încercările experimentale. Astfel laboratoarele nu îndeplinesc actualmente aceste condiţii, iar pe de altă parte reprezentarea fidelă a situaţiilor reale ne conduce la o soluţie oneroasă.

Dacă se consideră descărcarea dintre două tije coaxiale montate vertical, tensiunea de descărcare depinde de raportul dintre lungimea tijei puse la pămînt şi distanţa dintre electrozi, d (fig. 7) [23], [24].

Trebuie luată în consideraţie influenţa suprafeţei metalice verticale, aşa cum rezultă de altfel din figura 8 [23].

S-au obţinut rezultate asemănătoare în cazul a două inele cu diametrul de 7 m, montate într-un plan orizontal, la o distanţă h de la pămînt, unde a variat distanţa de descărcare [20].

Este de menționat că în cazul tensiunilor mai mici, încercările efectuate, privind tensiunile de descărcare între electrozi de forme uzuale (tijă-tijă-placă) puteau fi generalizate pentru situații care păreau echivalente (conductor-conductor sau conductor-traversa stîlpului, conductor-

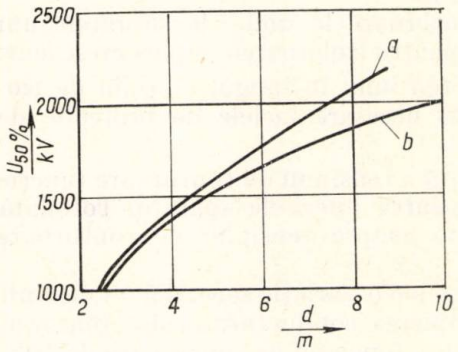


Fig. 9. — Variația tensiunii de descărcare $U_{50\%}$ pentru două cazuri : electrozii conductor-pămînt (*a*) și tije-placă (*b*), în cazul undelor de supratensiuni interne.

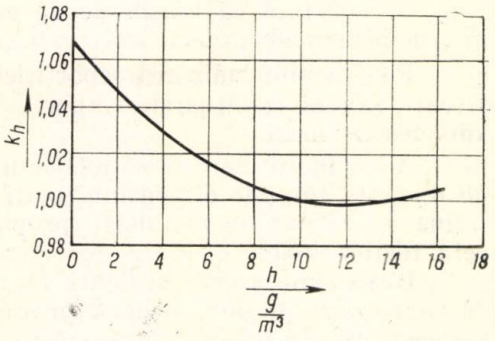


Fig. 10. — Dependența coeficientului de corecție a umidității pentru tensiuni de frecvență industrială și pentru electrozi tije-placă.

pămînt). Rezultatele obținute la încercările la tensiune de frecvență industrială sau cu unde de supratensiuni interne pentru tensiuni nominale de 1000—1500 kV, demonstrează că tensiunea de descărcare în cazul intervalului conductor-traversa stîlpului diferă sensibil de tensiunile de descărcare între electrozi tijă-placă, apropiindu-se de electrozii tijă-tijă.

De altfel influența distanței pînă la traversă sau pînă la pămînt diferă în cazul descărcării dintre conductoare față de cazul electrozilor tijă-placă ; de exemplu, tensiunea de descărcare de 50% dintre conductor și pămînt variază relativ sensibil de tensiunea de descărcare dintre electrozii tijă-placă, pentru intervale de descărcare care depășesc 5 m (fig. 9) [21], [25], [26].

Cercetările efectuate în ultimul timp privind influența condițiilor meteorologice, au demonstrat clar că normele actuale nu pot fi generalizate pentru distanțe de descărcare mari.

Astfel, în cazul încercărilor la tensiune de frecvență industrială efectuate în U.R.S.S. [20], influența umidității pentru electrozi tijă-placă și pentru distanțe de descărcare de 2—7 m este neglijabilă dacă valoarea umidității depășește 11 g (fig. 10).

Această constatare nu poate fi generalizată în mod absolut chiar dacă este bazată pe un mare număr de încercări. În cazul electrozilor tijă-tijă, influența umidității nu se poate neglija, dar ea este mai puțin importantă decît cea care rezultă din recomandările C.E.I.

În cazul încercărilor efectuate cu unde de tensiune corespunzătoare supratensiunilor interne, influența umidității pentru distanțe de descărcare mari este mai importantă decît în cazul tensiunii alternative, îndeosebi în cazul polarității negative a undei [27]. Destul de puțin este studiată problema corelației dintre forma undei de tensiune și influența umidității.

3.3. Izolaţia liniilor, staţiilor şi aparatajului de foarte înaltă tensiune

Problema determinărilor tensiunilor de descărcare şi a alegerii condiţiilor de descărcare cele mai indicate prezintă de asemenea interes în cazul izolaţiei liniilor de înaltă tensiune.

Se constată că tensiunile de conturnare la unde de supratensiuni interne pentru lanţurile de izolatoare şi pentru izolatoarele suport cresc lent.

Pentru uniformizarea repartiţiei tensiunii în lungul lanţului de izolatoare sau al izolatoarelor-suport sînt necesare inelele de protecţie de dimensiuni mari.

Acest lucru şi creşterea relativ lentă a tensiunii de conturnare funcţie de distanţă impune dimensiuni mari pentru diferitele aparate. Totodată influenţa corpurilor metalice apropiate asupra tensiunii de conturnare este relativ mare.

După cum se vede în figura 11, are loc o variaţie sensibilă a tensiunii de conturnare de 50% o dată cu apropierea conductorului de tronsonul vertical [28]. În figura 12 se arată variaţia tensiunii de conturnare de 50% a unui izolator suport pentru diverse înălţimi considerate de la sol. Rezultatele analoge au fost obţinute de asemenea de către alţi autori [15], [20].

Încercările sub ploaie, efectuate în cazul lanţurilor de izolatoare de tensiune pînă la 400 kV, atestă influenţa formei izolatoarelor asupra valorii tensiunii de conturnare.

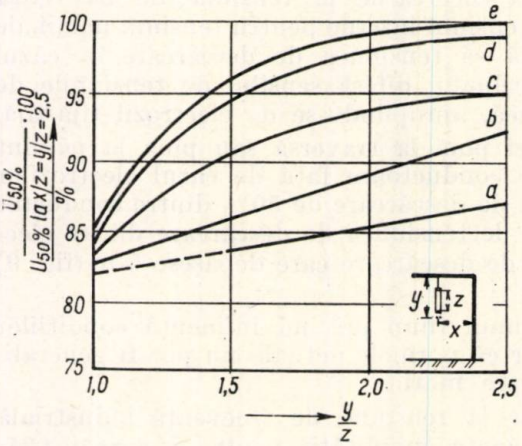


Fig. 11. — Dependenţa raportului (exprimat în %) între tensiunea de descărcare $U_{50\%}$ pentru diverse valori ale raportului x/Z şi tensiunea de descărcare $U_{50\%}$ pentru $X/Z = Y/Z = 2{,}5$. Unde de supratensiune internă cu $\tau_f = 100 \div 250$ $a - X/Z = 1$; $b - X/Z = 1{,}2$; $c - X/Z = 1{,}5$; $d - X/Z = 2$; $e - X/Z = 2{,}5$.

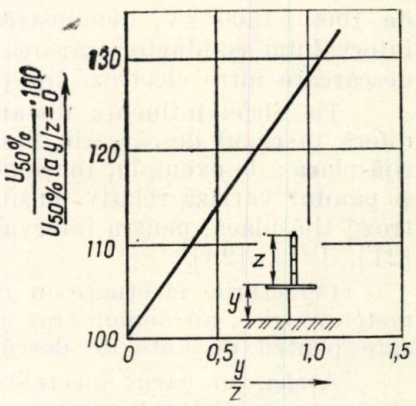


Fig. 12. — Dependenţa raportului (exprimat în %) între tensiunea de conturnare pentru $Y \neq 0$ şi tensiunea de conturnare pentru $Y = 0$, funcţie de diverse valori ale raportului Y/Z. Unde de supratensiune cu $\tau_f = 100 \div 250$.

O importanţă cu totul deosebită o are forma tensiunii aplicată izolatoarelor poluate. Conform cu [31], tensiunea de conturnare la supratensiuni interne este de aproximativ 1,9 ori mai mare decît cea în cazul tensiunii de frecvenţă industrială. Acest raport este discutabil, deoarece

valoarea raportului depinde, printre altele de asemenea de forma undei de tensiune. După normele sovietice (GOST 10390-63), încercările izolatoarelor poluate trebuie să fie efectuate cu tensiuni oscilante amortizate, avînd o frecvență între 70 și 625 Hz; încercările au fost făcute aplicînd două serii de 15—20 impulsuri de tensiune, ceea ce a dat posibilitatea de a se face o analiză statistică a rezultatelor obținute. Aceste încercări au arătat că tensiunea de conturnare crește cu frecvența oscilațiilor tensiunii aplicate, ceea ce confirmă necesitatea adoptării unei forme adecvate pentru unda de supratensiune internă. În figura 13 se indică tensiuni oscilante de diverse frecvențe și pentru tensiunea de frecvență industrială în cazul poluării cu ciment Portland de 1 mg/cm² [20]; se poate constata că coeficientul K_p crește cu creșterea frecvenței.

Aceste rezultate arată că coeficientul K_p depășește valoarea 1,9.

Deoarece coeficientul K_p are valori mai mari decît 1,9—2, și cum coeficientul de supratensiune internă de calcul pentru linii de 1.100 și 1.600 kV este mai mic decît această valoare, se deduce că pentru aceste tensiuni prezintă importanță în mod deosebit conturnarea izolatoarelor poluate la tensiuni de frecvență industrială.

Cum intensitatea medie a cîmpului electric de conturnare al lanțurilor de izolatoare depinde liniar de raportul l_c/h [33], [32], unde l_c reprezintă lungimea de conturnare și h înălțimea izolatorului, rezultă că soluția pentru creșterea tensiunii de conturnare la tensiuni de frecvență industrială constă în creșterea raportului l_c/h [33].

Paralel cu necesitatea aprofundării cercetărilor privind determinarea tensiunii de conturnare a izolatoarelor poluate, se pune problema de a studia forma cea mai adecvată a izolatoarelor.

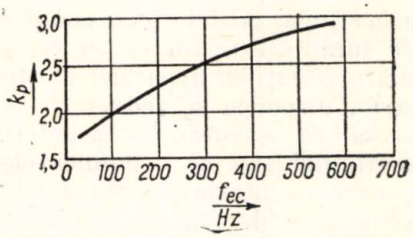


Fig. 13. — Dependența raportului tensiunii de conturnare la supratensiuni interne și la tensiuni de frecvență industrială a izolatoarelor poluate cu ciment Portland (η_σ = 1mg/cm²) pentru diverse frecvențe a undelor de supratensiune internă.

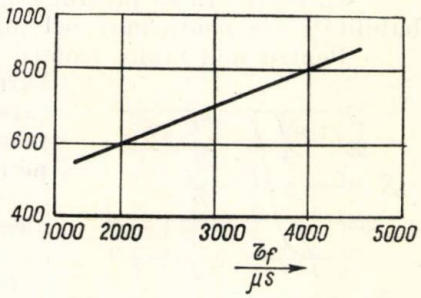


Fig. 14. — Influența dispersiei σ% funcție de durata frontului undei de supratensiune.

În cazul tensiunilor de 1 000—1 500 kV se impune ca la tensiuni mai mici necesitatea de a lua în considerare în studiile ce se efectuează caracterul aleatoriu al fenomenelor [34].

La descărcările la tensiune de frecvență industrială între electrozi tijă-tijă și tijă-placă au fost efectuate încercări experimentale suficiente

[24], [26], [31], [35] pentru a determina caracteristicile statistice ale tensiunilor de descărcare. Pentru electrozi tijă-tijă, dispersia are valori relativ reduse ($\sigma = 1{,}5-2\%$); în cazul electrozilor tijă-placă, $\sigma = 3\%$, ca şi în cazul electrozilor inel-inel.

Pentru descărcările la unde de supratensiuni interne, dispersia are valori mai ridicate; valoarea dispersiei depinde de durata frontului undei de tensiune (fig. 14) [36].

Configuraţia cîmpului electric exercită de asemenea o influenţă asupra dispersiei.

Cercetările efectuate în U.R.S.S. [20] pentru unde de impuls de tensiune cu $\tau_f = 2\,000 \ldots 4\,000$ μs au pus în evidenţă următoarele valori ale dispersiei (tabela 1).

Tabela 1

Intervalul de descărcare	σ%
Conductor-pămînt	4
Conductor-conductor	5
Conductor-traversa stîlpului	8

Analizîndu-se aceste valori, relativ mari, ale dispersiei, rezultă necesitatea de a le lua în considerare la coordonarea izolaţiei. De altfel este util să se determine dispersia pentru diferite valori ale duratei frontului undei pentru ca concluziile obţinute să fie cît mai corecte.

Numeroase studii au fost de asemenea efectuate în domeniul conturnării izolatorilor [37]—[39].

În figura 15 se prezintă influenţa izolatorilor în paralel asupra probabilităţii de conturnare cel puţin a unei izolaţii [17].

Pentru mai multe izolaţii se vede că variaţia probabilităţii de conturnare trece la stînga. Altfel spus, comportarea liniei se înrăutăţeşte din ce în ce pe măsură ce numărul izolaţiilor în paralel creşte; pe de altă parte, dispersia se reduce.

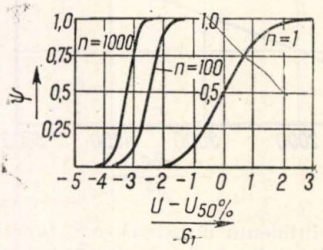


Fig. 15. — Influenţa numărului de izolatoare în paralel asupra probabilităţii de conturnare cel puţin a unui izolator.

Este necesar să se considere caracterul aleatoriu al mărimilor sau al evenimentelor nu numai pentru a interpreta rezultatele obţinute experimental, dar în egală măsură pentru coordonarea izolaţiei şi pentru studiul analitic al fenomenelor tehnicii tensiunilor înalte [41]—[43]; de exemplu, determinarea tensiunii de descărcare minime trebuie să fie bazată pe un model probabilistic [14].

4. NIVELUL DE IZOLARE. CÎTEVA SOLUŢII PRIVIND REALIZAREA INSTALAŢIILOR DE FOARTE ÎNALTĂ TENSIUNE

Coeficientul de supratensiune de calcul se reduce cu creşterea tensiunii nominale; limita inferioară a coeficientului $K_s = 2{,}5$ adoptat pentru tensiuni de 400—500 kV este mare pentru viitoarele linii de 1100 şi 1600 kV.

După [20], se propun valorile $k_s = 1{,}9 \div 2$ pentru 1000 kV și 1,8 pentru 1500 kV.

În figura 16 se dau 20 lungimile necesare ale lanțurilor de izolatoare pentru diferite valori K_s, respectiv pentru diferite valori ale raportului

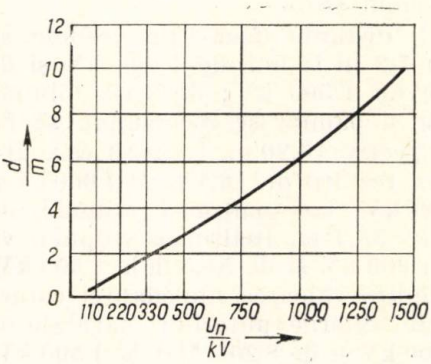


Fig. 16 — Lungimile necesare a lanțurilor de izolatoare pentru diferite valori a coeficientului k_s (linie continuă) și a gradului de poluare (linie punctată).

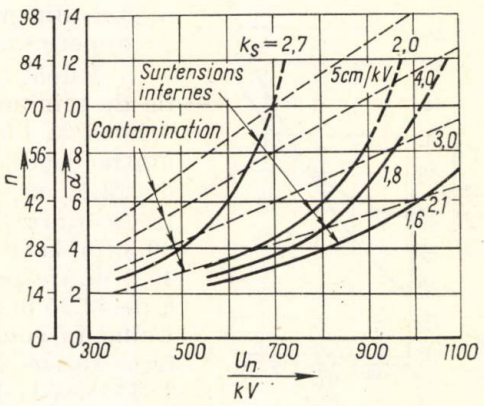


Fig. 17. — Lungimile de descărcare și numărul de izolatoare necesare pentru diferite valori ale coeficientului k_s (linie continuă) și a gradului de poluare (linie punctată).

l/h (unde 1 este lungimea liniei de fugă și h înălțimea constructivă a izolatorului) la aplicarea tensiunii nominale.

Paris [55] recomandă următoarele valori de calcul al coeficientului de supratensiune: $K_s = 1{,}85$ pentru tensiunea de 1000 kV și $k_s = 1{,}5$ la 1500 kV.

O paralelă între aceste rezultate și cele din figura 17 [15] arată că valorile obținute diferă relativ mult. După [15] pentru o linie de 1 100 kV s-ar obține un lanț de izolatoare lung de 7 m pentru $k_s = 1{,}6$, în timp ce după [20] se obține o lungime de 5 m; cît despre $k_s = 1{,}8$, după [15], rezultă $l_{iz} > 12$ m și, conform cu [2], $l_{iz} < 7$ m. Această comparație demonstrează că trebuie făcute încă multe încercări experimentale și studii în acest domeniu. Trebuie menționat că după Dillard [45] sînt necesare 48 de izolatoare pentru $k_s = 2$, ceea ce apropie rezultatele de cele obținute de Alexandrov și colab. [20]; după Sporn, Nagel și Price [46], pentru $k_s = 1{,}5 \ldots 1{,}6$ sînt necesare 45 de izolatoare, deci o valoare apropiată de cea din figura 17.

Deoarece se obțin valori foarte ridicate pentru distanțele de descărcare și pentru lungimea lanțurilor de izolatoare, este necesar să se reconsidere concepția actuală asupra alegerii nivelului de izolare privind linia aeriană de 1 100 kV și mai ales pentru cea de 1 600 kV. Se impune adoptarea unor scheme de conexiune, precum și fabricarea de aparate de comutație și de descărcătoare corespunzătoare, astfel încît amplitudinea supratensiunilor interne să nu depășească limite admisibile ($K_s = 1{,}6 - 1{,}7$ sau $K_s = 2$).

Pe de altă parte, tipurile existente de izolatoare trebuie să fie modificate; în momentul de față, pentru tensiunea de fază lungimea liniei de

fugă specifice este aproximativ 2,0 cm/kV ef, din care cauză rezultă lungimi de izolaţii prea mari.

Figura 18[16] dă valoarea distanţei de la pămînt la traversa unui stîlp şi lungimea traversei pentru diferite tensiuni. Aceste valori sînt discutabile, deoarece în momentul de faţă este dificil să se dea o soluţie optimă din punct de vedere economic în legătură cu dimensiunile unui stîlp.

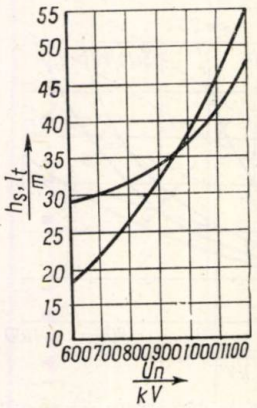


Fig. 18.

După [55], distanţa fază-stîlp trebuie să fie de minimum 7,2 m la linii de 1 000 kV şi de 9,40 m la liniile de 1 500 kV; distanţa minimă dintre conductor şi pămînt se recomandă să fie de 13,10 m, respectiv 16,20 m. În acest caz, distanţa dintre faze rezultă de 16,1 m la 1 000 kV şi 20,8 m la 1 500 kV, iar înălţimea stîlpului de 45,2 m, respectiv 58,4 m. Înălţimea stîlpului va fi de 42,25 m la 1 000 kV şi de 51,5 m la 1 500 kV. Luînd în considerare valoarea impedanţei caracteristice, se obţin valorile puterilor naturale de 3 615 MW la 1 000 kV şi de 8 265 MW la 1 500 kV.

Dificultăţile mari apar de asemenea din cauza necesităţii de a deconecta curenţi avînd valori de mii de amperi şi chiar de sute de mii de amperi. Se propune pentru aceasta construcţia aparatelor speciale pentru limitarea curenţilor de scurtcircuit [47]. Din aceste considerente se pun probleme extrem de complexe la construcţia disjunctoarelor. Utilizarea disjunctoarelor sincrone rezolvă în mare parte problema în cazul curenţilor de scurtcircuit de mare intensitate (de exemplu 180—200 kA la tensiunea generatorului şi 60 kA la tensiunea de 330—750 kV). Considerînd ca energie de referinţă (100%), energia care se degajează în arcul electric în timpul unei semiperioade, energia degajată în cazul că desfacerea contactelor se face la 3ms înaintea trecerii curentului prin zero reprezintă numai 20% şi, dacă timpul este de 2 ms, reprezintă numai 10% [48], [49].

Paralel cu deconectarea sincronă trebuie studiată de asemenea conectarea sincronă; în acest caz, supratensiunile interne se reduc mult.

Pentru a evita o izolaţie scumpă, în ultimii ani se studiază posibilitatea realizării transformatoarelor de tensiune şi de curent a căror funcţionare se bazează pe modularea fluxului luminos în cazul variaţiei valorii tensiunii şi a curentului; fluxul luminos reprezintă veriga de legătură între înfăşurarea primară şi cea secundară [47].

Măsurarea curentului din transformatoarele de curent este bazată pe utilizarea efectului Faraday al surselor de lumină al conductoarelor etc.; în cazul transformatoarelor de tensiune, măsurarea tensiunii se face prin modificarea indicelui de refracţie al luminii polarizate sub acţiunea unei unde de lumină la traversarea unei substanţe electrooptice (de exemplu prin efectul Kerr).

Considerînd ipoteza că probabilitatea apariţiei supratensiunii este aceeaşi pe fiecare fază şi luînd în considerare un coeficient de siguranţă de 0,8, se obţin următoarele distanţe minime între contactele deschise ale unui separator: 8,9—10 m la 1 000 kV şi de 17 m la 1 500 kV. Înălţimea

izolatorului-suport al separatorului rezultă de 10 m la 1 000 kV și de 15,5 m la 1 500 kV.

Date fiind lungimile mari de izolare în cazul aparatajului de foarte înaltă tensiune se propun diverse soluții pentru reducerea lor. Una dintre soluțiile cele mai eficace constă în uniformizarea repartiției tensiunii. O altă soluție propusă este de a accepta construcția suspendată a aparatajului cu ajutorul construcțiilor metalice, convenabil realizate; astfel pentru un separator de înaltă tensiune izolația este de 6 m la 1 000 kV și 9 m la 1 500 kV, ceea ce înseamnă o reducere de 25—40% în raport cu izolația separatorului montat pe pămînt. Înălțimea totală a construcției crește în mod corespunzător.

Se propune de asemenea realizarea izolației aparatajului de înaltă tensiune în trepte, asemănător cu utilajul de încercări de laborator.

În condițiile menționate, dimensiunile stațiilor de înaltă tensiune devin foarte largi. Această problemă devine foarte importantă pentru stațiunile din orașe alimentate în cable pînă la 200 kV. Din acest punct de vedere se poate considera aparatajul de înaltă tensiune capsulat, a cărui izolație va fi făcută cu ajutorul unui gaz de mare rigiditate dielectrică (freon, elegaz) sau cu ajutorul unei izolații solide [50].

Creșterea prețului terenului pune problema dezvoltării transportului energiei electrice în cablu. După [55] se consideră că în U.S.A. în anul 2000 toată distribuția energiei electrice se va face în cablu, iar în anul 2030 rețeaua în cablu va cuprinde de asemenea liniile de transport al energiei electrice.

Pentru a crește capacitatea de transport a cablurilor se studiază soluția realizării de cable de înaltă tensiune supraconductoare, funcționînd la temperaturi interne foarte coborîte. Astfel, în Anglia se fac încercări experimentale asupra unui cablu de înaltă tensiune care funcționează la temperatura internă de 4,2°K; răcirea se realizează cu heliu lichid și izolația termică cu straturi de vid și azot lichid.

Studiile și cercetările destinate să soluționeze cîteva probleme în ceea ce privește viitoarele rețele electrice de foarte înaltă tensiune presupun o bază materială adecvată. În cazul descărcărilor lungi, prezența obiectelor metalice puse la pămînt sau sub tensiune exercită o influență relativ mare asupra valorii tensiunii de descărcare, astfel că se pune problema menținerii concepțiilor actuale privind laboratoarele de înaltă tensiune. Chiar dacă se prevăd spații foarte mari (laboratorul de înaltă tensiune proiectat în Franța de 195 000 m^3 [52]), nu se pot realiza încercări experimentale asemănătoare condițiilor reale. Pentru încercări de izolație la 1 100 kV, distanța minimă de izolare în cazul undelor de impulsie pozitive este de 21,5 m, iar la izolația la 1 500 kV [53] de 32,5 m, greu de realizat în laboratoare. Pe de altă parte, costul laboratoarelor este foarte ridicat (se consideră că pentru tensiuni foarte ridicate laboratorul trebuie să aibă o înălțime de 45 m [54]).

În consecință, laboratoarele de înaltă tensiune care vor servi la efectuarea încercărilor în domeniul tensiunilor foarte înalte trebuie să fie de tip exterior; laboratoarele tip interior vor servi la efectuarea cercetărilor asupra tensiunilor mai coborîte și pentru care trebuie modificate condițiile de cercetare (poluare, umiditate și temperatură).

BIBLIOGRAFIE

1. KROMS ANTONS, *Stromversorgung der Elektrizitätwirtschaft*, *11*, 367—375 (1969).
2. C.E.I. Comité d'études no. 28, *Coordination de l'isolement*, Documents CEI RM 772/CE, 28 oct. 1962.
3. CEI Publication 99.1, *Parafoudres*, Première partie, *Parafoudres à résistance variable*, Genève, 1958.
4. A. AVRAMESCU, G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, B. POPA, *Izolația stațiilor de înaltă tensiune în lumina normelor naționale, a recomandărilor CEI și a unor experimentări pe izolatoare fabricate în R.S.R.*, Electrotehnica, *9*, 335—347 (1962).
5. H . BÀATZ, *Isolationskoordination*, ETZ-A, *17*, 567 (1962).
6. VDE 0111/2.61, *Leitsätze für die Bemessung und Prüfung der Isolation elektrischer Anlagen für Wechselspannungen von 1 kV und darüber.*
7. STAS 6489-61, *Coordonarea izolației. Nivelele de izolație și de protecție.*
8. CEI, *Recommandation pour la coordination de l'isolement*, Publication, *71* (1960).
9. GOST 1516-60, *Transformatoare, aparate și izolatori de înaltă tensiune. Norme și metode de încercare a rigidității dielectrice a izolației*, 1960.
10. SEV. 183, *Règles et récommandation pour la coordination de l'isolement des installations àcourant alternatif à haute tension*, Bull. ASE **147**, *20*, 941—951 (1956).
11. B.S. 77 1958, *Voltages for a.c. transmission and distribution systems.*
12. C. DINCULESCU, G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, *La coordination de l'isolement des installations électroénergétiques à haute tension*, Bul. Inst. politehnic București, **XXVI**, *6* (1964).
13. ALEKSANDROV ș.a., *O perspektivah sozdania apparatov na napriajeni 1000—1500 kV peremenogo toka* (Sur les perspectives de construction d'appareillage de tension 1000—1500 kV de courant alternatif), Elektrotehnika, *9*, 19—21 (1967).
14. CATENACCI ș.a., *1500 kV a.c. lines, a first look of the main electrical problems*, CESI-Ber., *21* (1968).
15. A. R. HILEMAN, J. Mc KINNON, K. J. DILLARD, *1100 kV station and line insulation design*, CIGRE, R 25—06, 1968.
16. G. N. ALEKSANDROV, *Tehnika visokih napriajenii, dostijenia i perspectiva razvitia* (La technique des hautes tensions, les réalisation et les perspectives futures), Energhetika, VUZ, Moskva, *10* (1967).
17. M. V. KOSTENKO, *Osnivnie problemi visokih napriajenia v oblasti energhetiki, elektrotehniki i elektrofiziki* (Les problèmes de base de la technique des hautes dans le domain de l'énergétique, de l'électrotechnique et de l'électrophisique), Energhetika i Transport, Izv. Akad. Nauk SSSR, Moskva, *2* (1965).
18. T. UDO, *Switching surge and impulse sparkover characteristics of large gap spacings and long insulator strings*, IEEE Trans. Pow. App. a. Syst., 4, 304 (1965).
19. I. S. STEKOLNIKOV, E. N. BRAGO, E. M. BAZELIAN, *Snijenie razriadnih napria jenii v dlinih-promejutkah na kosougolnii volne*, J.T.F., **32**, *8* (1962).
20. G. N. ALEKSANDROV, IVANOV, V. E. KIZEVETTER, *Elektriceskaia procinosti narujnoi izoliații*, Leningrad „Energhia" 1969, p. 226.
21. O. S. JOHANSEN, J. A. BAKKEN, *Switching surge stregth of long air gaps and insulators*, CIGRE, 1966, R. 425, Appendix I.
22. A. Mc ELROY, J. CHARKOW, *Probability aspects of transmission system switching surge reliability*, IEEE Trans. Pow. App. a. Syst., *8*, 1012 (1967).
23. G. CARRARA, *Impulse sparkover voltage of rod gaps*, CIGRE, 1964, R. 328, Annexe II.
24. G. N. ALEKSANDROV ș.a., *Razriadnie napriajenia dlinnih vozdușnih promejutkov i ghirliand izoliatorov pri peremenom napriajenii*, Elektricestvo, *5*, 27 (1962).

25. L. Paris, *Influence of air characteristics on line to ground switching surge streng*, IEEE Trans. Pow. App. a Syst., *8*, 936 (1967).
26. T. Udo, *Sparkover characteristics of large gap spaces and long insulation string*, IEEE Trans. Pow. App. a Syst., *5*, 471 (1964).
27. G. W. Standring ș.a., *Effect of humidity of flashover of air gaps and insulator under alternating (50 c/s) and impulse (1/50 s)*, Proc. IEE, **110**, *6*, 17 (1963).
28. T. Udo ș.a., *Caractéristiques de contournement aux surtensions de manoevre des longues chaines et des longues colonnes d'isolateurs*, CIGRE, R. 25—04 (1968).
29. Ia Vokalek ș.a., *Razriadnie napriajenia lineinoi izoliații pri kommutaționnih perenapriajeniah*, El. Stanții, *4*, (1965).
30. Iu. Gutman N. N. Tihodeev, *Razriadnie napriajenia lineinoi izoliații pri kommutaționnih perenapriajeniah i livnevih dojdiah*, Izv. NIIPT, *12* (1966).
31. L. O. Berthold, P. L. Lemnitzer *Five-year research program in ultrahigh voltage*, CIGRE. R 42—04 (1968).
32. Y. Nakajima, *Switching surge flashover characteristics of insulators under polluded conditions*, CIGRE Study Commitee no. 33, Meeting Sydnei, 1969.
33. I. I. Hurley, G. I. Limbourn, *Correlation of service performance of insulators and lightning arresters under polluted conditions with test results, with a view to examining the validity of present criteria for insulator selection and testing*, CIGRE Study Committee no. 33, Meeting Sidney, 1969.
34. G. Drăgan, *Sur l'utilisation des méthodes de la théorie des probabilités et de la statistique mathématique pour l'étude des phénomènes de la technique des hautes tensions*, Rev. Roum. Sc. Techn. El. Energ., **13**, *4* (1968).
35. G. N. Aleksandrov, *Nekotorie issledovania elektricieskoi procinosti izoliații linii sverhvîsokogo napriajenia*, Eneghetika i transport, *2*, 156 (1963).
36. G. N. Aleksandrov, V. L. Ivanov, *Zavisimosti elektriceskoi procinosti dlinih vozdușnih promejutkov ot ciastoti kolebatelnogo napriajenia*, Elektricestvo, *4* (1964).
37. T. Udo, *Switching surge sparkover characteristics of air gaps insulator strings unter practical conditions*, IEEE Trans. Pow. App. a. Syst, *8*, 859 (1966).
38. E. W. Bohne, G. Carrara, *Switching surge insulation strenght of EHV line and station insulation structures*, CIGRE, 1964, R. 415.
39. N. N. Tihodeev, A. N. Tușnov, *Elektricieskie harakteristiki dlinnih ghirliand izoliatorov linii napriajeniem 500 kV i bolee*, Elektricestvo, *7* (1960).
40. A. Avramescu, G. Drăgan, *L'étude de deconnection des lignes haute tension aux surtention sur la base de la théorie de probabilité et la mathématique statistique*, Rev. Sc. Techn. Electr. Energ., *4* (1969).
41. A. R. Hileman, J. P. Mc Kinnon, *Etude de l'isolation d'une ligne et d'une poste à 1100 kV*, CIGRE, R-25-06, 1968.
42. V. L. Chartier, I. W. Bankoske, *Waltz Mill 110 kV station: conductor selection and Laboratory Verification*, IEEE Trans. Pow. App. and Syst. PAS-88, *6* (1969).
43. L. O. Barthold, P. L. Lumnitzer, *Programme de cinq années de recherches dans le domaine des tensions extrêment élevées*, CIGRE R-42-04, 1968.
44. G. Drăgan, E. Gîrlești eanu, T. Micescu, *La détermination de la tension de décharge minimale sur la base d'une modèle probabilistique*, Blitschutzkonferenz, Lugano, 1967.
45. I. K. Dillard, *What's Ahead in Transmission systems*, IEEE Int. Conv., 1964.
46. Ph. Sporn, T. I. Nagel, W. S. Price, *Transport de l'énergie électrique aux Etats-Unis, Prévision pour l'an* 2000, CIGRE, *2*, 412 (1964).
47. V. V. Afanasiev, L. K. Greiner, *Novie napravlenia v razvitii apparatov visokogo napriajenia*, Elektricestvo, *4*, 22—28 (1970).
48. G. V. Butkevici, *Sinhronizirovanie otkliucenie țepei peremennogo toka visokogo napriajenia*,

Electricestvo *1* (1969).

49. G. V. Butkevici, *Naibolşee dopustimoe vremia rashoşdenia kontaktov vosdušnih vikliuciatelei dlia sinhronizirovannogo otcliucienia*, Elektricestvo, *8* (1969).
50. * * * *CIGRE weighs EHV needs of worldis large systems*, Electr. World, *15* (1968).
51. Alexander Kusko, *A predication of power system development 1968 to 2030*, IEEE Spectrum, *5*, 4 (1968).
52. H. Prinz, *Warum Hochstspannungprüffelder*: ETZ-B, **21** *4* (1969).
53. A. Fischer, *Hochspannungslaboratorien* im In-und *Ausland*, ETZ-A, 90, 25.
54. Dieter Kind, *Hochspannungstechnik heute*, ETZ-B, **21**, *3*, (1969).
55. L. Paris, *Die Zukunft der Ultra-Hochspannungsleitungen*, Elektrizitätswirtschaft, **69**, *19* (1970).

O ABORDARE PAS CU PAS A ANALIZEI DEFECTELOR MULTIPLE

DE

D. LEONTE, A. PETROIANU

621.311.1.316.1
519.942.001.1

Lucrarea prezintă o metodă sistematică pentru rezolvarea problemei defectelor simultane în rețele complexe ce constituie o cale mai eficientă de calcul a variabilelor de stare decît metodele uzuale.

Ideea de bază este aceea de a reduce un proces complex de calcul, la o succesiune de calcule de dimensiuni mai reduse.

Se utilizează un model matematic omogen exprimat prin matricea nodală de impedanță a rețelei.

Metoda se bazează pe :

— o abordare pas cu pas

— o aplicație a principiului superpoziției la defectele simultane multiple

— o utilizare a variabilelor nodale

Metoda descrisă în lucrare a fost programată și aplicată pe un calculator ICL 4120 și este ilustrată printr-un exemplu simplu de rețea.

§ INTRODUCERE

Calculul rețelelor complexe prezentînd multiple nesimetrii conduce în general la rezolvarea unor sisteme de ecuații în raport cu locurile de defect, pentru fiecare din cele trei secvențe simetrice [1]—[6].

O asemenea abordare permite determinarea mărimilor electrice caracteristice numai în raport cu punctele de defect ; pentru calculul tensiunilor (curenților) în restul rețelei este însă necesară folosirea unui model matematic al întregii rețele studiate.

Este de menționat că, în cazul defectelor longo-transversale, rezolvarea sistemului de ecuații în raport cu bornele de întrerupere și de scurtcircuit conduce la utilizarea unor matrici hibride, calculul cărora prezintă dificultăți.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 615—628, București, 1971

Într-o serie de lucrări, apărute în literatura noastră de specialitate începînd din anul 1967 [7—9], s-a determinat o ecuație matricială ce constituie o generalizare a teoremelor Thévenin și Norton aplicate la rezolvarea problemei multiplelor nesimetrii în rețele complexe. În literatura străină o abordare similară a apărut în 1969 [10].

Abordarea acestei probleme în prezentul articol se încadrează în modul general de rezolvare elaborat în lucrările mai sus menționate, algoritmul utilizat prezentînd însă următoarele particularități:

— constituie o metodă pas cu pas, numărul de pași fiind egal cu numărul de nesimetrii considerate în mod succesiv,

— utilizează principiul suprapunerii efectelor, mărimile electrice de stare ale rețelei, în regimul cu mai multe defecte apărute simultan, obținîndu-se ca o sumă de soluții parțiale ale unor sisteme de ecuații liniare corespunzătoare fiecărui defect în parte,

— soluțiile parțiale ale sistemelor de ecuații liniare de ordin egal cu numărul nodurilor rețelei, reprezintă mărimi de stare ale unor regimuri incrementale caracterizate de existența unei singure nesimetrii,

— utilizează un singur tip de matrice de imitanță și anume matricea nodală $[Z]$ a impedanțelor proprii și mutuale; această matrice este obținută printr-o metodă constructivă [11—13] ușor programabilă pe calculatoare cifrice.

§ ALGORITMUL DE CALCUL

Algoritmul de calcul va fi exemplificat pentru cazul unei rețele în care apar simultan un defect longitudinal și un defect transversal pe aceeași fază (întrerupere și scurtcircuit monofazic pe faza R).

Descompunem mintal regimul ce se stabilește în rețea, atunci cînd în funcționarea normală apar simultan două defecte — regim caracterizat de vectorul $[U'']$ — în trei regimuri suprapuse și anume:

— regimul normal, caracterizat de vectorul $[U]$

— regimul suplimentar de întrerupere, caracterizat de vectorul $[\Delta U']$

— regimul suplimentar de scurtcircuit, caracterizat de vectorul $[\Delta U'']$.

Considerînd că f.e.m. existente în rețea nu sînt modificate de apariția defectelor și aplicînd principiul suprapunerii stărilor de echilibru ale rețelei se pot scrie următoarele relații:

$$[U] + [\Delta U'] + [\Delta U''] = [U''], \tag{1}$$

sau

$$[U] + [\Delta U'] = [U'], \tag{2}$$

$$[U'] + [\Delta U''] = [U'']. \tag{3}$$

Procedura de calcul se descompune în următorii paşi :

Pasul 1

Din regimul normal de funcţionare — regim cunoscut dintr-un calcul complet de circulaţii—se extrage vectorul tensiunilor în toate nodurile (inclusiv elementele corespunzătoare forţelor electromotoare) şi curentul pe linia $p - q$, cu o fază întreruptă. ($[U_f]$, I^{pq}).

Pasul 2

Prin metoda constructivă se determină matricile nodale $[Z']$ ale impedanţelor proprii şi mutuale de secvenţă directă, inversă şi homopolară pentru următoarea configuraţie a reţelei : linia $p - q$ deconectată şi impedanţa ei introdusă radial între nodul q şi noul nod creat $n + 1$.

Sînt extrase elementele : $Z^{d,i,h}_{pp}$, $Z^{d,i,h}_{p,n+1}$, $Z^{d,i,h}_{n+1,n+1}$ şi se calculează impedanţa echivalentă, în fiecare din cele trei secvenţe, între nodurile la care apare întreruperea conform relaţiei

$$\xi^{d,i,h}_{p,n+1;\,p,n+1} = Z'^{d,i,h}_{pp} - 2 \cdot Z'^{d,i,h}_{p,n+1} + Z'^{d,i,h}_{n+1,n+1} . \tag{4}$$

Impedanţa echivalentă galvanică $\xi_{p,n+1;\,p,n+1}$ reprezintă tensiunea care apare între nodurile p şi $n + 1$ la injectarea unui curent unitar în nodul p prelevat în nodul $n + 1$; această impedanţă corespunde elementului diagonal al matricei de transfer a impedanţelor cvadripolare [14].

Cunoscînd curentul I^{pq} pe linia $p - q$ (pe care apare o întrerupere a unei faze) şi impedanţele echivalente galvanice $\xi^{d,i,h}_{p,n+1;\,p,n+1}$, se poate reprezenta regimul incremental produs de întreruperea fazei.

Determinăm distribuţia curentului I^{pq} prin cele trei scheme (fig. 1) utilizînd relaţiile :

$$I^{p,dir} = I^{pq} \frac{\xi_\Sigma}{\xi^{d}_{p,n+1;\,p,n+1}}, \tag{5}$$

$$I^{p,inv} = I^{pq} \frac{\xi_\Sigma}{\xi^{i}_{p,n+1;\,p,n+1}}, \tag{6}$$

$$I^{p,hom} = I^{pq} \frac{\xi_\Sigma}{\xi^{h}_{p,n+1;\,p,n+1}}, \tag{7}$$

în care :

$$\xi_\Sigma = \xi^{d}_{p,n+1;\,p,n+1} // \xi^{i}_{p,n+1;\,p,n+1} // \xi^{h}_{p,n+1;\,p,n+1} . \tag{8}$$

Cunoscînd injecţiile (prelevările) de curent ce vor excita respectivele scheme de secvenţă :

$$I^{p,dir} = -I^{n+1,dir}, \tag{9}$$

$$I^{p,inv} = -I^{n+1,inv}, \tag{10}$$

$$I^{p,hom} = -I^{n+1,hom}, \tag{11}$$

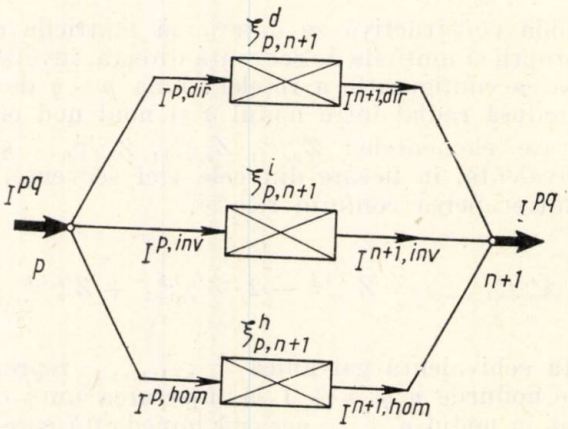


Fig. 1. — Schema echivalentă pentru determinarea distribuţiei curentului I^{pq} prin schemele de secvenţă directă, inversă şi homopolară.

se poate determina pentru fiecare secvenţă în parte vectorul de tensiune incremental, cu relaţiile :

$$[\Delta U'^{dir}] = [Z'^{dir}]\ [\Delta I'^{dir}], \tag{12}$$

$$[\Delta U'^{inv}] = [Z'^{inv}]\ [\Delta I'^{inv}], \tag{13}$$

$$[\Delta U'^{hom}] = [Z'^{hom}]\ [\Delta I'^{hom}]. \tag{14}$$

Vectorul $[\Delta I']$ are elemente nenule numai în poziţiile p şi $n+1$ (relaţia 14'), (fig. 2)

$$\begin{bmatrix} Z'_{11} & \dots & Z'_{1p} & \dots & Z'_{1,n+1} \\ Z'_{i1} & \dots & Z'_{ip} & \dots & Z'_{i,n+1} \\ Z'_{n+1,1} & \dots & Z'_{n+1,p} & \dots & Z'_{n+1,n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I^p \\ \cdot \\ \cdot \\ I^{n+1} \end{bmatrix} = [\Delta U']. \tag{14'}$$

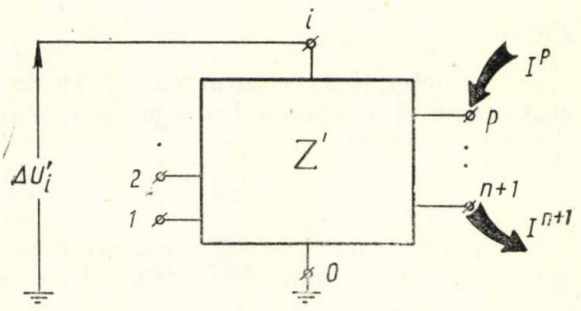


Fig. 2. — Determinarea vectorului $[\Delta U']$ corespunzător regimului incremental de funcţionare cu fază întreruptă pe linia $p-q$.

Pasul 3

Se determină vectorul de tensiune $[U']$ ce caracterizează regimul de funcţionare normal peste care se suprapune un defect longitudinal (fază întreruptă pe linia $p - q$)

$$[U'^{air}] = [U^{air}] + [\Delta U'^{air}], \tag{15}$$

$$[U'^{inv}] = [U^{inv}] + [\Delta U'^{inv}], \tag{16}$$

$$[U'^{hom}] = [U^{hom}] + [\Delta U'^{hom}]. \tag{17}$$

Deoarece în regimul normal de funcţionare nu există componente inverse şi homopolare ale tensiunii, relaţiile (16), (17) se scriu astfel:

$$[U'^{inv}] = [\Delta U'^{inv}], \tag{16'}$$

$$[U'^{hom}] = [\Delta U'^{hom}]. \tag{17'}$$

Cunoscîndu-se componentele de secvenţă ale tensiunilor în fiecare nod, se determină vectorul tensiunilor nodale de fază $[U']$.

Pasul 4

Se extrage elementul corespunzător nodului k (în care apare cel de al doilea defect, de tip transversal — scurtcircuitul monofazic) din vectorul $[U']$.

Se formează matricea nodală de interconexiune $[Z'']$ a celor trei scheme de secvenţă şi sînt extrase elementele corespunzătoare nodului k.

Se determină curentul de scurtcircuit monofazic în nodul k corespunzător regimului incremental de scurtcircuit cu o fază întreruptă conform relaţiei:

$$I_d^k = I_i^k = I_h^k = \frac{-U'_{kf}}{(\xi_{dd}^k + \xi_{ii}^k + \xi_{hh}^k) + 2 \cdot (\xi_{di}^k + \xi_{ih}^k + \xi_{hd}^k)}. \tag{18}$$

Pasul 5

Se determină vectorul variațiilor de tensiune $[\Delta U'']$ ce caracterizează regimul incremental produs de apariția unui scurtcircuit monofazic conform relației :

$$[\Delta U''] = [Z''] [\Delta I'']. \tag{19}$$

Vectorul $[\Delta I'']$ posedă elemente nenule, de valori determinate conform relației (18), numai în pozițiile „k" și „0" ale fiecărei secvențe (fig. 3). Cunoscîndu-se componentele de secvență ale tensiunilor în fiecare nod se determină vectorul tensiunilor nodale $[U'']$ ale regimului de sarcină cu dublă nesimetrie.

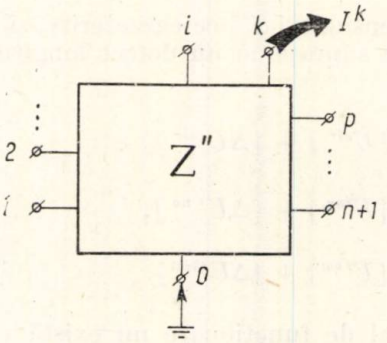


Fig. 3. — Determinarea vectorului $[\Delta U'']$ corespunzător regimului incremental de funcționare cu scurtcircuit monofazat în nodul k.

Pasul 6

Se determină distribuția curenților de secvență sau de fază, în regimul cu o singură nesimetrie, pe baza vectorilor $[U'^{air}]$, $[U'^{inv}]$, $[U'^{hom}]$, respectiv a vectorului $[U'_f]$; se poate trece și direct la determinarea distribuției curenților de secvență sau de fază în regimul de sarcină cu dublă nesimetrie pe baza vectorilor $[U''^{air}]$, $[U''^{inv}]$, $[U''^{hom}]$, respectiv a vectorului $[U''_f]$.

Cu aceasta a fost complet determinat regimul de funcționare al rețelei în care apar simultan un defect longitudinal și un defect transversal (întrerupere și scurtcircuit monofazic pe aceeași fază R).

Numărul de pași de calcul poate fi continuat pentru calculul unui număr teoretic nelimitat de defecte simultane.

Schema logică a programului de calcul este prezentată în figura 5.

ANEXA

EXEMPLU DE CALCUL

Pentru ilustrarea procedurii de calcul s-a ales un exemplu simplu din literatură [4], [15].

Parametrii de calcul ai rețelelor de secvență sînt reprezentați în figurile 4*a*, 4*b*, 4*c*.

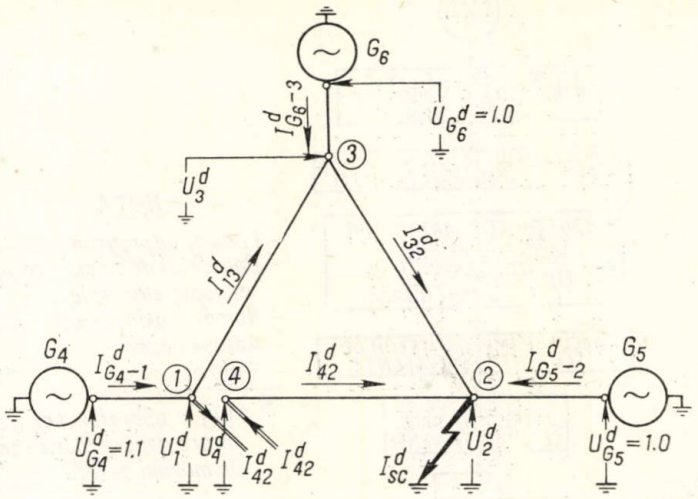


Fig. 4*a*. — Schema de distribuţie a curenţilor şi tensiunile din secvenţa directă în regimul de funcţionare cu o fază întreruptă şi un scurt-circuit.

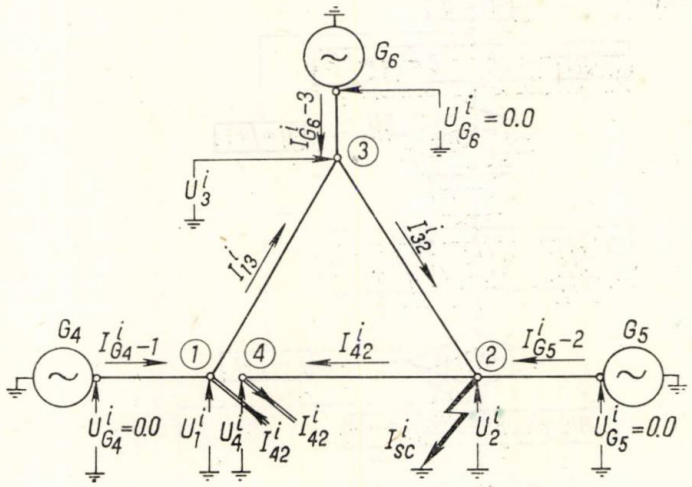


Fig. 4*b*. — Schema de distribuţie a curenţilor şi tensiunile din secvenţa inversă în regimul de funcţionare cu o fază întreruptă şi un scurtcircuit.

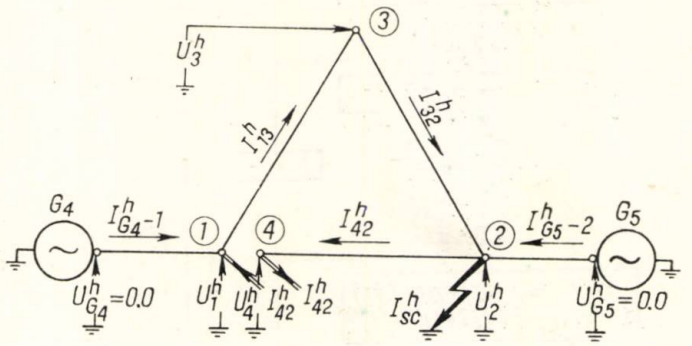
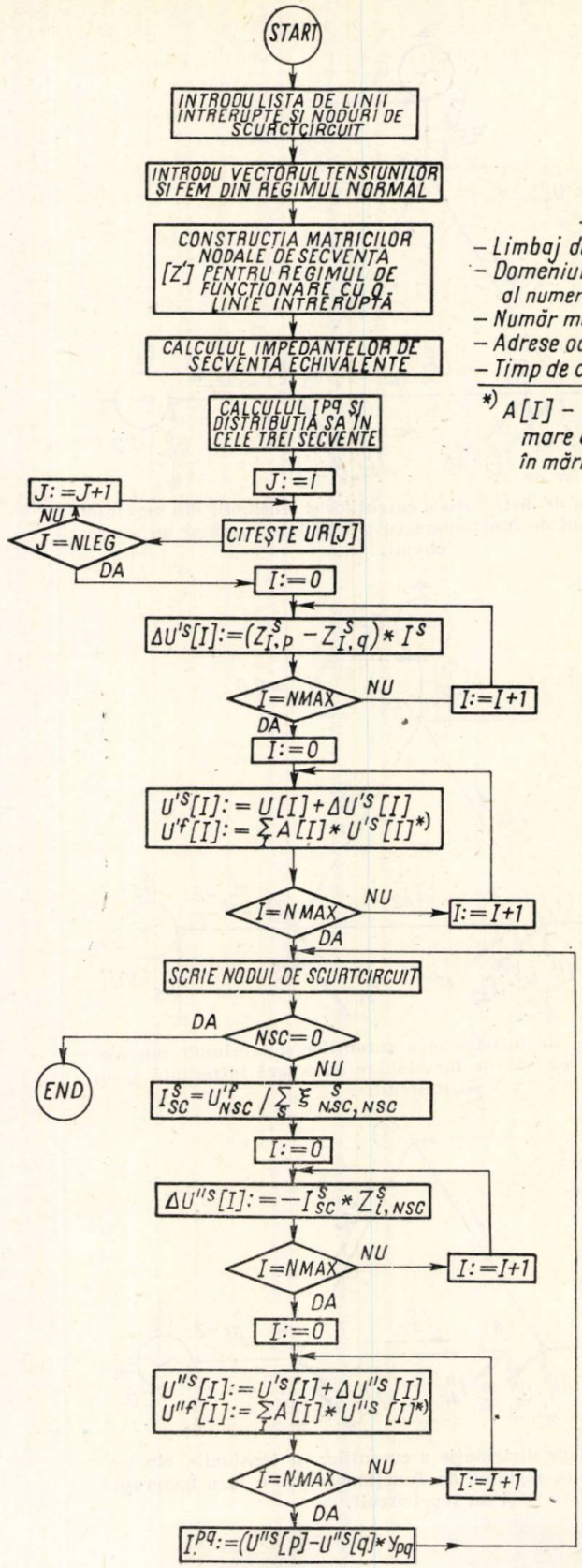


Fig. 4*c*. — Schema de distribuţie a curenţilor şi tensiunile din secvenţa homopolară în regimul de funcţionare cu o fază întreruptă şi un scurtcircuit.



NOTA

- Limbaj de programare : ALGOL
- Domeniul de calcul : corpul R al numerelor reale.
- Număr maxim de noduri : 50
- Adrese ocupate 4612
- Timp de calcul 150 sec

*) A[I] – operatorul de transformare a mărimilor de secvență în mărimi de fază

Fig. 5. — Schema logică de principiu a programului de calcul al regimurilor cu duble nesimetrii.

Pasul 1:

Din regimul normal de funcționare se cunoaște vectorul tensiunilor nodale de fază:

$$[U_f] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.06436782 \\ 1.02988506 \\ 1.02758621 \\ 1.06436782 \end{bmatrix}.$$

Presupunînd că linia 1—2 de admitanță $y_{12} = 500$ Mho va fi întreruptă, se găsește ușor mărimea curentului care o străbate înainte de defect

$$I_f^{12} = (U_f^1 - U_f^2) \cdot y_{12} = (1.06436782 - 1.02988506) \cdot 500 = 17.24138 \text{ A}.$$

Se cunosc de asemeni mărimile forțelor electromotoare debitate la nodurile generatoare în regimul normal de funcționare

$$[U_f^g] = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}.$$

Pasul 2:

Matricile de impedanță nodală $[Z']$ calculate prin metoda constructivă sînt:

— pentru secvența directă și inversă

$$[Z'^{d,i}] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00074510 & 0.00015686 & 0.00023529 & 0.00015686 \\ 0.00015686 & 0.00098039 & 0.00047059 & 0.00098039 \\ 0.00023529 & 0.00047059 & 0.00070588 & 0.00047059 \\ 0.00015686 & 0.00098039 & 0.00047059 & 0.00298039 \end{bmatrix},$$

— pentru secvența homopolară

$$[Z'^h] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00038571 & 0.00002857 & 0.00014762 & 0.00002857 \\ 0.00002857 & 0.00074286 & 0.00050476 & 0.00074286 \\ 0.00014762 & 0.00050476 & 0.00260793 & 0.00050476 \\ 0.00002857 & 0.00074286 & 0.00050476 & 0.00740952 \end{bmatrix}.$$

Impedanța echivalentă dintre nodurile liniei întrerupte, calculată cu relația (4) este :

$$\xi^{d,i}_{1,4;1,4} = Z^{d,i}_{11} - 2 \cdot Z^{d,i}_{14} + Z^{d,i}_{44} =$$

$$= 0.00074510 - 2 \times 0.00015686 + 0.00298039 = 0.00341176,$$

$$\xi^{h}_{1,4;1,4} = Z^{h}_{11} - 2 \cdot Z^{h}_{14} + Z^{h}_{44} =$$

$$= 0.00038571 - 2 \times 0.00002857 + 0.00740952 = 0.00773809.$$

Distribuția curentului I^{12}_{f} pe schemele echivalente de secvență se găsește cu relațiile (5) — (7)

$$I^{1,dir} = I^{1,inv} = 7.04656573 \text{ A, și}$$

$$I^{1,hom} = 3.10686853 \text{ A.}$$

Relațiile (12) — (14) permit determinarea vectorului de tensiune incremental pentru fiecare secvență ce urmează să corecteze tensiunile din nodurile rețelei la funcționarea cu linia 1—2 întreruptă.

$$[\Delta U'^{dir}] = [\Delta U'^{inv}] = [Z'^{dir,inv}]\ [\Delta I'^{dir,inv}] =$$

$$= \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00415467 \\ -0.00581660 \\ -0.00166193 \\ -0.01994254 \end{bmatrix}.$$

În mod analog

$$[\Delta U'^{hom}] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00111215 \\ -0.00222431 \\ -0.00111215 \\ -0.02298506 \end{bmatrix}.$$

Pasul 3:

Din relaţiile (15), (16′) şi (17′) rezultă vectorii tensiunilor de secvenţă din nodurile reţelei în regimul de funcţionare cu linia 1—2 întreruptă.

$$[U'^{air}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}1.06436782\\1.02988506\\1.02758621\\1.06436782\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0.00415467\\-0.00581660\\-0.00166193\\-0.01994254\end{bmatrix} = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}1.06852249\\1.02406846\\1.02592428\\1.04442528\end{bmatrix},$$

$$[U'^{inv}] = [\Delta U'^{inv}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}0.00415467\\-0.00581660\\-0.00166193\\-0.01994254\end{bmatrix},$$

$$[U'^{hom}] = [\Delta U'^{hom}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}0.00111215\\-0.00222431\\-0.00111215\\-0.02298506\end{bmatrix},$$

şi, prin urmare, vectorul tensiunilor de fază în nodurile reţelei de transport, ce caracterizează regimul de funcţionare cu linia 1—2 întreruptă este

$$[U'_f] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}1.07378931\\1.01602755\\1.02315020\\1.00149768\end{bmatrix}.$$

Pasul 4:

Presupunem acum că peste regimul de funcţionare cu linia 1—2 întreruptă se suprapune efectul unui scurtcircuit monofazic care survine în nodul 2 al reţelei. Cu relaţia (18) se găseşte valoarea curentului de scurtcircuit:

$$I^2_{air} = I^2_{hom} = I^2_{inv} = \frac{-1.01602755}{0.00270238} = -375.97508 \text{ A},$$

$$(\xi^k_{dd} + \xi^k_{ii} + \xi^k_{hh} + 2 \cdot (\xi^k_{di} + \xi^k_{ih} + \xi^k_{hd})) =$$

$$= 0.00086305 + 0.00086305 + 0.00068884 +$$

$$+ 2 \cdot (0.00008144 + 0.00003114 + 0.00003114) = 0.00270238.$$

Un nou vector de tensiune incremental obținut cu relația (19) stabilește corecțiile ce trebuie aplicate tensiunilor nodale $[U']$ ca urmare a modificărilor introduse în regimul de funcționare anterior de către scurtcircuitul apărut în nodul 2.

$$[\Delta U''^{dir,inv}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}-0.06025377\\-0.36681257\\-0.17641879\\-0.36246254\end{bmatrix},$$

$$[\Delta U''^{hom}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}-0.00918883\\-0.28240240\\-0.19132620\\-0.31139760\end{bmatrix}.$$

Pasul 5:

Vectorii tensiunilor nodale de secvență corectați cu valorile vectorilor incrementali sînt:

$$[U''^{dir}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}1.06852249\\1.02406846\\1.02592428\\1.04442528\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-0.06025377\\-0.36681257\\-0.17641879\\-0.36246254\end{bmatrix} = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}1.00826872\\0.65725589\\0.84950549\\0.68196274\end{bmatrix},$$

$$[U''^{inv}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}0.00415467\\-0.00581660\\-0.00166193\\-0.01994254\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-0.06025377\\-0.36681257\\-0.17641879\\-0.36246254\end{bmatrix} = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}-0.05609910\\-0.37262917\\-0.17808072\\-0.38240508\end{bmatrix},$$

$$[U''^{hom}] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}0.00111215\\-0.00222431\\-0.00111215\\-0.02298506\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-0.00918883\\-0.28240240\\-0.19132620\\-0.31139760\end{bmatrix} = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}-0.00807668\\-0.28462671\\-0.19243835\\-0.33438266\end{bmatrix}.$$

Mărimile de fază ale tensiunilor nodale pentru regimul de funcționare al rețelei cu linia 1—2 întreruptă și scurtcircuit monofazic în nodul 2 sînt exprimate de vectorul

$$[U_f''] = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}0.94409294\\0.00000000\\0.47898642\\-0.03482500\end{bmatrix}.$$

Pasul 6:

Se determină curenţii de secvenţă şi pe faze. Se constată că pe faza R a liniei deconectate (1—2) curentul este nul.

NOTAŢII

$[U'']$ — vectorul tensiunilor nodale pentru secvenţele directă, inversă şi homopolară, în regimul de funcţionare în care apar simultan o întrerupere de fază şi un scurtcircuit,

$[U]$ — vectorul tensiunilor nodale pentru secvenţele directă, inversă şi homopolară, în regimul normal de funcţionare. (Pentru secvenţele inversă şi homopolară vectorul $[U]$ are toate elementele nule),

$[\Delta U']$ — vectorul tensiunilor nodale pentru secvenţele directă, inversă şi homopolară în regimul incremental de întrerupere al unei faze,

$[\Delta U'']$ — vectorul tensiunilor nodale pentru secvenţele directă, inversă şi homopolară în regimul incremental de scurtcircuit (pe schema reţelei cu o fază întreruptă),

$[U']$ — vectorul tensiunilor nodale pentru secvenţele directă, inversă şi homopolară ce caracterizează regimul de funcţionare normal peste care se suprapune un defect longitudinal (fază întreruptă pe linia $p-q$),

$[U_f]$ — vectorul tensiunilor nodale de fază în regimul normal de funcţionare,

I^{pq} — curentul pe linia $p-q$, pe care se produce întreruperea unei faze,

$[Z']$ — matricea nodală, de ordin $(n+1)$, a impedanţelor proprii şi mutuale în schema corespunzătoare cu o fază întreruptă pe linia $p-q$ (Se calculează pentru fiecare din schemele de secvenţă directă, inversă şi homopolară),

$Z'^{d,i,h}_{pp}$ — impedanţa proprie a nodului p din matricile $[Z']$ de secvenţă directă, respectiv inversă şi homopolară,

$Z'^{d,i,h}_{p,n+1}$ — impedanţa mutuală dintre nodurile p şi $n+1$ din matricile $[Z']$ de secvenţă directă, respectiv inversă şi homopolară.

$Z'^{d,i,h}_{n+1,n+1}$ — impedanţa proprie a nodului $n+1$ din matricile $[Z']$ de secvenţă directă, respectiv inversă şi homopolară,

$\xi^{d,i,h}_{p,n+1}$ — impedanţa echivalentă galvanică între nodurile p şi $n+1$ de secvenţă directă, respectiv inversă şi homopolară,

$I^{p,dir,inv,hom}$ — curentul injectat în nodul p (prelevat în nodul $p+1$) pentru simularea efectului deconectării unei faze pe linia $p-q$,

ξ_Σ — impedanţa echivalentă rezultată din punerea în paralel a impedanţelor $\xi^{d,i,h}_{d,n+1}$,

$I^k_{dir,inv,hom}$ — curentul de scurtcircuit în nodul k de secvenţă directă, inversă şi homopolară,

$[\Delta I'_{dir,inv,hom}]$ — vectorul curenţilor nodali pentru secvenţele directă inversă şi homopolară în regimul incremental de întrerupere al unei faze,

$[\Delta I''_{dir,\,inv,\,h\,m}]$ — vectorul curenților nodali pentru secvențele directă, inversă și homopolară în regimul incremental de scurtcircuit,

$[U'_{kf}]$ — tensiunea de fază a nodului k în regimul de funcționare normal peste care se suprapune un defect longitudinal,

$[U'_f]$ — vectorul tensiunilor nodale de fază în regimul ce caracterizează funcționarea rețelei cu o fază întreruptă pe linia $p-q$,

$[U''_f]$ — vectorul tensiunilor nodale de fază în regimul ce caracterizează funcționarea rețelei cu o fază întreruptă pe linia $p-q$ și un scurtcircuit monofazic în nodul k,

$\xi^k_{dd}, \xi^k_{ii}, \xi^k_{hh}$ — impedanța proprie secvențelor directă, inversă și homopolară în raport cu bornele $k-o$.

$\xi^k_{di}, \xi^k_{ih}, \xi^k_{hd}$ — impedanța de transfer între secvențele directă-inversă, inversă-homopolară, homopolară-directă în raport cu bornele $k-o$.

BIBLIOGRAFIE

1. V. A. Satarov, *Rasciot korotkogo zamăkania pri prodolnoi nesimetrii*, ELEKTRICESTVO, *3*, 52–58 (1956).
2. G. G. Kostanian, *Rasciotă korotkih zamăkanii v sistemah s nepolnofaznoi peredacei*, ELEKTRICESTVO, *2*, 13–18 (1958).
3. N. N. Gorbatov, *K rasciotu triohfaznăh țepei s proizvolnom cislom nesimetricinăh korotkih zamăkanii i razrăvov faz*, ELEKTRICESTVO, 7, 35–40 (1958).
4. H. Dommel, *Die Berechnung von Leitungsunterbrechungen bei gleichzeitigen kurzschluss*, Arch. für Elektrotechn., **49**, *2*, 73–82 (1964).
5. K. D. Wessnigk, *Theorie zur Berechnung beliebiger Mehrfachfehler mit Fehlermatrizen*, Energietechnik, **18**, Jg, *3*, März 1968, 109–113.
6. E. Potolea, *Aplicarea teoriei grafului la studiul rețelelor trifazate nesimetrice*, St. cerc. energ. eletr., **19**, *1*, 337–356 (1969).
7. M. Bercovici, A. Arie, M. Tudose, *Aspecte privind aplicarea teoriei componentelor simetrice în analiza regimurilor nesimetrice a rețelelor electrice*, Buletinul Institutului Politehnic, București, **XXIX**, *4*, 101–131 (1967).
8. M. Bercovici, A. Arie, M. Tudose, *Aspecte privind aplicarea teoriei componentelor simetrice în analiza regimurilor nesimetrice a rețelelor electrice*, Comunicare la Simpozionul „Analiza și Sinteza Rețelelor Electrice", București, octombrie 1967, Rap. 4.6.
9. M. Bercovici, A. Arie, *Aplicarea unor operatori de ortogonalitate pentru determinarea defectelor nete nesimetrice multiple în rețelele electrice*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 403–421 (1968).
10. M. A. Laughton, *Thevenin and Norton Theorems Generalizations and Dualities with Particular Reference to the Analysis of Simultaneous Faults*, Power Systems Computation, Conference — PSCC Rome 1969, Rap. N.A. 11, p. 1–14.
11. A. H. El-Abiad, *Algoritms for direct computation and modification of solution (inverted) matrices of networks including mutual impedances*, PICA Conference 1963, p. 150–166.
12. M. Duma, A. Petroianu, *Programarea în limbaj ALGOL pe calculatorul Elliott 4120 al dispecerului energetic național a unui algoritm de sinteză a matricei impedanțelor proprii și de transfer*, Energetica, **15**, *4*, 169–173 (1967).
13. A. Petroianu, *O metodă topologică de determinare directă a matricei nodale a impedanțelor proprii și de transfer a rețelelor electrice*, Electrotehnica, **15**, *10*, 357–363 (1967).
14. M. Augé *La matrice des impédances de transfert d'un reseau et ses applications*, Bull. Soc. Fr. Electriciens, *16*, 231–247 (1961).
15. H. Prinz, *Kurzschlussberechnung Vermaschter Netze mit Hilfe des Nsw-Potentialverfahrens*, Anwendung elecktrischer Rechenanlagen in der Starkstromtechnik — 1958, VDE, p. 119–133.

CU PRIVIRE LA FUNCȚIONAREA MOTOARELOR SINCRONE ÎN REGIM DE OSCILAȚII FORȚATE ȘI VARIAȚII ALE TENSIUNII DE ALIMENTARE

DE

P. OPRIȘAN

621.313.323.018.6 : 621.313.323.015.2

Se prezintă unele considerații teoretice asupra funcționării motorului sincron în regim de oscilații forțate, analizîndu-se în continuare comportarea mașinii în cazul variației tensiunii de borne. Se precizează limita inferioară a tensiunii pentru care funcționarea mașinii mai este posibilă.
Calculele efectuate cu ajutorul modelului analogic sînt comparate și confirmate de determinări analitice și experimentale.

1.1. Datorită performanțelor energetice superioare, motoarele sincrone, realizate în prezent într-o gamă largă de puteri, sînt utilizate la acționarea unui mare număr de mecanisme care funcționează în regim de lungă durată, ca, de exemplu, compresoare cu piston, turbocompresoare, laminoare, mori cu bile, ventilatoare, agregate convertizoare etc.

Avantajele deosebite ale utilizării acestor mașini în acționările electromecanice constau în următoarele :

a) paralel cu acționarea mecanismului respectiv, motoarele sincrone pot funcționa ca generatoare de putere reactivă și, avînd posibilitatea să controleze această putere, schimbată pe la borne cu rețeaua, îndeplinesc și rolul de regulatoare ale factorului de putere, contribuind astfel în mod efectiv la îmbunătățirea stabilității sistemului energetic ;

b) în cazul acționării agregatelor care au cuplul rezistent variabil periodic în timp, cum este cazul compresoarelor cu piston, apar perturbații determinate de prezența oscilațiilor curentului absorbit din sistem și a pendulațiilor mecanice ale rotorului.

Aceste perturbații devin periculoase pentru ceilalți consumatori și instalații din apropiere mai ales în cazul funcționării unui grup de agregate identice, datorită fenomenelor de rezonanță electrică și mecanică care pot să apară prin suprapunerea oscilațiilor curentului și, respectiv, prin suprapunerea vibrațiilor mecanice.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 629—644, 1971

Utilizarea motoarelor sincrone în aceste cazuri permite limitarea sau chiar înlăturarea efectelor dăunătoare fie prin atenuarea perturbațiilor generate de fiecare agregat în parte, fie prin evitarea fenomenului de rezonanță dacă se acționează în mod convenabil asupra excitațiilor mașinilor.

1. 2. Cercetări recente în domeniul mașinii sincrone au permis fundamentarea teoretică a unor procese electromagnetice și dinamice din mașină și au precizat unele aspecte ale comportării sale în diverse regimuri de funcționare.

Pe baza ecuațiilor mașinii sincrone idealizate în sensul Park [1], se stabilește în [2] expresia curentului din indus în regimul de pendulații ale roții polare, problema fiind reluată și dezvoltată în [3], unde se determină explicit valoarea medie și armonicile curentului funcție de frecvența de pendulare și de impedanțele mașinii după cele două axe. În [3] și [4] se ajunge la expresii ale cuplului electromagnetic în regimul de pendulații întreținute, avantajoase pentru calcule, în timp ce în [5] stabilirea aceleiași expresii, fără a explicita însă componentele, o recomandă mai puțin pentru calcule sau pentru confruntarea cu rezultatele experimentale, ca și exprimarea funcție de cuplul sincron, cuplul sincronizat și cuplul asincron [6], întrucît calculul acestor componente și determinările lor experimentale sînt dificile.

Noi contribuții la determinarea parametrilor interni au fost aduse în [4], [7] — [9]. S-au pus la punct baze experimentale corespunzătoare și au fost folosite pentru rezolvarea problemelor dificile mijloacele moderne de calcul, calculatoarele analogice [10] sau numerice [11], capabile să efectueze un mare volum de operații într-un timp relativ scurt.

1.3. Pornindu-se de la aceste rezultate, în cele ce urmează se studiază unele aspecte ale comportării motorului sincron în regim de pendulații întreținute la variații ale tensiunii de alimentare.

Problema prezintă interes pentru instalațiile de acționare, care, deși deranjate de prezența modificărilor nivelului de tensiune, reclamă totuși o mare siguranță în funcționare.

Lucrarea este izvorîtă dintr-o necesitate practică și răspunde unor cazuri concrete de funcționare a motorului sincron de acționare în regim de oscilații forțate la variații aleatorii ale tensiunii de borne, stabilindu-se limitele acestor variații pentru care funcționarea mai este posibilă.

2. CURENTUL MOTORULUI SINCRON ÎN REGIM DE PENDULAȚII ÎNTREȚINUTE

2.1. Conform teoriei celor două reacții, expresiile operaționale ale curenților longitudinal i_d și transversal i_q, stabilite în [1], în ipoteza că mașina sincronă idealizată este conectată la o rețea cu tensiunea constantă și că la un moment dat unghiul intern δ suferă o variație oarecare $\Delta\delta$, au următoarea formă :

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - \frac{U\cos\delta}{X_d(p)}, \tag{2.1}$$

$$i_q = \frac{U\sin\delta}{X_q(p)}, \tag{2.2}$$

unde E_d reprezintă t.e.m. indusă în stator și se consideră de valoare constantă, U tensiunea la borne , iar $X_d\ (p)$ și $X_q\ (p)$ sînt reactanțele operaționale după cele două axe.

Rezistențele indusului se neglijează.

Expresia unghiului intern în noul regim dinamic este

$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta_1, \tag{2.3}$$

în care δ_0 este valoarea medie, iar 1 reprezintă funcția unitară Heaviside.

În cazul pendulațiilor sinusoidale ale rotorului de amplitudine $\Delta\delta_1$, relația (2.3) devine

$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta_1 \sin \Omega_p t, \tag{2.4}$$

Ω_p fiind pulsația de pendulare.

Pentru valori mici ale amplitudinii de pendulare, $\Delta\delta_1 \leqslant 20°$, oscilațiile pot fi liniarizate, iar funcțiile $\sin\delta$ și $\cos\delta$, care apar în (2.1) și (2.2), obțin după dezvoltare următoarea formă :

$$\sin\delta \simeq \sin\delta_0 + \Delta\delta_1 \sin\Omega_p t \cos\delta_0, \tag{2.5}$$

$$\cos\delta \simeq \cos\delta_0 - \Delta\delta_1 \sin\Omega_p t \sin\delta_0, \tag{2.6}$$

considerîndu-se că $\sin(\Delta\delta_1 \sin\Omega_p t) \simeq \Delta\delta_1 \sin\Omega_p t$ și $\cos(\Delta\delta_1 \sin\Omega_p t) \simeq 1$.

Ipoteza este justificată prin aceea că în regimul permanent de funcționare pendulațiile rotoarelor motoarelor sincrone nu depășesc, în general, limita admisă pentru liniarizare.

După înlocuire se obțin pentru i_d și i_q expresiile

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - \frac{U\cos\delta_0}{X_d} + \frac{U\Delta\delta_1 \sin\delta_0}{X_{d,1}} \sin(\Omega_p t - \varphi_1), \tag{2.7}$$

$$i_q = \frac{U\sin\delta_0}{X_q} + \frac{U\Delta\delta_1 \cos\delta_0}{X_{q,1}} \sin(\Omega_p t - \psi_1), \tag{2.8}$$

în care s-a ținut seama de faptul că fiecare armonică de ordinul ν a curenților i_d și i_q este caracterizată prin reactanța și defazajul propriu, $X_d(j\nu s)$ și φ_ν sau $X_q(j\nu s)$ și ψ_ν.

Fiind vorba de regimul permanent, operatorul p s-a înlocuit cu operatorul complex $j\nu s$, s reprezentînd raportul dintre pulsația de pendulare și pulsația sincronă.

Deoarece armonicile superioare intervin cu o pondere neînsemnată, în expresiile curenților i_d și i_q s-au reținut numai fundamentalele.

Se constată că atît i_d, cît și i_q au cîte o componentă medie, determinată de tensiunea rețelei, de valoarea medie a unghiului intern și de reactanța sincronă în axa respectivă, componenta medie a curentului longitudinal fiind dependentă în plus și de gradul de excitare (E_d) a mașinii.

Componentele alternative sînt dependente, la rîndul lor, de tensiunea la borne și de parametrii interni, $X_{d,1}$, și $X_{q,1}$, care reprezintă reactanțele de pendulare corespunzătoare fundamentalelor curenților i_d și i_q.

3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC

3.1. Cuplul electromagnetic M_e se determină din expresia generală a puterii la bornele mașinii sincrone:

$$P = u_d i_d + u_q i_q, \tag{3.1}$$

considerată egală cu puterea electromagnetică în cazul neglijării pierderilor prin indus.

Dezvoltînd relația (3.1.) pe baza expresiilor (2.7) și (2.8) și ținînd seama de componentele tensiunii la borne:

$$u_d = U\sin\delta, \tag{3.2}$$

$$u_q = U\cos\delta, \tag{3.3}$$

se obține expresia puterii:

$$P = P_0 + P_1\sin(\Omega_p t + \gamma_1) + P_2\sin(2\Omega_p t + \gamma_2) + \ldots \tag{3.4}$$

și, respectiv, a cuplului electromagnetic:

$$M_e = M_0 + M_1\sin(\Omega_p t + \gamma_1) + M_2\sin(2\Omega_p t + \gamma_2) + \ldots, \tag{3.5}$$

în care componenta medie și amplitudinile armonicilor sînt

$$M_0 = \frac{UE_d}{X_d}\sin\delta_0 + U^2\frac{\sin 2\delta_0}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) + \tag{3.6}$$

$$+ U^2\Delta\delta_1\frac{\sin 2\delta_0}{4}\left(\frac{\cos\varphi_1}{X_{d,1}} - \frac{\cos\psi_1}{X_{q,1}}\right),$$

$$M_1\cos\gamma_1 = \frac{UE_d}{X_d}\Delta\delta_1\cos\delta_0 - U^2\Delta\delta_1\left(\frac{\sin^2\delta_0}{X_q} + \frac{\cos^2\delta_0}{X_d}\right) + \tag{3.7}$$

$$+ U^2\Delta\delta_1\left(\frac{\sin^2\delta_0}{X_{d,1}}\cos\varphi_1 + \frac{\cos^2\delta_0}{X_{q,1}}\cos\psi_1\right),$$

$$M_1 \sin\gamma_1 = -U^2 \Delta\delta_1 \left(\frac{\sin^2\delta_0}{X_{d,1}} \sin\varphi_1 + \frac{\cos^2\delta_0}{X_{q,1}} \sin\psi_1 \right), \tag{3.8}$$

$$M_2 \cos\gamma_2 = U^2 (\Delta\delta_1)^2 \frac{\sin 2\delta_0}{4} \left(\frac{\sin\psi_1}{X_{q,1}} - \frac{\sin\varphi_1}{X_{d,1}} \right), \tag{3.9}$$

$$M_2 \sin\gamma_2 = -U^2 (\Delta\delta_1)^2 \frac{\sin 2\delta_0}{4} \left(\frac{\cos\varphi_1}{X_{d,1}} - \frac{\cos\psi_1}{X_{q,1}} \right). \tag{3.10}$$

Variația cuplului electromagnetic pe parcursul unei perioade de oscilație a unghiului intern are loc după o elipsă dacă se neglijează componenta M_2, redusă ca valoare. Centrul elipsei se situează pe curba cuplului mediu $M_0(\delta)$, corespunzătoare regimului de pendulații (fig. 3.1).

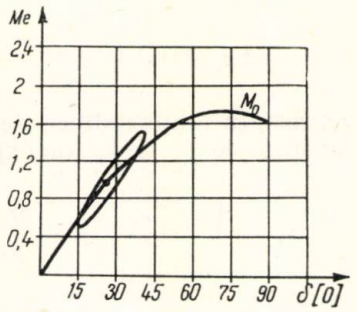


Fig. 3.1. — Variația cuplului electromagnetic funcție de unghiul intern în regimul de oscilații forțate.

3.2. Variația tensiunii de alimentare datorită unor cauze exterioare determină modificarea parametrilor funcționali ai motorului sincron. În cazurile în care variația tensiunii depășește anumite limite, mașina își pierde stabilitatea, cade din sincronism și, în lipsa posibilității de resincronizare, este deconectată de la sistem.

La variații reduse ale tensiunii de alimentare și anume la micșorarea tensiunii pînă la anumite limite, în condițiile menținerii cuplului rezistent neschimbat și a nivelului de excitație constant, valorile medii ale unghiului intern și curentului prin indus cresc, relațiile (3.6) și, respectiv, (2.7), în timp ce pulsațiile lor se reduc ca amplitudine, mașina putînd funcționa în noul regim o perioadă de timp limitată.

Într-o primă aproximație, creșterea unghiului intern mediu la reducerea tensiunii cu valoarea ΔU este

$$\Delta\delta_0 = \frac{\Delta U}{U - \Delta U} \operatorname{tg}\delta_0, \tag{3.11}$$

iar creșterile componentelor medii ale curenților în cele două axe vor fi

$$\Delta i_d = \frac{1}{X_d} [(U - \Delta U)\, \Delta\delta_0 \sin\delta_0 + \Delta U \cos\delta_0], \tag{3.12}$$

$$\Delta i_q = \frac{1}{X_q} [(U - \Delta U)\, \Delta\delta_0 \cos\delta_0 - \Delta U \sin\delta_0]. \tag{3.13}$$

Reducerea amplitudinii de pendulare a rotorului poate fi stabilită pe baza ecuației cuplurilor din mașina sincronă:

$$\frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} + M_e = M_r, \tag{3.14}$$

în care M_e reprezintă cuplul electromagnetic, M_r cuplul rezistent la arbore, iar J și p momentul de inerție și, respectiv, numărul perechilor de poli ai mașinii.

În cazul cuplului rezistent variabil, $M_r = f(t)$, componenta medie a cuplului rezistent este echilibrată de componenta medie a cuplului electromagnetic, iar relația (3.14) exprimă egalitatea cuplurilor variabile din mașină.

Dacă se dezvoltă (3.14), ținîndu-se seama de (2.4) și (3.7) — (3.10), se obține

$$M_r(t) = k_1\Delta\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) + k_2(\Delta\delta_1)^2 \sin(2\Omega_p t + \theta_2), \tag{3.15}$$

în care $\Delta\delta_1$ reprezintă amplitudinea de pendulare a rotorului la tensiunea nominală. Constantele k_1 și k_2 au expresiile

$$k_1 = \frac{\sqrt{(M_1\cos\gamma_1 + M_j)^2 + (M_1\sin\gamma_1)^2}}{\Delta\delta_1}, \tag{3.16}$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{(M_2\cos\gamma_2)^2 + (M_2\sin\gamma_2)^2}}{(\Delta\delta_1)^2}. \tag{3.17}$$

În cazul reducerii tensiunii de alimentare se modifică și componentele cuplului electromagnetic, iar relația (3.15) devine

$$M_r(t) = k_1'\Delta\delta_2 \sin(\Omega_p t + \theta_1') + k_2'(\Delta\delta_2)^2 \sin(2\Omega_p t + \theta_2'), \tag{3.18}$$

$\Delta\delta_2$ reprezentînd amplitudinea de pendulare a rotorului în noul regim.

Dacă se reține numai termenii corespunzători fundamentalei cuplului rezistent variabil, pe baza egalității expresiilor (3.15) și (3.18) rezultă

$$\Delta\delta_2 = \frac{k_1}{k_1'}\Delta\delta_1. \tag{3.19}$$

Deoarece $k_1 < k_1'$, rezultă că $\Delta\delta_2 < \Delta\delta_1$ și, prin urmare, reducerea tensiunii de alimentare determină micșorarea pendulațiilor mecanice ale rotorului. Ca o consecință se reduc și oscilațiile curentului, relațiile (2.7), (2.8), și, respectiv, oscilațiile puterii absorbite, relațiile (3.7) — (3.10).

3.3. În figura 3.2 este prezentată diagrama fazorială a cuplurilor variabile din mașina sincronă. La tensiune de alimentare nominală, cuplul rezistent la arbore M_r este echilibrat de cuplul dinamic $M_{j,1}$ și cuplul

electromagnetic $M_{e,1}$, determinat, la rîndul său, de componenta cuplului de sincronizare $M_{s,1}$, proporțional cu decalajul pendular, și componenta cuplului asincron $M_{a,1}$, proporțional cu alunecarea. Funcție de aceste componente, relația (3.14) se poate scrie

$$M_{j,1} + M_{s,1} + M_{a,1} = M_r. \tag{3.20}$$

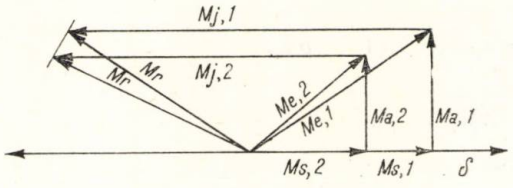


Fig. 3.2. — Diagrama fazorială a cuplurilor variabile din motorul sincron.

Reducerea tensiunii de la valoarea nominală la o valoare oarecare U_2 modifică componentele cuplului dezvoltat de motor, cuplul rezistent rămînînd neschimbat. Relația (3.20) devine

$$M_{j,2} + M_{s,2} + M_{a,2} = M_r. \tag{3.21}$$

Cum cuplul dinamic este direct proporțional cu amplitudinea de pendulare a rotorului:

$$M_j = -\frac{J}{p} \Delta\delta_{1(2)}\, \Omega_p^2, \tag{3.22}$$

iar cuplul electromagnetic este dependent de tensiunea de alimentare, urmează că $M_{j,2} < M_{j1}$ pentru $\Delta\delta_2 < \Delta\delta_1$ și, respectiv, $M_{e,2} < M_{e,1}$.

3.4. Reducerea tensiunii de alimentare determină, prin urmare, micșorarea pendulațiilor mecanice ale rotorului și prin aceasta atenuarea oscilațiilor curentului absorbit.

Paralel cu aceste efecte favorabile funcționării agregatului în ansamblu, apar însă și creșterile valorilor medii ale curentului din indus și a unghiului interior care limitează funcționarea mașinii.

Pentru exploatarea mașinii sincrone prezintă un interes practic deosebit stabilirea nivelului minim al tensiunii de alimentare la care funcționarea mașinii mai este încă posibilă.

4. REZOLVAREA PROBLEMEI PE CALCULATORUL ANALOGIC

4.1. Analiza comportării motorului sincron la variația tensiunii de alimentare s-a efectuat cu ajutorul calculatorului analogic. Modelul analogic s-a întocmit pe baza ecuațiilor în forma Park, completate cu relațiile ce țin seama de neliniaritățile circuitului magnetic din axa longitudinală.

Ecuațiile modelate sînt următoarele :

$$u_d = - U \sin \delta, \tag{4.1}$$

$$u_q = U \cos \delta, \tag{4.2}$$

$$p\psi_d = u_d - i_d r + \psi_q (1 - p\delta), \tag{4.3}$$

$$p\psi_q = u_q - i_q r - \psi_d (1 - p\delta), \tag{4.4}$$

$$i_d = \frac{\psi_d - \psi_{ad}}{X_{\sigma d}/p}, \tag{4.5}$$

$$i_q = \frac{\psi_q}{X_p(p)/p}, \tag{4.6}$$

$$i_e = \frac{\psi_e - \psi_{ad}}{X_{\sigma f}/p}, \tag{4.7}$$

$$i_d + i_e = \frac{f(\psi_{ad})\,\psi_{ad}}{X_{ad}/p} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\psi_{ad}}{Z_{\sigma k}/p}, \tag{4.8}$$

$$p\psi_e = U_e - i_e r_f, \tag{4.9}$$

$$Hp^2\delta = M_r - (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \ . \tag{4.10}$$

Notațiile utilizate sînt clasice, iar mărimile care apar se exprimă în unități relative și timp sincron.

4.2. Condițiile reale de funcționare a mașinii sincrone au fost reproduse pe model pe baza înregistrării oscilografice și determinării experimentale a parametrilor caracteristici din regimurile tranzitorii și staționare.

Calculele efectuate și concluziile referitoare la comportarea mașinii și siguranța ei în exploatare, prezentate în cele ce urmează, au în vedere regimul de funcționare la cuplul rezistent mediu nominal la arbore.

4.3. Pentru modelarea cuplului rezistent variabil periodic, s-a admis că pendulațiile rotorului sînt sinusoidale, ipoteză justificată prin aceea că armonicile din curba cuplului pendular au un efect redus asupra oscilațiilor rotorului, astfel încît chiar în cazul cuplului pendular, care se abate mult de la o sinusoidă, oscilațiile rotorului rămîn practic sinusoidale.

4.4. Deoarece motorul sincron examinat funcționează în regim de pendulații întreținute, momentul inițial al căderii tensiunii poate avea loc pentru oricare valoare a unghiului intern cuprinsă între valoarea maximă $\delta_M = \delta_0 + \Delta\delta$ și valoarea minimă $\delta_m = \delta_0 - \Delta\delta$.

Reducerea bruscă a tensiunii determină apariția unui cuplu dinamic care tinde să crească valoarea medie a unghiului intern. Cuplul dinamic generat astfel se adaugă celui existent în regimul de pendulații întreținute, determinînd un regim tranzitoriu în mașină, caracterizat prin pendulații mai mari ale rotorului în momentele inițiale, dar care se reduc treptat pînă la valoarea corespunzătoare noului regim cvasistaționar.

Din analiza înregistrărilor efectuate pentru toate condițiile posibile se constată :

1) procesul tranzitoriu este puternic influențat de valoarea unghiului intern în momentul apariției golului de tensiune și de mărimea acestuia, mărimea variației tensiunii de alimentare ;

2) pendulațiile maxime ale rotorului au loc în cazul căderii tensiunii de alimentare în momentul în care unghiul intern are valoarea minimă ; acesta reprezintă cazul cel mai defavorabil și el va fi luat în considerație în calculele următoare ;

3) indiferent de momentul căderii tensiunii, dacă nivelul acesteia asigură mașinii rămînerea în sincronism, după procesul tranzitoriu se stabilește regimul cvasistaționar, caracterizat printr-o valoare a unghiului intern mediu mai ridicată decît în regimul inițial și pendulații mecanice ale rotorului cu amplitudinea micșorată.

În figura 4.1. se prezintă variația unghiului intern în regimul cvasistaționar la tensiune nominală (curba *a*) și în timpul proceselor tranzitorii determinate de căderea tensiunii în momentele corespunzătoare valorii maxime a unghiului (curba *b*) și, respectiv, valorii sale minime (curba *c*).

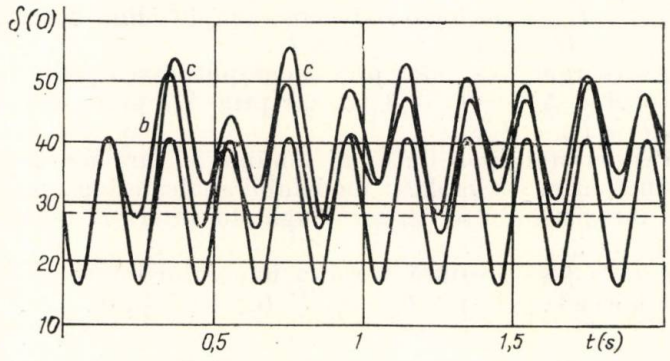


Fig. 4.1. — Registrograma unghiului intern în regim cvasistaționar la tensiune nominală (curba *a*) și în regim tranzitoriu la căderea tensiunii în momentul valorii maxime a unghiului (curba *b*) și valorii minime (curba *c*).

4.5. În cazul concret al motorului sincron a cărui comportare la variația tensiunii de alimentare se examinează pe model, au fost simulate condițiile reale întîlnite în exploatare.

Reducerea tensiunii de alimentare pînă la $U = 0{,}815\ U_n$, determinată în practică de pornirea unor motoare asincrone din apropiere, modifică regimul inițial de funcționare a mașinii sincrone. Mașina rămîne în sincronism și continuă să funcționeze la o valoare a unghiului intern mediu mai mare decît în regimul inițial, $\delta_{2med} > \delta_{1med}$ (curbele *b* și *a* din fig. 4.2 *A*).

Amplitudinea de pendulare a rotorului în noul regim stabilizat se reduce față de amplitudinea regimului cu tensiune nominală, $\Delta\delta_2 < \Delta\delta_1$.

Variația curentului pentru aceleași regimuri s-a prezentat în figura 4.2 *B*, curba *a* corespunzînd valorii nominale a tensiunii de alimentare, iar curba *b* valorii sale reduse.

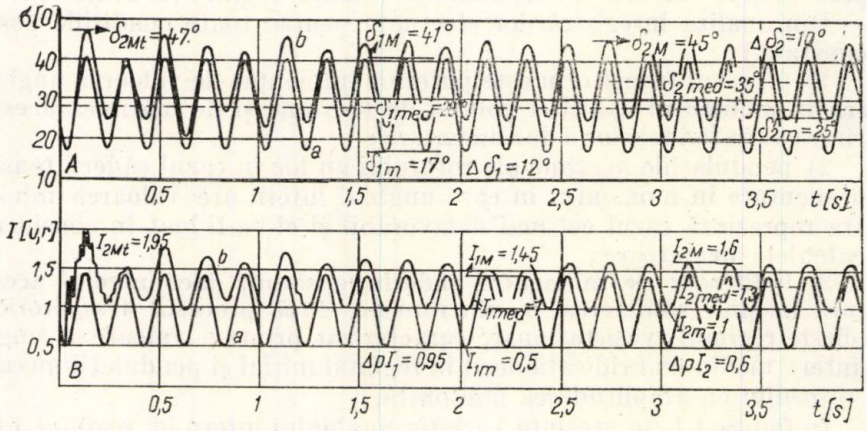


Fig. 4.2. — Registrograma unghiului intern (*A*) și curentului prin indus (*B*) la tensiune nominală (curba *a*) și la tensiune redusă (curba *b*).

Se constată și aici că simultan cu creșterea valorii medii a curentului absorbit, $I_{2med} > I_{1med}$, are loc o reducere a amplitudinii de oscilație și, prin urmare, a plajei de variație $\Delta_p I_2 < \Delta_p I_1$.

În registrogramă s-a notat prin $\Delta\delta$ amplitudinea pendulațiilor mecanice ale rotorului, $\Delta\delta = (\delta_M - \delta_m)/2$, iar prin $\Delta_p I$ plaja de variație a curentului, $\Delta_p I = I_M - I_m$.

4.6. Pentru stabilirea tensiunii minime la care motorul mai poate rămîne în sincronism s-a uaplicat modelului analogic tensiunii din ce în ce mai reduse, înregistrîndu-se variația unghiului intern în regimurile tranzitoriu și staționar.

În figura 4.3 se prezintă variația unghiului intern în cazul căderii tensiunii de borne la valoarea $U_b = 0{,}7\ U_n$ (curba *b*) și, respectiv, $U_b = 0{,}6\ U_n$

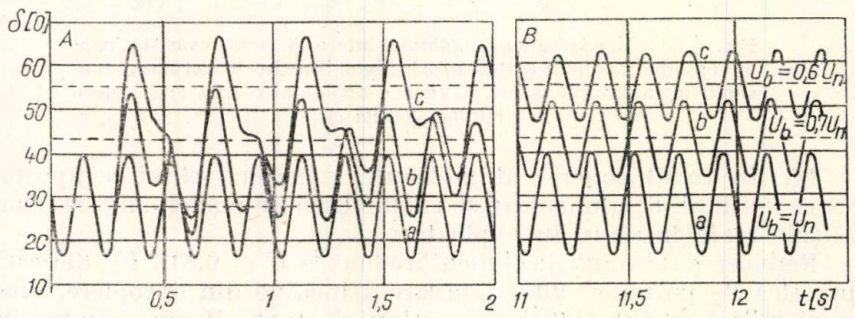


Fig. 4.3. — Variația unghiului intern la tensiune nominală (curba *a*) și tensiune redusă (curbele *b*, *c*), în regim tranzitoriu (*A*) și staționar (*B*).

(curba *c*). După perioada procesului tranzitoriu (fig. 4.3 *A*), mașina intră în regimul cvasistaționar (fig. 4.3 *B*), caracterizat prin valori superioare ale unghiului intern mediu (liniile punctate) comparativ cu valoarea sa din regimul de funcționare la tensiunea nominală (curba *a*).

Pentru aceleași condiții, $U_b = U_n$ (curba *a*), $U_b = 0{,}7\ U_n$ (curba *b*) și $U_b = 0{,}6\ U_n$ (curba *c* din fig. 4.4 *A* și *B*), se prezintă variația curentului absorbit în perioada tranzitorie (*A*) și în regim stabilizat (*B*).

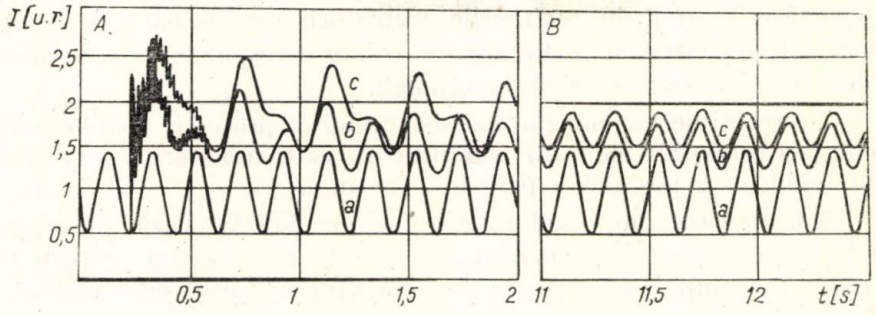


Fig. 4.4. — Variația curentului din indus la tensiune nominală (curba *a*) și tensiune redusă (curbele *b*, *c*), în regim tranzitoriu (*A*) și staționar (*B*).

Pentru valori ale tensiunii de alimentare mai mici de 0,6 U_n, mașina își pierde stabilitatea, căzînd din sincronism.

La $U_b = 0{,}5\ U_n$ rotorul continuă să penduleze un timp la o frecvență diferită de frecvența inițială, amplitudinea oscilațiilor scade treptat, dar valoarea medie a unghiului intern crește continuu, depășind valoarea medie la care mașina mai poate rămîne în sincronism (curba *c* din fig. 4.5).

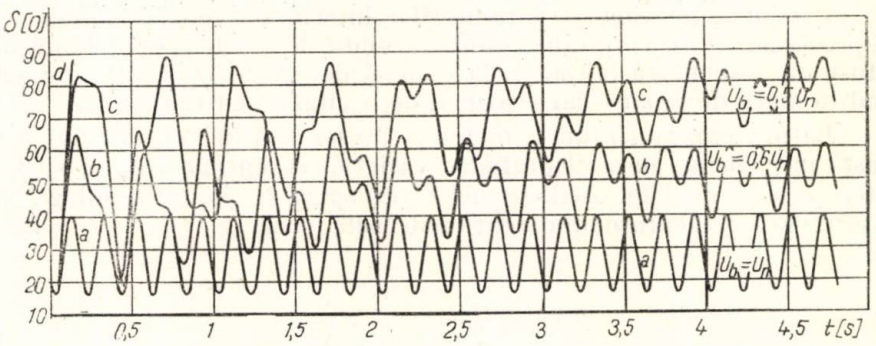


Fig. 4.5. — Registrograma unghiului intern cu precizarea tensiunii-limită de funcționare în regim sincron.

În cazul căderii tensiunii sub limita de 0,5 U_n, de exemplu la $U_b = 0{,}45\ U_n$, unghiul intern crește brusc (curba *d*), mașina trecînd în regim asincron.

5. CONCLUZII

5.1. Variația tensiunii de alimentare constituie o sursă de perturbații importante asupra funcționării motorului sincron, putînd determina declanșarea acestuia de la sistem cu urmările respective asupra procesului tehnologic.

5.2. Pentru mărirea siguranței în funcționare se impune cunoașterea comportării mașinii în regimurile tranzitorii determinate de variațiile intempestive ale tensiunii și luarea măsurilor corespunzătoare de protecție și de control al parametrilor funcționali.

Un reglaj necorespunzător al sistemului de protecție poate determina declanșarea mașinii chiar în condițiile în care funcționarea acesteia în noul regim este posibilă o perioadă de timp.

5.3. În cazul motoarelor sincrone care funcționează în regim de oscilații forțate, pe lîngă mărimea și durata elementului perturbator — variația tensiunii — interesează și momentul apariției sale, marcat prin valoarea instantanee a unghiului intern, factor influent asupra desfășurării procesului tranzitoriu.

5.4. Fiind precizată limita inferioară a tensiunii la care mașina mai poate rămîne în sincronism, trebuie asigurată protecția față de încălzirile excesive prin limitarea duratei de funcționare la valori superioare ale curentului din indus.

ANEXA I

Pentru determinarea parametrilor interni s-a folosit metoda analizei proceselor tranzitorii din mașină în condițiile scurtcircuitării înfășurării indusului, alimentată inițial de la o sursă de curent continuu, inductorul fiind în stare de repaus, iar circuitul de excitație scurtcircuitat.

Latura experimentală a metodei, prezentată în [4], [8], [9] și care constă în principal în oscilografierea variației curenților $i_d(t)$ și $i_q(t)$, permite, pe baza analizei oscilogramelor transpuse în planul semilogaritmic, determinarea reactanțelor operaționale sub forma

$$X(p) = \omega r \frac{\tilde{i}}{p(I - \tilde{i})}, \tag{I.1}$$

în care ω reprezintă pulsația sincronă, r rezistența ohmică a circuitului examinat, $\tilde{i}$ transformata Carson a funcției $i(t)$, I_0 valoarea inițială a funcției $i(t)$, p operatorul de derivare $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$.

În cazul motorului examinat s-au obținut :

$$X_d(p) = 1{,}09\,\frac{12400p^2 + 435p + 1}{37900p^2 + 1100p + 1}, \tag{I.2}$$

$$X_q(p) = 0{,}66\,\frac{6{,}92p + 1}{11{,}88p + 1}. \tag{I.3}$$

Pe baza relațiilor (I.2) și (I.3), indisolubil legate de calculul regimurilor dinamice din mașină, s-au stabilit următorii parametri interni :

— reactanțele sincrone pentru $p = 0$:

$$X_d = X_d(0) = 1{,}09 \text{ u.r.}, \tag{I.4}$$

$$X_q = X_q(0) = 0{,}66 \text{ u.r.}; \tag{I.5}$$

— reactanțele supratranzitorii pentru $p = \infty$:

$$X_d'' = X_d(\infty) = 0{,}356 \text{ u.r.}, \tag{I.6}$$

$$X_q'' = X_q(\infty) = 0{,}384 \text{ u.r.}, \tag{I.7}$$

— reactanțele de pendulare corespunzătoare fundamentalelor curenților în regimul de pendulații ale rotorului pentru frecvența de pendulare $f_p = 5$ Hz :

$$X_{d,1} = 0{,}361 \text{ u.r.}, \tag{I.8}$$

$$X_{q,1} = 0{,}516 \text{ u.r.}; \tag{I.9}$$

— parametrii circuitelor cuplate inductiv cu reactanța mutuală, după fiecare axă, pe baza relației

$$\frac{1}{X_d(p)} = \frac{f_2(p)}{f_1(p)} = A_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{p}{p - p_k}. \tag{I.10}$$

Se obțin schemele echivalente din figura I.1, în care se identifică circuitul de excitație, caracterizat prin constanta de timp $T_{d0} = 1035$ u.r. $\rightarrow 3{,}3$ s, și circuitele de amortizare din fiecare axă, caracterizate prin constantele de timp respective, T_D și T_Q, mult mai mici ca valoare față de T_{d0}.

Parametrii astfel determinați au servit întocmirii modelului analogic și calculului regimurilor dinamice din mașină.

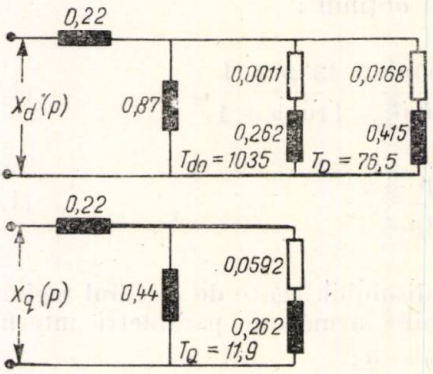


Fig. I.1. — Schemele echivalente ale circuitelor din axele longitudinală (d) și transversală (q).

ANEXA II

În figura II. 1 se prezintă oscilograma parametrilor funcționali ai motorului sincron examinat : tensiune, curent, putere, într-un regim de exploatare curentă. Variația instantanee a tensiunii de alimentare, provocată de pornirea unor motoare asincrone din apropiere, determină apariția unui regim tranzitoriu, după care mașina va continua să funcționeze în noul regim cvasistaționar. Reducerea tensiunii pînă la 81,5% din valoarea inițială determină creșterea valorii medii a curentului absorbit cu aproximativ 10%, valoarea medie a puterii rămînînd practic neschimbată, întrucît cuplul rezistent la arbore a rămas nemodificat. Pulsațiile

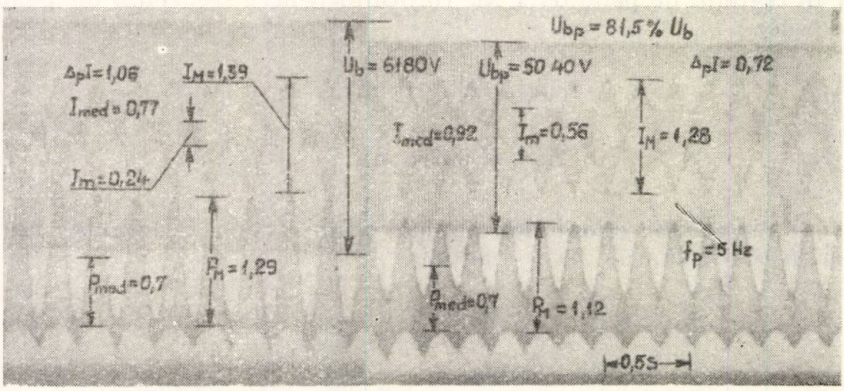


Fig. II.1. — Oscilograma tensiunii, curentului și puterii la funcționarea motorului sincron în regim de oscilații forțate.

curentului absorbit se reduc, plaja de variație $\Delta_p I = 1,06$ din regimul inițial devenind $\Delta_p I = 0,72$ în noul regim stabilizat. De asemenea se reduc oscilațiile puterii la bornele mașinii. Oscilațiile mari ale curentului din indus se datoresc repartizării neuniforme a sarcinii pe toate etajele compresorului cu pistoane.

Regimul oscilografiat a fost reprodus pe modelul analogic.

Verificarea comportării mașinii la diferite limite de variație a tensiunii de borne s-a efectuat pe model atît pentru regimuri de încărcare sub sarcina nominală, întîlnite frecvent în exploatarea mașinii, cît și la sarcina unitară, regim pentru care de altfel s-au precizat concluziile finale asupra comportării mașinii.

Parametrii nominali ai mașinii sînt

$$P = 2\,000 \text{ kW}, \quad U = 6\,000 \text{ V}, \quad n = 300 \text{ rot/min}, \quad \cos\varphi = 0{,}95 \text{ cap.}$$

Valoarea medie a unghiului intern la sarcina nominală, stabilită pe baza relației

$$\operatorname{tg} \delta_{med} = \frac{\cos \varphi}{\frac{1}{X_q} + \sin \varphi}, \tag{II.1}$$

este $\delta_{med} = 27°30'$. Pe modelul analogic s-a obținut la același regim de funcționare $\delta_{med} = 28°$ (fig. 4.2).

ANEXA III

Dacă se dezvoltă expresia (3.14) și se reține numai termenii corespunzători fundamentalei cuplului rezistent variabil, după introducerea parametrilor interni și funcționali ai mașinii se obține

$$M_r(t) = 2{,}31 \Delta\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1), \tag{III.1}$$

$\Delta\delta_1$ fiind amplitudinea de pendulare a rotorului la tensiunea nominală. Reducerea tensiunii de alimentare modifică componentele cuplului dezvoltat de mașină. În cazul concret analizat al reducerii tensiunii la 81,5% U_n, ecuația cuplurilor devine

$$M_r(t) = 2{,}91 \Delta\delta_2 \sin(\Omega_p t + \theta_2). \tag{III.2}$$

Cum cuplul rezistent a rămas nemodificat, urmează că reducerea tensiunii modifică amplitudinea de pendulare a rotorului, micșorînd-o în raportul $\Delta\delta_1/\Delta\delta_2 = 1{,}26$.

Analiza regimurilor dinamice pe calculator a indicat la aceeași variație a tensiunii de alimentare o reducere a amplitudinii de pendulare de $\Delta\delta_1/\Delta\delta_2 = 1{,}2$ (fig. 4.2), rezultatele confirmîndu-se reciproc.

BIBLIOGRAFIE

1. R. P. Park, *Two reaction theory of synchronous machines*, TAIEE, *48* (1929).
2. V. N. Nedelcu, *Influența pendulării rotorului mașinii sincrone cu poli aparenți asupra curentului statorului*, Comunicările Academiei, **VI**, 7 (1956).

3. C. BĂLĂ, P. OPRIȘAN, *Undamped oscillations of synchronous machine*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **11**, *2* (1966).
4. E. IA. KAZOVSKI, *Perehodnye processy v electriceskih mašinah peremennogotoka*, Izd. Akad. Nauk SSSR, Moskva—Leningrad, 1962.
5. I. D. URUSOV, *Lineinaia teoria kolebanii sinhronoi mašiny*, Izd. Akad. Nauk SSSR, Moskva-Leningrad, 1960.
6. R. RICHTER, *Mașini electrice*, vol. II, *Mașina sincronă și mașina comutatoare*, București, Edit. tehnică, 1959.
7. C. V. BĂLĂ, *Cu privire la reactanțe de pendulare a mașinii sincrone*, St. cerc. energ., *3* (1961).
8. M. K. PAWLUK, *Méthode statique de mesure des constantes de temps et des réactances d'une machine synchrone*, R.G.E., **71**, *8* (1962).
9. P. OPRIȘAN, *Cu privire la determinarea parametrilor interni ai mașinii sincrone*, Electrotehnica, *4* (1970).
10. M. BÎRGĂUANU, CREȚU D., OPRIȘAN, P., TĂTARU, N., *Modelarea analogică a motorului sincron în regimuri tranzitorii electromagnetice și dinamice*, St. cerc. energ. electroteh., **15**, *1* (1965).
11. M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, P. OPRIȘAN, *Le réenclenchement du moteur synchrone dans le cas particulier de la charge pulsatoire*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **10**, *4* (1965).
12. H. FISCHER, R. PENSELER, D. RUMPEL, *Einsteuerung der Polradstellung bei synchron-kompressormotoren unter Last*, ETZ-A, **85**, *3* (1964).

ÎMBUNĂTĂȚIREA STABILITĂȚII STATICE ȘI DINAMICE A ARBORELUI ELECTRIC PRIN INTRODUCEREA CONDENSATOARELOR ÎN CIRCUITELE STATOARELOR MOTOARELOR PRINCIPALE

DE

G. MARGA și D. STOIA

621.3.016.351.352

Motorul principal de antrenare are o influență mare asupra stabilității statice și dinamice a arborelui electric.
Prin introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale se obține o mărime a cuplului electromagnetic și a coeficientului de amortizare. Simultan se obține o mărire a domeniului alunecării pentru care coeficientul de amortizare rămîne pozitiv. Curenții mari la alunecări mari impun, la instalații cu arbore electric cu porniri dese, introducerea rezistențelor suplimentare rotorice.

1. GENERALITĂȚI

Arborele electric cu mașini auxiliare (fig. 1) are rolul de a învinge o diferență mare de cupluri rezistente $\Delta M_r = M_{r1} - M_{r2}$, care acționează asupra celor două grupe de mașini, fără ca arborele „să se rupă" [1].

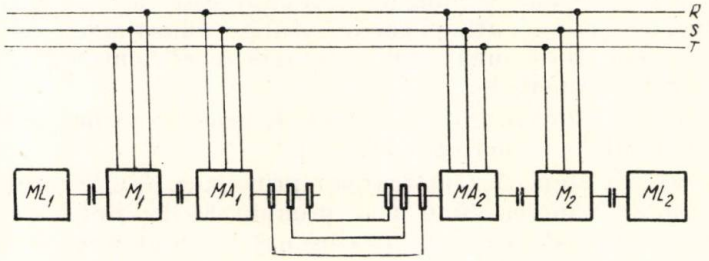


Fig. 1. — Schema electrică a arborelui electric cu mașini auxiliare.

Încărcarea maximă a mașinilor auxiliare în regim staționar are loc la unghiul maxim de decalaj între rotoare, $\delta = p\varphi = 90°$ electrice [2], adică

$$\Delta M_{a\max} = \Delta M_{r\max} = [M_{a2} - M_{a1}]_{p\varphi=90°}, \qquad (1)$$

unde M_{a1} și M_{a2} reprezintă cuplurile mașinilor auxiliare.

Asupra comportării dinamice a arborelui electric, o importanță deosebită o are amortizarea totală a arborelui produsă de motoarele principale M, caracterizată prin coeficientul de amortizare d_p, și amortizarea produsă de mașinile auxiliare M_a, caracterizată prin coeficientul de amortizare d_a. La încărcări mari ale motoarelor principale și ale mașinilor auxiliare, amortizarea totală a sistemului ajunge la valori mici, încărcarea statică admisibilă a arborelui reducîndu-se aproape la jumătate, datorită suprareglajului [3] de aproape 100%.

Pentru obținerea maximului capacității de încărcare a arborelui este necesară realizarea valorilor maxime ale încărcării $\Delta M_{a\max}$ și ale coeficientului de elasticitate c_{a0} [4] ale arborelui electric. Creșterea alunecării s a mașinilor auxiliare determină creșteri foarte mari ale mărimilor $\Delta M_{a\max}$ și c_{a0} de aceea valoarea optimă a alunecării rezultă $s = 2$, care corespunde mersului în gol. Domeniul de lucru al alunecării mașinilor auxiliare se obține în acest caz între pornire ($s = 1$) și mersul în gol ($s = 2$).

Pentru realizarea domeniului alunecării $1 < s < 2$ este necesară conectarea în succesiune inversă a fazelor statorice ale mașinilor auxiliare față de cele ale motoarelor principale de antrenare. Astfel rotoarele mașinilor auxiliare se vor roti în sens invers față de cîmpurile magnetice învîrtitoare ale acestora.

La alunecări ale mașinilor auxiliare apropiate de valoarea $s = 2$, valoarea coeficientului de amortizare d_a este totdeauna negativă [4], indiferent de puterea mașinilor, dacă nu se iau măsuri speciale de îmbunătățire a acestui parametru; chiar și în acest caz, deși coeficientul de amortizare d_a devine pozitiv, valoarea numerică a acestuia rămîne tot redusă față de valorile corespunzătoare ale alunecărilor reduse [3]. Motorul principal de antrenare care funcționează în domeniul alunecării $0 < s < 1$ este cel care are influență predominantă asupra amortizării întregului sistem, coeficientul de amortizare d_p al acestuia fiind pozitiv și cu valoare ridicată la valori mici ale alunecării.

Dacă alunecarea motorului de antrenare este inferioară celei nominale s_n, adică $0 < s < s_n$, atunci coeficientul de amortizare d_a al mașinilor auxiliare se poate totdeauna neglija față de coeficientul de amortizare d_p al motoarelor principale.

Neglijarea coeficientului d_a față de d_p produce în domeniul indicat al alunecării erori mai mici ca 1,7% [3].

Cu creșterea alunecării motoarelor principale, coeficientul de amortizare d_p scade, scăderea fiind mai pronunțată la alunecări mai mari ca alunecarea nominală s_n, și d_p devine nul la alunecarea de răsturnare s_k. La $s > s_k$, coeficientul de amortizare d_p devine negativ și funcționarea arborelui electric devine static și dinamic instabilă [3].

Influența tuturor mărimilor care acționează asupra arborelui electric se poate evidenția analizînd funcția lui de transfer [3], care reprezintă legătura dintre mărimea de ieșire — unghiul electric de decalaj dintre rotoarele mașinilor auxiliare $\delta(\lambda)$ și mărimea de intrare — diferența cuplurilor rezistente $\Delta M_r(\lambda)$. Ambele mărimi sînt exprimate în formă operațională, λ fiind variabila complexă provenită din transformarea Laplace.

Funcţia de transfer este definită de relaţia

$$Y(\lambda) = \frac{\delta(\lambda)}{\Delta M_r(\lambda)} = p\,\frac{b_1\lambda + b_0}{a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0} = p\,\frac{M(\lambda)}{N(\lambda)}, \quad (2)$$

în care :

$$a_0 = c_{a11}(d_{p2} + d_{a21} + d_{a22}) + c_{a22}(d_{p1} + d_{a11} + d_{12}),$$

$$a_1 = \theta_1 c_{a22} + \theta_2 c_{a11} + (d_{p1} + d_{a11})(d_{p2} + d_{a22}),$$

$$a_2 = \theta_1(d_{p2} + d_{a22}) + \theta_2(d_{p1} + d_{a11}),$$

$$a_3 = \theta_1\theta_2,$$

$$b_0 = d_{p1} + d_{p2} + d_{a11} + d_{a12} + d_{a21} + d_{a22},$$

$$b_1 = \theta_1 + \theta_2.$$

Aici s-au folosit notaţiile :

θ_1, θ_2 — momentele de inerţie ale celor două grupe de maşini ;

d_{a11}, d_{a22}, d_{a12} şi d_{a21} — coeficienţii de amortizare proprii şi reciproci ai maşinilor auxiliare ;

c_{a11}, c_{a22}, c_{a12} şi c_{a21} — coeficienţii de elasticitate proprii şi reciproci ai arborelui electric ;

d_{p1} şi d_{p2} — coeficienţii de amortizare ai motoarelor principale.

Toţi aceşti coeficienţi depind de parametrii constructivi ai maşinilor electrice, de alunecare şi de unghiul de decalaj $p\varphi$ [4].

2. INFLUENŢA COEFICIENTULUI DE AMORTIZARE AL MOTORULUI PRINCIPAL ASUPRA STABILITĂŢII DINAMICE A ARBORELUI ELECTRIC

La încărcare iniţială nulă $\delta_0 = p\varphi_0 = 0$ şi neglijarea coeficientului d_a, funcţia de transfer capătă forma simplificată

$$Y(\lambda) = \frac{(\theta_1 + \theta_2)\lambda + (d_{p1} + d_{p2})}{\theta_1\theta_2\lambda^3 + (\theta_1 d_{p2} + \theta_2 d_{p1})\lambda^2 + [(\theta_1 + \theta_2)c_a + d_{p1}d_{p2}]\lambda + c_a(d_{p1} + d_{p2})}. \quad (3)$$

Influenţa coeficientului $d_{p1} = d_{p2} = d_p$ (turaţia celor două motoare principale identice este aceeaşi) asupra comportării dinamice a arborelui se face considerînd mărimile θ_1, θ_2, c_a şi alunecarea s constante.

Dacă rădăcinile ecuaţiei caracteristice $N(\lambda)$ sînt notate cu $\lambda_1 = -\alpha_1$; $\lambda_2 = -\alpha_2 + j\omega_0$ şi $\lambda_3 = -\alpha_2 - j\omega_0$, atunci, la aplicarea la

intrare a unei diferențe de cuplu ΔM_r sub formă de treaptă, mărimea de ieșire va descrie răspunsul în timp sau funcția tranzitorie, adică

$$\delta(t) = \frac{\Delta M_r}{\theta_1 \theta_2} p \left\{ \frac{b_0}{\alpha_1(\alpha_2^2 + \omega_0^2)} - \frac{b_0 - b_1\alpha_1}{\alpha_1[(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \omega_0^2]} - e^{-\alpha_1 t} + \right.$$
$$\left. + \frac{\sqrt{(b_0 - \alpha_2 b_1)^2 + b_1^2 \omega_0^2}}{\omega_1 \sqrt{(\alpha_2^2 + \omega_0^2)[(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \omega_0^2]}} e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega_0 t + \psi) \right\}; \tag{4}$$

unde

$$\psi = \operatorname{arc\,sin} \frac{b_0(2\alpha_2 - \alpha_1) - b_1(\alpha_2^2 + \omega_0^2)}{\sqrt{[(b_0 - \alpha_2 b_1)^2 + b_1^2 \omega_0^2][\alpha_2^2 + \omega_0^2][(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + \omega_0^2]}}.$$

În marea majoritate a cazurilor, arborele este simetric [5], ceea ce determină în plus față de egalitatea $d_{p1} = d_{p2} = d_p$ și egalitățile $c_{a11} = c_{a22} = c_a$ și $\theta_1 = \theta_2 = \theta$. În acest caz, funcția de transfer obține forma cea mai simplă

$$Y(\lambda) = \frac{2}{\theta\lambda^2 + d_p\lambda + 2c_a} = p \frac{k\omega_0^2}{\lambda^2 + 2\zeta\omega_0\lambda + \omega_0^2}, \tag{5}$$

unde

$\omega_0 = \sqrt{\frac{2c_a}{\theta}}$ reprezintă pulsația oscilațiilor unghiului de decalaj,

$\zeta = \frac{d_p}{2\sqrt{c_a\,\theta}}$ — coeficientul adimensional de amortizare al oscilațiilor,

$k = \frac{p}{c_a}$ — coeficientul de amplificare.

Pentru regimul oscilator, cel mai frecvent întîlnit în practică, pentru care $\zeta < 1$, adică $d_p < d_{pc}$ ($d_{pc} = 2\sqrt{2c_a\,\theta}$), funcția tranzitorie adimensională devine

$$\frac{\delta(t)}{\Delta M_r\, k} = \frac{\delta(t)}{\delta(\infty)} = \left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2}\,\omega_0 t + \psi)\right], \tag{6}$$

unde

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}.$$

Influența coeficientului de amortizare d_p al motoarelor principale asupra comportării dinamice a arborelui electric reiese din analiza funcțiilor tranzitorii $\delta(t)/\delta(\infty)$, corespunzătoare valorilor diferite ale coeficienților relativi de amortizare $\zeta = \frac{d_p}{d_{pc}}$ (fig. 2).

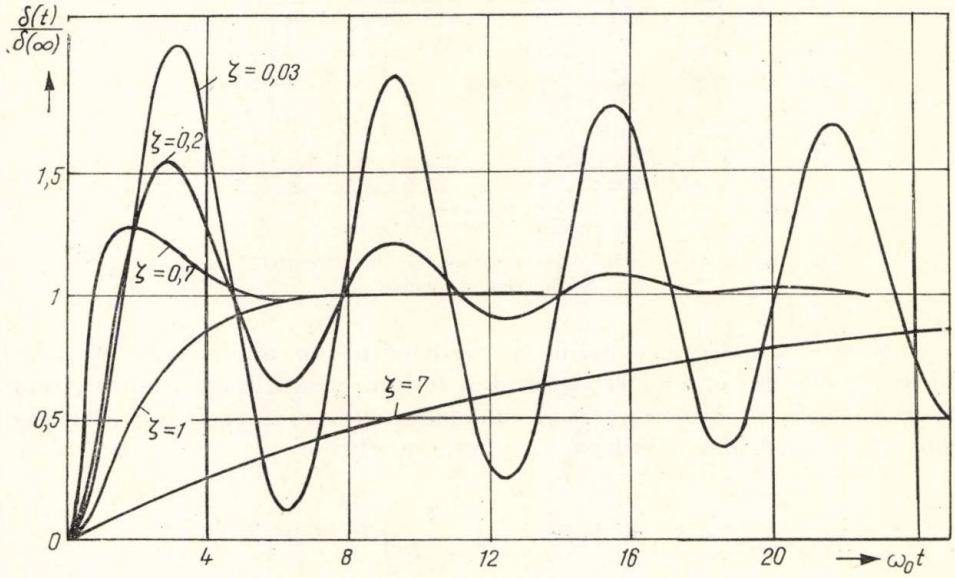


Fig. 2. — Răspunsul în timp al unghiului de decalaj $\delta(t)/\delta(\infty)$ la aplicarea mărimii de intrare în formă de treaptă ΔM_r.

Pentru regimul periodic critic $\zeta = 1$ ($d_p = d_{pc}$), reprezentat în figura 2, ecuația caracteristică $N(\lambda)$ este caracterizată printr-o rădăcină dublă și, după cum se știe din teoria reglării automate, acestui regim îi corespunde minimului timpului de reglaj și lipsa suprareglajului.

Pentru domeniul $0{,}8 < \zeta < 1{,}2$ ($0{,}8\, d_{pc} < d_p < 1{,}2\, d_{pc}$) se observă (fig. 2) că timpii de reglaj au valori reduse. Valorile extreme, foarte mici ($d_p \ll d_{pc}$) sau foarte mari, ale coeficientului de amortizare determină timpii de reglaj relativ mari. În plus, la coeficienții de amortizare d_p foarte mici se obțin suprareglaje apropiate de dublul valorii staționare.

Observațiile expuse mai sus sînt valabile pentru orice putere și tip de motor principal de antrenare. Dintre motoarele de antrenare, motoarele asincrone sînt cel mai frecvent utilizate.

Prin metodele de îmbunătățire utilizate este de dorit ca coeficientul d_p să se mențină pozitiv în domeniul alunecării, $0 < s < 1$.

3. INTRODUCEREA CONDENSATOARELOR ÎN CIRCUITELE STATOARELOR ȘI A REZISTENȚELOR SUPLIMENTARE ÎN CIRCUITELE ROTOARELOR MOTOARELOR PRINCIPALE

Introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale de antrenare asincrone cu rotoarele bobinate are drept scop micșorarea coeficientului de dispersie σ al motorului și, ca urmare, la

alunecări constante mărirea coeficientului de amortizare d_p și a cuplului electromagnetic M_m.

Schema de conectare a condensatoarelor se vede din figura 3.

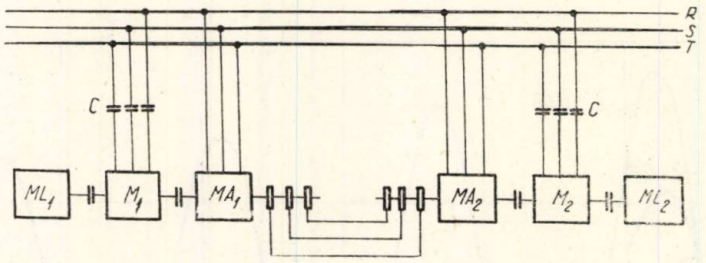


Fig. 3. — Introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale.

Curentul statoric, cuplul și coeficientul de amortizare în cazul folosirii condensatoarelor se determină scriind ecuațiile tensiunilor circuitelor statorice și rotorice, considerînd parametrii r, L și M ai circuitelor constanți. Neglijînd pierderile în fier, se obține

$$\underline{U}_1 = \left(r_1 + \mathrm{j}\omega_1 L_1 - \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega_1 C}\right)\underline{I}_1 + \mathrm{j}\omega_1 M \underline{I}_2, \tag{7}$$

$$0 = \mathrm{j}\omega_1 s M \underline{I}_1 + (r_2 + R_r + \mathrm{j}\omega_1 s L_2)\,\underline{I}_2. \tag{8}$$

După calcule simple se obțin expresiile curentului statoric, a cuplului electromagnetic și a coeficientului de amortizare a motorului principal:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1\mu}\frac{\beta(\alpha\beta - s\sigma_c) + s[\beta(1-\gamma) + \alpha s]}{[\alpha\beta - s\sigma_c]^2 + [\beta(1-\gamma) + \alpha s]^2} + \tag{9}$$

$$+ \mathrm{j}\underline{I}_{1\mu}\frac{s(\alpha\beta - s\sigma_c) - \beta[\beta(1-\gamma) + \alpha s]}{[\alpha\beta - s\sigma_c]^2 + [\beta(1-\gamma) + \alpha\beta]^2},$$

$$M_m = 3p\, I_{1\mu}^2 (1-\sigma)\,\beta\,\frac{s}{[\alpha\beta - s\sigma_c]^2 + [\beta(1-\gamma) + \alpha s]^2} \tag{10}$$

și

$$d_p = \frac{3p^2}{\omega_1^2} I_{1\mu}^2 (1-\sigma)\,\frac{\beta^2[(1-\gamma)^2 + \alpha^2] - s^2[\alpha^2 + \sigma_c^2]}{\{[\alpha\beta - s\sigma_c]^2 + [\beta(1-\gamma) + \alpha s]^2}, \tag{11}$$

unde s-au folosit notaţiile :

$\alpha = \frac{r_1}{\omega_1 L_1}$ — rezistenţa relativă a statorului faţă de reactanţa totală statorică,

$\gamma = \frac{1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{1}{\omega_1 C_1} = \frac{X_c}{X_1}$ — reactanţa capacitivă relativă a statorului faţă de reactanţa inductivă totală statorică,

$\beta = \frac{r_2 + R_r}{\omega_1 L_2}$ — rezistenţa relativă a rotorului faţă de reactanţa totală a rotorului,

M — inductivitatea reciprocă a motorului,

$\sigma_c = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} - \gamma = \sigma - \gamma$ — coeficientul total de dispersie,

$I_{1\mu} = \frac{U_1}{\omega_1 L_1}$ — componenta reactivă a curentului de magnetizare.

Din forma generală de exprimare a relaţiilor (9) — (11) decurg cazurile particulare ale conectării motoarelor principale :

— conectarea directă (fig. 1) fără elemente suplimentare ($X_c = \gamma = R_r = 0$) ;

— conectarea condensatoarelor (fig. 3) în circuitele statoarelor ($\gamma \neq 0$) şi rezistenţe rotorice suplimentare nule ($R_r = 0$) ;

— conectarea rezistenţelor suplimentare rotorice ($R_r \neq 0$, $\gamma = 0$),

CONCLUZII

Din expunerea teoretică, din calculele şi din verificările experimentale efectuate rezultă că introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale de antrenare ale arborelui electric permite la aceeaşi alunecare creşterea cuplului electromagnetic şi, implicit, creşterea coeficientului de amortizare a motorului. Simultan se obţine o mărire a domeniului alunecării căreia-i corespund valori pozitive ale coeficientului de amortizare d_p. Ca urmare se obţine o mărire a stabilităţii statice şi dinamice şi a performanţelor calitative ale mersului sincron al arborelui electric.

Folosirea condensatoarelor determină o oarecare creştere a costului instalaţiei, care reprezintă (5—12)% din costul total, proporţia acestei creşteri fiind determinată de gradul compensării reactanţelor de dispersie. Performanţele tehnice superioare faţă de cele fără compensare sînt mult mai avantajoase, neputînd fi obţinute prin alte metode.

Curenţii măriţi faţă de conectarea directă, mai ales la alunecări mari, impun folosirea condensatoarelor statorice numai la sistemul de rotire sincron cu arbore electric fără porniri repetate.

Pentru regimul de lucru caracterizat de porniri repetate, micşorarea curenţilor statorici la alunecări mari se realizează prin adăugarea

rezistențelor suplimentare rotorice, simultan cu condensatoarele statorice. Creșterea costului instalației se ridică în acest caz cu (7—16)% față de cazul conectării directe.

Prin alegerea regimului optimal, determinat de anumite valori ale reactanțelor capacitive statorice și anumite valori ale rezistențelor suplimentare rotorice, se poate obține o îmbunătățire a funcționării generale a arborelui electric cu mașini auxiliare.

ANEXĂ

CALCULUL CARACTERISTICILOR ȘI DETERMINĂRILE EXPERIMENTALE EFECTUATE PE ARBORELE ELECTRIC CU MAȘINI AUXILIARE ÎN CAZUL FOLOSIRII CONDENSATOARELOR STATORICE LA MOTOARELE PRINCIPALE

Arborele electric studiat este format din mașini auxiliare și principale identice de tipul M_2-31-6. Acestea sînt motoare asincrone, caracterizate de următorii parametri: $P_n = 3$ kW; $U_{1n} = 220$ V; $n_n = 920$ rot/min; $I_{1n} = 8$ A; $GD^2 = 3{,}924$ Nm^2; $r_1 = 1{,}87\ \Omega$; $X_1 = 37{,}4\Omega$; $X_n = 35{,}22\ \Omega$; $r_2 = 2{,}27\ \Omega$ și $X_2 = 37{,}89\ \Omega$.

Mașinile de lucru care produc încărcarea arborelui sînt mașini de curent continuu cu excitație mixtă de tipul CE 41 N, cărora le corespund următorii parametri: $P_n = 3{,}5$ kW; $U_n = 220$ V; $I_{1n} = 19{,}75$ A; $n_n = 3\,000$ rot/min și $GD^2 = 0{,}981$ Nm^2.

Pentru mașinile auxiliare s-au calculat dependențele de alunecare ale încărcării maxime $\Delta M_{a\max}$ pentru $p\varphi = 90°$, ale coeficientului de elasticitate c_a și ale coeficientului de amortizare d_a [4] pentru unghiul de decalaj dintre rotoare $p\varphi = 0$. Reprezentarea grafică a acestor mărimi se vede în figura 4 și corespunde caracteristicilor naturale.

Caracteristicile naturale calculate, curentul statoric $I_1(s)$, cuplul $M_m(s)$ și coeficientul de amortizare $d_p(s)$ ale motorului principal de antrenare sînt date în figura 5 (linie — punct) și sînt valabile pentru parametrii $\alpha = 0{,}05$; $\beta = 0{,}06$; $\sigma = 0{,}125$ și $I_{1\mu} = 5{,}95$ A. La adăugarea reactanței capacitive relative $\gamma = 0{,}065$, adică $\sigma_c = 0{,}06$, după schema figura 3, se obțin în figura 5, cu linie întreruptă, curbele $I_1(s)$, $M_m(s)$ și $d_p(s)$. La compensarea aproape completă a reactanțelor de dispersie, adică $\gamma = 0{,}012$, respectiv $\sigma_c = 0{,}005$, cu linie continuă se văd, analog, curbele $I_1(s)$, $M_m(s)$ și $d_p(s)$.

La compensarea completă a reactanțelor de dispersie prin adăugarea reactanțelor capacitive statorice, se obțin caracteristicile optime $I_1(s)$, $M_m(s)$ și $d_p(s)$. La valori mai mari ale reactanțelor capacitive, caracteristicile motoarelor principale se înrăutățesc.

La introducerea condensatoarelor statorice (fig. 5) se observă îmbunătățiri importante atît privind creșterea capacității de încărcare a motorului prin creșterea cuplului de răsturnare M_{m_k}, cît și creșterea

valorilor coeficientului de amortizare și extinderea valorilor pozitive ale acestuia la un domeniu mai mare de alunecare. Singurul dezavantaj al acestei metode constă în aceea că curenții statoric și rotoric ai motorului cresc cu creșterea reactanței capacității relative γ, creșterea fiind mai mare la alunecări apropiate de unitate.

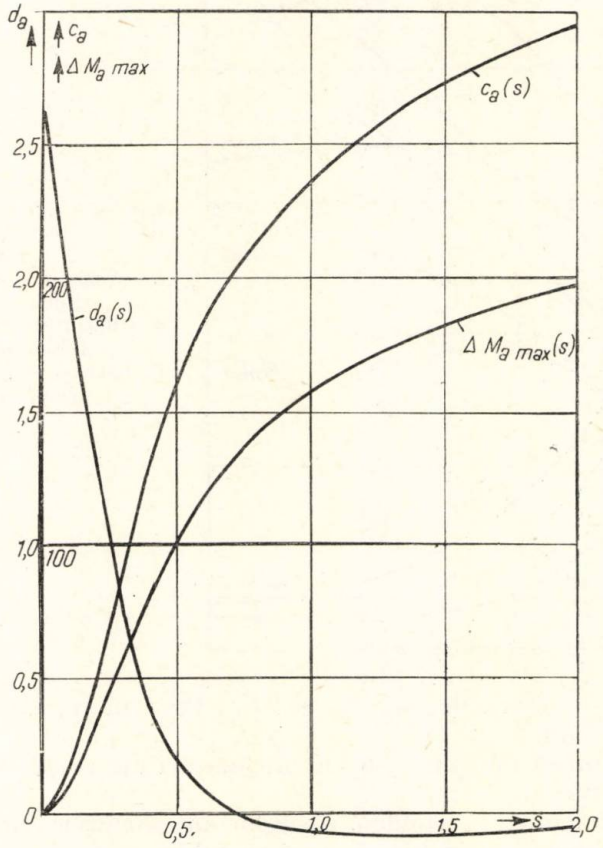


Fig. 4. — Curbele $\Delta M_{a\max}(s)$, $c_a(s)$ și $d_a(s)$ determinate la conectarea directă $\alpha = 0{,}05$; $\beta = 0{,}06$ și $\sigma = 0{,}125$.

Valorile calculate cu ajutorul relațiilor (9)—(11). sînt mai mari ca cele obținute cu ajutorul relațiilor exacte [6] cu (0,5 ~ 1)% la alunecări $s \leqslant 0{,}1$ și (3 ~ 5)% pentru alunecări mari, ca urmare a neglijării pierderilor în fier.

Pentru calculul mărimilor I_1, M_m și d_p s-au folosit relațiile (9)—(11), iar reactanțele s-au presupus constante.

Introducerea condensatoarelor în serie cu înfășurările statorice ale motoarelor principale asincrone produce o creștere a tensiunii de borne a motorului față de tensiunea corespunzătoare conectării directe. La puteri mici ale motoarelor asincrone, ca în cazul arătat mai sus, creșterea ten-

siunii de borne produsă de înserierea condensatoarelor este compensată de căderea de tensiune pe rezistența și reactanța de dispersie statorică, astfel încît tensiunea electromotoare statorică E_1 nu crește peste cea

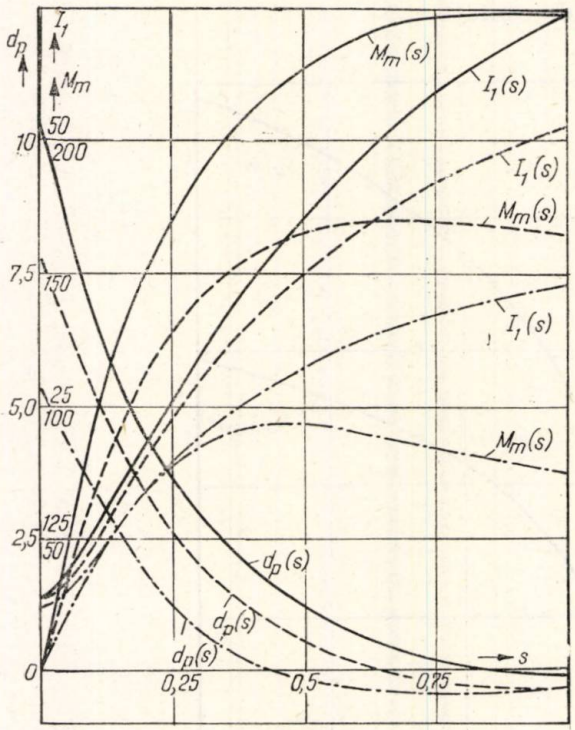


Fig. 5. — Curbele $I_1(s)$, M_m (s) și d_p (s) ale motorului principal pentru
$\alpha = 0{,}05$; $\beta = 0{,}06$ și $\sigma_c = 0{,}125$ (linie — punct);
$\alpha = 0{,}05$; $\beta = 0{,}06$ și $\sigma_c = 0{,}06$ (linie întreruptă);
$\alpha = 0{,}05$; $\beta = 0{,}06$ și $\sigma_c = 0{,}005$ (linie continuă).

corespunzătoare valorii de mers în gol E_{10}. Ca urmare, nu apare o saturație suplimentară.

Pentru puteri mai mari se impun limitări ale compensării reactanțelor de dispersie.

Folosirea numai a condensatoarelor în circuitele statoarelor fără rezistențe suplimentare în circuitele rotoarelor motoarelor principale de antrenare ale arborelui electric, mai ales la compensări aproape complete ale reactanțelor de dispersie, este posibilă numai la alunecări mici, adică la funcționarea de lungă durată. Dacă regimul de funcționare este caracterizat prin porniri repetate, pentru diminuarea curenților, mai ales la pornire, este necesară introducerea condensatoarelor statorice și a rezistențelor suplimentare rotorice (fig. 6).

La compensarea aproape completă a reactanțelor de dispersie, $\sigma_c = 0{,}005$ și diferite rezistențe relative β egale cu 0,06; 0,12; 0,2376 și 0,476, în figura 7 se dau curbele $M_m(s)$ și d_p (s).

Introducerea rezistențelor rotorice suplimentare realizează o nivelare a curbei $d_p(s)$, mărind domeniul de alunecare la care coeficientul d_p se menține pozitiv. Simultan se obține o micșorare a valorii cuplului electromagnetic și, implicit, a coeficientului d_p la alunecări mici.

Pentru cazul analizat în figura 7 reiese că la $\sigma_c = 0{,}005$ şi $\beta = 0{,}12$ se obţin rezultate satisfăcătoare în ce priveşte cuplul atît $M_m(s)$, cît şi coeficientul de amortizare $d_p(s)$.

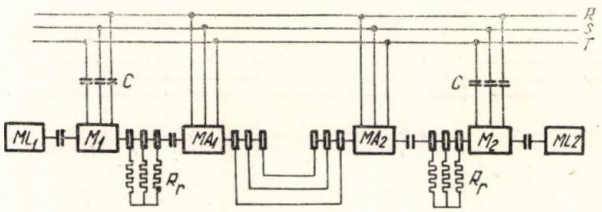


Fig. 6. — Introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor şi a rezistenţelor suplimentare în circuitele rotoarelor motoarelor principale.

Pierderile de putere în reostatele rotorice nu sînt importante. Astfel, pentru cuplul $M_m = 37$ Nm, pierderea de putere în reostatele rotorice este de circa (5,4~5,9)% din puterea absorbită corespunzătoare creşterii rezistenţei relative rotorice de la 0,12 la 0,456.

Determinarea experimentală a răspunsului în timp a unghiului de decalaj dintre rotoarele maşinilor auxiliare determinat de aplicarea în

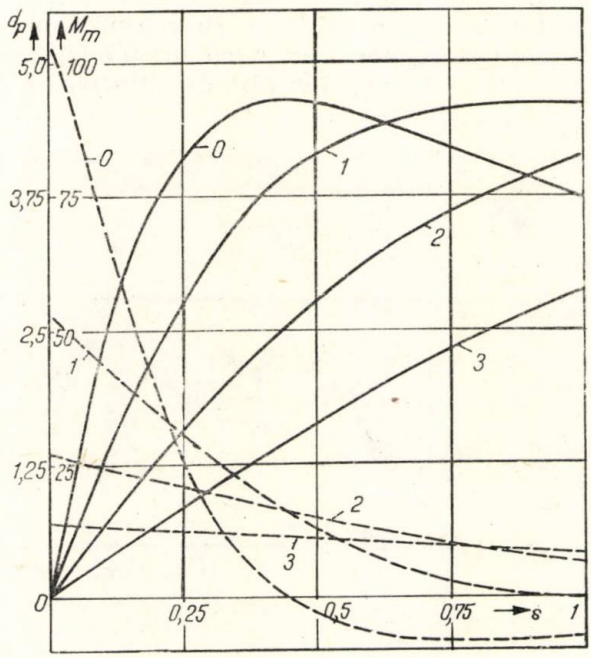


Fig. 7.—Curbele M_m (s) şi d_p (s) pentru $\alpha = 0{,}05$; $\sigma_c = 0{,}005$ şi diferite valori β (00,6 ; 0,12 ; 0,2376 şi 0,476).

formă de treaptă a diferenței cuplurilor rezistente ΔM_r care acționează asupra arborelui se poate obține cu instalația electrică din figura 8.

Încărcarea motoarelor principale cu cupluri constante și de același sens se obține cu ajutorul mașinilor de lucru ML_{III} și ML_{II2}, care sînt

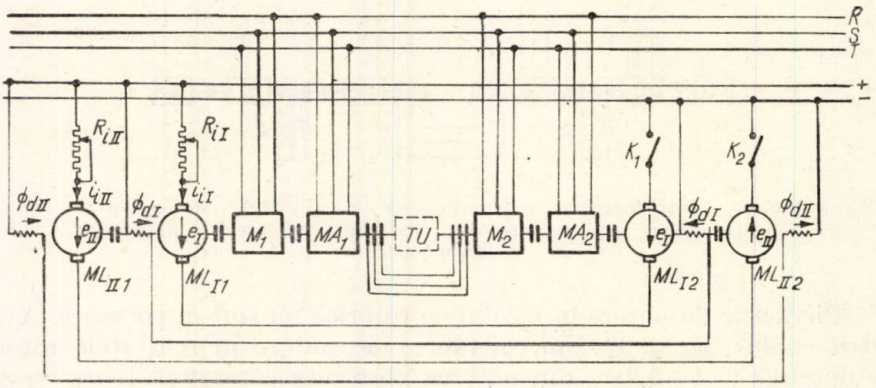


Fig. 8. — Instalația electrică pentru determinarea experimentală a unghiului de decalaj dintre rotoarele mașinilor arborelui electric la variația în treaptă a mărimii de intrare.

mașini de curent continuu, la care atît curentul din indusuri, cît și sensurile fluxurilor magnetice ale excitațiilor au sensuri contrare. Deoarece tensiunile electromotoare e_{II} ale celor două mașini nu se compensează, ci se adună, curentul i_{iII} va depinde atît de valoarea rezistenței R_{iII},

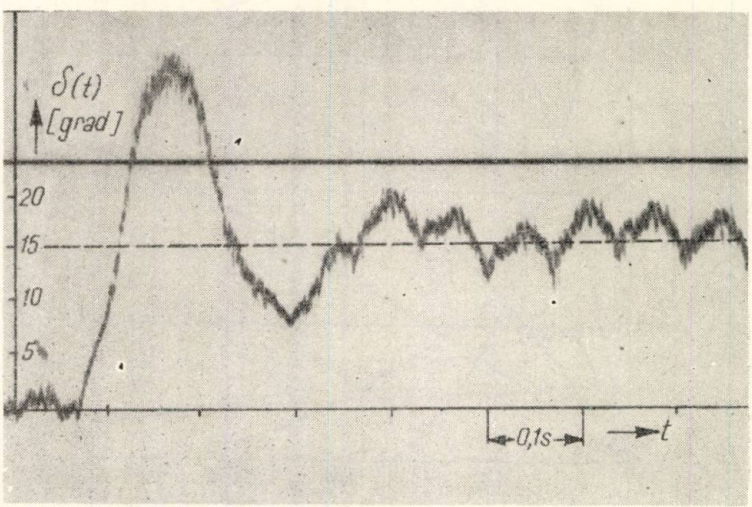


Fig. 9. — Răspunsul în timp $\delta(t)$ la aplicarea mărimii de intrare ΔM_r în formă de treaptă la conectarea directă a motoarelor principale.

cît și de valoarea turației grupului. În funcție de cuplul rezistent necesar se va alege valoarea rezistenței R_{III}, întrerupătorul K_2 menținîndu-se închis.

Încărcarea în formă de treaptă a mașinilor auxiliare se obține la închiderea întrerupătorului K_1, permițînd astfel apariția curentului i_{iI} aproximativ în formă de treaptă. Acesta este determinat numai de valoarea tensiunii de alimentare și de suma rezistențelor circuitului celor două indusuri ale mașinilor ML_{II} și ML_{I2} legate în serie, tensiunile e_I compensîndu-se reciproc. Întrucît sensurile fluxurilor celor două excitații sînt aceleași, iar curentul i_{iI} parcurge cele două indusuri în sensuri contrare, cuplurile produse de mașinile ML_{II} și ML_{I2} au semne contrare. Diferența acestor cupluri trebuie acoperită de mașinile auxiliare.

În figura 9 se vede răspunsul în timp al unghiului de decalaj al rotoarelor mașinilor auxiliare $\delta(t)$ obținut pe cale experimentală, corespunzător aplicării unei diferențe de cupluri rezistente ΔM_r în formă de treaptă și turației arborelui $n = n_1 = 1\,000$ rot/min. Mașinile auxiliare și principale sînt de tipul M_2-31-6 și conectate la rețea, ca în figura 1. La introducerea condensatoarelor statorice ($\sigma_c = 0{,}005$) după schema arătată în figura 3, folosind aceleași mașini și aceeași turație, răspunsul în timp al unghiului de decalaj la aplicarea aceleiași diferențe de cupluri rezistente în formă de treaptă se vede în figura 10.

Din comparația celor două funcții tranzitorii rezultă că la conectarea condensatoarelor, datorită coeficientului de amortizare aproximativ

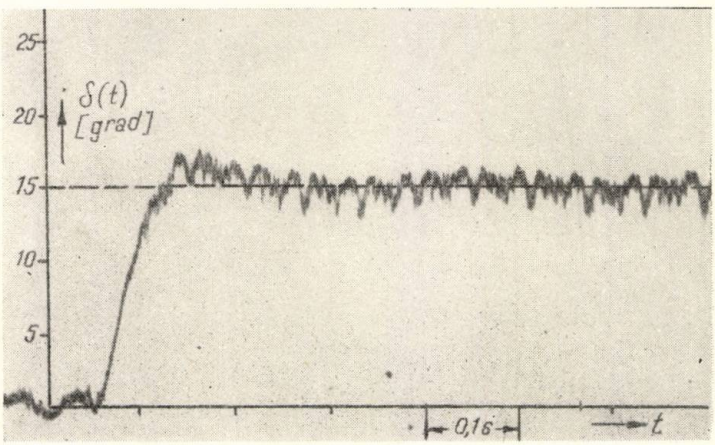


Fig. 10. — Răspunsul în timp $\delta(t)$ la aplicarea mărimii de intrare ΔM_r în formă de treaptă la conectarea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale.

dublu față de situația cînd aceștea lipsesc, suprareglajul răspunsului $\delta(t)$ arătat în figura 10 practic lipsește în comparație cu valoarea de 80% corespunzătoare sistemului fără condensatoare statorice.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Braşovan, *Acţionări electromecanice*, Bucureşti, Edit. didactică şi pedagogică, 1967.
2. F. Ungruh, H. Jordan, *Gleichlaufschaltungen von Asynchronmotoren*, Braunschweig, Verlag R. Vieweg, 1964.
3. G. Marga, *Contribuţii la studiul stabilităţii statice şi dinamice a arborelui electric*, disertaţie Timişoara, 1969.
4. F. Ungruh, *Die Stabilität elektrischer Ausgleichswellen bei Speisung mit Drehstrom, Wechselstrom und Gleichstrom*, Diss., Hanovra, 1959.
5. G. Marga, *Ipoteze simplificatoare privind studiul comportării dinamice a arborelui electric*, Electrotehnica, *11* (1970).
6. T. Dordea, *Maşini electrice*, Bucureşti, Edit. didactică şi pedagogică, 1970.

ASUPRA APRECIERII PERFORMANŢELOR UNOR CLASE DE COMENZI SUBOPTIMALE

DE

L. LUPAŞ

În lucrarea de faţă se prezintă condiţii suficiente care conduc la compararea performanţelor realizate de o anumită clasă de comenzi suboptimale, luînd în considerare un sistem liniar cu două criterii pătratice. Se studiază atît cazul a două comenzi suboptimale liniare distincte, cît şi cazul aceleiaşi comenzi suboptimale. Teoremele şi consecinţele demonstrate îşi găsesc utilitatea la evaluarea gradului de deteriorare a performanţei unui sistem liniar cu criteriu pătratic cînd se modifică criteriul de performanţă. Rezultatele obţinute pot fi aplicate la analiza şi la sinteza sistemelor suboptimale din clasele considerate.

De multe ori într-o problemă liniar-pătratică alegerea criteriului de performanţă se face cu un grad de libertate (alegerea matricelor-pondere F, Q şi R), ceea ce conduce inevitabil la variaţii ale performanţelor obţinute faţă de cele dorite. Din acest motiv este util să apreciem în ce sens s-a modificat performanţa unui sistem suboptimal atît în cazul schimbării simultane a comenzii suboptimale, cît şi în cazul menţinerii comenzii suboptimale. Comenzile suboptimale se consideră din clasa comenzilor liniare în stare, putînd fi impuse eventual anumite restricţii suplimentare factorului de proporţionalitate. Condiţiile suficiente formulate în teoremele 1 şi 2 se pot extinde imediat, obţinîndu-se evalulări mai bune, teoremele 1′ şi 2′, acestea din urmă servind la evaluări cantitative a gradului de deteriorare a performanţei.

1. FORMULAREA PROBLEMEI OPTIMALE

Considerăm sistemul liniar caracterizat de

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x(t) + B(t)\,u(t), \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0,$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 659—665, 1971

unde $x(t)$ reprezintă un vector n-dimensional, $u(t)$ un vector r-dimensional, $A(t)$ și $B(t)$ matrice de forma $n \times n$, respectiv $n \times r$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se urmărește determinarea comenzii optimale $u_i^*(t)$ care minimizează funcționala

$$J_i(u) = x^T(t_0) F_i x(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t) Q_i(t) x(t) + u^T(t) R_i(t) u(t)] \, dt, \quad (2)$$

unde F_i (simetrică) pozitiv semidefinită ($F_i \geqslant 0$), $Q_i(t)$ și $R_i(t)$ (simetrice) cu elemente continue în $[t_0, t_f]$ și $Q_i(t)$ pozitiv semidefinită ($Q_i(t) \geqslant 0$), $R_i(t)$ pozitiv definită ($R_i(t) > 0$), pentru $i = 1,2$. Comanda optimală este

$$u_i^*(t) = - R_i^{-1}(t) B^T(t) K_i(t) x(t), \quad (3)$$

unde $K_i(t)$ este dată de ecuația matriceală Riccati:

$$\dot{K}(t) + A^T(t) K_i(t) + K_i(t) A(t) - K_i(t) B(t) R_i^{-1}(t) B^T(t) K_i(t) + Q_i(t) = 0,$$

$$K_i(t_f) = F_i. \quad (4)$$

Valoarea optimală a funcționalei (2) este

$$J_i(u_i^*) = x^T(t_0) K_i(t_0) x(t_0). \quad (5)$$

2. COMPARAREA COMENZILOR SUBOPTIMALE

Fie comenzile suboptimale de forma

$$u_1(t) = - R_1^{-1}(t) B^T(t) L(t) x(t), \quad (6)$$

$$u_2(t) = - R_2^{-1}(t) B^T(t) L(t) x(t), \quad (7)$$

$$u_3(t) = - M(t) x(t), \quad (8)$$

unde $L(t)$ și $M(t)$ sînt matrice de forma $n \times n$ și, respectiv, $r \times n$ arbitrare, cu elemente continue în $[t_0, t_f]$. Performanțele obținute prin aplicarea comenzilor (6) și (7) sistemului (1), luînd în considerare funcționalele $J_1(u)$ și, respectiv, $J_2(u)$, sînt [1]

$$J_i(u_i) = x^T(t_0) V_i(t_0) x(t_0), \qquad i = 1, 2, \quad (9)$$

unde $V_i(t)$ este soluția unică pozitiv semidefinită a ecuației matriceale diferențiale liniare [1]

$$\dot{V}_i(t) = - V_i(t)[A(t) - B(t) R_1^{-1}(t) B^T(t) L(t)] - [A(t) -$$

$$- B(t) R_i^{-1}(t) B^T(t) L(t)]^T V_i(t) - Q_i(t) - L^T(t) B(t) R_i^{-1}(t) B^T(t) L(t),$$

$$V_i(t_f) = F_i, \qquad i = 1,2. \tag{10}$$

Performanțele obținute prin aplicarea comenzii (8) sistemului (1) cu funcționalele $J_1(u)$ și, respectiv, $J_2(u)$ sînt [1]

$$J_i(u_3) = x^T(t_0) \hat{V}_i(t_0) x(t_0), \qquad i = 1,2. \tag{11}$$

unde $\hat{V}_i(t)$ este soluția unică pozitiv semidefinită a ecuației matriceale diferențiale liniare [1]

$$\dot{\hat{V}}_i(t) = - \hat{V}_i(t)[A(t) - B(t) M(t)] - [A(t) - B(t) M(t)]^T \hat{V}_i(t) -$$

$$- Q_i(t) - M^T(t) R_i(t) M(t), \tag{12}$$

$$\hat{V}_i(t_f) = F_i, \qquad i = 1,2.$$

În cele ce urmează se va stabili o condiție suficientă care va permite o comparație a performanțelor $J_1(u_1)$ și $J_2(u_2)$.

Teorema 1. Dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$ avem îndeplinite relațiile

$$[V_2(t) - L(t)]^T B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) [V_2(t) - L(t)] -$$

$$- V_2(t) B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) V_2(t) + Q_1(t) - Q_2(t) \leqslant 0,$$

$$F_1 - F_2 \leqslant 0, \tag{13}$$

atunci

$$J_1(u_1) \leqslant J_2(u_2). \tag{14}$$

Demonstrație. Scăzînd expresiile $\dot{V}_1(t)$ și $\dot{V}_2(t)$ date de relația (10) și efectuînd calculele, se obține

$$\dot{V}_1(t) - \dot{V}_2(t) = - [V_1(t) - V_2(t)] [A(t) - B(t) R_1^{-1}(t) B^T(t) L(t)] -$$

$$- [A(t) - B(t) R_1^{-1}(t) B^T(t) L(t)]^T [V_1(t) - V_2(t)] -$$

$$- [V_2(t) - L(t)]^T B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) [V_2(t) - L(t)] +$$

$$+ V_2(t) B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) V_2(t) - [Q_1(t) - Q_2(t)],$$

$$V_1(t_f) - V_2(t_f) = F_1 - F_2. \tag{15}$$

Notînd

$$V(t) = V_1(t) - V_2(t), \tag{16}$$

ecuaţia (15) se scrie astfel:

$$\dot{V}(t) = -V(t)\,[A(t) - B(t)\,R_1^{-1}(t)\,B^T(t)L(t)] - [A(t) -$$

$$- B(t)\,R_1^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t)]^T V(t) - [V_2(t) - L(t)]^T B(t)\,[R_1^{-1}(t) -$$

$$- R_2^{-1}(t)]\,B^T(t)\,[V_2(t) - L(t)] + V_2(t)\,B(t)\,[R_1^{-1}(t) -$$

$$R_2^{-1}(t)]\,B^T(t)\,V_2(t) - [Q_1(t) - Q_2(t)],$$

$$V(t_f) = F_1 - F_2. \tag{17}$$

Soluţia ecuaţiei matriceale diferenţiale (17) este

$$V(t) = \Phi_1^T(t, t_f)\,[F_1 - F_2]\,\Phi_1(t, t_f) + \int_t^{t_f} \Phi_1^T(\tau, t)\,\{[V_2(\tau) -$$

$$- L(\tau)]^T\,B(\tau)[R_1^{-1}(\tau) - R_2^{-1}(\tau)]\,B^T(\tau)\,[V_2(\tau) - L(\tau)]^T -$$

$$- V_2(\tau)\,B(\tau)\,[R_1^{-1}(\tau) - R_2^{-1}(\tau)]\,B^T(\tau)\,V_2(\tau) + Q_1(\tau) -$$

$$- Q_2(\tau)\}\,\Phi_1(\tau, t)\,\mathrm{d}\tau, \tag{18}$$

unde $\Phi_1(\tau, t)$ este matricea de tranziţie corespunzătoare matricei $[A(t) - B(t)\,R_1^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t)]$. Ţinînd seama de condiţiile (13) din relaţia (18), rezultă că $V(t) \leqslant 0$, $\forall\, t \in [t_0, t_f]$, de unde

$$V_1(t_0) \leqslant V_2(t_0), \tag{19}$$

ceea ce conduce imediat la inegalitatea (14).

Se poate evidenţia faptul că teorema 1 poate fi modificată astfel încît condiţiile (13) să cuprindă matricea-cost $V_1(t)$ în locul matricei-cost $V_2(t)$; compararea performanţelor $J_1(u_1)$ şi $J_2(u_2)$ necesită calculul unei singure matrice-cost $V_i(t)$.

În continuare se vor enunţa cîteva consecinţe ale teoremei 1.

Consecinţa 1. Dacă $F_1 \leqslant F_2$, $R_1(t) = R_2(t)$ şi $Q_1(t) \leqslant Q_2(t)$ pentru orice $t \in [t_0, t_f]$, atunci

$$J_1(u_1) \leqslant J_2(u_2). \tag{20}$$

Din relaţia (20) rezultă imediat că

$$J_1(u_1^*) \leqslant J_2(u_2^*), \tag{21}$$

unde $u_i^*(t)$, $i = 1,2$, sînt date de relaţiile (3) şi (4).

Consecința 2. Dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$ avem

$$K_2(t)\, B(t)\, [R_2^{-1}(t) - R_1^{-1}(t)]\, B^T(t)\, K_2(t) + Q_1(t) - Q_2(t) \leqslant 0, \quad (22)$$

$$F_1 - F_2 \leqslant 0,$$

atunci

$$J_1(u_1^*) \leqslant J_1(\hat{u}_2) \leqslant J_2(u_2^*) \leqslant J_2(\hat{u}_1), \quad (23)$$

unde s-a notat

$$\hat{u}_1(t) = -R_2^{-1}(t)\, B^T(t)\, K_1(t)\, x(t), \quad (24)$$

$$\hat{u}_2(t) = -R_1^{-1}(t)\, B^T(t)\, K_2(t)\, x(t). \quad (25)$$

Inegalitatea $J_1(\hat{u}_2) \leqslant J_2(u_2^*)$ rezultă din teorema 1, punînd $L(t) = K_2(t)$ pentru orice $t \in [t_0, t_f]$; celelalte inegalități din (23) sînt evidente.

Consecința 3. Dacă $F_1 \leqslant F_2$, $Q_1(t) \leqslant Q_2(t)$ și $R_1(t) \leqslant R_2(t)$ pentru orice $t \in [t_0, t_f]$, atunci este îndeplinită relația (23).

Trebuie remarcat faptul că aprecierea (23) este mai bună decît inegalitatea $J_1(u_1^*) \leqslant J_2(u_2^*)$ în ipotezele considerate.

În continuare se va stabili o condiție suficientă care va permite compararea performanțelor $J_1(u_3)$ și $J_2(u_3)$.

Teorema 2. Dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$ avem relațiile

$$Q_1(t) - Q_2(t) + M^T(t)\, [R_1(t) - R_2(t)]\, M(t) \leqslant 0,$$

$$F_1 - F_2 \leqslant 0, \quad (26)$$

atunci avem

$$J_1(u_3) \leqslant J_2(u_3). \quad (27)$$

Demonstrație. Scăzînd expresiile $\dot{\hat{V}}_1(t)$ și $\dot{\hat{V}}_2(t)$ date de relația (12) și efectuînd calculele, se obține

$$\dot{\hat{V}}_1(t) - \dot{\hat{V}}_2(t) = -[\hat{V}_1(t) - \hat{V}_2(t)]\, [A(t) - B(t)\, M(t)] -$$

$$- [A(t) - B(t)\, M(t)]^T\, [\hat{V}_1(t) - \hat{V}_2(t)] - [Q_1(t) - Q_2(t)] -$$

$$- M^T(t)\, [R_1(t) - R_2(t)]\, M(t), \quad (28)$$

$$\hat{V}_1(t_f) - \hat{V}_2(t_f) = F_1 - F_2.$$

Notînd

$$\hat{V}(t) = \hat{V}_1(t) - \hat{V}_2(t), \tag{29}$$

ecuația (28) se scrie astfel:

$$\dot{\hat{V}}(t) = -\hat{V}(t)\,[A(t) - B(t)\,M(t)\,] - [A(t) - B(t)\,M(t)]^T \hat{V}(t) -$$

$$- [Q_1(t) - Q_2(t)] - M^T(t)[R_1(t) - R_2(t)]\,M(t), \tag{30}$$

$$\hat{V}(t_f) = F_1 - F_2.$$

Soluția ecuației matriceale diferențiale (30) este

$$\hat{V}(t) = \hat{\Phi}_1^T(t, t_f)\,[F_1 - F_2]\,\hat{\Phi}_1(t, t_i) + \int_t^{t_f} \hat{\Phi}_1^T(\tau, t)\,\{Q_1(\tau) - Q_2(\tau) +$$

$$+ M^T(\tau)\,[R_1(\tau) - R_2(\tau)]\,M(\tau)\}\,\hat{\Phi}_1(\tau, t)\,\mathrm{d}\tau, \tag{31}$$

unde $\hat{\Phi}_1(\tau, t)$ este matricea de tranziție corespunzătoare matricei $[A(t) - B(t)M(t)]$. Ținînd seama de condițiile (26) din relația (31), rezultă că $\hat{V}(t) \leqslant 0$, $\forall\, t \in [t_0, t_f]$, de unde

$$\hat{V}_1(t_0) \leqslant \hat{V}_2(t_0), \tag{32}$$

ceea ce conduce imediat la inegalitatea (27).

Și în cazul acestei teoreme se pot obține consecințe similare celor deduse din teorema 1. Trebuie observat faptul că în teorema 2 verificarea condițiilor (26) nu implică calculul matricei-cost corespunzătoare comenzii suboptimale u_3. În condițiile (26), indicii 1 și 2 pot fi schimbați între ei, așa încît teorema 2 conduce la comparații ale performanțelor în cazul în care expresiile din membrul stîng al inegalităților (26) sînt definite, avînd același semn.

3. UNELE EXTINDERI ALE REZULTATELOR OBȚINUTE

Plecînd de la noțiunea de ρ-suboptimalitate introdusă de McClamroch [2], se pot stabili comparații mai bune între performanțele comenzilor suboptimale luate în considerație. În cele ce urmează, parametrul scalar ρ va juca rolul de grad de deterioare a performanței. Teorema 1 modi-

ficată se va enunța astfel:

Teorema 1'. Dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$, $\rho > 0$ avem relațiile

$$[V_2(t) - L(t)]^T B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) [V_2(t) - L(t)] -$$

$$- V_2(t) B(t) [R_1^{-1}(t) - R_2^{-1}(t)] B^T(t) V_2(t) + Q_1(t) - Q_2(t) -$$

$$- \frac{\rho - 1}{\rho} [L^T(t) B(t) R_1^{-1}(t) B^T(t) L(t) + Q_1(t)] \leqslant 0, \tag{33}$$

$$F_1 - \rho F_2 \leqslant 0,$$

atunci

$$J_1(u_1) \leqslant \rho J_2(u_2). \tag{34}$$

De asemenea teorema 2 se transformă imediat în teorema 2':

Teorema 2'. Dacă pentru orice $t \in [t_0, t_f]$, $\rho > 0$ avem relațiile

$$Q_1(t) - \rho Q_2(t) + M^T(t) [R_1(t) - \rho R_2(t)] M(t) \leqslant 0,$$

$$F_1 - \rho F_2 \leqslant 0, \tag{35}$$

atunci

$$J_1(u_3) \leqslant \rho J_2(u_3). \tag{36}$$

Principiul demonstrației teoremelor 1' și 2' coincide cu acela folosit la teoremele 1 și 2 și de aceea demonstrația acestora se omite. Teoremele 1 și 2 rezultă imediat dacă punem $\rho = 1$ în teoremele 1' și, respectiv, 2'. Dacă se cunosc sau se calculează toate matricele care intervin în relațiile (33) sau (35), atunci aceste relații pot servi la determinarea parametrului ρ, gradul de deteriorare a performanței.

Rezultatele prezentate mai sus pot fi transcrise imediat în cazul timpului final infinit. Introducînd ipoteze suplimentare, sistemul complet controlabil, matricele $[A - BR_i^{-1}B^TL]$ și $[A - BM]$ stabile, toate matricele constante, $F_i = 0$ și $Q_i > 0$, teoremele și consecințele demonstrate rămîn adevărate pentru cazul timpului final infinit.

BIBLIOGRAFIE

1. Kleinman, D. L., Athans, M., *The design of suboptimal linear time-varying systems*, IEEE Trans. Automatic Control, **13**, 2 (1968).
2. McClamroch, N. H., *Evaluation of suboptimality and sensitivity in control and filtering processes*, IEEE Trans. Automatic Control, **14**, 3 (1969).

ASUPRA CONDUCERII IERARHIZATE DESCENTRALIZATE A SISTEMELOR COMPLEXE

DE

ED. RĂDĂCEANU, AL. TEODORESCU

621.3.078

În lucrare se discută problema conducerii satisfăcătoare *) a sistemelor complexe liniare prin descentralizare și ierarhizare.

Descentralizarea se obține prin descompunerea sistemului mare pe subsisteme și dispunerea blocurilor de decizie pe mai multe nivele cu funcții diferite, în așa fel încît conducerea satisfăcătoare a subsistemelor să implice conducerea satisfăcătoare a sistemului mare în raport cu un indice de performanță dat. Se va examina problema Kalman-Letov, indicîndu-se algoritmul și rezultatele obținute pe calculator pentru un sistem de ordinul doi condus pe subsisteme.

1. INTRODUCERE

Prelucrarea directă a datelor pentru sistemele mari, deci cu un număr mare de variabile de stare, și luarea deciziilor în vederea obținerii regimurilor satisfăcătoare sînt foarte dificile din cauza multitudinii acestor date, chiar cu mijloacele actuale de calcul.

De aceea tendința de a prelucra descentralizat și ierarhizat aceste date după stabilirea pe baza unor criterii judicioase a ierarhiilor și a priorităților apare naturală, avînd importante consecințe în ceea ce privește utilizarea eficientă și economică a mijloacelor de calcul.

---

*) Numim satisfăcătoare conducerea pentru care se obține o valoare a indicelui de performanță al sistemului într-un domeniu prestabilit în virtutea sistemului. În cele ce urmează se va considera comandă satisfăcătoare comanda $\overline{u}$, în virtutea căreia valoarea indicelui de performanță $J(x, u)$ respectă relația

$$\sup_{\substack{x\in X\\ u\in U}} [J(x, \overline{u}) - J(x^\circ, u^\circ)] \leqslant \theta,$$

unde $\theta > 0$, dat, iar u° și x° sînt comanda și soluția optimă pentru care avem

$$\inf_{u\in U} J(x, u) = J(x^\circ, u^\circ),$$

X și U fiind spațiul stărilor și respectiv spațiul comenzilor.

St. cerc. energ. electr. tom. 21, nr. 3, p. 667—680, București, 1971

Metoda prezentată în lucrare se înscrie într-un context de metode de abordare a acestui tip de probleme, dezvoltate la Case Reserve University ([2]—[5]*).

2. FORMULAREA PROBLEMEI

Fie sistemul descris prin ecuația diferențială vectorială-matriceală

$$(S) \qquad \dot{x} = Ax + Bu\,; \quad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

unde

x este vector real cu n componente,
u — vector real cu n componente, nu toate nule,
A — matrice reală, $n \times n$, de rang n,
B — matrice reală $n \times n$,

căruia îi atașăm indicele de performanță

$$J(x, u, t_0, t_1) = x'(t_1)\,\Lambda\, x(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} [x'\,Rx + u'\,Qu]\,\mathrm{d}t, \tag{2}$$

unde Λ este matrice reală, diagonală, pozitiv semidefinită, $\Lambda = \operatorname{diag} \lambda_i$, iar R, Q sînt matrice reale diagonale, pozitiv definite, diag r_i, respectiv diag q_i**).

Se poate scrie deci

$$J(x, u, t_0, t_1) = \sum_{i=1}^{n} J_i\,(x_i, u_i, t_0, t_1),$$

unde

$$J(x_i, u_i, t_0, t_i) = \lambda_i\, x_i^2\,(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} (r_i\, x_i^2 + q_i\, u_i^2)\,\mathrm{d}t, \tag{3}$$

iar sistemul (1) sub forma

$$\dot{x}_i' = a_{ii}\, x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq t}}^{n} a_{ij}\, x_j + b_i\, u_i, \quad i = 1, n,\ i \neq j, \tag{1'}$$

ca un set de n subsisteme (S_i), fiecăruia atașîndu-i-se funcționala corespunzătoare (3).

---

*) Cînd sistemul mare este format din subsisteme slab cuplate, metoda agregării [1] permite conducerea pe subsisteme a sistemului mare, cu degradări neglijabile ale performanței sistemului.

**) Dacă inițial matricele Λ, R și Q nu sînt diagonale, ele pot fi aduse la această formă prin transformări asupra vectorului de stare x și a vectorului de comandă u.

Prezența termenilor $\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j$ împiedică tratarea complet separată a subsistemelor.

Notăm

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j + b_i u_i = p_i(t) u_i \tag{4}$$

și atunci

$$\dot{x}_i = a_{ii} x_i + p_i(t) u_i, \quad x_i(t_0) = x_{i0}.$$

Forma (5) permite sinteza comenzii optimale pentru fiecare subsistem pentru $p_i(t)$ dat.

LEMĂ. Sistemul (1), căruia i se atașează funcționala (2), este echivalent cu familia de subsisteme (5), cu funcționalele

$$\bar{J}_i(x, u_i, t_0, t_1, \pi, p_i) = \lambda_i x_i^2(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left\{r_i x_i^2 + q_i u_i^2 + \pi_i\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i\right]\right\} dt$$

dacă condiția (4) este îndeplinită.

Performanța sistemului (1) va fi suma performanțelor subsistemelor (5).

Demonstrație. Condiția (4) fiind îndeplinită, avem relația $\bar{J}_i(x, u_i, p_i, \pi_i) = J_i(x_i, u_i, t_0, t_1)$, iar ansamblul subsistemelor (5) formează chiar sistemul (1).

Evident

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{J}_i(x, u_i, t_0, t_1) = J(.)$$

Deci condiția (4) este suficientă.

În cele ce urmează se dă o teoremă în virtutea căreia se va putea construi șirul de funcții $p_k(t)$, $\pi_k(t)$ care să tindă către $p^0(t)$ și, respectiv, $\pi^\circ(t)$, pentru care relația (4) este îndeplinită în condițiile optimalității subsistemelor.

TEOREMĂ. Fie sistemele

$$\dot{x}_i = a_{ii} x_i + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j + b_i u_i, \quad x_i(t_0) = x_{i0}, \quad i = 1, n,$$ cu indicele de performanță

$$J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) = \lambda_i x_i^2(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}(r_i x_i^2 + q_i u_i^2)\, dt,$$

și sistemele

$$(S_i)\ \dot{x}_i = a_{ii} x_i + p_i(t) u_i, \quad x_i(t_0) = x_{i0}, \quad i = 1, n,$$

cu indicele de performanță

$$\overline{J}_i(x_i, u_i, p_i, \pi_i, t_0, t_1) = \lambda_i x_i^2(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left\{r_i x_i^2 + q_i u_i^2 + \right.$$

$$\left. + \pi_i\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i(t) - b_i) u_i\right]\right\} \mathrm{d}t,$$

unde vectorul $p(t)u(t)$, cu componentele $p_i(t)u_i(t)$, ia valori în R^n, $\pi(t)$ se consideră în $L^2(T)$, $T = [t_0, t_1]$, iar $u(t)$ ia valori într-o mulțime deschisă și mărginită în R^n.

Există perechea (p^0, π^0) pentru care relația

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j + b_i u_i = p_i u_i \tag{6}$$

fiind îndeplinită, optimalitatea subsistemelor implică optimalitatea sistemului mare.

Demonstrația teoremei se dă în anexa 2.

Determinarea parametrilor π° și p° pentru care se realizează coordonarea pentru regimul optimal o vom face cu o metodă de gradient conform relațiilor

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\pi_i}{\mathrm{d}\tau} &= -k_{1i}\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j(\tau) - (p_i(\tau) - b_i) u_i(\tau)\right],\\ \frac{\mathrm{d}_{pi}}{\mathrm{d}\tau} &= -k_{2i}\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j(\tau) - (p_i(\tau) - b_i) u_i(\tau)\right]\end{aligned} \tag{7}$$

sau, altfel scris,

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\pi_i}{\mathrm{d}\tau} &= -k_{1i}\frac{\partial H_i}{\partial \pi_i},\\ \frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}\tau} &= -k_{2i}\frac{\partial H_i}{\partial \pi_i},\end{aligned} \tag{7'}$$

în varianta discretă, unde H_i, hamiltonianul subsistemului (S_i), este

$$H_i = r_i x_i^2 + q_i u_i^2 + \psi_i(a_{ii} x_i + p_i u_i) + \pi_i\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i\right].$$

Convergența algoritmului de ajustare a parametrilor rezultă din faptul că acesta este contractant pentru funcționala

$$L(\pi, p) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left\{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i x_i^2 + q_i u_i^2 + \pi_i\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i\right]\right)\right\} \mathrm{d}t.$$

Într-adevăr,

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\tau} = -\sum_{i=1}^{n}\left(\int_{t_0}^{t_1}\left[-\frac{(\psi_i - \pi_i)^2}{q_i} k_{2i} e_i + k_{1i}\left(\frac{\partial H}{\partial \pi_i}\right)^2\right]\mathrm{d}t + \psi_i \frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}\tau}\Big|_{\tau}\right) \leqslant 0.$$

Observăm că $V = L(\pi(\tau), p(\tau)) - L(\pi^0, p^0)$ este funcție Leapunov, deci soluția (π^0, p^0) este exponențial asimptotic stabilă pentru algoritmul de ajustare al parametrilor, $e(\pi, p)$ este lipshitziană, căci $\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i$ umple sfera $\|e\| = \varepsilon$, deci convergența algoritmului este demonstrată.

În aplicații vom folosi varianta discretă a metodei gradientului, pentru care (9′) devine

$$\begin{aligned} \pi_i(t, \tau + 1) &= \pi_i(t, \tau) - k_{1i} e_i(t, \tau), \\ p_i(t, \tau + 1) &= p_i(t, \tau) - k_{2i} e_i(t, \tau), \end{aligned} \tag{8}$$

unde τ este numărul curent al iterației.

La sinteza comenzii optimale pentru fiecare subsistem s-a aplicat formalismul Hamilton-Jacobi-Bellman.

Algoritmul necesită determinarea pentru fiecare iterație a comenzii și a traiectoriei optimale a sistemului pentru valorile curente (π, p).

ANEXA 1

EXEMPLIFICAREA METODEI PENTRU UN SISTEM DE ORDINUL DOI

Fie (S_2)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + b_1 u_1, \quad x_1(t_0) = x_{10}, \\ \dot{x}_2 &= a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + b_2 u_2, \quad x_2(t_0) = x_{20}. \end{aligned} \tag{9}$$

Avem

$$\begin{aligned} a_{12} x_2 &= (p_1(1) - b_1) u_1 \qquad a_{12}^2 x_2^2 = (p_1(t) - b_1)^2 u_1^2, \\ \text{și deci} \qquad & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (10) \\ a_{21} x_1 &= (p_2(t) - b_2) u_2 \qquad a_{21}^2 x_1^2 = (p_2(t) - b_2)^2 u_2^2. \end{aligned}$$

Funcţionalele J_1 şi J_2 le înlocuim cu

$$\tilde{J}_1(x_1, u_1, \pi_1, p_1) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} \{r_1 x_1^2 + q_1 u_1^2 + \pi_1 [a_1^2 x_2^2 - (p_1(t) - b_1)^2 u_1^2]\}\, dt + \\ + \lambda_1 x_1^2(t_1),$$

$$\tilde{J}_2(x_2, u_2, \pi_2, p_2) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} \{r_2 x_2^2 + q_2 u_2^2 + \pi_2 [a_{21}^2 x_1^2 - (p_2(t) - b_2)^2 u_2^2]\}\, dt + \\ + \lambda_2 x_2^2(t_1).$$

Evident,

$$\tilde{J}_1(x_1, u_1, \pi_1, p_1) + \tilde{J}_2(x_2, u_2, \pi_2, p_2) = \tilde{\tilde{J}}_1(x_1, u_1, \pi, p_1) + \\ + \tilde{\tilde{J}}_2(x_2, u_2, \pi, p_2), \tag{11}$$

unde

$$\tilde{\tilde{J}}_1(x_1, u_1, \pi, p_1) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} \{(r_1 + \pi_2 a_{21}^2) x_1^2 + [q_1 - \pi_1 (p_1(t) - b_1)^2] u_1^2\}\, dt + \\ + \lambda_1 x_1^2(t_1),$$

$$\tilde{\tilde{J}}_2(x_2, u_2, \pi, p_2) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} \{(r_2 + \pi_1 a_{12}^2) x_2^2 + [q_2 - \pi_2 (p_2(t) - b_2)^2] u_2^2\}\, dt + \\ + \lambda_2 x_2^2(t_1),$$

iar pentru π_1^0, π_2^0, p_1^0, p_2^0 suma este egală cu $J(x, u, t_0, t_1)$.

Adoptăm $\tilde{\tilde{J}}_1$ şi $\tilde{\tilde{J}}_2$ drept criterii de calitate pentru sistemele

$$(S_{21})\ \dot{x}_1 = a_{12} x_1 + p_1 u_1,$$

$$(S_{22})\ \dot{x}_2 = a_{22} x_2 + p_2 u_2.$$

Aplicînd formalismul Hamilton-Jacobi-Bellman, obţinem $\pi_1 < 0$, $\pi_2 < 0$ şi $r_i + \pi_j a_{ji}^2 > 0$ $i, j = 1,2$ $i \neq j$ pentru a se asigura stabilitatea soluţiei şi realizabilitatea comenzii optimale.
Se obţin

$$u_i^0 = -\frac{p_i(t)\, V_{0i}(t)}{q_i - \pi_i (p_i(t) - b_i)^2} x_i,$$

unde x_i este soluţia ecuaţiei

$$\dot{x}_i = \left(a_{ii} - \frac{p_i(t)^2 V_{0i}}{q_i - \pi_i (p_i(t) - b_i)} V_{0i}\right) x_i,\ x_i(t_0) = x_{i0},\ i = 1,2,$$

iar V_{oi} este soluția ecuației Riccati

$$\dot{V}_{0i} = \frac{p_i(t)\, V_{0i}^2}{q_i - \pi_i (p_i(t) - b_i)^2} - 2a_{ii}\, V_{0i} - (r_i + r_j a_{ji}^2),\ j \neq i,\ i,j=1,2,$$

$$V_{0i}(t_1) = \lambda_i.$$

Notăm

$$\begin{aligned} z_i(t) &= a_{ij}^2 x_j^2 - (p_i(t) - b_i)^2 u_i^2, \\ \bar{z}_i(t) &= a_{ij} x_j - (p_j(t) - b_i) u_i. \end{aligned} \tag{12}$$

Ajustările lui $\pi_i(t, \tau)$ și $p_i(t, \tau)$ se fac conform relațiilor

$$\begin{aligned} \pi_i(t, \tau + 1) &= \pi_i(t, \tau) - k_{11} z_i(t, \tau), \\ p_i(t, \tau + 1) &= p_i(t, \tau) - k_{21} z_i(t, \tau), \end{aligned} \tag{13}$$

respectiv

$$\begin{aligned} \pi_i(t, \tau + 1) &= \pi_i(t_1 \tau) - k_{12} \bar{z}_i(t, \tau), \\ p_i(t, \tau + 1) &= p_i(t, \tau) - k_{22} \bar{z}_i(t, \tau). \end{aligned} \tag{13'}$$

În cazul general, ajustările vor fi făcute după formulele (13'), cu

$$z_i(t, \tau) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} x_j(t, \tau) - (p_i(t, \tau) - b_i) u_i(t, \tau). \tag{12'}$$

Estimările $p_i(\tau = 0)$ și $\pi_i(\tau = 0)$ și valorile constantelor k_{11} și k_{21} au mare importanță pentru viteza de convergență a algoritmului.

ANEXA 2

DEMONSTRAȚIA TEOREMEI

Vom presupune că p^0 și π^0, astfel încît (6) să fie îndeplinite, există. (Existența lor se va demonstra în partea a doua a demonstrației.)

Arătăm că optimalitatea subsistemelor implică optimalitatea sistemului mare.

Fie u^0 comanda optimală și x^0 soluția corespunzătoare pentru sistemul mare și fie $p^0(t)$ dat de

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} x_j^0 - (p_i^0(t) - b_i) u_i^0 = 0. \tag{6'}$$

Atunci, conform lemei, familia sistemelor (S_i) este echivalentă cu sistemul mare.

Fie $\overline{u}_i$ care minimizează $\overline{J}_i(x_i, u_i, p_i, \pi_i, t_0, t_1)$ în virtutea sistemelor (5) pentru p_i dat de (6). Să arătăm că $\overline{u}_i = u_i^0$.

Cum pentru $\overline{u}$, π^0, p^0 (6) este îndeplinită, avem

$$\sum_{i=1}^{n} J_i(\overline{x}_i, \overline{u}_i, p_i^0, \pi_i^0, t_0, t_1) = J(\overline{x}, \overline{u}, t_0, t_1),$$

unde $\overline{x}$ este soluția sistemului (S) în virtutea comenzii $\overline{u}$.

Pentru orice altă pereche (u_i, x_i) avem

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{J}_i(\overline{x}_i, \overline{u}_i, \pi_i^0, p_i^0, t_0, t_1) \leqslant \sum_{i=1}^{n} J_i(x_i, u_i, \pi_i^0, p_i^0, t_0, t_1),$$

deci

$$\sum_{i=1}^{n} J_i(x_i, u_i, \pi_i^0, p_i^0, t_0, t_1) > J(x, u, t_0, t_1).$$

Rezultă că pentru $\overline{u} \in U$ se obține $\inf_{u \in U} J(x, u, t_0, t_1)$, iar din unicitatea comenzii optimale, $\overline{u} = u^0$.

Demonstrăm acum existența lui π^0.

Să notăm

$$\check{J}_i(x_i, u_i, p_i, \pi, t_0, t_1) = J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left[\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,\pi_j\right) x_i - \right.$$

$$\left. - \pi_i(p_i - b_i)\,u_i\right]\mathrm{d}t.$$

Fie

$$J^*(\pi, p) = \inf_{u\in U}\left[\sum_{i=1}^{n} J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left\{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,\pi_j\right) x_i - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \pi_i(p_i - b_i)\,u_i\right]\right\}\mathrm{d}t = \inf_{u\in U}\left(\sum_{i=1}^{n} J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) + \right. \tag{14}$$

$$\left. + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\int_{t_0}^{t_1}\left\{\pi_i\left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,x_j - (p_i - b_i)\,u_i\right]\right\}\mathrm{d}t,\right.$$

unde

$J^*(\pi, p)$ este concavă în raport cu π și p.

Notăm

$$e(t) = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,x_j - (p_i - b_i)\,u_i, \tag{15}$$

cu condiția ca pentru $\varepsilon > 0$, $\|e\| = \varepsilon$, să existe p_i și u_i (pentru $\forall u \in U$ se poate determina $p(t)$ astfel ca (15) să fie îndeplinită dacă pentru $p(t) \in \mathcal{P} \subset R^n$ se ia o margine superioară corespunzătoare, iar π se menține mărginit.

Avem

$$J^*(\pi, p) = \inf_u \left(\sum_{i=1}^n J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \pi_i(t)\, e_i(t)\, dt. \right.$$

Notăm

$$\|\pi\| = \sup_{\|e\|=1} \left| \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \pi_i e_i\, dt \right| = \sup_{\|e\|=1} \int_{t_0}^{t_1} \pi_i e_i\, dt = - \inf_{\|e\|=1} \int_{t_0}^{t_1} \pi_i e_i\, dt.$$

Dacă $\pi = 0$, rezultă că pentru $u \in U$ există constantele B_1 și B_2, astfel încît

$$B_1 \leqslant \sum_{i=1}^n \overline{J}_i(x_i, u_i, t_0, t_1)|_{\pi=0} \leqslant B_2$$

și deci

$$B_1 \leqslant J(x, u, t_0, t_1) \leqslant B_2.$$

Fie $r = B_2 - B_1 + 1$ și π astfel încît $\|\pi\| = \frac{r}{\varepsilon}$.

Avem

$$J^*(\pi, p) \leqslant B_2 - \varepsilon\|\pi\| = B_2 - \varepsilon \frac{r}{\varepsilon} < B_1 \leqslant \inf_{u \in U} \sum_{i=1}^n \overline{J}_i \Big|_{\pi=0} = J^*(\pi, p).$$

Deci există $\bar{r}$ astfel încît pentru $\|\pi\| < \bar{r}$ să avem $J^*(\pi, p) < J^*(0, p)$, iar din $J^*(\pi, p) \leqslant B_2 - \varepsilon\|\pi\|$ rezultă că există $M_\pi < 0$ astfel ca $J^*(\pi, p) < M_\pi$ ($M_\pi = B_2 - \varepsilon\|\pi\|$, cu $\varepsilon\|\pi\| > B_2$), relație care dă indicații relative la marginea lui Π. S-a notat $\Pi = \|\pi\|_{\Pi \in \pi} J^*(\pi, p)$ este continuă și mărginită superior chiar de către $J^*(0, p)$, deci își atinge maximul. Deci $\sup_\pi J^*(\pi, p)$ există, și există $\bar{\pi}$ astfel încît

$$\sup_{\pi, p} \inf_u \sum_{i=1}^n J_i(x_i, u_i, p_i, {}_i, t_0, t_1) = \inf_u \sum_{i=1}^n J_i(x_i, u_i, t_0, t_1, p_i, \bar{\pi}_i).$$

Deci există o constantă Π_1 astfel încît

$$\sup_{\substack{\pi \in \Pi \\ p \in \mathcal{P}}} \inf_{u \in U} \left(\sum_{i=1}^n \overline{J}_i(x_i, u_i, p_i, \pi, t_0, t_1) = \right.$$

$$= \begin{cases} \Pi_1 > J^*(0, p) + \|\pi\|, \text{dacă } \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i \neq 0, \\ \inf_u \sum_{i=1}^n \check{J}_i(x_i, u_i, p^0, \pi, t_0, t_1) = \inf_u \sum_{i=1}^n J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) = \inf_u J(x, u, t_0, t_1) \\ \text{dacă pentru } (p_i^0, \pi) \text{ avem } \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j - (p_i^0 - b_i) u_i = 0. \end{cases}$$

Dar

$$\sum_{i=1}^{n} \check{J}_i(x_i, u_i^0, p_i^0, \pi_i, t_0, t_1) \leqslant \sum_{i=1}^{n} \overline{J}_i(x_i, u_i, \pi_i, p_i^0, t_0, t_1),$$

deci

$$\sup_{\substack{\pi \in \Pi \\ p \in \mathcal{P}}} \sum_{i=1}^{n} \overline{J}_i(x_i, u_i, p_i, \pi_i, t_0, t_1) = \sum_{i=1}^{n} \overline{J}_i(x_i, u_i, p_i, \bar{\pi}_i, t_0, t_1);$$

dar

$$\inf_{u} \sum_{i=1}^{n} \check{J}_i(x_i, u_i, p_i^0, \pi, t_0, t_1) = \sum_{i=1}^{n} \overline{J}_i(x_i, u_i^0, p_i^0, \bar{\pi}, t_0, t_1),$$

deci

$$(\bar{\pi}, u^0) \text{ este punct şa pentru } p(t) = p^0(t),$$

pentru care

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} x_j^0 + b_i u_i^0 = p_i^0(t) u_i^0.$$

Rămîne de arătat că $e(t)$ de componente

$$\sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{n} a_{ij} x_j - (p_i - b_i) u_i = e_i(t) \text{ umple sfera } \|e\| = \varepsilon.$$

Cu (5) avem

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} \left(e^{a_{jj}(t-t_0)} x_j(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} e^{a_{jj}(t-s)} p_i(s) u_j(s)\, ds\right) - (p_i(t) - b_i) u_i = e_i(t).$$

Pentru $p_i(t)$, respectiv $u_i(t)$ daţi, ecuaţia de mai sus are totdeauna soluţie.

Arătăm că $\bar{\pi}(t)$ pentru care se obţine $\sup J^*(\pi)$ este chiar π^0.

Pentru $\pi(t) = \pi^0(t)$ şi $p(t) = p^0(t)$, fie $\overset{\pi}{\bar{u}}_i$ şi $\bar{x}_i$ comenzile optimale şi soluţiile corespunzătoare în virtutea sistemelor (S_i) şi a funcţionalelor de minimizat $\check{J}_i(x_i, u_i, p_i, u_i, t_0, t_1)$.

Avem

$$J^*(\pi^0, p^0) \geqslant \sum_{i=1}^{n} J_i(\bar{x}_i, \bar{u}_i, t_0, t_1) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\int_{t_0}^{t_1} \pi_i^0 \left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,\bar{x}_j - (p_i^0 - b_i)\bar{u}_i\right) \geqslant$$

$$\geqslant \sum_{i=1}^{n} J_i(x_i^0, u_i^0, t_0, t_1),$$

unde u^0 şi x^0 sînt comanda optimală şi soluţia corespunzătoare pentru sistemul mare. Cum însă $J^*(\pi^0, p^0) \leqslant J^*(0, p^\circ)$, rezultă

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{J_i(x_i, u_i, t_0, t_1) + \int_{t_0}^{t_1} \pi_i^0 \left[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\,x_j - (p_i^0 - b_i)\,\bar{u}_i\right] \mathrm{d}t - \right.$$

$$\left. - \bar{J}_i(x_i^0, u_i^0, t_0, t_1)\right\} = 0.$$

De aici rezultă că atît $u_i(p^0, \pi^0)$, cît şi u_i^0 minimizează funcţionalele $J_i(x_i, u_i, t_0, t_1)$ în virtutea sistemelor (S_i) şi, cum comanda optimală este unică, rezultă că $u_i = u_i^0$, $p_i^0\, u_i = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\, x_j^0 - b_i\, u_i^0$ şi deci şi $x_i = x_i^0$ şi $p_i^0\, u_i = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\, x_j - b_i\, u_i$ şi deci că $\bar{\pi} = \pi^0$.

ANEXA 3

Prezentarea rezultatelor obţinute la simularea pe calculatorul IBM/360, 40 a sistemului:

$$(S_2)\qquad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= 4x_1 + 2x_2 + u_1, \qquad x_1(t_0) = 15,\\ \dot{x}_2 &= x_1 - 2x_2 + u_2, \qquad x_{2(t_0)} = -10, \qquad t_1 - t_2 = 8s, \end{aligned}$$

$$J(x, u, t_0, t_1) = 0{,}01\,(x_1^2(t_1) + x_2^2(t_1)) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}(x_1^2 + x_2^2 + u_1^2 + u_2^2)\,\mathrm{d}t.$$

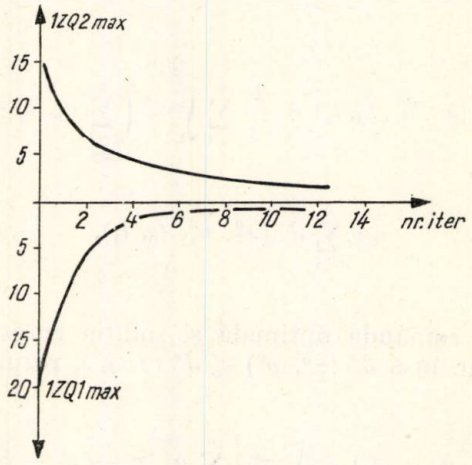


Fig. 1. — Convergența metodei 1 aplicată sistemului (S_2) pentru $k_{1i} = k_{2i} = 0.1$.

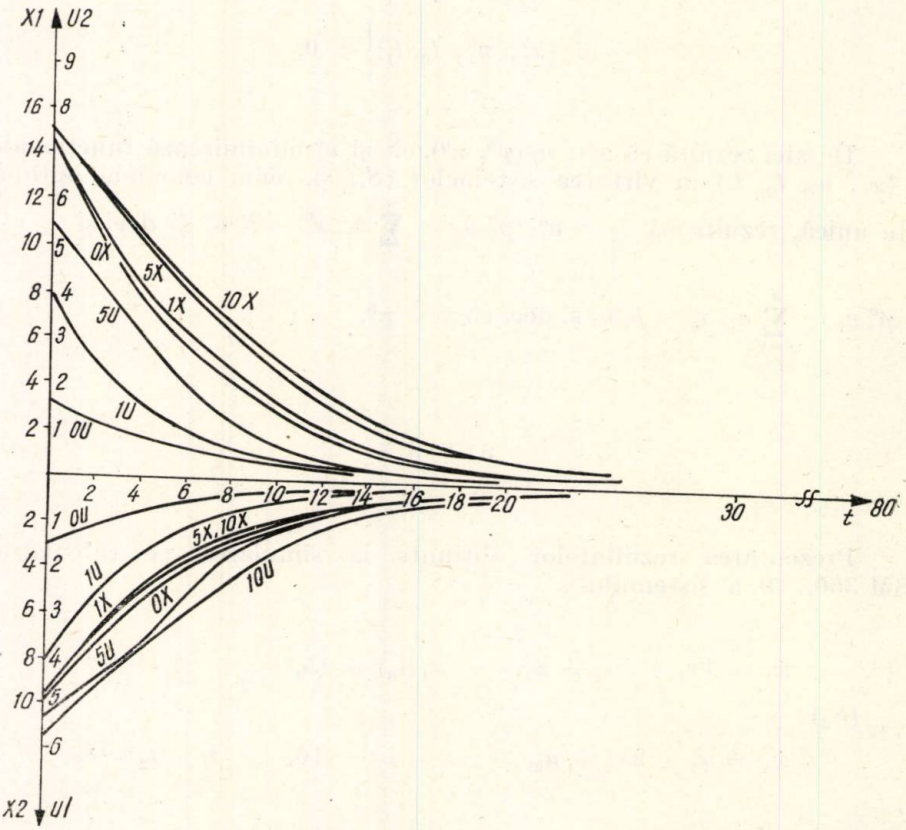


Fig. 2. — Traiectoriile și comenzile optime pentru subsistemele din (S_2), iterațiile 0,1,5,10 (metoda 1).

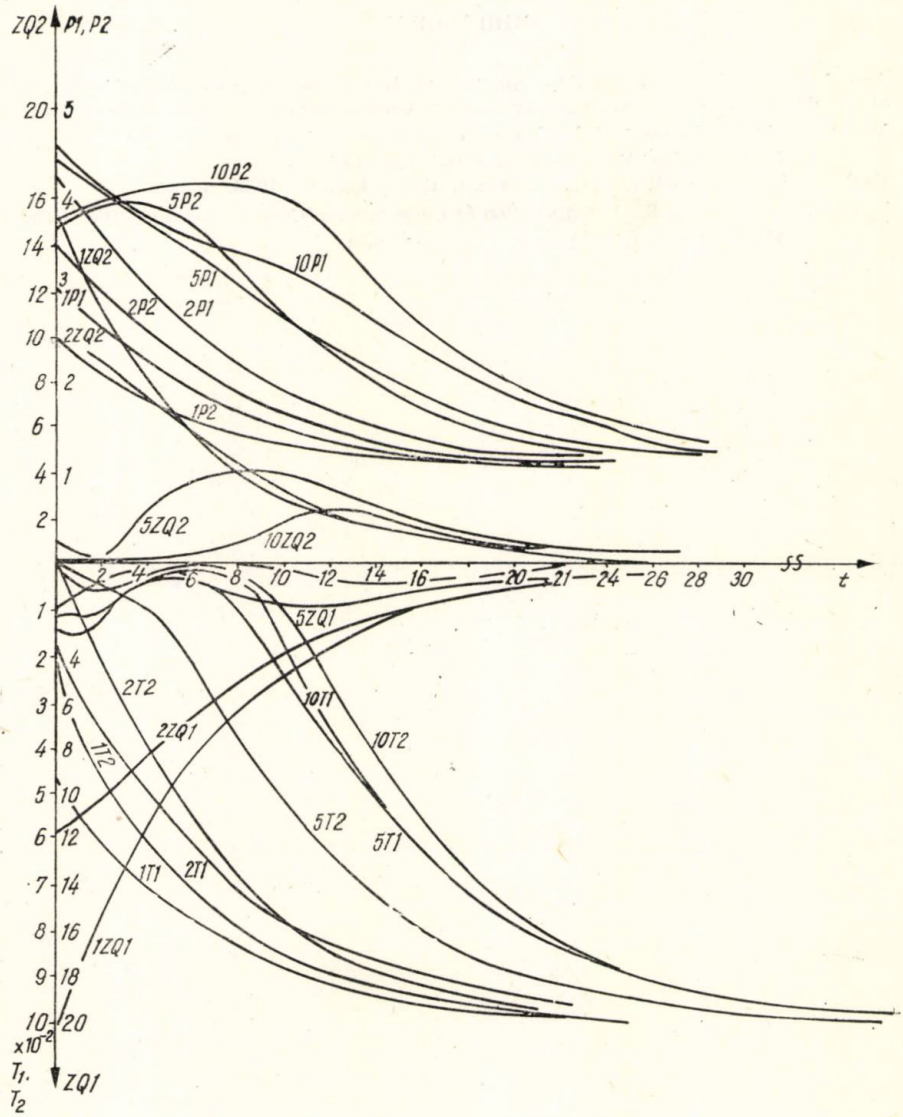


Fig. 3. — Parametrii de intervenție pentru sistemul (S_2) condus descentralizat, iterațiile 1,2,5,10 :

$p_1(0) = 1,$ $\pi_1(0) = -0.1,$

$p_2(0) = 1,$ $\pi_2(0) = -0.1.$

S-a notat : π_i cu T_i,

z_i cu ZQ_i, $ZQ2$ $i = 1,2.$

BIBLIOGRAFIE

1. AOKI M., *Control of Large Scala dynamic Systems by aggregation*, IEEE Trans. Ac-13, *3* (1968).
2. MACKO D. *A coordination technique for interacting dynamic Systems*, Proc. of the JACC (1966).
3. MESAROVIC M. D., PEARSON J. D., MACKO D., TAKAHARA Y., *On the synthesis of dynamic multilevel systems*, Paperus 40 B IFAC, Londra, 1966.
4. PEARSON J. D., *Multilevel Control Systems*, IFAC, Londra, 1966, p. 252.
5. PEARSON J. D., REICH S., *Decomposition of Large optimal Control problems*, Proc of the IRE, **114**, *6* (1967) (Eln. Power. Control & Sc.).

METODE RAPIDE PENTRU DIMENSIONAREA CONDUCTELOR ELECTRICE CONCENTRATE

DE

H. GRISARU

Prezenta notă își propune să prezinte un mod de calcul rapid al cablurilor pentru instalațiile electrice alimentate prin conducte concentrate, în c.c. sau c.a. monofazat și c.a. trifazat, cu aplicație concretă la instalațiile electrice navale.

Consumatorii electrici navali avînd o gamă de puteri relativ mare, este necesară efectuarea calculului de dimensionare și de verificare pentru un număr mare de cabluri.

Construcția cablurilor fiind standardizată pe baza recomandărilor CEI, trebuie făcută o alegere judicioasă a acestora, avînd în vedere căderea de tensiune prescrisă de regulile de clasificare ale registrelor navale pe cablurile destinate diferitelor instalații.

1. DIMENSIONAREA CABLURILOR PENTRU ALIMENTAREA CONSUMATORILOR MONOFAZAȚI

Consumatorii monofazați utilizează cabluri bifilare de tip naval ignifugat și naval ignifugat ecranat, în curent continuu sau alternativ.

1.1. Avînd datele necesare pentru dimensionare: puterea receptorului și tensiunea de alimentare, se poate determina sarcina care urmează s-o suporte cablul în funcție de puterea consumatorilor:

$$I = \frac{P}{U} = f_1(P), \text{ pentru } U \text{ dat.} \tag{1.1}$$

Tensiunile curent folosite pentru consumatorii monofazați sînt:

— în curent continu, 24, 110, 220 V;
— în curent alternativ, 24, 127, 220 V.

1.2. Secțiunea cablurilor se determină din tabela 1, STAS 4639—68, în funcție de sarcina nominală și de temperatura mediului ambiant. Regulile registrului naval stabilesc încărcările pe care le suportă fiecare secțiune.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 681—686, 1971

1.3. Este necesară verificarea căderii de tensiune pe cablu.

1.3.1. Căderea de tensiune pe unitatea de lungime în unităţi absolute $\left[\frac{V}{m}\right]$ va fi

$$\frac{\Delta U}{l} = I \cdot \frac{2}{\gamma \cdot s} = f_2[s, f_1(P)]. \tag{1.2}$$

Pentru toate secţiunile standardizate se pot ridica aceste curbe.

1.3.2. Practic este important să se cunoască valoarea căderii de tensiune pe unitatea de lungime în unităţi relative:

$$\frac{\Delta U\%}{l} = \frac{100}{U_b} \cdot \frac{\Delta U}{l} = f_3\{U_b, f_2[s, f_1(P)]\}. \tag{1.3}$$

1.3.3. Căderea de tensiune (în unităţi relative) funcţie de lungimea cablului va fi

$$\Delta U\% = l \cdot f_3\{U_b, f_2[s, f_1(P)]\}. \tag{1.4}$$

Fiecare dintre relaţiile prezentate au stat la baza construirii nomogramei din figura 1, considerîndu-se ca tensiuni de bază 12, 24, 110 şi 220 V.

Căderea de tensiune se va compara cu valoarea maximă admisibilă impusă de registrul naval.

1.4. În nomograma din figura 1 s-a considerat un exemplu arbitrar ales pentru un consumator al instalaţiei de încălzit.

Datele iniţiale de calcul au fost considerate $P = 700$ W; $U = 24$ V şi $l = 12$ m; $Ta = 45°C$.

Sarcina obţinută corespunde încărcării maxime a cablului CNI — 2×6 mm² (STAS 4639—68).

Efectuînd verificarea căderii de tensiune, s-a constatat că aceasta este 9,5%. Registrul naval român nu permite pentru cablurile destinate instalaţiei de încălzire o cădere de tensiune mai mare de 7%. Ca urmare, s-a trecut la secţiunea superioară, determinîndu-se căderea de tensiune. Este uşor de constatat că aceasta a rezultat 6%, deci pentru acest consumator urmează să se utilizeze cablul CNI 2×10 mm² la $Ta = 45°C$.

În felul acesta s-a rezolvat problema propusă. Avînd cunoscute puterea şi tensiunea de alimentare a consumatorilor monofazaţi şi lungimea traseului, se poate alege şi verifica cablul printr-un procedeu rapid şi comod.

2. DIMENSIONAREA CABLURILOR PENTRU ALIMENTAREA CONSUMATORILOR TRIFAZAŢI

Consumatorii trifazaţi utilizează cabluri de tip naval ignifugat şi naval ignifugat ecranat.

2.1. Aceste cabluri se încadrează în clasa I de izolaţie, temperatura admisibilă în izolaţie fiind 60°C. Secţiunea cablului se va determina utilizînd tabela 1, STAS 4639—68.

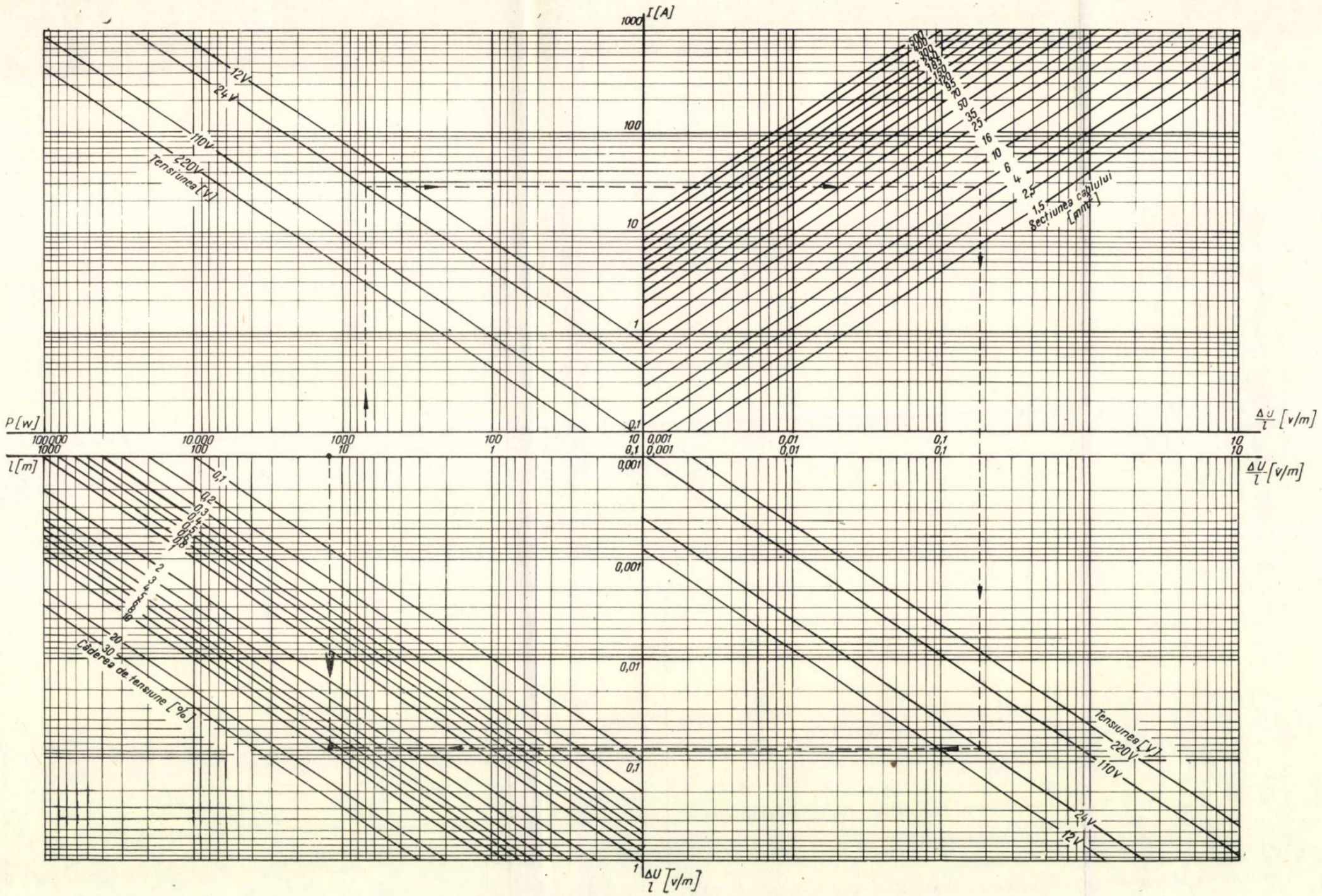
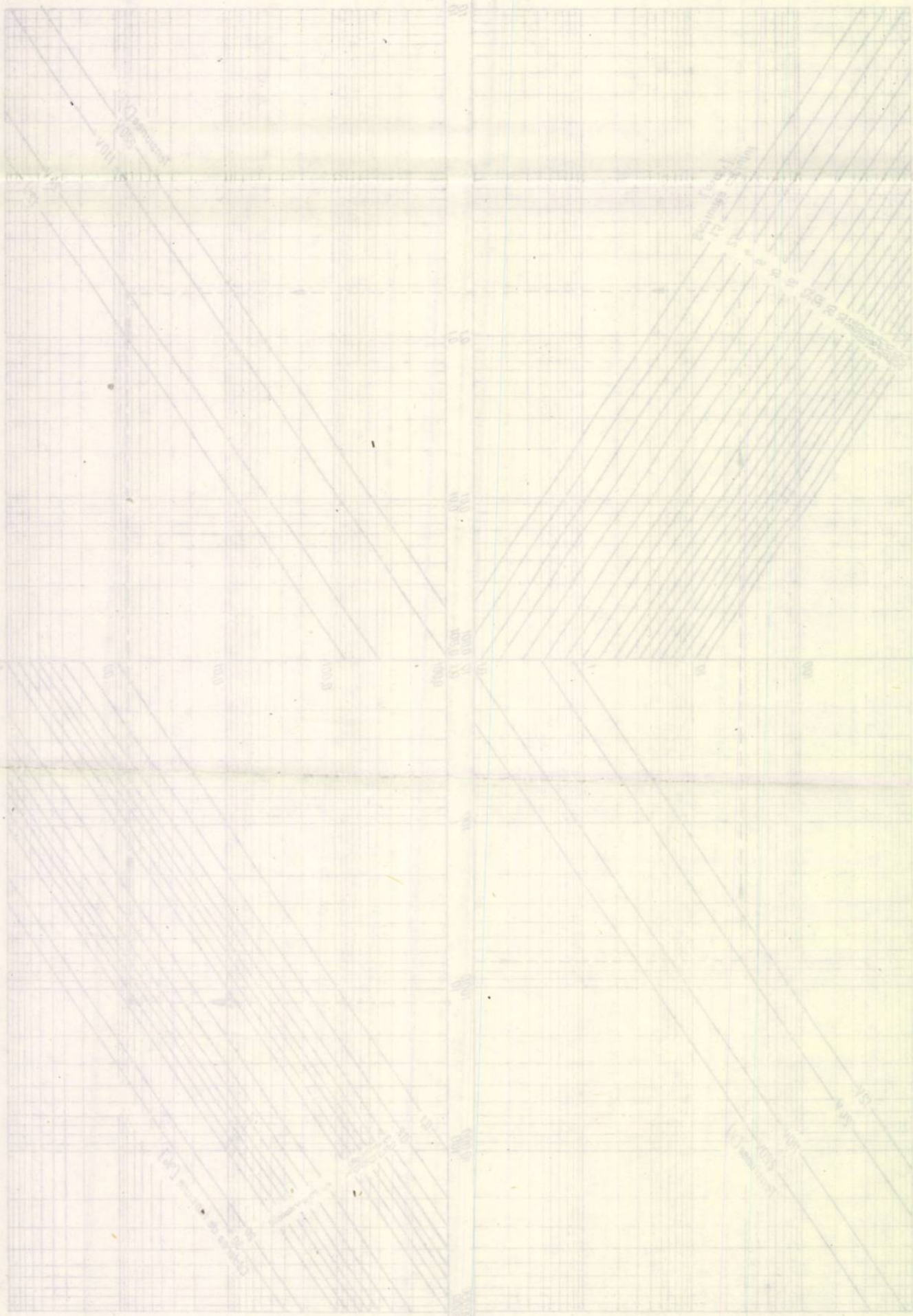


Fig. 1. — Determinarea căderii de tensiune pe cablurile bifilare.



2.2. Alegerea preliminară a cablului fiind făcută, urmează verificare căderii de tensiune pe cablu.

În cadrul instalației de forță trebuie ținut seama atît de căderea de tensiune activă, cît și de cea reactivă. Suma lor va reprezenta căderea de tensiune pe cablu cu o foarte bună aproximație.

Deci

$$\Delta U\% \cong \Delta U_a\% + \Delta U_r\%, \tag{2.1}$$

unde căderea de tensiune activă este

$$\Delta U_a\% = \frac{P}{U} \cdot \frac{100}{U_b} \cdot R, \tag{2.2}$$

iar căderea de tensiune reactivă

$$\Delta U_r\% = \frac{Q}{U} \cdot \frac{100}{U_b} \cdot X. \tag{2.3}$$

Valorile exacte ale acestora vor fi

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_a\% &= I\sqrt{3}\cos\varphi \frac{100}{U_b} \cdot \frac{1}{\gamma \cdot s} \cdot l, \\ \Delta U_r\% &= I\sqrt{3}\sin\varphi \frac{100}{U_b} \cdot x \cdot l. \end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

Se va considera tensiunea de bază $U_b = 380$ V. În cazul în care U_b este diferit de 380 V, membrul drept al fiecăreia din egalitățile (2.4) se va multiplica cu raportul $\frac{380}{U_b}$.

Relațiile (2.4) se pot pune sub formă de funcții, astfel încît din aproape în aproape să se poată determina valoarea exactă printr-o succesiune de curbe.

2.2.1. Se pot stabili următoarele legături:

$$\left.\begin{aligned} \frac{I\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \cos\varphi}{380} &= f_1(I) \text{ pentru } \cos\varphi \text{ dat}, \\ \frac{I\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \sin\varphi}{380} &= g_1(I) \text{ pentru } \sin\varphi \text{ dat}. \end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

2.2.2. Căderea de tensiune liniară în unități relative va fi

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta U_a\%}{l} &= \frac{I\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \cos\varphi}{380} \cdot \frac{1}{\gamma \cdot s} = f_2[s, f_1(I)], \\ \frac{\Delta U_r\%}{l} &= \frac{I\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \sin\varphi}{380} \cdot x = g_2[s, g_1(I)]. \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

Menţinînd constant s, se pot trasa curbele respective.

2.2.3. Din relaţiie (2.6) rezultă căderea de tensiune activă si reactivă în unităţi relative :

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_a\% &= f_3\left(l, \frac{\Delta U_a\%}{l}\right), \\ \Delta U_r\% &= g_3\left(l, \frac{\Delta U_r\%}{l}\right). \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

Însumînd valorile obţinute la (2.7), se obţine $\Delta U\%$. Această valoare urmează să fie comparată cu căderea de tensiune maximă admisibilă, impusă de regulile registrelor navale.

Pe baza celor arătate mai sus a fost construită nomograma din figura 2.

2.3. Pentru exemplificare s-a considerat un exemplu arbitrar : cablul destinat alimentării motorului unei pompe situate la 90 m de tabloul de distribuţie, avînd caracteristicile electrice

$$U_n = 380 \text{ V}; \quad I_n = 80 \text{ A}; \quad \cos \varphi = 0{,}8.$$

Din tabela 1, STAS 4639—68, a rezultat o secţiune de 50 mm^2.

Verificînd căderea de tensiune, s-a obţinut $\Delta U_a\% = 1\%$, iar $\Delta U_r\% = 0{,}15\%$. Căderea de tensiune pe cablu este 1,15%, mult mai mic decît prevăd regulile registrelor navale de clasificare. Deci se va utiliza cablu CNI 3 × 50 mm^2.

Şi în acest caz problema propusă, a fost rezolvată.

Parcurgînd o nomogramă, s-a putut verifica cablul destinat consumatorului respectiv fără a parcurge calculul prezentat anterior.

2.4. Există situaţii care reclamă doar o verificare rapidă a căderii de tensiune pe cablu. În cazul acesta, problema se poate pune într-un mod diferit.

Se cunoaşte secţiunea şi încărcarea cablului, deci se poate determina densitatea intensităţii curentului ce-l parcurge. De asemenea este cunoscută lungimea cablului.

Relaţia (2.2) poate fi pusă sub forma

$$\Delta U_a\% = J\sqrt{3}\,\frac{\cos \varphi}{\gamma} \cdot \frac{100}{U_b} \cdot l. \tag{2.8}$$

Analizînd factorii componenţi ai relaţiei (2.8), rezultă că pentru o densitate a intensităţii de curent dată şi cos φ stabilit, căderii de tensiune maxime admisibile îi corespunde o lungime maximă admisă. Deci

$$l_{\text{adm}} = \frac{\Delta U_{a\,\text{adm}}\%}{J\sqrt{3} \cdot \cos \varphi \cdot \frac{1}{\gamma} \frac{100}{U_b}}. \tag{2.9}$$

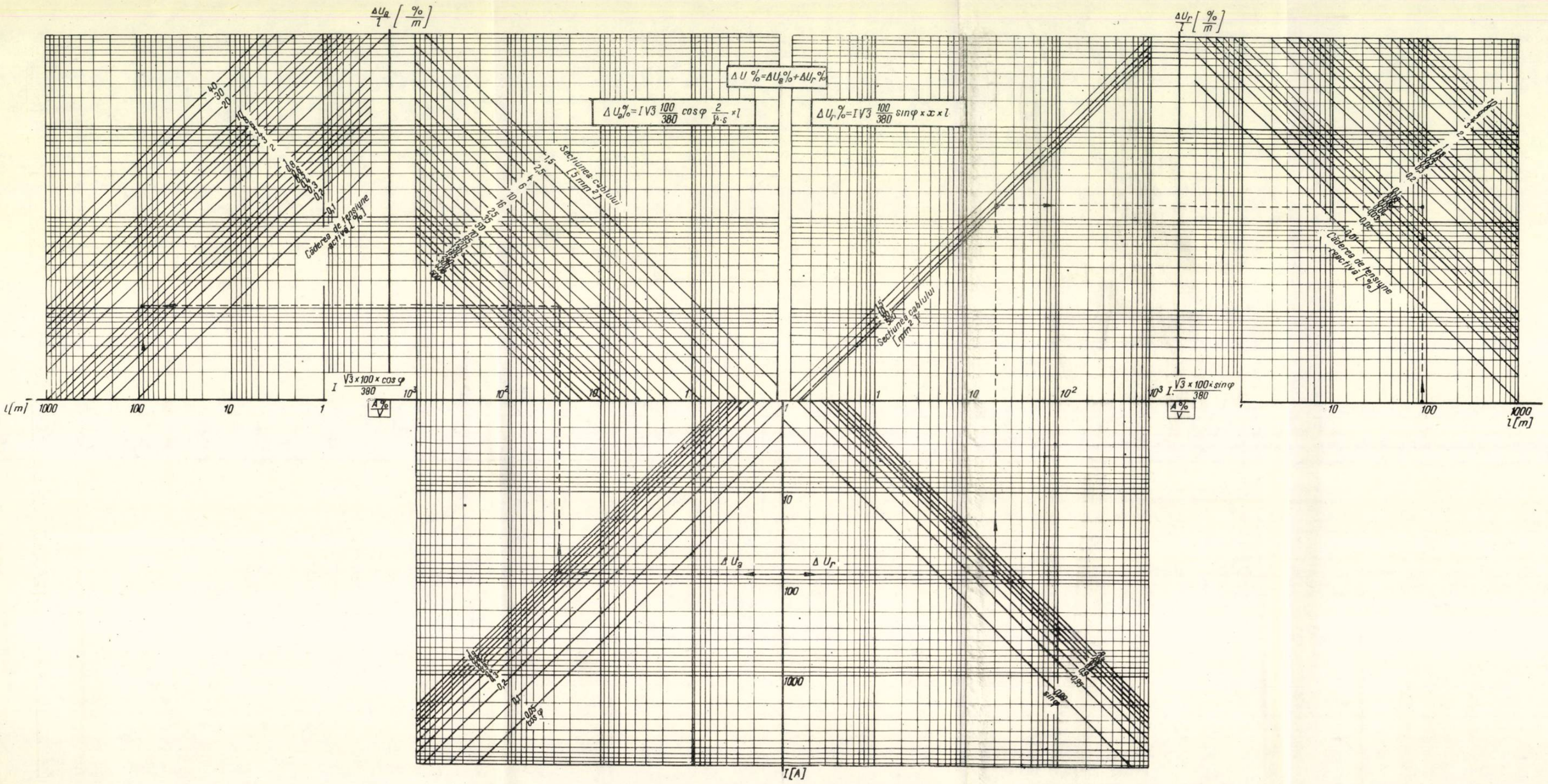
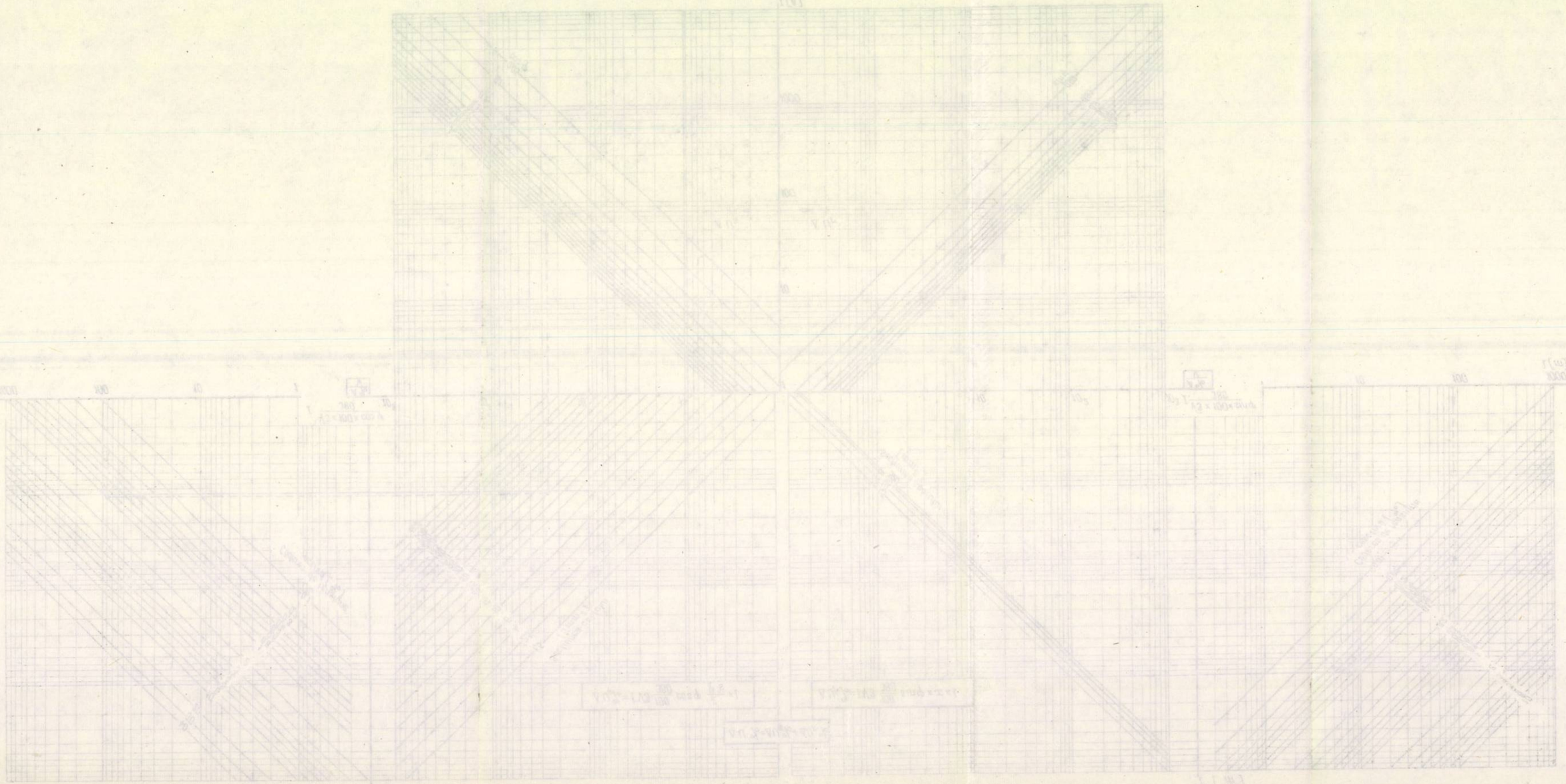


Fig. 2.— Determinarea căderii de tensiune pe cablurile trefilare.



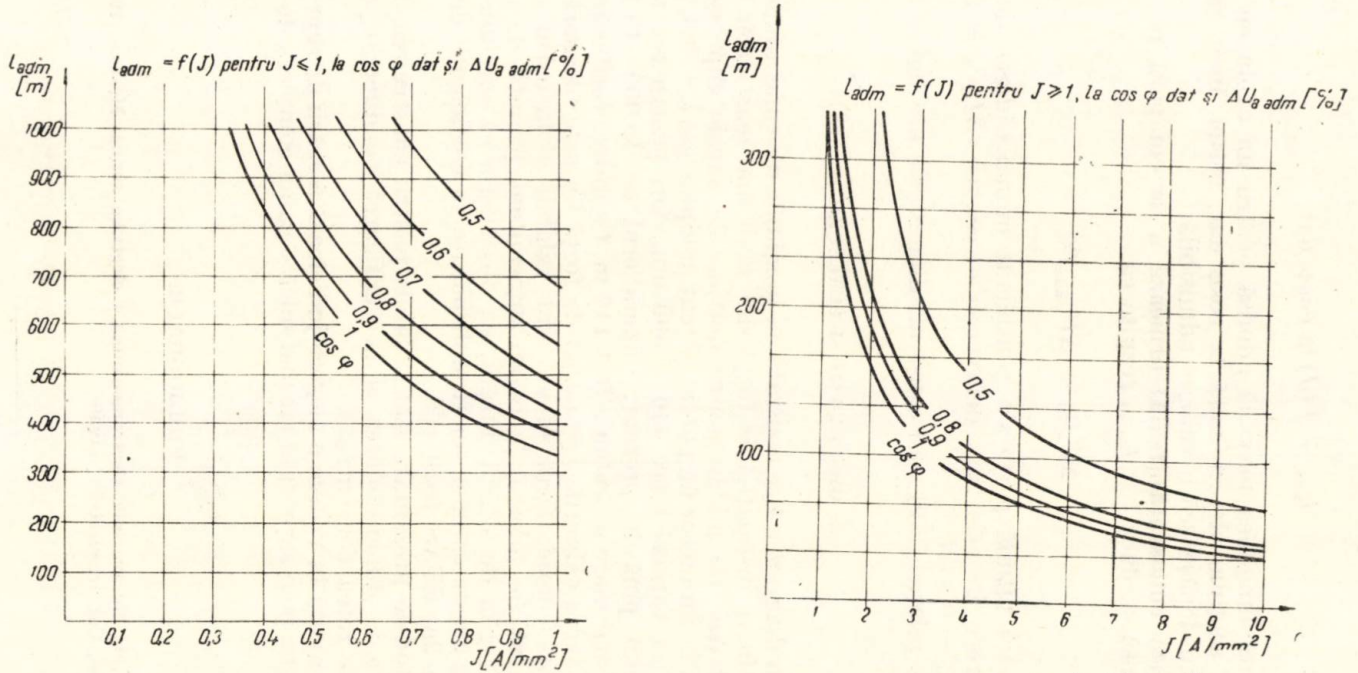


Fig. 3. — Relativ de verificarea lungimii maxime admise a cablurilor electrice (de forță) navale.

Dar J variază de la o secțiune la alta, de la o sarcină la alta. Considerînd $\cos\varphi$ dat, se poate scrie

$$l_{adm} = f(J) \text{ la } \cos\varphi \text{ dat}, \tag{2.10}$$

care reprezintă lungimea maximă admisă pentru un cablu cu încărcare cunoscută și secțiune determinată la $\cos\varphi$ dat, astfel încît căderea de tensiune să nu depășească o valoare admisibilă.

Lungimea cunoscută (reală) urmează a se compara cu lungimea maximă admisă și, dacă $l < l_{adm}$, rezultă că

$$\Delta U_a\% < \Delta U_{a\,adm}\%.$$

În această ultimă parte s-a considerat numai căderea de tensiune activă, deoarece în cele mai defavorabile cazuri $\Delta U_r\% = 0{,}2\Delta U_a\%$, iar $\Delta U_{a\,adm}\% = 0{,}8\,\Delta U\%$.

Pe baza relației (2.9) s-au construit diagramele din figura 3.

3. OBSERVAȚII ȘI CONCLUZII

3.1. Din diagrama 3 se constată că lungimile maxime admise pentru cablurile destinate instalației de forță sînt mult mai mari decît lungimile reale de pe navă. De pildă, pentru destinațiile uzuale cuprinse între 1 și 1,5 A/mm^2, la un factor de putere curent adoptat $\cos\varphi = 0{,}8$, lungimea maximă admisă variază între 440 și 300 mm. Or, pentru cea mai mare navă construită pînă în prezent, mineralierul de 10 000—12 500 tdw, lungimea cea mai mare de cablu a fost 110 m. Ca atare, verificarea căderii de tensiune pentru cablurile instalației de forță nu este necesară.

3.2. Toate considerațiile făcute sînt valabile și în cazul cablurilor care urmează să fie folosite în regim intermitent (durată de acționare 40%) sau în regim de scurtă durată, cu observația că sarcinile pe care le vor suporta aceste cabluri vor fi multiplicate cu coeficienții de corecție dați în tabela 2a, STAS 4639—68.

3.3. Metodele prezentate sînt valabile pentru construirea nomogramelor utilizate la dimensionarea și la verificarea conductelor destinate oricărui tip de rețea concentrată.

Trebuie avută în vedere o alegere judicioasă a scării de reprezentare, pentru a îngloba pe o suprafață cît mai mică o gamă completă de secțiuni.

BIBLIOGRAFIE

1. Solomatin V. M., Spravocinik electromehanika i electrika sudna, Moskva, 1962.
2. STAS 4639—68, Cabluri electrice navale.

I. S. GHEORGHIU și AL. S. FRANSUA, *Tratat de mașini electrice*, vol. III, *Mașini asincrone*, București, Edit. Academiei, 1971, 534 p., 267 fig. 28 ref. bibl.

În continuarea celor expuse în volumele I și II, în acest al treilea volum autorii acad. I. S. Gheorghiu și prof. Al. Fransua se ocupă de problemele teoriei mașinilor asincrone. Lucrarea constituie o reușită deplină, realizîndu-se o tratare unitară și completă a tuturor problemelor referitoare la mașinile asincrone.

În prima parte (cap. 1 și 2) sînt abordate problemele referitoare la cîmpurile magnetice din mașinile de curent alternativ, pulsatorii în cazul înfășurărilor monofazate și învîrtitoare în cazul înfășurărilor polifazate. Se remarcă prezentarea foarte interesantă a cîmpurilor magnetice din mașinile de curent alternativ, pornind de la valoarea densității liniare a solenației inductoare. Concluziile teoretice, expuse foarte clar, sînt însoțite de numeroase figuri, care contribuie la înțelegerea completă a fenomenelor fizice din mașină.

Un întreg capitol (cap. 3) este dedicat problemelor privind tensiunile electromotoare induse în înfășurările mașinilor asincrone și cuplul electromagnetic.

Un alt capitol, al patrulea, se referă la reacția indusului și inductivitățile ciclice ale acestor mașini.

Într-un capitol separat (cap. 5), autorii descriu principalele elemente constructive ale motoarelor asincrone, ele fiind principalul mijloc utilizat în practică pentru transformarea energiei electrice în lucru mecanic.

Mașina asincronă poate funcționa stabil în trei regimuri: de motor, de generator și de frînă. Autorii precizează condițiile și modul de funcționare a mașinilor asincrone în aceste regimuri în capitolul 6.

Un loc important în cadrul tratatului (cap. 7) îl ocupă ecuațiile funcționale ale mașinii asincrone. Ele sînt deduse atît în cadrul teoriei fizice, cît și în cadrul teoriei tehnice pentru regimul staționar de funcționare ca motor. Pentru stabilirea ecuațiilor de funcționare în regimuri oarecare, tranzitorii electromagnetice și mecanice, se utilizează transformările Lyon și Blondel-Park ale mărimilor variabile.

Pe baza rezultatelor teoretice obținute, în capitolul următor (cap. 8) sînt alcătuite schemele echivalente ale motorului asincron cu rotorul bobinat.

În proiectarea mașinilor electrice prezintă totdeauna importanță calculul parametrilor. Autorii au introdus în prezentul tratat un capitol (cap. 9) în care se deduc expresiile de calcul ale parametrilor mașinii asincrone cu rotor bobinat.

În continuare (cap. 10) se deduc expresiile de calcul pentru caracteristicile de funcționare ale motorului asincron cu rotorul bobinat.

Pe baza schemelor echivalente și a ecuațiilor funcționale se demonstrează într-un alt capitol (11), construcția diagramei cercului și utilizarea acesteia pentru deducerea caracteris-

ticilor de funcţionare. Se fac şi referiri cu privire la precizia studiului motorului asincron trifazat cu ajutorul diagramei cercului.

Încercările motorului asincron trifazat şi construcţia diagramei cercului pe baza datelor experimentale fac obiectul capitolului 12.

În capitolele 13— 15 sînt luate în studiu motoarele asincrone trifazate cu rotorul în scurtcircuit, avînd colivie obişnuită, cu bare înalte şi cu colivie dublă.

În alte două capitole, 16 şi 17, se dau detalii privind pornirea şi inversarea sensului de rotire la motoarele asincrone trifazate şi reglarea vitezei acestora.

Maşina asincronă poate fi utilizată în aplicaţiile practice şi în regim de generator. Condiţiile de funcţionare în acest regim sînt studiate în capitolul 18.

Regimul de frînă, în care de asemenea poate funcţiona maşina asincronă, face obiectul capitolului 19. Sînt studiate toate procedeele cunoscute în literatură pentru realizarea acesteia.

În exploatare se produc adeseori abateri ale tensiunii şi ale frecvenţei de la valorile nominale sau uneori maşini calculate pentru anumite valori nominale sînt folosite la valori diferite ale tensiunii sau frecvenţei în funcţie de reţeaua avută la dispoziţie. Funcţionarea motorului asincron trifazat în aceste condiţii şi influenţa acestor abateri asupra caracteristicilor de funcţionare fac obiectul capitolului 20.

Unele regimuri speciale de funcţionare ale maşinii asincrone sînt descrise în capitolul 21. Astfel sînt prezentate: funcţionarea maşinii asincrone ca motor asincron sincronizat cu alimentare rotorică, cu rotor monofazat cu alimentare dublă, funcţionarea în arbore electric, regulatorul de inducţie, maşina asincronă cu stator arc, cupla electromagnetică cu alunecare.

Deşi de nedorit, funcţionarea motorului asincron în regimuri nesimetrice apare deseori în practică. Studiul funcţionării în aceste cazuri şi influenţa asupra caracteristicilor sînt abordate în capitolul 22.

Funcţionarea în regim tranzitoriu, însoţită de cîteva asemenea exemple mai des întîlnite, face obiectul capitolului 23.

Datorită armonicilor fluxului şi curentului, apar cupluri electromagnetice suplimentare, care în anumite condiţii deranjează sau fac imposibilă funcţionarea motoarelor asincrone. Factorii care duc la apariţia acestora sînt descrişi în capitolului 24. Se stabilesc principiile şi condiţiile pentru suprimarea sau reducerea convenabilă a acestora.

În ultimele patru capitole, 25—28, autorii descriu cîteva tipuri speciale de maşini asincrone: motorul asincron monofazat, unele servomotoare asincrone, selsinele şi motoarele liniare. Utilizarea servomotoarelor şi a selsinelor în automatizări şi telecomenzi necesită un studiu aprofundat al acestora, stabilirea ecuaţiilor de funcţionare şi a funcţiilor de transfer, probleme abordate de autori în acest volum. Motoarele liniare, în ultima vreme, sînt privite cu un interes crescînd, avînd principalele aplicaţii în tracţiunea electrică sau în realizarea de pompe electromagnetice în metalurgie sau tehnica nucleară. Studiul acestora a fost de asemenea cuprins în volum (cap. 28).

Bibliografia indicată la sfîrşitul volumului cuprinde cele mai reprezentative lucrări de specialitate din literatura românească şi străină.

Se remarcă în prezentul tratat multe contribuţii originale ale autorilor, rod al îndelungatei lor activităţi de cercetare în domeniul maşinilor electrice. De asemenea sînt cuprinse rezultatele unor cercetări recente din ţară şi din străinătate în acest domeniu.

Modul de tratare unitară şi la un nivel corespunzător a problemelor, variate şi complexe, ale maşinilor asincrone face ca acest tratat să fie o carte utilă tuturor acelora care se ocupă de studiul, proiectarea sau utilizarea maşinilor asincrone.

Aurel Dobraniş

A. P. SAGE și J. L. MELSA, *Estimation theory with applications to communications and control* (Teoria estimării cu aplicații în comunicații și reglare), McGraw-Hill Book Co., 1971, 529 p.

Lucrarea profesorilor Sage și Melsa constituie, fără îndoială, o valoroasă monografie în domeniul teoriei estimării și aplicațiilor ei, una dintre puținele existente în acest domeniu vast și dificil de abordat. Intenția declarată a autorilor este de a elabora un text adresat inginerilor din domeniile comunicații și automatică, lăsînd de cele mai multe ori la o parte riguroziatea matematică excesivă și insistînd asupra conceptelor de bază și metodelor utilizate, deziderat satisfăcut cu prisosință. Majoritatea materialului prezentat în lucrare face obiectul unui curs de specialitate, predat de autori la Information and Control Sciences Center, Southern Methodist University, Dallas. Trebuie subliniat faptul că autorii posedă, pe lîngă o bogată experiență pedagogică, și o vastă experiență în cercetare, fiind autori a numeroase articole originale în domeniul tratat.

Estimarea este strîns legată de noțiunea de informație. Problema estimării derivă din necesitatea de a găsi o modalitate cît mai bună, pentru ca pe baza informațiilor obținute din observații să se ia o decizie în procesul studiat. Estimarea joacă un rol foarte important în toate problemele inginerești care se bazează pe prelucrarea datelor. În comunicații are o deosebită importanță determinarea caracteristicilor mesajelor transmise, plecînd de la cunoașterea semnalelor primite perturbate. În teoria reglării automate este necesar calculul comenzii optimale ce trebuie aplicată procesului studiat, ținînd seama de observațiile pe care le avem la dispoziție.

Pentru a aplica metodele teoriei estimării la o problemă concretă inginerească, această problemă trebuie să fie exprimată într-un limbaj matematic adecvat, și anume limbajul proceselor probabilistice și stohastice. După un studiu general al proceselor probabilistice și stohastice se trece la analizarea metodelor teoriei estimării și a aplicațiilor lor la problemele concrete de comunicații și comandă. Scopul urmărit este de a elabora algoritmi de calcul eficienți în procesul de estimare.

Materialul prezentat în lucrare este organizat în nouă capitole, nouă anexe, bibliografie și indice de subiecte. În capitolul introductiv se trece în revistă conținutul monografiei și se dau indicații asupra utilizării materialului.

Capitolul 2 constituie o concisă prezentare a unor elemente de teorie a probabilităților care vor fi utilizate în capitolele următoare.

În capitolul 3 se pune accentul pe procesele aleatoare; sînt date toate noțiunile importante legate de aceste procese.

Capitolul 4 este destinat studierii proceselor Gauss-Markov și a ecuațiilor diferențiale stohastice. În primele paragrafe ale capitolului sînt examinate procesele Gauss-Markov în sisteme liniare, trecîndu-se apoi la procesele aleatoare în sisteme neliniare. Este prezentat calculul stohastic Itô, deducerea ecuației diferențiale Fokker-Planck și soluția aproximativă.

În capitolul 5, intitulat „Teoria deciziei", se subliniază similitudinea și conexiunea dintre conceptele de estimare și detecție (denumită uneori decizie). Se tratează cazul semnalelor cunoscute și aleatoare peste care se suprapun zgomote pentru decizii cu o singură observație, cu observații multiple sau decizii cu ipoteze multiple. O atenție deosebită se acordă teoriei deciziei secvențiale, cu particularizări pentru modele clasice.

Capitolul 6 este rezervat principalelor aspecte legate de estimarea stării și a parametrilor. Teoria estimării Bayes este dată ca o consecință a teoriei deciziei din capitolul 5. De asemenea se prezintă problema determinării estimatorului liniar optim pe baza lemei proiecției ortogonale și a ecuației Wiener-Hopf. În final se examinează estimarea pe baza metodei celor mai mici patrate cînd nu se cunoaște statistica semnalului și a zgomotului.

Capitolul 7, „Filtre liniare optimale", consideră soluția problemei estimării dată de Kalman-Bucy ca extindere a lucrărilor lui Wiener, conducînd la așa-numitele filtre Kalman. Se dau algoritimi atît pentru cazul continuu, cît și pentru cazul discret. De remarcat faptul că deducerea algoritmului filtrului Kalman se face prin metode diverse.

Capitolul 8 este consacrat unor extinderi ale filtrului liniar optim, dat în capitolul 7. Algoritmii filtrului Kalman sînt utilizați la problema prezicerii și a filtrălrii. În ultimele paragrafe se ia în considerare efectul erorilor în modelarea proceselor sau în statistica semnalelor și convergența estimării realizate.

Lucrarea se încheie cu capitolul 9, destinat problemelor estimării neliniare. În acest capitol sînt prezentate și unele rezultate originale ale autorilor.

În prima anexă se demonstrează o lemă în legătură cu inversarea unei matrice, iar a doua anexă prezintă cîteva rezultate din teoria optimizării. Bogata bibliografie indicată la sfîrșitul volumului cuprinde cele mai importante lucrări de specialitate, articole și lucrări, fiecărei referințe bibliografice specificîndu-i-se utilitatea în raport cu capitolele și cu paragrafele cărții.

Trebuie evidențiat în mod deosebit stilul atractiv și clar în care este scris întregul material. Pentru ușurința înțelegerii problemelor abordate, autorii au inclus numeroase exemple foarte bine alese și exerciții propuse spre rezolvare cititorului. Prin toate aceste calități, volumul se impune ca o lucrare de certă valoare. Deoarece în literatura română de specialitate nu există nici o lucrare în acest domeniu, traducerea acestei cărți ar fi cît se poate de utilă.

L. Lupaș

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES" SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE, TOM. 16, NR. 3, 1971

A. ȚUGULEA, AL. TIMOTIN

621.3.017.22

Rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie a unei bobine cu miez masiv de secțiune dreptunghiulară

Se calculează parametrii tranzitorii $r(t)$ și $l(t)$ pentru o bobină toroidală cu miez conductor masiv de secțiune dreptunghiulară. Se analizează comportarea acestor parametri la valori mari și mici ale timpului și se dau curbele lor de variație în timp.

M. VASILIU

621.372.061 : 62.52

Răspunsul de regim periodic permanent la excitații unde dreptunghiulare

Se tratează particularitățile determinării răspunsului de regim periodic permanent în sisteme liniare invariante în timp la excitații unde dreptunghiulare printr-o metodă operațională bazată pe funcția de transfer. Se descriu răspunsurile la unda dreptunghiulară simetrică, nesimetrică și la trenul de impulsii rectangulare periodice. Rezultatele sînt generalizate pentru o excitație periodică descrisă în intervalul unei perioade prin funcție-treaptă.

C. I. MOCANU

621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

Schemele canonice echivalente ale bobinei cu pierderi suplimentare tranzitorii

Bobinele cu pierderi suplimentare în miezul magnetic considerat liniar sînt caracterizate în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente, avînd rezistențe și inductanțe constante. Schemele avînd elemente conectate în paralele P, în serie S și în lanț C sînt independente de

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 691—693, 1971

modul de excitație a curentului în bobină. Se studiază regimul tranzitoriu al bobinei cu ajutorul schemelor echivalente.

N. CRISTEA, GH. COSTACHE

621.3.011.1 ; 538.542 ; 537.226.3

Calculul parametrilor tranzitorii longitudinali pentru o linie ecranată plasată într-un mediu feromagnetic

În această lucrare sînt calculați parametrii tranzitorii longitudinali ai unei linii bifilare ecranate, situată într-o incintă cilindrică practicată într-un mediu feromagnetic.

Presupunînd curenți induși în ecran distribuiți superficial, conductoarele liniei filiforme și utilizînd ipoteza simplificatoare $\mu_r \to \infty$ pentru mediul feromagnetic, sînt calculate rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie pe unitatea de lungime.

Rezultatele obținute sînt date sub forma unor funcții universale, în care variabila timp este raportată la constanta de timp specifică pătrunderii cîmpului electromagnetic în ecran.

Sînt date de asemenea relații de calcul ale acestor parametri în cazul liniei formate din conductoare masive, ținînd cont de efectul de proximitate tranzitoriu și de nefiliformitaea conductoarelor.

ADRIAN CUPȘA

621.3.011.3 : 621.316.935.3

Calculul inductivității unei bobine cu întrefier variabil

Lucrarea urmărește calculul inductivității unei bobine dispuse pe un circuit magnetic cu simetrie cilindrică și întrefier variabil. Plecînd de la cîteva ipoteze simplificatoare plauzibile, soluția problemei este obținută prin integrarea ecuațiilor cîmpului magnetic cvasistaționar în mai multe domenii distincte. Rezultatele obținute se dau sub formă de curbe și se compară cu cele obținute în mod uzual pe o cale mai aproximativă.

C. A. VASILESCU

Folosirea energiei gazelor de evacuare pentru răcirea cu aer a motoarelor cu ardere internă

Creșterea randamentului motoarelor cu ardere internă se poate realiza și prin recuperarea unei părți din energia conținută în gazele de ardere, propunîndu-se în acest scop folosirea acestei energii pentru a antrena aerul de răcire al motorului prin intermediul unui compresor cu jet care să lucreze cu un coeficient de injecție ridicat, dar cu un raport de comprimare

redus. Se dau rezultate experimentale în ceea ce privește atît funcționarea, cît și construcția unui asemenea aparat. Se dă metoda de calcul pentru stabilirea valorii optime a contrapresiunii în conducta de evacuare a motorului.

ECATERINA ARIE, MIHAI BOTGROS

620.9 : 621.311.1

Procedee de programare dinamică și scheme echivalente folosite în planificarea pe termen lung a unui ansamblu de centrale electrice

Se prezintă principiile și schemele logice ale unui program prin care se deduce o evoluție structurală a centralelor sistemului electroenergetic pe baza metodei programării dinamice. Pentru a armoniza cele două cerințe contradictorii, a modelării realiste și a economiei în solicitarea mijloacelor de calcul, au fost preluate unele procedee simplificatoare din metoda analizei nodale DIMO, iar pentru sugerarea procedeelor de calcul și a sensibilității rezultatelor cu datele primare s-au folosit concepte figurative ale metodei analizei nodale.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista ,,Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică'' publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri în limba română, şi la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU

536.8

CONSIDERAȚII ASUPRA POSIBILITĂȚILOR DE PREDETERMINARE A REGIMULUI AERODINAMIC ȘI TERMIC DINTR-UN FOCAR-CICLON CU AJUTORUL MODELĂRII IZOTERMICE

Se predetermină în linii generale aspectul aerodinamic al gazelor de ardere dintr-un focar ciclon industrial, similar cu modelul, în baza cercetărilor experimentale efectuate pe un model de focar ciclon izotermic monofazic.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 475—482, 1971

D. GRECOV, I. MINEA, EL. DĂMĂCEANU, V. MOCEAROV

662.61

ARDEREA DIFUZIVĂ A CARBONULUI DEPUS ÎN STRAT POROS CU APLICAȚII LA PROCESUL DE REGENERARE AL CATALIZATORILOR

Se analizează factorii care influențează temperatura maximă în strat și durata ciclului de regenerare, proces în care are loc arderea difuzivă a carbonului depus în porii catalizatorului.

Regenerarea catalizatorului are loc în prezența unui amestec de abur supraîncălzit-aer, în așa fel încît temperatura în strat să nu depășească o temperatură maximă la care are loc degradarea catalizatorului. Pe baza relațiilor obținute se pot calcula timpul procesului de regenerare și compoziția optimă a amestecului abur-aer.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 483—492, 1971

C. COROIU

662.611.661

PROCESE DE USCARE LA ARDEREA PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

Se studiază procesele de uscare ale particulelor de combustibili solizi în condițiile participării acestora la procesele de ardere, luîndu-se în considerație și procesele simultane de oxidare și de piroliză.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 493—512, 1971

I. MĂRĂCINEANU

536 : 621.1

UTILIZAREA ALGEBREI LINIARE ȘI ANALIZEI DIMENSIONALE LA STUDIUL CURGERILOR VÎSCOASE PERMANENTE CU SCHIMB DE CĂLDURĂ

Se expune modul general de aplicare a metodelor algebrice în stabilirea complecșilor adimensionali caracteristici curgerilor cu transfer de căldură. Plecînd de la mărimile fizice caracteristice ale fenomenului studiat, invarianții căutați rezultă sub forma unui sistem fundamental de soluții. Se exemplifică modul de lucru pe o curgere cu schimb de căldură prin rețele de palete și se pun în evidență complecși adimensionali specifici acestui gen de procese.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 513—523, 1971

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER

621.53 : 532.5

SISTEME POLIFAZICE ÎN MIŞCARE. APLICAŢIE LA ANTRENAREA PRIN COMPRESOARE CU JET A FLUIDELOR PETROLIERE

Se analizează modul de calcul a compresoarelor cu jet care funcţionează cu fluide petroliere, fluide alcătuite din amestecuri de gaze (considerate gaze reale), fază lichidă în echilibru cu vaporii săi, suspensie solidă. Se studiază două cazuri : absenţa schimbului de masă între cele două faze şi evoluţii pe care lichidul vaporizează sau vaporii condensează. În încheiere se prezintă o serie de rezultate experimentale obţinute pe un compresor cu jet montat la un banc de probe.

St. cerc. energ. electr., tom 21. nr. 3, p. 525—543, 1971

B. POPA

621.694

DISTRIBUŢIA PRESIUNII STATICE DIN CAMERA INJECTORULUI TURBIONAR. DEPENDENŢA DE NUMĂRUL ORIFICIILOR DE INTRARE ŞI DE CRITERIUL REYNOLDS

Se demonstrează că numărul de orificii tangenţiale influenţează în mică măsură cîmpul de presiune pe peretele camerei, precizîndu-se dependenţa căderii de presiune prin orificii de criteriul Re_i şi de caracteristica A a injectorului cu cameră de turbionare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 545—551, 1971

ШТ. СТЕРИЕ

533.6

ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЕРЕД КОНФУЗОРНОЙ ЛОПАТОЧНОЙ РЕШЕТКОЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ

Определение потери энергии в лопаточной решетке представляет интерес для выбора формы профиля и типа решетки.

Интенсивность турбулентности перед решеткой в случае неразрывных течений влияет в большой степени на толщину пограничного слоя, следовательно, и на потерю энергии в решетке.

Приводятся данные о распределении интенсивности турбулентности перед лопаточной решеткой и влияние на положение переходной зоны течения на профиле в случае, когда течение вначале считается ламинарным.

St. cerc. energ. electr., tom. 21 nr. 3, p. 553—559, 1971

C. A. VASILESCU, N. STOICA

DISTRIBUŢIA TEMPERATURII ŞI CONCENTRAŢIEI DE PRODUŞI POLUANŢI ÎN CAMERA DE ARDERE A MOTORULUI CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

Se prezintă o metodă de calcul a arderii în motorul cu aprindere prin scînteie care ţine seama de comportarea reală a gazelor, de fenomenul de disociere, de arhitectura camerei de ardere şi de transferul de căldură la pereţi, metodă care permite studierea evoluţiei în timp a temperaturii şi a compoziţiei gazelor în fiecare punct al cilindrului, punîndu-se în evidenţă neuniformitatea termică şi chimică în gazele aflate în cilindru în timpul arderii şi destinderii.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 561—585, 1971

I. NISTOR, C. PANAITESCU

662.7

TRANSFORMĂRI STRUCTURALE LA OBȚINEREA COCSULUI BRICHETE PRIN TRATAMENT TERMOCHIMIC

În vederea cunoașterii mai aprofundate a transformărilor care au loc în cursul tratamentului termochimic pentru obținerea cocsului brichete, au fost efectuate o serie de determinări fizico-chimice și studii microscopice.

Acestea au permis stabilirea unei diferențieri structurale evolutive, cu transformarea liantului în funcție de condițiile tratamentului termochimic și a unei metode pentru determinarea gradului de oxidare a cocsului brichete — extracția cu tetraclorură de carbon — ca măsură directă a transformărilor structurale ale liantului.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 587—596, 1971

P. OPRIȘAN

621.313.323.018.6 : 621.313.323.015.2

CU PRIVIRE LA FUNCȚIONAREA MOTOARELOR SINCRONE ÎN REGIM DE OSCILAȚII FORȚATE ȘI VARIAȚII ALE TENSIUNII DE ALIMENTARE

Se prezintă unele considerații teoretice asupra funcționării motorului sincron în regim de oscilații forțate, analizîndu-se în continuare comportarea mașinii în cazul variației tensiunii de borne. Se precizează limita inferioară a tensiunii pentru care funcționarea mașinii mai este posibilă.

Calculele efectuate cu ajutorul modelului analogic sînt comparate și confirmate de determinări analitice și experimentale.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 629—644, 1971

G. MARGA, D. STOIA

621.3.016.351.352

ÎMBUNĂTĂȚIREA STABILITĂȚII STATICE ȘI DINAMICE A ARBORELUI ELECTRIC PRIN INTRODUCEREA CONDENSATOARELOR ÎN CIRCUITELE STATOARELOR MOTOARELOR PRINCIPALE

Motorul principal de antrenare are o influență mare asupra stabilității statice și dinamice a arborelui electric.

Prin introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale se obține o mărire a cuplului electromagnetic și a coeficientului de amortizare. Simultan se obține o mărire a domeniului alunecării pentru care coeficientul de amortizare rămîne pozitiv. Curenții mari la alunecări mari impun, la instalații cu arbore electric cu porniri dese, introducerea rezistențelor suplimentare rotorice.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 645—658, 1971

L. LUPAȘ

ASUPRA APRECIERII PERFORMANȚELOR UNOR CLASE DE COMENZI SUBOPTIMALE

În lucrarea de față se prezintă condiții suficiente care conduc la compararea performanțelor realizate de o anumită clasă de comenzi suboptimale liniare, luînd în considerare un sistem liniar cu două criterii pătratice. Se studiază atît cazul a două comenzi suboptimale liniare distincte, cît și cazul aceleiași comenzi suboptimale. Teoremele și consecințele demonstrate își găsesc utilitatea la evaluarea gradului de deteriorare a performanței unui sistem liniar cu criteriu pătratic cînd se modifică criteriul de performanță. Rezultatele obținute pot fi aplicate la analiza și la sinteza sistemelor suboptimale din clasele considerate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 659—665, 1971

I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU

536.8

CONSIDÉRATIONS SUR LA POSSIBILITÉ DE DÉTERMINER LE RÉGIME AÉRODYNAMIQUE ET THERMIQUE DANS UN FOYER CYCLONE À L'AIDE D'UN MODÈLE ISOTHERME

On détermine d'une manière théorique l'aspect aérodynamique général du gaz dans un foyer cyclone industriel, à l'aide des recherches expérimentales faites sur un modèle de foyer cyclone isotherme et monophasé.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 445—452, 1971

D. GRECOV, I. MINEA, EL. DĂMĂCEANU, V. MOCEAROV

662.61

DIFFUSIVE VERBRENNUNG DES IN PORÖSER SCHICHT AUFLIEGENDER KOHLENSTOFFES, ANWENDUNG IM FALLE DES REGENERIERUNGSVERFAHRENS DER KATALYSATOREN

Es werden die Faktoren analysiert, die die höchste Temperatur in der Schicht so wie die Zeitdauer des Regenerierungszyklus beeinflussen ; während dem Zyklus findet die diffusive Verbrennung des in den Katalysatorporen abgelegten Kohlenstoffes statt.

Die Regenerierung des Katalysators findet in Anwesenheit eines Gemisches überhitzer Dampfluft statt, so daβ die Temperatur in der Schicht keine Maximaltemperatur überschreitet bei der Katalysator verdirbt. Auf Grund der Formeln, die vorgelegt werden, kann man die Dauer des Regenerierungsprozesses so wie die Optimalzusammensetzung des Dampf-Luftgemisches erreichen.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 483—492, 1971

C. COROIU

622.611.660

PROCESSUS DE SÉCHAGE POUR LA COMBUSTION DES PARTICULES DE COMBUSTIBLES SOLIDES

L'auteur présente les résultats de ses recherches sur les processus de séchage des particules de combustibles solides associées au processus de combustion, considérant en même temps les processus simultanés d'oxydation et de pyrolyse.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 493—512, 1971

I. MĂRĂCINEANU

536 : 621.1

L'EMPLOI DE L'ALGÈBRE LINÉAIRE ET DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE À L'ÉTUDE DES ÉCOULEMENTS VISQUEUX PERMANENTS AVEC TRANSFERT DE CHALEUR

On expose la manière générale d'application des méthodes algébriques à l'établissement des invariants qui caractérisent les écoulements avec transfort de chaleur. A partir des grandeurs physiques caractéristiques du phénomène étudié, les invariants cherchés résultent sous la forme d'un système fondamental des solutions. La manière de travail est illustrée en utilisant un écoulement avec transfert de chaleur à travers une grille d'aubes, mettant en évidences des critérium originaux, spécifiques de ce genre des phénomènes.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 513—523, 1971

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER

621.53 : 532.5

SYSTÈMES POLYPHASÉS EN MOUVEMENT : APPLICATIONS À L'ENTRAÎNEMENT PAR ÉJECTEURS DES FLUIDES PÉTROLIERS

On présente le calcul des éjecteurs qui entraînent des fluides pétroliers, fluides composés de mélanges de gaz (considérés comme des gaz réels), phase liquide en équilibre avec ses vapeurs, suspensions solides. On étudie deux cas : évolutions en l'absence d'échange de masse entre les deux phases et évolutions qui comprennent la vaporisation du liquide ou la condensation des vapeurs. On présente à la fin une série de résultats expérimentaux obtenus avec un éjecteur expérimental.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 525—543., 1971

B. POPA

621.694

THE STATIC PRESSURE DISTRIBUTION IN THE ATOMIZER SWIRLCHAMBER. INFLUENCE OF THE NUMBER OF INLET ORIFICES AND OF THE REYNOLD'S CRITERION

The knowledge of the pressure field provides the possibility of the determination of pressure drop through tangential orifices. Likewise, the finding of pressure field spectrum could serve for the estimation of the air vortex near the frontal lower wall of the chamber. The pressure values in the chamber have an influence on the recirculation process, too. The experimental work has proved that the number of tangential orifices insignificantly influences the pressure field on the chamber wall. Meanwhile, the dependence of the pressure drop through orifices on the criterion Re_t and the characteristic A are indicated.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 545—551, 1971

ШТ. СТЕРИЕ

533.6.

ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЕРЕД КОНФУЗОРНОЙ ЛОПАТОЧНОЙ РЕШЕТКОЙ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ

Определение потери энергии в лопаточной решетке представляет интерес для выбора формы профиля и типа решетки.

Интенсивность турбулентности перед решеткой в случае неразрывных течений влияет в большой степени на толщину пограничного слоя, следовательно, и на потерю энергии в решетке.

Приводятся данные о распределении интенсивности турбулентности перед лопаточной решеткой и влияние на положение переходной зоны течения на профиле в случае, когда течение вначале считается ламинарным.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 553—559, 1971

C. A. VASILESCU, N. STOICA

621.43.01

DISTRIBUTION DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA CONCENTRATION DES PRODUITS POLLUANTS DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION DU MOTEUR À ALLUMAGE PAR ÉTINCELLE

On présente une méthode de calcul de la combustion dans le moteur à allumage par étincelle qui tient compte du comportement réel des gaz, du phénomène de dissociation thermique, de l'architecture de la chambre de combustion ,du transfert de chaleur et qui permet l'étude de l'évolution de la température et de la composition des gaz en chaque moment et en chaque point du cylindre.

On met en évidence la non-uniformité thermique et chimique qui existe dans le cylindre du moteur à allumage par étincelle ; on peut calculer la quantité des produits polluants dans les gaz de combustion et on peut apprécier la tendance à la détonation du moteur et les sollicitations thermiques du piston.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 561—585, 1971

I. NISTOR, C. PANAITESCU

662.7

STRUCTURAL TRANSFORMATIONS DURING THE OBTAINING OF COKE BRIQUETTES BY THERMOCHEMICAL TREATMENT

In view of a better knowledge of the transformations taking place during the thermochemical treatment for obtaining coke briquettes a series of physico-chemical determinations and microscope studies have been carried out. Their correlation permitted the explanation of some phenomena previously observed, such as obtaining of high mechanical strength, decrease of the volatile matter percent and of condensable products resulting from cracking. A progressive structural differentiation was also established with the change of the binding, function of the conditions of the termochemical treatment. The studies carried out permitted to establish a method for the estimation of the degree of oxidation of coke briquettes.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 587—596, 1971

P. OPRIȘAN

621.313.323.018.6 : 621.313.323.015.2

ÜBER DAS BETRIEBSVERHALTEN DES SYNCHRONMOTORS BEI ERZWUNGENEN SCHWINGUNGEN UND BEI NETZSPANNUNGSÄNDERUNGEN

Es werden einige theoretische Betrachtungen über den Betrieb des Synchronmotors mit erzwungenen Läuferschwingungen angestellt, sowie das Verhalten der Maschine bei Klemmenspannungsänderungen untersucht. Es wird die untere Spannungsgrenze, bei der ein Betrieb der Maschine noch möglich ist, angegeben.

Die auf einem Analogrechner gewonnenen Ergebnisse werden mit analytischen Berechnungen und experimentellen Bestimmungen verglichen und durch diese bestätigt.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 621—636, 1971

G. MARGA, S. STOIA

621.3.016.351.352

L'AMÉLIORATION DE LA STABILITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE DE L'ARBRE ÉLECTRIQUE PAR L'INTRODUCTION DES CONDENSATEURS DANS LES CIRCUITS DES STATORS DES MOTEURS PRINCIPAUX D'ENTRAÎNEMENT

Le moteur principal d'entraînement a une forte influence sur la stabilité statique et dynamique de l'arbre électrique. A l'introduction des condensateurs dans les circuits des stators des moteurs principaux on obtient l'augmentation du couple électromagnétique et du coefficient d'amortissement. En mème temps on obtient l'augmentation du coefficient d'amortissement à une domaine élargi du glissement. Par l'utilisation des résistances supplémentaires on peut diminuer les courants des stators des moteurs principaux qui correspondent aux grands glissements.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 653—666, 1971

L. LUPAȘ

ON THE PERFORMANCES OF A CLASS OF SUBOPTIMAL CONTROLS

The paper provides sufficient conditions leading to a comparison of the performances carried out by a class of linear suboptimal controls when a linear system with two quadratic criteria is considered. Both the case of two distinct linear suboptimal controls and that of the same suboptimal control are studied. The theorems demonstrated and corollaries prove useful in evaluating the deterioration of the performance of a linear system with a quadratic criterion when the performance criterion is modified. The results obtained can be used for analysing and synthetising the suboprimal systems of the class considered.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 3, p. 667—673, 1971

ED. RĂDĂCEANU, AL. TEODORESCU

ASUPRA CONDUCERII IERARHIZATE DESCENTRALIZATE A SISTEMELOR COMPLEXE

În lucrare se discută problema conducerii satisfăcătoare a sistemelor complexe liniare prin descentralizare și ierarhizare.

Descentralizarea se obține prin descompunerea sistemului mare pe subsisteme și dispunerea blocurilor de decizie pe mai multe nivele, cu funcțiuni diferite, în așa fel încît conducerea satisfăcătoare a subsistemelor să implice conducerea satisfăcătoare a sistemului mare, în raport cu un indice de performanță dat. Se va examina problema Kalman-Letov, indicîndu-se algoritmul și rezultatele obținute pe calculator pentru un sistem de ord. 2 condus pe subsisteme.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 2, p. 667—680, 1971

1971 DEC 2 1

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. V. GHIA, **Recirculaţia gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicaţii industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 238 p., 16,50 lei.

D. F. LĂZĂROIU, **Maşini electrice cu inerţie redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoşi**, 1969, 268 p. 22 lei.

CONSTANTIN ŞORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii şi arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de şoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU şi AL. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafaţă la metale şi aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p. 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

I. P. Informaţia c. 2526

43 821

Lei 40.—

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom. 21, Nr. 4, p. 695—1028, Bucureşti, 1971

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar științific de redacție*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Întreprinderea de comerț exterior — LIBRI", Căsuța poștală 134—135 (Calea Victoriei 126), București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 21, nr. 4 1971

SUMAR

Pag.

Economie energetică

AL. PAP, Conducerea operativă unitară a aprovizionării cu combustibili a economiei naţionale 697
SORA MANEA, N. LICIU, Prognoza consumului de energie electrică prin comparaţie cu alte ţări 713

Termoenergetică şi termotehnică

C. COROIU, Procese pirolitice la arderea particulelor de combustibili solizi. 731
V. GHIA, N. LEMNEANU, C. JIANU, Cercetări pe machete în vederea ameliorării performanţelor arzătoarelor 749
L. COSTEA, D. SECARĂ, Contribuţii la calculul caracteristicilor de debit ale pulverizatoarelor cu cameră de turbionare şi retur periferic 759
B. BARBESCU, O metodă pentru calculul regimului de curgere prin turbina cu impuls a motorului Diesel supraalimentat 767
N. STOICA, Asupra unui optim al dimensiunilor geometrice ale camerelor de ardere în piston 779

Electroenergetică şi electrotehnică

A. TIMOTIN, I. R. CIRIC, Asupra interacţiunii unui magnet situat într-un fluid cu cîmp exterior 793
C. I. MOCANU, Schemele canonice PSL ale plăcii şi ale conductoarelor cilindrice circulare, masiv şi cav, la efect pelicular tranzitoriu 807
C. I. MOCANU, Efectul de proximitate tranzitoriu între două plăci dreptunghiulare paralele 831
F. SPINEI, Regimul permanent al circuitelor cu elemente neinerţiale cu caracteristici liniarizate pe porţiuni, la tensiuni sinusoidale 851
W. SZABO, Contribuţii privind determinarea experimentală a caracteristicilor materialelor feromagnetice în curent alternativ 873
CAROL SAAL, Comportarea în sarcină a unor oscilomotoare sincrone 891

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 695—1028, 1971

Pag.

E. DÎMBOIU, B. BIDIAN, Studiul armonicilor de spațiu la motoarele liniare cu cîmp mobil 907
M. PREDA, P. CRISTEA, Rezolvarea problemei interconectării rețelelor electrice cu ajutorul matricei de incidență arbore-coarbore 923
G. DRĂGAN, D. CRISTESCU, Asupra protecției posturilor de transformare cu ajutorul descărcătoarelor tubulare sau eclatoarelor de protecție 941
CRISTOFOR VASILIU, Cvadripolul simetric în punte dezechilibrat 961
AL. GHIȚĂ, Influența funcționării cu intermitență asupra siguranței în funcționare. . 973
P. CONSTANTIN, Sinteza funcției de transfer a calculatoarelor numerice specializate pentru corecția sistemelor automate numerice optimale 987
M. VARTOLOMEI, Asupra unor metode de elaborare a algoritmilor de conducere prin calculator 999

Note

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, Modulul de elasticitate al combustibililor obținuți din țiței 1011

Recenzii 1017

Material documentar 1023

Index 1025

CONDUCEREA OPERATIVĂ UNITARĂ A APROVIZIONĂRII CU COMBUSTIBILI A ECONOMIEI NAȚIONALE

DE

AL. PAP

620.9 : 338.061.

Se tratează aspectele cele mai importante ale conducerii operative unitare a aprovizionării cu combustibili a economiei naționale, la nivelul posibilităților actuale de dotare cu echipamente de transmitere a informațiilor și de prelucrare automată a datelor.

1. INTRODUCERE

În dezvoltarea societății contemporane se observă o tendință pronunțată de mărire a eficienței tuturor activităților umane. La diverse nivele de organizare, se urmărește ca suma eforturilor de care este capabilă colectivitatea la un moment dat să conducă la realizările maxime posibile. În cadrul acestor tendințe, un rol hotărîtor revine preocupărilor legate de modernizarea continuă a activităților de conducere. Datorită acestui fapt, se constată publicarea, aproape în toate țările, a unui volum din ce în ce mai mare de materiale care tratează cele mai variate aspecte ale activității de conducere. Unele dintre cărțile de specialitate publicate recent prezintă indicații bibliografice cuprinzînd sute de titluri [1]—[3].

O analiză bibliografică sumară evidențiază preponderența numerică covîrșitoare a materialelor care se referă la conducerea întreprinderilor față de cele care tratează conducerea unor grupuri de întreprinderi sau a unor ramuri de producție. Materialele care se referă la conducerea unor sisteme au, în general, în vedere sau sisteme bine determinate cu structură omogenă, sau cazuri particulare speciale, sau ansambluri teoretice [4], [5], [6], [2].

Problema optimizării conducerii aprovizionării cu combustibili a economiei naționale, la nivelul posibilităților actuale de dotare cu echipamente de transmitere și de prelucrare a informațiilor, nu a fost pusă și tratată ca atare în literatură. Cu toate acestea, abordarea cercetărilor în acest domeniu a trebuit să fie precedată de un studiu bibliografic vast,

care, împreună cu un studiu amănunțit pe teren al activității de aprovizionare și al modului în care ea este condusă în prezent, a permis formularea problemelor și descoperirea căilor spre rezolvarea acestora.

2. PROBLEMELE CONDUCERII APROVIZIONĂRII CU COMBUSTIBILI

Combustibilii clasici prezintă o mare varietate, determinată de diferențele apreciabile ale proprietăților lor fizice și chimice. În mod corespunzător, se constată o și mai mare varietate a instalațiilor de tot felul, care concură la aprovizionarea cu combustibili a tuturor consumatorilor de pe teritoriul țării. Totuși, se poate considera că totalitatea acestor instalații constituie elementele funcționale ale unui ansamblu unitar : sistemul național de aprovizionare cu combustibili *). Ținîndu-se seama de definirea conceptului de sistem de către diverși autori [7]—[10], se poate conchide că și în acest caz folosirea sa, este justificată.

Preocupările privind trecerea la conducerea sistemului de aprovizionare cu combustibili considerat ca un tot unitar sînt justificate de o serie de avantaje nete pe care le oferă această soluție în comparație cu cea practicată în țara noastră în prezent, axată pe delimitarea a patru subsisteme, tratate ca fiind independente și cuprinzînd respectiv : cărbunii, combustibilii lichizi obținuți prin prelucrarea țițeiului, gazele naturale și lemnele de foc. Cele mai importante dintre aceste avantaje constau în :

— mărirea eficienței economice a gospodăririi întregului sector energetic ;

— simplificarea ansamblului organizatoric și mărirea operativității sale ;

— generarea unor preocupări coordonate în mod științific privind raționalizarea gospodăririi combustibililor la toate nivelele ;

— posibilitatea abordării obiective a unor probleme complexe, cum este, de exemplu, stabilirea corectă a prețurilor.

Fundamentarea științifică a activității de conducere unitară a sistemului necesită rezolvarea unor aspecte caracteristice conducerii optime. Ele se referă la : detalierea optimă a planului anual de aprovizionare pînă la nivelul de plan operativ, controlul automat al realizării ritmice a planului operativ și ajustarea optimă rapidă a planului operativ în cursul realizării sale. Rezolvarea acestor aspecte, precizînd datele necesare și prelucrările la care ele trebuie să fie supuse, va fundamenta implicit și cerințele ce se impun sistemului informațional adecvat pentru traducerea în fapt a conducerii optime a aprovizionării cu combustibili. Va deveni astfel posibil să se stabilească și modul de organizare cel mai judicios.

3. COMPONENTELE PRINCIPALE ALE ACTIVITĂȚII DE CONDUCERE

3.1. DETALIEREA PLANULUI ANUAL DE APROVIZIONARE

Cu excepția consumatorilor de gaze naturale alimentați prin conducte, aprovizionarea cu combustibili a instalațiilor utilizatoare se face în mod intermitent, datorită cuantificărilor impuse de către instalațiile de tran-

*) Pentru simplificarea expunerii, în cele ce urmează, se va considera că sistemul cuprinde și consumatorii.

sport. Necesarul anual şi regimul de funcţionare al fiecărui consumator fiind date, frecvenţa livrărilor şi volumele corespunzătoare sînt determinate de către capacităţile de stocare locală a combustibilului solicitat. Aceste capacităţi sînt însă limitate, deoarece instalaţiile de stocare sînt în general costisitoare, iar stocarea posibilă în aer liber se caracterizează prin pierderi importante, datorate deprecierii rapide a combustibililor. Drept urmare, se impune o eşalonare a livrărilor în timp într-un număr mare de rate.

Din cele de mai sus rezultă că, pentru asigurarea funcţionării în condiţii normale a tuturor instalaţiilor consumatoare, se impune realizarea unei aprovizionări ritmice cu combustibili. În acest scop trebuie să se elaboreze planuri de aprovizionare operative, care să prevadă în mod concret, individualizate, toate livrările, de la toate sursele către toţi consumatorii de combustibili. Planul anual de aprovizionare cu combustibili nu poate fi stabilit dintr-o dată detaliat la nivel de plan operativ, deoarece o parte a informaţiilor necesare se precizează abia pe parcursul perioadei de plan.

Pentru datele neprecizate în perioada anterioară celei la care se referă planul, se pot adopta valori probabile, dar nerealizarea acestora impune efectuarea unor ajustări de plan pe parcurs. Numărul prea mare de ajustări poate fi incomod. O îmbunătăţire a activităţii de planificare ar putea conduce la precizarea tuturor datelor necesare, înainte de perioada de plan. Totuşi, şi în aceste condiţii determinarea dintr-o dată a planului anual de aprovizionare cu combustibili detaliat ar prezenta dificultăţi, deoarece volumul de muncă necesar ar fi deosebit de mare, chiar şi în ipoteza aplicării progreselor recente ale teoriei separabilităţii modelelor [11].

Ţinînd seama de cele de mai sus, la stadiul actual de dezvoltare a sistemului de aprovizionare cu combustibili din ţara noastră şi în condiţiile actuale de dotare cu tehnică electronică de calcul, este raţional să se stabilească planurile anuale corespunzătoare acestui sistem, detaliate în timp pe trimestre, iar în spaţiu la nivelele folosite în prezent la elaborarea desfăşurătoarelor direcţiilor de aprovizionare şi desfacere din ministerele producătoare de combustibili. Aceste nivele rezultă prin gruparea resurselor pe centre de producţie, prin tratarea individuală a consumatorilor mari şi mijlocii, cu luarea în considerare a localizărilor geografice reale, şi prin substituirea grupelor omogene de consumatori mici prin cîte un consumator echivalent avînd o localizare geografică stabilită în mod judicios. Gruparea surselor are la bază două criterii principale : proximitatea geografică şi asemănarea caracteristicilor calitative ale combustibililor.

Detalierea planului pînă la nivelul de plan operativ urmează să se facă din timp, dar separat, în mod succesiv, pentru cîte un trimestru. În acest fel, pînă în momentul elaborării fiecărui plan trimestrial detaliat, se precizează toate informaţiile necesare, iar volumul de muncă se eşalonează. Eşalonarea conduce la uniformizarea ritmului de muncă al organului care are sarcina detalierii planului, putînd conduce şi la micşorarea apreciabilă a volumului acestei munci.

Studiile preliminare au condus la adoptarea săptămînii ca limită inferioară a detalierii în timp. Principial, problemele nu se schimbă dacă planul se stabileşte iniţial detaliat pe luni şi apoi, într-o etapă ulterioară, se continuă detalierea pe săptămîni sau chiar pe zile. De regulă se modifică

însă volumul total de activităţi aferente. Varianta optimă, din acest punct de vedere, se poate determina de la caz la caz, în baza cunoaşterii detaliate a datelor concrete ale problemei.

Făcîndu-se notaţiile :

x — obligaţia de livrare (cantitatea de combustibili necesară a se livra în conformitate cu planul) ;

n — numărul de elemente de un anumit fel ;

ν — numărul de rate de livrare ;

R — resursa de combustibili ;

i, j, k, l, τ, θ — indici care se referă, respectiv, la sursa-sort, la resursele componente ale sursei-sort, la consumatorii grupaţi, la consumatorii individuali, la trimestre şi la săptămîni,

matematic, problema detalierii planului de aprovizionare se poate formula astfel.

Fiecare livrare trimestrială de combustibili prevăzută în planul anual, $x_{ik\tau}$, corespunzătoare la cîte un grup omogen de consumatori mici (k), trebuie defalcată în cotele $x_{il\tau}$, corespunzătoare fiecărui component al grupului astfel încît să fie respectate condiţiile

$$\sum_{l \in k} x_{il\tau} = x_{ik\tau} \qquad \begin{matrix} i = 1, \ldots, n_i, \\ \tau = \text{I}, \ldots, \text{IV}. \end{matrix} \tag{3.1}$$

La rîndul ei, fiecare cotă $x_{il\tau}$ trebuie eşalonată în timp, defalcîndu-se în ν rate $x_{il\theta}$, cu respectarea condiţiilor :

$$\nu_{il\tau} \leqslant n_\tau \quad , \qquad i = 1, \ldots, n_i, \tag{3.2}$$

$$\sum_{\theta \in \tau} x_{il\theta} = x_{il\tau} \qquad \begin{matrix} l = 1, \ldots, n_l, \\ \tau = \text{I}, \ldots, \text{IV}. \end{matrix} \tag{3.3}$$

Restricţiile (3.1) şi (3.3) pot fi exprimate simultan prin

$$\sum_{l \in k} \sum_{\theta \in \tau} x_{il\theta} = x_{ik\tau} \quad , \qquad \begin{matrix} i = 1, \ldots, n_i, \\ k = 1, \ldots, n_k, \\ \tau = 1, \ldots, n_\tau. \end{matrix} \tag{3.4}$$

Dacă o anumită sursă-sort de plan anual i_1 a rezultat prin gruparea unui număr oarecare de resurse avînd localizări geografice diferite, atunci detalierea trebuie să rezolve şi problema afectării corespunzătoare a componentelor $x_{il\theta}$, cu respectarea condiţiilor de nedepăşire,

$$\sum_{l \in j} x_{i_1 jl\theta} \leqslant R_{i_1 j\theta} \qquad \begin{matrix} j = 1, \ldots, n_j, \\ \theta = 1, \ldots, n_\theta. \end{matrix} \tag{3.5}$$

Dintre componentele $x_{il\theta}$, trebuie determinate acelea care trec integral sau doar în parte prin stocări intermediare, precizîndu-se pentru

fiecare în parte şi localizarea geografică a depozitului folosit. În acest fel rezultă şi regimurile de funcţionare impuse de realizarea planului de aprovizionare tuturor instalaţiilor de stocare.

Totalitatea componentelor $x_{ijl\theta}$, stabilite cu respectarea condiţiilor (3.1)—(3.5) şi ţinîndu-se seama şi de posibilităţile de stocare, reprezintă planul de aprovizionare cu combustibili detaliat. Determinarea variantei sale optime, cu respectarea criteriului care a stat la baza stabilirii planului anual, necesită o astfel de formalizare matematică a problemei, care să permită folosirea în acest scop a metodelor programărilor matematice. Datorită avantajelor deosebite pe care le prezintă, trebuie să se urmărească folosirea programării liniare şi eventual a extinderilor acesteia [12]—[14].

Metodele de programare permit defalcarea directă a obligaţiilor de livrare, atît în timp, cît şi în spaţiu, pînă la nivelul cotelor operative, fără a fi deci necesară etapizarea adoptată pentru a da claritate prezentării.

3.2. CONTROLUL REALIZĂRII RITMICE A PLANULUI DETALIAT

Obiectivul principal al controlului constă în evidenţierea operativă a abaterilor de la prevederile iniţiale în vederea adoptării unor măsuri care să prevină eventualele nerealizări ale sarcinilor de producţie ale întreprinderilor consumatoare de combustibili.

Stabilirea obiectului concret şi a periodicităţii controlului trebuie să fie fundamentată pe analiza detaliată a structurii sistemului. Este util ca această analiză să conducă, printre altele, la o ierarhizare a consumatorilor, stabilită în principal după importanţa pe care o reprezintă fiecare în parte pentru economia naţională, după posibilităţile de asigurare a continuităţii în funcţionare şi după posibilităţile de a admite întreruperi în funcţionare.

Evidenţierea abaterilor devine posibilă dacă se compară prevederile planului detaliat cu realizările efective corespunzătoare. Comparaţia se poate referi la fiecare dintre livrările individuale sau la diverse valori cumulate (în timp, pe grupe de consumatori, pe surse-sort etc.). Diferenţa Δ dintre prevederi (x) şi realizări (y) caracterizează atît sensul, cît şi mărimea abaterilor.

Pentru activitatea de conducere operativă prezintă un interes practic deosebit abaterile referitoare la:

a) livrările individuale

$$\Delta_{ijl\theta} = x_{ijl\theta} - y_{ijl\theta}, \tag{3.6}$$

b) livrările cumulate pe sursele-sort

$$\Delta_{ij\theta} = \sum_{l} x_{ijl\theta} - \sum_{l} y_{ijl\theta}. \tag{3.7}$$

Apariţia unor abateri din aceste două categorii atrage după sine necesitatea luării unor măsuri la nivelul organizaţiilor de transport şi, respectiv, la producătorii de combustibili. Cumulate în timp, abaterile

exprimate prin relaţiile (3.6) şi (3.7) nu servesc decît în mică măsură activitatea de conducere operativă, deoarece luarea măsurilor a căror necesitate o evidenţiază ar putea fi tardivă. În această situaţie, rolul lor se poate mărgini la o caracterizare cantitativă parţială a activităţii de aprovizionare. Cumularea poate fi realizată în mod separat pe trimestre, pe întreaga perioadă de plan sau pentru un interval de timp oarecare $\mathcal{T}$. Pentru acest din urmă caz, se poate scrie :

$$\Delta_{il\mathcal{T}} = \sum_{\theta \in \mathcal{T}} x_{il\theta} - \sum_{\theta \in \mathcal{T}} y_{il\theta} \tag{3.8}$$

şi, respectiv,

$$\Delta_{i\mathcal{T}} = \sum_{\theta \in \mathcal{T}} \sum_{l} x_{il\theta} - \sum_{\theta \in \mathcal{T}} \sum_{l} y_{il\theta}. \tag{3.9}$$

Volumul mare al totalităţii datelor care descriu planul detaliat şi realizările efective impune ca, în activitatea de urmărire a modului de desfăşurare a aprovizionării cu combustibili, să fie folosit un calculator electronic.

3.3. AJUSTAREA PLANULUI OPERATIV ÎN CURSUL REALIZĂRII SALE

Condiţiile iniţiale care au stat la baza stabilirii şi detalierii planului anual de aprovizionare cu combustibili se pot schimba pe parcurs. Schimbările sînt determinate de unele dintre mărimile cu caracter aleator care condiţionează stabilirea planului, de neconcordanţele care pot apărea la detalierea planului şi de obţinerea unor informaţii noi care permit o detaliere mai avansată. În ultima analiză, orice schimbare, indiferent de momentul în care se produce şi de localizarea geografică a elementului de sistem la care se referă, are ca urmare apariţia unei perturbări, manifestată printr-un deficit sau printr-un surplus de combustibil într-un anumit loc. De îndată ce depăşeşte un anumit prag, variabil de la caz la caz, perturbarea impune luarea unor măsuri care conduc la ajustarea planului de aprovizionare. În principiu, aceste măsuri se referă la :

a. descoperirea disponibilităţilor care pot contribui la acoperirea deficitului şi stabilirea modului concret în care trebuie să se facă această acoperire ;

b. găsirea unor posibilităţi adecvate de stocare sau a unor utilizări care nu au fost prevăzute în planul iniţial pentru diferitele surplusuri şi stabilirea valorificării lor raţionale.

Măsurile luate trebuie să preîntîmpine afectarea funcţionării instalaţiilor utilizatoare şi deci şi a activităţilor de producţie şi a efectuării prestaţiilor.

Detectarea diverselor categorii de perturbaţii a căror apariţie este posibilă în cursul perioadei de plan se poate face prin intermediul activităţii de control al realizării ritmice a planului. Totuşi, pentru a contribui la asigurarea unui grad înalt de siguranţă funcţionării sectoarelor de activitate deservite de sistemul de aprovizionare cu combustibili, este utilă raportarea expresă a datelor care descriu perturbaţiile accidentale. Acest

mod de raportare trebuie să se caracterizeze printr-o operativitate mult mai mare decît raportările obişnuite privind realizările de plan. În acest fel, devine posibilă luarea neîntîrziată a măsurilor necesare pentru evitarea unor consecinţe nefavorabile.

Gradele de libertate ale funcţionării sistemului permit în general, în fiecare caz concret, găsirea mai multor soluţii de ajustare. Pentru a se putea asigura exploatarea sistemului în mod optim în condiţiile date, trebuie să se aleagă de fiecare dată varianta cea mai convenabilă. Criteriul de optimizare trebuie să fie acelaşi cu cel care a stat la baza stabilirii şi a detalierii planului, în situaţii speciale putîndu-se adopta totuşi şi alte criterii. Ajustarea planului prezintă de obicei un caracter de urgenţă, datorită necesităţii de a se asigura continuitatea în funcţionare a instalaţiilor consumatoare. În aceste condiţii trebuie să se elaboreze o metodică specială, care să permită determinarea soluţiilor optime de ajustare a planului cu maximum de operativitate.

4. DEFINIREA UNOR ENTITĂŢI OPERAŢIONALE ÎN CADRUL SISTEMULUI

4.1. DIVIZAREA SISTEMULUI ÎN SUBSISTEME

Complexitatea deosebită a sistemului de aprovizionare cu combustibili impune găsirea unor soluţii care să permită stăpînirea eficientă a exploatării întregului ansamblu, pe cît posibil fără a se recurge la reprezentări aproximative ale realităţilor fizice. O analiză detaliată a sistemului şi a posibilităţilor pe care acesta le oferă în acest sens a condus la concluzia că rezolvarea concretă a problemelor conducerii operative impune divizarea sa în componente convenabil alese, avînd o structură cît mai simplă. Acestea trebuie să permită o formalizare matematică convenabilă a diverselor aspecte legate de conducerea sistemului şi, în acelaşi timp, rezolvarea operativă a problemelor matematice corespunzătoare.

Un studiu teoretic efectuat în prima fază a cercetărilor a evidenţiat avantajele şi dezavantajele divizării sistemului după diversele criterii posibile. S-a constatat, spre exemplu, că o divizare efectuată în baza grupării teritoriale a consumatorilor, deşi prezintă avantajul stabilităţii în timp, nu este potrivită pentru optimizarea exploatării sistemului. Ea limitează posibilităţile de optimizare în mod artificial, prin impunerea unor restricţii arbitrare funcţionării sistemului. În afara acestui dezavantaj, mai apar şi dificultăţile rezultate din schimbul important de fluxuri de combustibili dintre diversele părţi ale sistemului, delimitate de gruparea teritorială. Nici gruparea consumatorilor în baza aceloraşi posibilităţi de interşanjare a combustibililor nu este potrivită pentru scopul urmărit. Ea conduce la obţinerea unor diviziuni inoperante din punctul de vedere al activităţii de conducere a sistemului.

S-a ajuns la concluzia că divizarea cea mai convenabilă a sistemului este aceea determinată de planul anual optim de aprovizionare cu combustibili, stabilit în baza unui criteriu raţional.

Planul anual stabileşte, pentru fiecare sursă-sort, consumatorii de combustibili pe care trebuie să-i alimenteze. În acest fel el defineşte în cadrul sistemului de aprovizionare cu combustibili un număr de subsisteme,

egal cu numărul de surse-sort folosite. Pentru o delimitare clară a subsistemelor, consumatorii pentru care planul prevede o alimentare multiplă se consideră secționați într-un număr corespunzător de consumatori cu alimentare unică. Subsistemele determinate în acest fel constituie entități funcționale naturale, deoarece fiecare dintre producători este în primul rînd factorul responsabil pentru aprovizionarea în bune condiții a tuturor consumatorilor ce i-au fost afectați.

Descompunerea sistemului de aprovizionare cu combustibili în subsisteme trebuie să respecte condiția de afectare integrală exprimată prin relația

$$M = \bigcup_{i=1}^{n_i} M_i, \tag{4.1}$$

în care M reprezintă mulțimea elementelor funcționale ale sistemului sau ale cîte unui subsistem, iar celelalte notații au semnificațiile definite anterior. Ea poate fi realizată în baza oricărui alt plan decît cel anual (trimestrial, lunar, săptămînal etc.).

În condiții concrete identice, pentru criterii de optimizare diferite, vor rezulta în general și planuri de aprovizionare diferite și, în consecință, și moduri diferite de descompunere a sistemului de subsisteme. Notîndu-se cu indicii $cr_1 \cdots cr_n$ valorile corespunzătoare la diversele criterii de optimizare, se poate deci scrie că în general

$$(M_i)_{cr_1} \neq \ldots \neq (M_i)_{cr_n}, \tag{4.2}$$

dar

$$\bigcup_{i=1}^{n_i} (M_i)_{cr_1} = \ldots = \bigcup_{i=1}^{n_i} (M_i)_{cr_n} = M. \tag{4.3}$$

Atîta timp cît condițiile inițiale care au stat la baza stabilirii unui anumit plan anual rămîn aceleași, se păstrează și modul de descompunere a sistemului în subsisteme, între acestea din urmă neavînd loc nici un fel de schimb de combustibili. Rezultă că, pentru necesitățile studiului, într-o primă aproximație se poate admite că în timpul perioadei de plan toate subsistemele sînt independente din punct de vedere funcțional. Această premisă acceptabilă în mod integral pentru scopul urmărit impune două concluzii importante:

1. subsistemele constituie un cadru adecvat pentru detalierea planului anual de aprovizionare cu combustibili în timp și în spațiu;

2. subsistemele constituie unitatea funcțională de luat în considerare atunci cînd se impune ajustarea planului de aprovizionare cu combustibili.

Rezultă că subsistemele reprezintă entitățile de bază pentru conducerea sistemului de aprovizionare cu combustibili, definirea lor conducînd și la avantajarea activității de control a realizării ritmice a planului.

4.2. STABILITATEA SUBSISTEMELOR ÎN TIMP

Continua expansiune a economiei naționale se manifestă și prin dezvoltarea sistemului de aprovizionare cu combustibili: apar surse-sort noi, se amplifică capacitatea de producție a celor existente, apar consu-

matori noi. În același timp, scăderea rentabilității sub limita admisibilă și epuizarea unor surse naturale de combustibili duc la dispariția unor surse-sort, consumatorii acestora fiind înglobați în alte subsisteme, vechi sau noi. Deci planurile anuale succesive se caracterizează printr-o evoluție dinamică, cu implicații și asupra configurației, și asupra structurii subsistemelor. Acest fapt nu prezintă inconveniente din punctul de vedere al conducerii sistemului, deoarece oricum întreaga activitate de stabilire și de detaliere a planului anual de aprovizionare cu combustibili cît și o serie de alte activități aferente se refac integral în fiecare an.

Făcîndu-se abstracție de modificările planificate efectuate în configurația și structura subsistemelor datorită evoluției economiei naționale, stabilitatea subsistemelor definite la începutul perioadei de plan se menține atîta timp cît se mențin neschimbate condițiile inițiale corespunzătoare. Pentru conducerea optimă a sistemului, această stabilitate relativă este satisfăcătoare. Explicația constă în aceea că stabilirea tuturor modificărilor neprevăzute impuse de către perturbații și operate în configurația sau în structura subsistemelor în cursul perioadei de plan căzînd în sarcina organului de conducere, acesta poate avea la dispoziție în orice moment starea actualizată a tuturor subsistemelor.

4.3. TRANSFERURILE INTERSUBSISTEME

Din considerente legate de realizarea unei siguranțe mari în funcționare, unele instalații consumatoare se construiesc în așa fel, încît să poată utiliza în bune condiții mai multe feluri de combustibili (unele centrale termoelectrice spre exemplu). O altă parte a instalațiilor consumatoare se proiectează și se realizează pentru a folosi cîte un singur fel de combustibil, dar admițînd variația în anumite limite a unora dintre indicii calitativi ai acestuia. Aprovizionarea cu combustibili a consumatorilor din aceste două categorii se poate face de la diverse surse-sort. Datorită acestui fapt, o parte a consumatorilor din subsistemele determinate de planul anual optim de aprovizionare cu combustibili pot fi transferați, integral sau parțial, în alte subsisteme. În acest fel se poate realiza o degrevare a unor subsisteme deficitare la un moment dat, prin transferarea obligațiilor lor de livrare la subsisteme care dispun de surplusul de combustibil corespunzător. Din acest punct de vedere, subsistemele pot fi grupate în două categorii:

α) subsisteme care conțin numai consumatori ce se pot aproviziona doar de la sursa-sort căreia i-au fost afectați prin plan;

β) subsisteme care conțin, fiecare în parte, cel puțin un consumator care poate fi afectat și altor surse-sort decît cea de plan.

La subsistemele din prima categorie, pentru înlăturarea efectelor negative ale perturbațiilor se poate face apel numai la folosirea posibilităților oferite de către fiecare subsistem în parte. La cele cuprinse în cea de-a doua categorie, se poate recurge în acest scop și la transferul de consumatori intersubsisteme.

Deoarece condițiile concrete variază în timp, pentru a se putea lua decizii corecte la apariția unor eventuale perturbări în oricare parte a sistemului, trebuie să se cunoască în permanență starea momentană a

fiecărui subsistem în parte. Pentru ca măsurile necesare să poată fi realizate în mod operativ trebuie să se caute în primul rînd soluțiile de ajustare posibile în cadrul subsistemului în care a apărut perturbația. Aceste soluții sînt oferite, după caz, de stocurile disponibile sau de posibilitățile de stocare disponibile de la diversele depozite proprii. Organul de conducere a sistemului trebuie deci să cunoască oricînd, în momentul apariției unei perturbații, toate capacitățile de stocare, toate stocurile și obligațiile de livrare ale tuturor depozitelor.

Dacă o anumită perturbare impune ajustări care afectează și alte subsisteme decît cel în care a apărut, atunci activitatea de pregătire a deciziilor devine mai complexă. Deoarece problema unei reoptimizări pe ansamblul sistemului nu poate veni în considerare, trebuie studiate posibilitățile momentane de transfer reciproc ale subsistemului în cauză cu celelalte subsisteme.

4.4. RELAȚIILE CANTITATIVE ALE TRANSFERURILOR INTERSUBSISTEME

Din punctul de vedere al ajustărilor ce se pot opera asupra planului de aprovizionare, sistemul este cu atît mai elastic, cu cît numărul de subsisteme de categoria α pe care le conține este mai redus. În cadrul subsistemelor, elasticitatea este determinată de mărimea și de dispunerea geografică a capacităților de depozitare.

Se pot defini mai mulți coeficienți care să caracterizeze cantitativ elasticitatea cîte unui subsistem sau a sistemului în ansamblu. În acest scop se introduc următoarele notații noi:

S — sursa-sort ca element funcțional;
B — mulțimea instalațiilor de consum;
A — mulțimea elementelor funcționale ale sistemului, altele decît sursele și consumatorii;
D — capacitatea de depozitare;
h — puterea calorică inferioară a combustibililor;
r, α, β — indici care se referă, respectiv, la subsistemul care preia consumatori, la consumatorii din prima și din cea de-a doua categorie.

Se poate scrie

$$M_i = S_i \cup A_i \cup B_i \tag{4.4}$$

sau, deoarece

$$B_i = B_{i\alpha} \cup B_{i\beta}, \tag{4.5}$$

$$M_i = S_i \cup A_i \cup B_{i\alpha} \cup B_{i\beta}. \tag{4.6}$$

Pentru subsistemele din categoria α, deoarece

$$B_{i\beta} = \emptyset, \tag{4.7}$$

rezultă

$$M_i = S_i \cup A_i \cup B_{i\alpha}. \tag{4.8}$$

Fiecărui element funcțional b care respectă condiția

$$b \in B, \tag{4.9}$$

fiecărei mulțimi B și fiecărui element S li se poate asocia cîte o funcție de timp $G(t)$, reprezentînd obligațiile de livrare corespunzătoare, începînd din momentul considerat t și pînă la sfîrșitul perioadei de plan ($G(0)$ reprezintă deci obligațiile de livrare pentru întreaga perioadă de plan).

Cu excepția celor ce corespund unora dintre consumatorii alimentați în mod direct prin conducte, funcțiile $G(t)$ ale consumatorilor sînt funcții discrete. Afirmația își păstrează în general valabilitatea și pentru funcțiile $G(t)$ asociate surselor-sort.

Cu notațiile de mai sus se definesc pentru cîte un subsistem următorii coeficienți :

— coeficientul de stocare

$$d_i = D_i \left[\sum_k G_{ik}(0)\right]^{-1}; \tag{4.10}$$

— coeficientul de interșanjare global

$$g_i = \left[\sum_k G_{ik}(0)\right]^{-1} \sum_k G_{ik\beta}(0) = [1 + \rho_i]^{-1}, \tag{4.11}$$

unde

$$\rho_i = \left[\sum_k G_{ik\beta}(0)\right]^{-1} \sum_k G_{ik\alpha}(0); \tag{4.12}$$

— coeficientul de interșanjare parțial

$$g_{ir} = \left[\sum_k G_{ik\beta}(0)\right]^{-1} \sum_k G_{irk\beta}(0) = \rho_i \left[\sum_k G_{ik\alpha}(0)\right]^{-1} \sum_k G_{irk\beta}(0). \tag{4.13}$$

Coeficienții g_i caracterizează posibilitățile de interșanjare ale totalității consumatorilor subsistemului i, ținînd seama de toți combustibilii, pe cînd g_{ir} se referă la un singur combustibil r. Acești coeficienți exprimă deci în același timp, cantitativ, și posibilitățile de transfer ale unor consumatori din subsistemul i în alte subsisteme, respectiv într-un subsistem r, bine determinat.

Pentru fundamentarea unora dintre deciziile privind conducerea aprovizionării cu combustibili, trebuie să se cunoască ponderea consumului fiecărui subsistem în consumul total. În acest scop se introduc coeficienții de pondere γ_i, definiți de relația

$$\gamma_i = h_i G_i(0) \left[\sum_i h_i G_i(0)\right]^{-1} = \left[\sum_i \sum_k h_i G_{ik}(0)\right]^{-1} \sum_k h_i G_{ik}(0). \tag{4.14}$$

În privința relațiilor cantitative dintre subsisteme, se consideră util a se face următoarele două observații :

1. În timp ce pentru subsistemele din categoria α, prin definiție este îndeplinită condiția

$$\sum_k G_{ik\beta}(0) = 0, \tag{4.15}$$

la subsistemele din categoria β, la care

$$\sum_k G_{ik\beta}(0) \neq 0, \tag{4.16}$$

există posibilitatea ca

$$\sum_k G_{ik\alpha}(0) = 0. \tag{4.17}$$

2. Pentru două subsisteme oarecare, i_1 și i_2, este respectată în general condiția

$$h_{i_1} \sum_k G_{i_1 i_2 k\beta}(0) = h_{i_2} \sum_k G_{i_2 i_1 k\beta}(0). \tag{4.18}$$

Faptul că cele două sume diferă se explică prin aceea că ele caracterizează o parte a posibilităților de interșanjare a instalațiilor consumatoare din subsisteme diferite.

5. SISTEMUL INFORMAȚIONAL NECESAR PENTRU CONDUCEREA OPERATIVĂ A APROVIZIONĂRII CU COMBUSTIBILI

Pentru stabilirea structurii materialului informațional necesar pentru optimizarea conducerii aprovizionării cu combustibili, s-a făcut o analiză detaliată multilaterală a sistemului în ansamblu și a elementelor sale componente, precum și a obiectivelor pe care le au de satisfăcut. S-a ajuns la concluzia că, pentru sistematizarea informațiilor, este rațional a se lua în considerare o clasificare funcțională care permite o definire univocă a datelor necesare. Ea conduce la următoarele patru categorii :

I. Date care descriu caracteristicile și performanțele tehnice și economice ale elementelor sistemului :

— localizarea geografică a surselor ;

— caracteristicile fizico-chimice ale combustibililor livrați ;

— capacitățile de producție nominale, valori extreme, limite economice ;

— prețurile de cost estimate aferente producției de combustibili ;

— traseele, mijloacele și capacitățile de transport, prețurile de cost estimate aferente ;

— localizarea geografică a instalațiilor de stocare ;

— capacitățile de stocare, randamentul instalațiilor de stocare, estimările costurilor corespunzătoare stocării ;

— localizarea geografică a consumatorilor ;

— randamentul instalaţiilor consumatoare, consumuri specifice, condiţii speciale de funcţionare;

— posibilităţile de interşanjare ale instalaţiilor consumatoare de combustibili.

II. Date care descriu prevederile de plan referitoare la elementele sistemului pentru o perioadă de timp oarecare:

— resursele de combustibili;

— consumatorii afectaţi fiecărei surse-sort;

— cantităţile de livrat şi eşalonarea lor în timp;

— traseul şi mijlocul de transport urmînd a fi folosit pentru fiecare livrare;

— cheltuielile aferente livrărilor, determinate în baza diverselor estimări;

— regimurile de stocare.

III. Date care descriu perturbaţiile intempestive şi urmările acestora asupra planului:

— natura, momentul apariţiei, durata şi localizarea perturbaţiei;

— „dimensiunile" perturbaţiei;

— urmările posibile ale perturbaţiei (tehnice, economice, sociale şi de altă natură);

— modificările de plan efectuate pe parcurs impuse de perturbaţii.

IV. Date care descriu ritmul şi modul efectiv în care se realizează planul:

— cantităţile livrate efectiv;

— traseele şi mijloacele de transport care au fost folosite;

— stocurile existente;

— consumurile specifice, randamentele şi costurile realizate.

Clasificarea informaţiilor după alte criterii, ca, de exemplu, gruparea după sursele furnizoare de date sau gruparea funcţie de durata valabilităţii datelor, s-au dovedit mai puţin adecvate.

Spre deosebire de alte sisteme, ca, de exemplu, sistemul electroenergetic, la care orice perturbaţie legată de producerea, transportul, distribuţia sau consumul de energie electrică se repercutează instantaneu — teoretic asupra întregului ansamblu —, sistemul de aprovizionare cu combustibili este un sistem lent, la care efectul perturbărilor apare de obicei incomparabil mai încet.

În mod practic, toţi consumatorii — cu excepţia celor de gaze naturale — au asigurate posibilităţi de stocare a combustibililor. În aceste condiţii, o întrerupere a aprovizionării la un moment dat nu duce de obicei la oprirea imediată a instalaţiilor utilizatoare. Acestea mai pot funcţiona, fără reluarea aprovizionării, perioade de timp cuprinzînd de la cîteva zile (centralele electrice spre exemplu) pînă la mai multe săptămîni (unele instalaţii de încălzire centrală). Consumatorii importanţi de gaze naturale sînt obligaţi să-şi asigure posibilitatea de trecere rapidă pe funcţionarea cu păcură pentru a se putea reduce vîrfurile de consum de gaze. Deci nici pentru aceştia întreruperile alimentării cu combustibili nu înseamnă în general oprirea imediată de durată a instalaţiilor.

Cu tot caracterul relativ lent al sistemului de aprovizionare cu combustibili, rezultînd atît din viteza de vehiculare a fluxurilor de combustibili, cît şi din viteza de reacţie a elementelor pe care le deserveşte faţă

de întreruperile în alimentare, optimizarea conducerii sale impune folosirea tehnicii electronice de prelucrare automată rapidă a informațiilor. Aceasta se explică prin necesitatea efectuării unor prelucrări multiple asupra unui volum foarte mare de date, avînd un caracter variat, implicînd : crearea și actualizarea de fișiere, rezolvarea unor probleme de programare matematică, editarea unor rapoarte privind realizarea planului, editarea unor tabele decizionale și altele.

Informațiile necesare optimizării conducerii sistemului de aprovizionare cu combustibili se întrepătrund în mare măsură cu cele aferente altor preocupări de gospodărire energetică. Se pune deci problema realizării în final a unui sistem integrat de prelucrare automată a datelor pentru ansamblul problemelor de gospodărire rațională a energiei. Aceasta trebuie să îndeplinească toate atribuțiile caracteristice unui complex avînd astfel de dimensiuni [7].

6. ORGANIZAREA CONDUCERII OPERATIVE A SISTEMULUI DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBILI

Pentru realizarea conducerii optime a sistemului de aprovizionare cu combustibili, este necesară o structură organizatorică adecvată. Stabilirea ei presupune o analiză complexă judicioasă a sistemului și a problemelor legate de exploatarea sa. Din această cauză, la stadiul actual al cercetărilor nefiind lămurite în detaliu toate aspectele problemei, nu se pot face propuneri cu caracter definitiv privind organizarea conducerii operative, ci doar unele considerații cu caracter general.

Deși ansamblul sistemului de aprovizionare cu combustibili are un caracter unitar, totuși fiecare dintre subsistemele componente prezintă anumite particularități specifice. Acestea din urmă se referă la posibilitățile de transport al combustibililor, la posibilitățile lor de depozitare, la pericolul de aprindere intempestivă urmată de o ardere lentă sau cu caracter exploziv și la o serie de alte aspecte. Din punctul de vedere al întinderii teritoriale, există întrepătrunderi și suprapuneri ale subsistemelor ; este posibilă chiar și suprapunerea unora dintre subsisteme cu ansamblul sistemului.

În condițiile expuse mai sus, se impune ca rațională o repartizare a atributelor conducerii, vizîndu-se simultan atît centralizarea, cît și descentralizarea, pentru a se valorifica avantajele ambelor soluții în măsura în care ele nu se exclud reciproc. În scopul repartizărilor lor concrete, s-au analizat sarcinile ce decurg din cele trei componente principale ale activității de conducere a sistemului de aprovizionare cu combustibili. S-a constatat că pentru organul central de conducere rezultă sarcini cu caracter variat : planificare pentru perioade scurte (pînă la un trimestru), control, analize decizionale și altele. În aceste condiții, prezintă interes analiza utilității atribuirii sarcinii de stabilire a planului anual optim de aprovizionare cu combustibili și a sarcinilor de conducere operativă de ansamblu a sistemului de aprovizionare cu combustibili aceluiași organism central, creat special în acest scop. Pentru aceasta ar putea fi preluate personalul și sarcinile actualelor direcții de aprovizionare și de desfacere din ministerele producătoare de combustibili.

În actuala organizare economică, atribuțiile de conducere de la nivelul subsistemelor revin centralelor industriale producătoare de combus-

tibili. Înseamnă că această treaptă de conducere, a doua în ordinea ierarhică, realizează, cu puține excepții, grupări de două sau mai multe subsisteme, deoarece în sarcina cîte unei centrale industriale cade de regulă producția mai multor sorturi de combustibili (diferite după localizarea sursei, putere calorică, granulație etc.).

7. OBSERVAȚII FINALE

Cercetările privind optimizarea conducerii aprovizionării cu combustibili constituie o urmare firească a cercetărilor anterioare, care au condus la elaborarea și punerea la punct a metodicii de optimizare a planului anual de aprovizionare cu combustibili, prima optimizare constituind complementul celei de-a doua din punctul de vedere al exploatării sistemului cu maximum de eficiență.

Punerea și sistematizarea problemelor, precum și soluționarea unora dintre aspecte, creează premisele necesare dezvoltării cercetărilor și orientării lor spre rezolvarea tuturor aspectelor, astfel încît într-o perioadă scurtă de timp optimizarea conducerii aprovizionării cu combustibili să poată fi adusă pînă la faza de aplicare în practică .

După estimările posibile în etapa actuală a cercetărilor, traducerea în fapt a conducerii optime va necesita unele modificări în structura organizatorică actuală de conducere, unele amenajări tehnice antrenînd un minim de investiții și asigurarea accesului la un calculator electronic. Costul prelucrării automate de date va putea fi acoperit de o mică parte a economiilor ce se vor realiza prin detalierea optimă a planului anual și prin adoptarea la apariția fiecărei perturbări intempestive a celei mai convenabile decizii de ajustare.

Intrat în redacție la 18 martie 1970.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Conducerea științifică a întreprinderii*, București, Edit. politică, 1970.
2. R. Kulikowski, *Sterowanie w wielkich systemach*, Warszawa, Wydawnictwa naukovo-techniczne, 1970.
3. P. P. Schoderbek, *Management Systems*, New York — London — Sydney, John Wiley & Sons. Inc., 1968.
4. L. K. Kirchmayer, *Economic Control of Interconnected Systems*, New York, J. Wiley, 1959.
5. J. F. Magee, *Industrial Logistics. Analysis and Management of Physical Supply and Distribution Systems*, New York — San Francisco — Toronto — Sydney, Mc Graw — Hill Book Company, 1968.
6. H. H. Goode, R. E. Machol, *Méthodes d'étude des systèmes techniques complexes*, Paris, Dunod, 1963.
7. C. Zangemeister, *Systemtechnik — eine Methodik zur zweckmässigen Gestaltung Komplexer Systeme*, Zeitschrift für Organisation, 5, 209—217, (1970).
8. J. Stengel, *Les systèmes informatiques de programmation économique*, Paris, Dunod, 1968.
9. H. Chestnut, *Systems Engineering Methods*, New York — London — Sydney, John Wiley & Sons, Inc., 1967.
10. S. L. Optner, *L'analyse des systèmes et les problèmes de gestion*, Paris, Dunod, 1968.
11. P. Broise, P. Huard, J. Sentenac, *Décomposition des programmes mathematiques*, Paris, Dunod, 1968.
12. Gh. Mihoc, H. M. Ionescu, *Bazele matematice ale programării liniare*, București, Edit. tehnică, 1965.
13. Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин, *Новые направления в линейном программировании*, Москва, Издательство „Советское радио, 1966.
14. G. B. Dantzig, *Applications et prolongements de programmation linéaire*, Paris, Dunod, 1966.

PROGNOZA CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ PRIN COMPARAȚIE CU ALTE ȚĂRI

DE

SORA MANEA, N. LICIU

620.9

Folosind metoda comparațiilor internaționale, se stabilesc unele corelații între consumul de energie electrică și dezvoltarea economică. Se calculează gradul de siguranță al legăturii, precum și limitele de încredere pentru coeficienții ecuațiilor de regresie.

1. INTRODUCERE

În societatea modernă, energia electrică a devenit un element indispensabil. Fiind cea mai comodă formă de energie utilă, importanța ei crește continuu în balanța energetică generală, tot mai multă energie primară este transformată în energie electrică.

Datorită acestor considerente și ținînd seama de faptul că energia electrică nu poate fi înmagazinată, producerea ei trebuind să urmeze fidel cererea, iar instalațiile de alimentare cu energie electrică necesită investiții mari și construirea lor durează timp îndelungat, estimarea necesităților viitoare este deosebit de importantă pentru planificarea aprovizionării cu energie electrică.

Pentru prognoza consumului de energie electrică ne stau la dispoziție mai multe metode, utilizarea uneia sau a alteia fiind în funcție de factori ca : datele de care dispunem, gradul de detaliere pe care vrem să-l obținem, perioada pentru care vrem să facem prognoza.

Dintre metodele globale de prognoză, metoda comparațiilor internaționale este tot mai des folosită [1]—[3], fie singură, fie ca un mijloc suplimentar de verificare a rezultatelor obținute pe alte căi. Această metodă constă în folosirea de către o anumită țară a tendințelor manifestate în alte țări, ajunse în stadii diferite de dezvoltare social-economică.

Ea poate fi folosită în special de țările în curs de dezvoltare, care pot utiliza, pentru dezvoltarea lor ulterioară, informațiile referitoare la modul în care evoluează economia țărilor avansate.

În cadrul acestei metode se conturează două procedee :

— stabilirea tendinței ritmului de creștere al consumului de energie electrică în corelație cu ritmul de dezvoltare al economiei naționale (dez-

voltare caracterizată prin indicatori economici sintetici), pornind de la ideea că dezvoltarea cu un anumit ritm a economiei naționale conduce la creșterea cu un ritm corespunzător a consumului de energie electrică;

— stabilirea tendinței consumului de energie electrică pe locuitor în corelație cu un indicator economic pe locuitor, pornind de la constatarea că aceste valori sînt în funcție de nivelul de dezvoltare la care a ajuns fiecare țară.

În lucrarea de față ne propunem a stabili cîteva corelații, unele dintre ele neîntîlnite în literatura de specialitate, între dezvoltarea economică și consumul de energie electrică, avînd la bază metoda comparațiilor internaționale (procedeele expuse mai sus), a arăta intensitatea acestor corelații, precum și gradul lor de precizie, utilizînd în acest scop metode statistico-matematice.

Se știe că principalul factor ce influențează creșterea consumului de energie electrică este dezvoltarea economică. Printre indicatorii economici sintetici ce caracterizează dezvoltarea economică a unei țări sînt: venitul național, produsul interior brut, producția industrială și productivitatea muncii. Acești indicatori economici au fost folosiți pentru stabilirea de corelații cu consumul net de energie electrică.

2. CORELAȚIA DINTRE CONSUMUL DE ENERGIE ELECTRICĂ ȘI VENITUL NAȚIONAL

Venitul național, pentru țările socialiste, și produsul interior brut, pentru țările capitaliste, reprezintă indicatorii economici cei mai sintetici ce caracterizează în ansamblu dezvoltarea economică a unei țări, precum și creșterea nivelului de trai al populației. Datorită acestui fapt, folosirea lor pentru stabilirea de corelații între dezvoltarea economică și consumul de energie electrică este pe deplin justificată.

Deși conținutul acestor doi indicatori este întrucîtva diferit în cele două orînduiri sociale, totuși ei pot fi socotiți comparabili în ceea ce privește evoluția și ritmul lor de creștere.

2.1. În scopul studierii influenței ritmului de creștere al venitului național, respectiv al produsului interior brut, asupra ritmului de creștere al consumului de energie electrică, s-au calculat aceste ritmuri medii anuale pe perioade de cinci ani (trei ani) din intervalul 1955—1968 pentru mai multe țări *), aflate în stadii diferite de dezvoltare economică, care au fost reprezentate grafic în figura 1.

Examinarea diagramei a sugerat aproximarea printr-o relație liniară a evoluției ritmului mediu anual de creștere al consumului de energie electrică (Q_E) în funcție de cel al venitului național, respectiv al produsului interior brut (Q_V)

$$Y = a + bx, \tag{1}$$

unde Y și X reprezintă Q_E și Q_V.

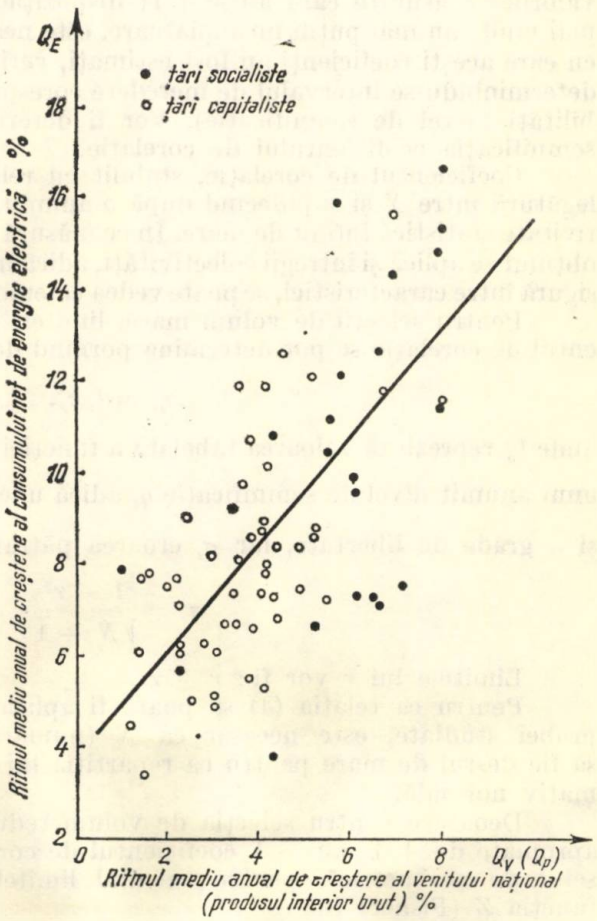
*) Bulgaria, Cehoslovacia, R. D. Germană, Polonia, România, Ungaria, U.R.S.S., Iugoslavia, Austria, Belgia, Danemarca, Elveția, Finlanda, Franța, R. F. a Germaniei, Grecia, Italia, Norvegia, Olanda, Portugalia, Regatul Unit, Spania, Suedia, S.U.A., Turcia.

În general, și pentru celelalte corelații prezentate în continuare se folosesc datele pentru aceste țări.

Folosind metoda celor mai mici pătrate, s-au determinat, din datele statistice referitoare la toate țările (socialiste și capitaliste), constantele a și b, rezultînd *)

$$Q_E = 2{,}55 + 1{,}1795\ Q_V.$$

Teoria corelației statistice oferă instrumentul pentru caracterizarea intensității legăturii dintre caracteristici. Cînd acestea variază liniar,



1. — Corelația dintre ritmul mediu anual de creștere al consumului net de energie electrică și cel al venitului național (al produsului interior brut), în perioada 1955—1968.

*) Corelația s-a calculat luînd în considerare și numai datele referitoare la țările socialiste

$$Q_E = 1{,}78 + 1{,}2902\ Q_V,$$

precum și numai pentru țările capitaliste

$$Q_E = 2{,}94 + 1{,}095\ Q_V.$$

Trebuie arătat că, deși relațiile obținute în cele trei cazuri diferă ca expresii matematice, totuși în zona practic folosită dau rezultate foarte apropiate (pentru $Q_V = 2{,}0$, Q_E ia valori între 4,4 și 5,1, iar pentru $Q_V = 10{,}0$, Q_E rezultă între 13,9 și 14,7, datele obținute din relația ce se referă la totalul punctelor fiind între aceste valori). Din acest motiv în diagramă s-a trasat numai dreapta rezultată din relația pentru total și numai la aceasta ne vom referi în calculele ce urmează.

intensitatea corelației se determină cu ajutorul coeficientului de corelație (r)

$$r = \frac{N\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{[N\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2]\,[N\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}}. \tag{2}$$

Pentru cazul analizat, coeficientul de corelație a rezultat de 0,700.

Deoarece datele corelației (r, a și b) s-au determinat pe baza valorilor măsurate care au stat la dispoziție, deci pe baza unei selecții mai mult sau mai puțin întîmplătoare, este necesar să se cunoască precizia cu care acești coeficienți au fost estimați, verificîndu-se semnificația lor și determinîndu-se intervalul de încredere corespunzător unei anumite probabilități (nivel de semnificație). Vor fi determinate mai întîi limitele și semnificația coeficientului de corelație.

Coeficientul de corelație, stabilit cu relația (2), indică intensitatea legăturii între Y și x judecînd după o anumită probă luată dintr-o colectivitate statistică infinit de mare. În ce măsură însă coeficientul de corelație obținut se aplică și întregii colectivități, adică în ce măsură există o corelație sigură între caracteristici, se poate vedea calculîndu-i intervalul de încredere.

Pentru selecții de volum mare, limitele de încredere pentru coeficientul de corelație se pot determina pornind de la relația [4]

$$\eta_r = t_p \sigma_r, \tag{3}$$

unde t_p reprezintă valoarea tabelară a funcției t (student) corespunzătoare unui anumit nivel de semnificație q, adică unei probabilități $P = 1 - \frac{q}{2}$ și n grade de libertate, iar σ_r eroarea pătratică a lui r

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{N - 1}}. \tag{4}$$

Limitele lui r vor fi : $r \pm \eta r$.

Pentru ca relația (4) să poată fi aplicată cu mai multă siguranță probei studiate, este necesar ca N (numărul perechilor de observații) să fie destul de mare pentru ca repartiția lui r să fie simetrică și aproximativ normală.

Deoarece pentru selecția de volum redus și pentru valori ale lui r apropiate de $+1$ sau -1 coeficientul de corelație are o distribuție deosebit de nesimetrică, pentru calculul limitelor de încredere s-a admis funcția Z (Fisher) [5]

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r}{1 - r} = 1{,}15 \log \frac{1 + r}{1 - r}, \tag{5}$$

a cărei distribuție se apropie de cea normală și pentru care eroarea probabilă are expresia

$$\eta_Z = \frac{\eta}{\sigma} \cdot \sigma_Z, \tag{6}$$

$\sigma_Z = \frac{1}{\sqrt{N - 3}}$ fiind abaterea standard a lui Z.

Cu ajutorul tabelelor care dau $\eta h = f(P)$ şi $r = f(Z)$ se pot găsi valorile-limită ale lui r corespunzătoare diverselor abateri presupuse ale lui Z, exprimate prin σ_Z şi η_Z.

Admiţînd o probabilitate de 95% (care se păstrează în toate calculele ce urmează), au fost calculate limitele coeficientului de corelaţie folosind ambele criterii (tabela 1).

Tabela 1

r	N	Criteriul t				
		t_p	σ_r	η_r	limite r	
					minim	maxim
0,700	73	1,995	0,0601	0,120	0,580	0,820

r	N	Criteriul Z						
		Z	σ_Z	η_Z	limite Z		limite r	
					minim	maxim	minim	maxim
0,700	73	0,866	0,119	0,234	0,632	1,100	0,558	0,804

Nu se observă o diferenţă prea mare între limitele lui r calculate folosind cele două criterii, datorită faptului că N are o valoare mare.

În calculele ce urmează, pentru celelalte corelaţii, avînd în vedere că N depăşeşte 25 de puncte, se va folosi criteriul t.

Semnificaţia coeficientului teoretic de corelaţie, adică în ce măsură acesta este diferit de zero, se poate verifica din criteriul

$$t_r = \frac{r}{\frac{1}{\sqrt{N-1}}} > 1, \tag{7}$$

unde $\frac{1}{\sqrt{N-1}}$ este eroarea pătratică a lui r în ipoteza că coeficientul de corelaţie al întregii colectivităţi statistice este zero. Pentru cazul studiat mai sus, valoarea raportului (7) este 5,94.

Limitele obţinute pentru r şi valoarea lui t_r arată că între ritmul de creştere al consumului de energie electrică şi cel al venitului naţional (respectiv produsul interior brut) există o corelaţie reală, semnificativă.

Un alt element al corelaţiei a cărui semnificaţie şi interval de încredere ne propunem să le verificăm este coeficientul de regresie b.

Se consideră că b este semnificativ, folosind criteriul t, atunci cînd valoarea tabelară a lui t, corespunzătoare probabilităţii alese, este mai mică decît valoarea sa calculată din datele observate [4]:

$$t_b = \frac{b}{\sigma_b} > t_p, \tag{8}$$

unde σ_b reprezintă eroarea de selecţie a coeficientului de regresie avînd expresia

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{(N-2)\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}}. \tag{9}$$

În relaţia (9) $\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2$ este suma pătratelor abaterilor valorilor reale (y_i) faţă de cele calculate (Y_i), iar $\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$ a celor reale (x_i) faţă de medie $(\bar{x})$.

Limitele de încredere pentru coeficientul b se determină din

$$\eta_b = t_p \sigma_b \tag{10}$$

şi sînt $b \pm \eta_b$.

Calculînd, pentru corelaţia dintre ritmul mediu anual de creştere al consumului de energie electrică şi cel al venitului naţional, semnificaţia şi intervalul de încredere pentru b rezultă (Tabela 2):

Tabela 2

t_p	t_b	σ_b	η_b	b	limite de încredere b
1,995	8,266	0,1427	0,2847	1,1795	0,8948÷1,4642

Limitele de încredere ale termenului liber a din ecuaţia de corelaţie au fost verificate calculîndu-se mai întîi eroarea de selecţie

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{(N-2)\cdot N}} \tag{11}$$

şi, corespunzător unui anumit nivel de semnificaţie, limitele lui a vor fi $a \pm \eta_a$, unde

$$\eta_a = t_p \sigma_a. \tag{12}$$

În tabela 3 sînt calculate aceste limite pentru corelaţia studiată.

Tabela 3

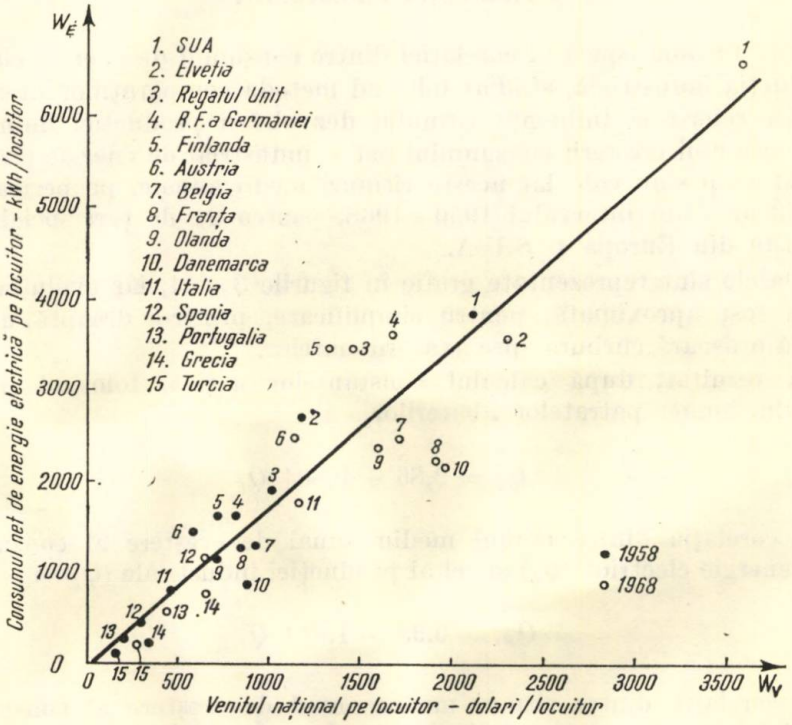
σ_a	t_p	η_a	a	limite de încredere a
0,27	1,995	0,54	2,55	2,01÷3,09

Pe baza celor de mai sus se poate scrie o nouă relaţie pentru corelaţia studiată (la fel şi pentru cele ce urmează) şi care dă intervalul în care se găseşte, cu o probabilitate aleasă, valoarea lui Y în funcţie de o anumită valoare pentru x

$$Y = a \pm \eta_a + (b \pm \eta_b)\, x. \tag{13}$$

2.2. Un alt aspect al corelaţiei dintre consumul de energie electrică şi venitul naţional, studiată folosind metoda comparaţiilor internaţionale, a fost acela al corelaţiei dintre nivelul acestor indicatori pe locuitor.

Efectuarea unei corelaţii între consumul net de energie electrică pe locuitor (w_E) şi venitul naţional pe locuitor (w_v) presupune ca datele referitoare la venitul naţional să fie exprimate într-o unitate monetară comună. În acest scop a fost folosit venitul naţional pe locuitor exprimat în dolari [6]. Întrucît nu s-a dispus de date şi pentru ţările socialiste, pentru a baza calculele pe mai multe informaţii, au fost luate în considerare valorile realizate în unele ţări capitaliste în anii 1958 şi 1968. Reprezentarea grafică a acestei corelaţii s-a făcut în figura 2.



2. — Corelaţia dintre consumul net de energie electrică pe locuitor şi venitul naţional pe locuitor, pentru diverse ţări, în anii 1958 şi 1968.

Evoluţia corelaţiei a fost aproximată cu o dreaptă obţinîndu-se

$$w_E = -89{,}14 + 1{,}7603\ w_v.$$

Rezultatele calculului referitor la semnificaţia şi limitele de încredere pentru elementele acestei corelaţii (r, b şi a), aplicînd formulele de mai sus, sînt redate concentrat în tabela 4.

Tabela 4

N	t_p	r			b			a	
		t_r	val. medie	limite de încredere	t_b	val. medie	limite de încredere	val. medie	limite de încredere
30	2,048	5,00	0,928	0,875 ÷ 0,981	13,17	1,7603	1,486 ÷ 2,034	−89,14	−292,8 ÷ +114,5

Datele din tabela 4 arată existenţa unei corelaţii reale între consumul net de energie electrică pe locuitor şi venitul naţional pe locuitor.

3. CORELAŢIA DINTRE CONSUMUL DE ENERGIE ELECTRICĂ ŞI PRODUCŢIA INDUSTRIALĂ

3.1. Primul aspect al corelaţiei dintre consumul de energie electrică şi producţia industrială, studiat folosind metoda comparaţiilor internaţionale, s-a referit la influenţa ritmului dezvoltării producţiei industriale asupra ritmului creşterii consumului net şi industrial de energie electrică. În acest scop s-au calculat aceste ritmuri medii anuale, pe perioade de 5 ani (3 ani) din intervalul 1950—1968, pentru 21 de ţări socialiste şi capitaliste din Europa şi S.U.A.

Datele sînt reprezentate grafic în figurile 3 şi 4, iar evoluţia corelaţiei a fost aproximată, pentru simplificare, printr-o dreaptă, deşi ea prezintă o uşoară curbură spre axa ordonatelor.

A rezultat, după calculul constantelor a şi b, folosind metoda minimului sumei pătratelor abaterilor,

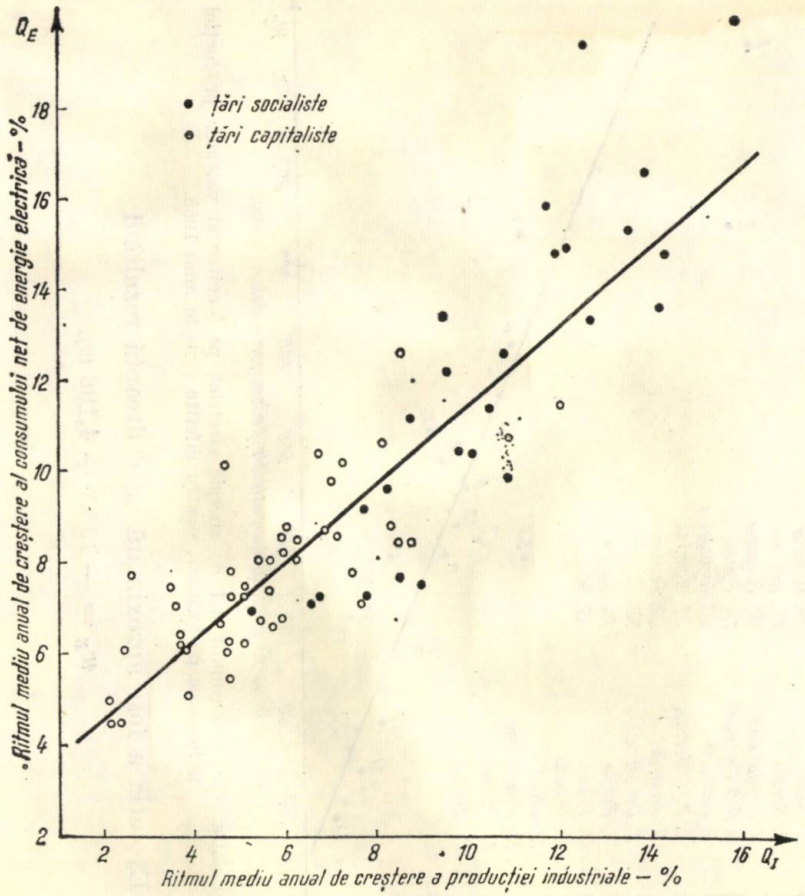
$$Q_E = 2{,}86 + 0{,}864\ Q_I$$

pentru corelaţia dintre ritmul mediu anual de creştere al consumului net de energie electrică (Q_E) şi cel al producţiei industriale (Q_I) şi

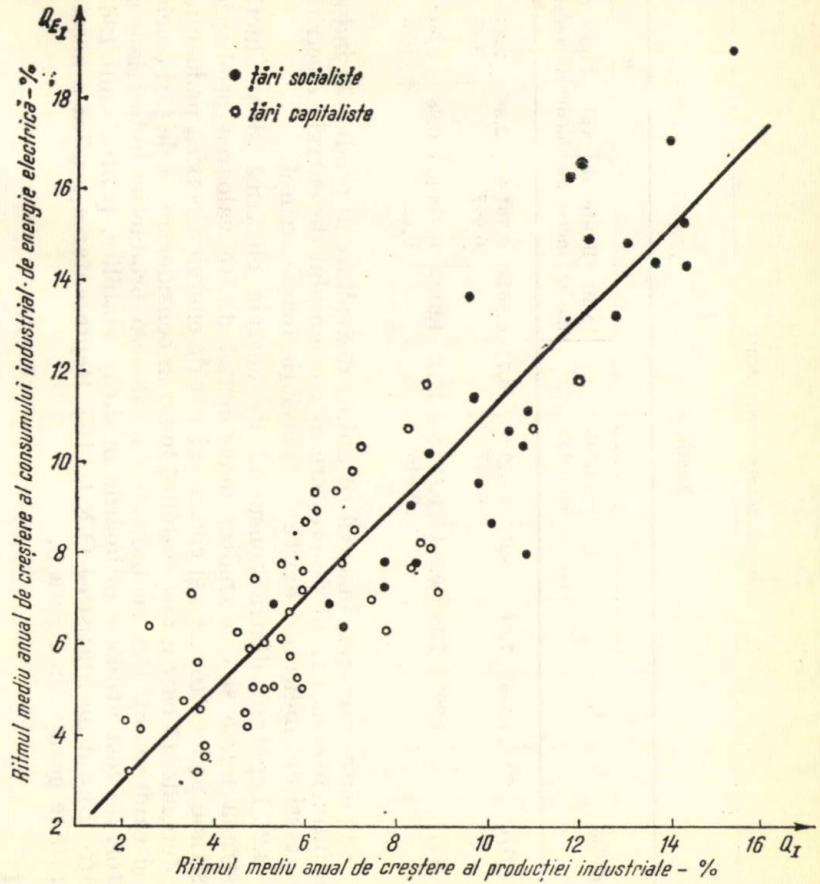
$$Q_{E_I} = 0{,}98 + 1{,}014\ Q_I$$

pentru corelaţia dintre ritmul mediu anual de creştere al consumului industrial de energie electrică (Q_{E_I}) şi cel al producţiei industriale.

Rezultatele calculului privind semnificaţia coeficientului de corelaţie r, a coeficientului de regresie b, precum şi intervalul de încredere pentru r, b şi a sînt redate în tabela 5, pentru ambele corelaţii studiate în acest capitol.



3.— Corelația dintre ritmul mediu anual de creștere al consumului net de energie electrică și cel al producției industriale, în perioada 1950—1968.



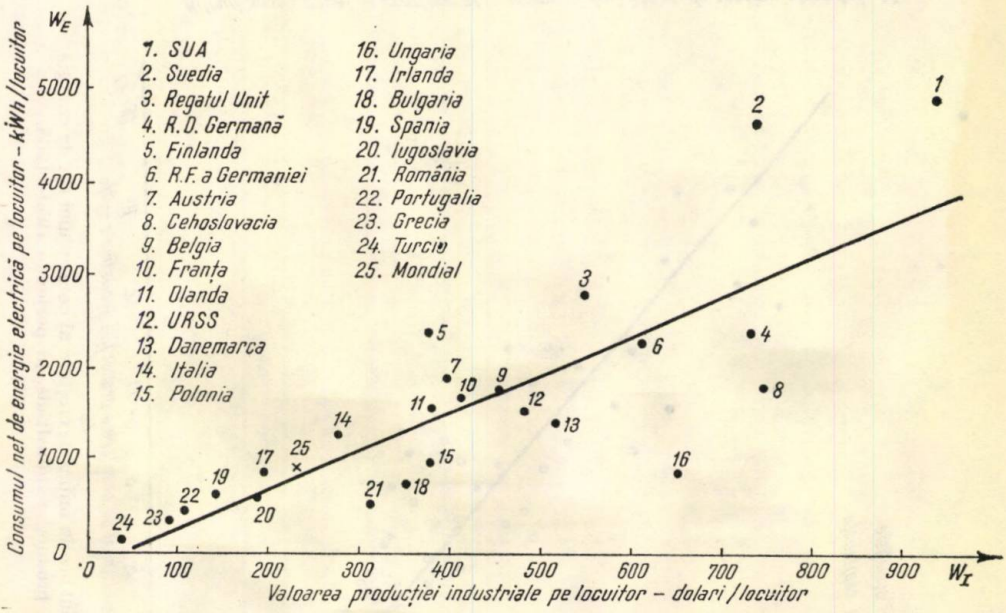
4 — Corelația dintre ritmul mediu anual de creștere al consumului industrial de energie electrică și cel al producției industriale, în perioada 1951—1968.

Tabela 5

Corelația	N	t_p	r			b			a	
			t_r	val. medie	limite de încredere	t_b	val. medie	limite de încredere	val. medie	limite de încredere
$Q_E = f(Q_I)$	72	1,995	7,54	0,895	0,843 ÷ 0,947	16,77	0,8638	0,761 ÷ 0,967	2,86	2,53 ÷ 3,19
$Q_{E_I} = f(Q_I)$	72	1,995	7,59	0,901	0,857 ÷ 0,945	17,42	1,0137	0,898 ÷ 0,130	0,98	0,60 ÷ 1,36

Se poate trage concluzia că ritmul de dezvoltare al producției industriale influențează ritmul de creștere al consumului de energie electrică, între acești doi indicatori existînd o corelație foarte strînsă.

3.2. Legătura dintre consumul de energie electrică și producția industrială reiese și din analiza dependenței dintre valoarea producției industriale pe locuitor (w_I) și consumul net de energie electrică pe locuitor (w_E), dependență care a fost stabilită luînd în considerare 24 de țări (socialiste și capitaliste). Pentru indicatorul valoarea producției industriale pe locuitor, au fost utilizate estimările în dolari stabilite, pentru anul 1963, de către Biroul de Statistică O.N.U. [9]. Reprezentarea grafică a acestei corelații se găsește în figura 5.



5. — Corelația dintre consumul net de energie electrică pe locuitor și valoarea producției industriale pe locuitor, pentru diferite țări, în anul 1963.

Evoluția a fost aproximată cu o dreaptă rezultînd

$$w_E = -153{,}2 + 4{,}196\, w_I.$$

În tabela 6 se dau rezultatele calculului semnificației coeficienților corelației și limitele lor de încredere.

Tabela 6

N	t_p	r			b			a	
		t_r	val. medie	limite de încredere	t_b	val. medie	limite de încredere	val. medie	limite de încredere
25	2,069	3,97	0,810	0,665÷ 0,955	6,64	4,196	3,888÷ 5,504	−153,2	−451,8÷ 145,4

Analiza datelor din tabela 6 și din figura 5 arată că între consumul de energie electrică pe locuitor și producția industrială pe locuitor există o corelație și că, în timp ce pentru valori mici ale indicatorului w_I punctele se înscriu mai bine pe dreaptă, pentru țările dezvoltate o influență deosebită asupra consumului de energie electrică pe locuitor exercită structura producției industriale a țării respective (caracterul ei energointensiv), precum și factori ca înzestrarea cu resurse energetice, standardul de viață atins, ponderea consumului casnic în consumul total etc.

4. CORELAȚIA DINTRE CONSUMUL DE ENERGIE ELECTRICĂ ȘI PRODUCTIVITATEA MUNCII

Pentru a arăta legătura dintre consumul de energie electrică și productivitatea muncii ne vom referi la datele industriei, și anume la productivitatea muncii pe salariat din industrie și la consumul de energie electrică pe salariat din industrie (înzestrarea electroenergetică a muncii industriale).

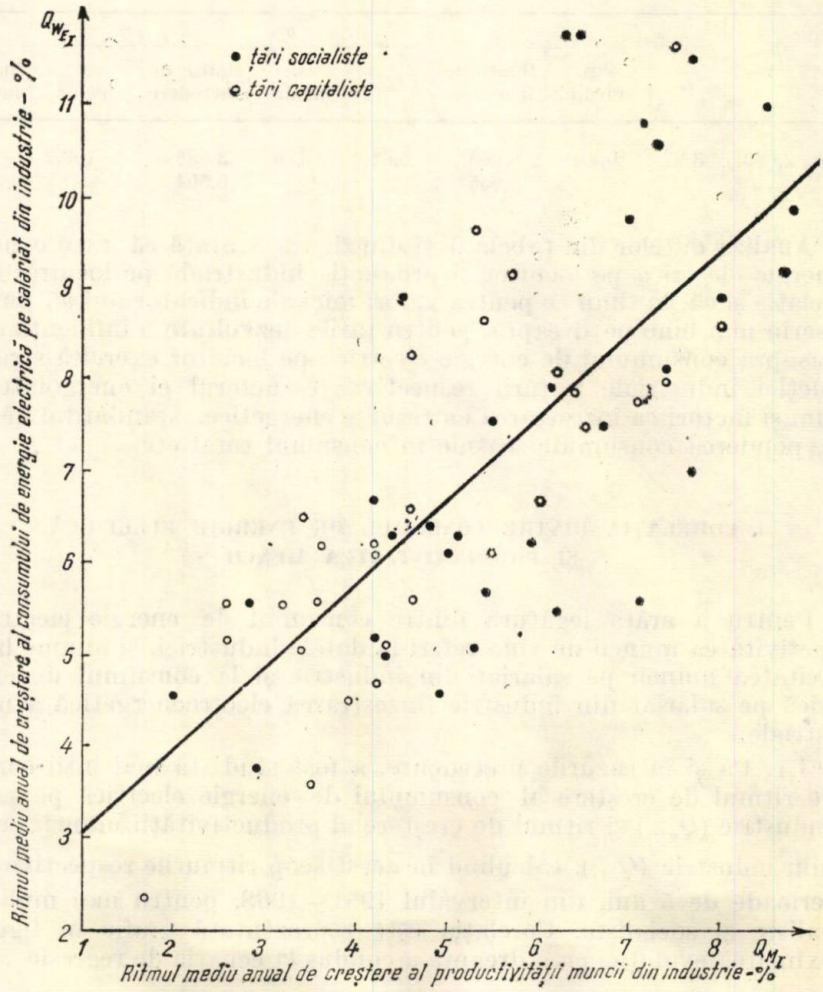
4.1. Ca și în cazurile precedente, a fost studiată mai întîi corelația dintre ritmul de creștere al consumului de energie electrică pe salariat din industrie (Q_{wE_I}) și ritmul de creștere al productivității muncii pe salariat din industrie (Q_{M_I}), calculînd în acest scop ritmurile respective medii pe perioade de 5 ani, din intervalul 1951—1968, pentru mai multe țări capitaliste și socialiste. Corelația este reprezentată grafic în figura 6. Aproximarea evoluției cu o dreaptă a condus la ecuația de regresie

$$Q_{wE_I} = 1{,}18 + 0{,}9133\ Q_{M_I},$$

pentru care semnificația și limitele de încredere ale coeficienților sînt prezentate în tabela 7.

Datele din tabela 7 confirmă existența unei corelații reale între productivitatea muncii din industrie și consumul de energie electrică pe salariat din industrie, înzestrarea electroenergetică a muncii fiind considerată ca un factor ce sintetizează dezvoltarea formelor moderne ale progresului tehnic în industrie și care, alături de alți factori, asigură muncii o înaltă productivitate.

4.2. Corelația dintre valoarea producției industriale pe o persoană ocupată în industrie și consumul industrial de energie electrică pe o persoană ocupată în industrie reprezintă de fapt o corelație între productivitatea muncii și înzestrarea electroenergetică considerînd însă, de data



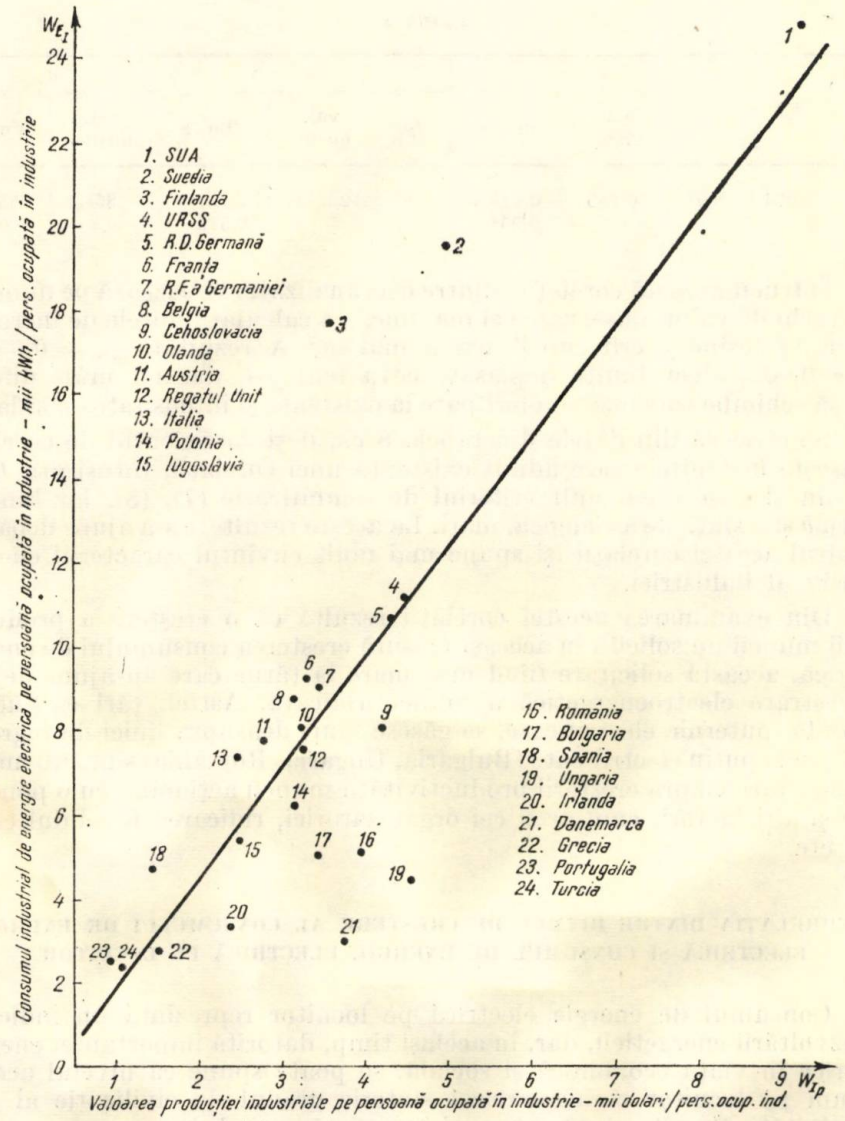
6. — Corelația dintre ritmul mediu anual de creștere al consumului de energie electrică pe salariat din industrie și cel al productivității muncii din industrie, în perioada 1951—1968.

Tabela 7

N	l_p	r			b			a	
		l_r	val. medie	limite de încredere	l_b	val. medie	limite de încredere	val. medie	limite de încredere
59	2,002	5,60	0,735	0,614 ÷ 0,856	8,18	0,9133	0,689 ÷ 1,137	1,18	0,79 ÷ 1,57

aceasta, valorile realizate într-un anumit an de mai multe ţări, realizări ce se diferenţiază între ele în general, după gradul de dezvoltare al ţării respective.

În scopul întocmirii acestei corelaţii datele referitoare la valoarea producţiei industriale exprimată în dolari şi cele referitoare la persoanele ocupate în industrie au fost luate, de asemenea, din [9] şi se referă la anul 1963. Corelaţia este reprezentată grafic în figura 7.



7. — Corelaţia dintre consumul de energie electrică pe persoană ocupată în industrie şi valoarea producţiei industriale pe persoană ocupată în industrie, în diverse ţări, în anul 1963.

Dreapta de regresie care aproximează evoluţia acestei corelaţii are expresia

$$w_{E_I} = -851{,}1 + 2{,}6505\ w_I.$$

În tabela 8 sînt redate semnificaţia şi limitele coeficienţilor acestei corelaţii.

Tabela 8

N	t_p	r			b			a	
		t_r	val. medie	limite	t_b	val. medie	limite	val. medie	limite
24	2,074	3,76	0,785	0,619÷ 0,951	2,87	2,6505	1,727÷ 3,573	−858,1	−2355,3÷ 639,1

Întrucît această corelaţie, dintre cele analizate, se bazează pe numărul de perechi de valori observate cel mai mic, s-a calculat limitele de încredere pentru r folosind şi criteriul Z, expus mai sus. A rezultat $r_{min} = 0{,}558$ şi $r_{max} = 0{,}902$, deci limite deplasate ceva mai jos, dar nu mult diferite încît să schimbe concluziile referitoare la existenţa şi intensitatea corelaţiei.

Se observă din datele din tabela 8 că, deşi coeficientul de corelaţie se găseşte în limitele care admit existenţa unei corelaţii, totuşi atît t_r cît şi t_b nu depăşesc cu mult criteriul de semnificaţie (7), (8), iar limitele pentru b şi a sînt, de asemenea, mari. La aceste rezultate s-a ajuns deoarece în cadrul acestei corelaţii îşi spune mai mult cuvîntul caracterul energo-intensiv al industriei.

Din examinarea acestei corelaţii rezultă că o creştere a productivităţii muncii nu solicită în aceeaşi măsură creşterea consumului de energie electrică, această solicitare fiind mai mare la ţările care au ajuns deja la o înzestrare electroenergetică a muncii ridicată. Astfel, ţări ca Suedia, Finlanda, puternic electrificate, se găsesc mult deasupra liniei de regresie, iar ţări mai puţin electrificate (Bulgaria, Ungaria, România) sînt sub medie, în aceste ţări asupra creşterii productivităţii muncii acţionînd cu o pondere mare şi alţi factori, cum ar fi cei organizatorici, ridicarea nivelului calificării etc.

5. CORELAŢIA DINTRE RITMUL DE CREŞTERE AL CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ ŞI CONSUMUL DE ENERGIE ELECTRICĂ PE LOCUITOR

Consumul de energie electrică pe locuitor reprezintă un indicator al dezvoltării energeticii, dar, în acelaşi timp, datorită importanţei energiei electrice în viaţa economică şi socială, se poate spune că nivelul acestui consum pe locuitor caracterizează sintetic gradul de civilizaţie al unei colectivităţi. Cu cît o ţară este mai înapoiată, avînd deci un consum mic de energie electrică pe locuitor, cu atît mai mult va căuta, în dorinţa dezvoltării economice rapide, să sporească consumul de energie electrică

cu un ritm ridicat. Se poate deci stabili o corelaţie între ritmul mediu anual de creştere al consumului de energie electrică, considerat ca variabilă dependentă, şi nivelul acestui consum pe locuitor, considerat ca variabilă independentă.

În scopul stabilirii acestei corelaţii, s-au folosit de asemenea ritmurile calculate pe perioada de 5 ani, din intervalul 1951—1968, iar pentru consumul pe locuitor a fost luată valoarea corespunzătoare primului an al perioadei, considerînd că acest nivel al consumului este cel care conduce la ritmul din perioada imediat următoare. Reprezentarea grafică este dată în figura 8.

Analiza figurii sugerează aproximarea evoluţiei cu o hiperbolă de forma

$$Y = a + \frac{b}{x^{\alpha}}. \tag{14}$$

Constantele a şi b pentru un α dat s-au determinat din ecuaţiile normale. Repetînd calculul pentru mai multe valori ale lui α s-a ajuns la a, b şi α care dau suma pătratelor abaterilor minimum minimorum, rezultînd

$$Q_E = -11{,}7 + 40{,}984\ w_E^{-0{,}1},$$

Pentru corelaţiile neliniare, intensitatea corelaţiei se determină cu ajutorul indicelui de corelaţie (ρ)

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{Y})^2}}. \tag{15}$$

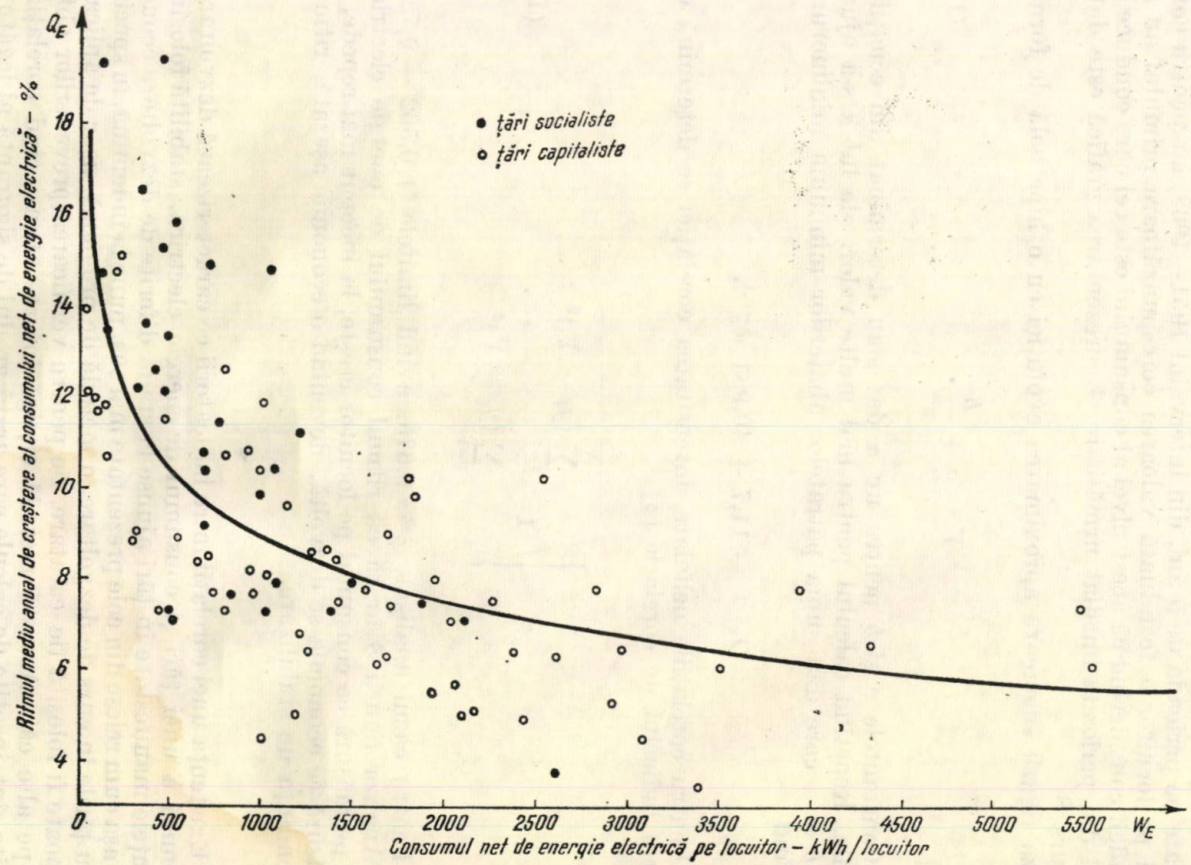
Pentru cazul analizat, $\rho = 0{,}675$, avînd limitele *) 0,562 — 0,788.

Analiza figurii 8 arată că ritmul consumului de energie electrică scade pe măsură ce consumul pe locuitor creşte, la început mai repede, şi pe măsură ce economia se dezvoltă, devenind o economie aşezată, ritmul are tendinţa de stabilizare.

★

Existenţa unei corelaţii între indicatorii ce caracterizează dezvoltarea economică a unei ţări şi consumul de energie electrică, stabilită folosind tendinţele manifestate în ţări ajunse la stadii diferite de dezvoltare economică, aşa cum reiese din cele prezentate mai sus, pune la îndemînă, în special pentru ţările în curs de dezvoltare, o metodă de prognoză, uşor de aplicat, care poate fi folosită fie ca atare, fie pentru verificarea prevederilor obţinute pe alte căi. Această metodă cîştigă interes atunci cînd corelaţiile stabilite sînt însoţite de calcule care arată gradul de siguranţă al legăturii şi limitele de încredere ale coeficienţilor ecuaţiilor de regresie.

*) S-a făcut o aproximaţie aplicînd pentru calculul limitelor lui ρ aceleaşi relaţii ca pentru r.



8. — Corelația dintre ritmul mediu anual de creștere al consumului net de energie electrică și consumul net de energie electrică pe locuitor, în perioada 1951—1968.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Felix, *Analysis of Recorded Use and Growth of Energy and Electricity and Improved Method of Forecasting Future Demand for All Countries of the World*, WPC Tokyo 1966 report 82—1A.
2. J. Filipowicz, Z. Jasicki, K. Kopecki, S. Kwiatkowski, *Prognosis of the Development of Technology in the Field of Energy*, Sc. Tech/B—1 /Working Paper 9, septembrie 1970.
3. E. Costin, S. Bordeianu, *Metode econometrice în prognoza consumului de energie electrică*, Studii și cercetări de calcul economic și cibernetică economică, *2*, 23 — 33 (1968).
4. I. Marinescu, C. Moineagu, R. Niculescu, N. Rancu, V. Urseanu. *Elemente de statistică matematică și aplicațiile ei*, București, Edit. științifică, 1966.
5. A. G. Worthing, J. Geffner, *Prelucrarea datelor experimentale*, București, Edit. tehnică, 1959.
6. * * * *Statistical Yearbook 1957—1969*, New York, Edition United Nations.
7. * * * *Anuarul statistic al Republicii Socialiste România 1964—1970*.
8. * * * *Annual Bulletin of Electric Energy Statistics for Europe 1956—1969*, Edition United Nations, Geneva.
9. * * * *The Growth of World Industry 1968*, New York, Edition United Notions, 1970.
10. * * * *Annuaire des statistiques du travail 1965—1969—Bureau international du travail*, Geneva.

PROCESE PIROLITICE LA ARDEREA PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

DE

C. COROIU

662.611

Sînt prezentate cercetările privind procesele pirolitice care însoțesc arderea particulelor de cărbuni fosili în diferite stadii de carbonificare. Curbele de încălzire ale particulelor combustibile supuse pirolizei reproduc curbele de încălzire ale particulelor din timpul arderii acestora în incinte încălzite la temperaturi de 500, 700, 900, 1100°C și în condiții aerodinamice cvasistaționare.

Pe baza considerațiilor de structură chimică a fost dezvoltat un nou model matematic al proceselor pirolitice ale cărbunilor cu grad redus de carbonificare.

1. INTRODUCERE

În instalațiile de ardere particulele de combustibili solizi sînt supuse unor procese complexe de transfer de căldură și masă. La început, în perioada de întîrziere la aprindere, paralel cu procesul de încălzire se desfășoară procesele simultane de oxidare și piroliză [1].

Procesele pirolitice reprezintă procese de descompunere termochimică a masei organice din cărbuni. Studierea proceselor pirolitice ale combustibililor solizi a fost efectuată în general în legătură cu utilizarea lor tehnologică și în mai mică măsură cu utilizarea lor energetică. Creșterea necesarului de energie a pus problema intensificării proceselor de ardere și, implicit, a adîncirii cunoștințelor privind mecanismele producerii lor. Condițiile speciale de desfășurare a proceselor de ardere a combustibililor solizi : atmosferă oxidantă, temperaturi înalte, viteze mari de încălzire a particulelor, conferă proceselor pirolitice din acest caz un specific față de cele care se desfășoară în cazul proceselor tehnologice amintite, în absența aerului și la viteze mici de încălzire.

2. CHIMISMUL PROCESELOR PIROLITICE

Teoriile structurale moderne bazate pe rezultatele cercetărilor obținute prin diverse metode moderne fizico-chimice de investigație concep masa organică din cărbuni ca o substanță macromoleculară policondensată

cu o mai mică sau mai mare dezvoltare a gradului de polimerizare și cu catene laterale de diverse tipuri [3]—[7].

Pentru huile, W. Fuchs și Van Krevelen au propus schema chimismului proceselor pirolitice din figura 1, care a stat la baza elaborării modelului matematic al proceselor pirolitice ale huilelor de către Chermin și Van Krevelen [3]. Modelul matematic respectiv se bazează pe următorul model cinetic :

$$P \xrightarrow{K_1} M, \tag{1}$$

$$M \xrightarrow{K_2} R + G_1, \tag{2}$$

$$R \xrightarrow{K_3} S + G_2, \tag{3}$$

în care P — cărbune inițial ; M — metaplast ; R — semicocs ; S — cocs ; G_1 — gaz primar ; G_2 — gaz secundar ; K_1, K_2, K_3 — constante ale vitezei de reacție. Conform acestei scheme cinetice, cărbunele inițial (P), sub influența temperaturii, suferă un proces de depolimerizare (1), în urma căruia rezultă un produs intermediar nestabil, plastic, denumit „metaplast" (M). Acest proces de depolimerizare este reprezentat în schema chimică din figura 1 prin liniile punctate (1) și (2), rezultînd macromoleculele de metaplast I, II și III. Procesul (2) este un proces chimic complex de cracare a elementelor metaplastului reprezentat în schema chimică din figura 1 prin liniile punctate (3), (4), (5), (6) și de recondensare a elementelor metaplastului cracat, care conduce la solidificarea sistemului și apariția semicocsului. Gazul format prin descompunerea metaplastului conduce la umflarea masei. Reacția (3) este o degazare a semicocsului în timpul căreia unitățile sale structurale se unesc între ele cu formare de lamele aromatice policondensate caracteristice structurii cocsului și cu degajare de CH_4 și H_2.

Extinderea acestui model la cărbunii tineri (turbe, ligniți) utilizați în scopuri energetice este infirmată de unele date experimentale în primul rînd prin absența fenomenului de înmuiere.

Conform celor de mai sus, modelul cinetic al proceselor pirolitice ale cărbunilor cu grad redus de carbonificare poate fi reprezentat astfel

$$\begin{array}{ccccccc} \partial_0 C_0 & \xrightarrow{K_1} & \partial_1 R_1 & \xrightarrow{K_2} & \partial_2 R_2 \ldots & \xrightarrow{K_n} & \partial_n R_n, \\ & & + & & + & & + \\ & & g_1 G_1 & & g_2 G_2 & & g_n G_n \end{array} \tag{4}$$

în care C_0 — unitate structurală a cărbunelui inițial ; R_1, R_2, ..., R_n — unități structurale ale reziduurilor solide în diverse faze ale procesului de piroliză ; G_1, G_2, ..., G_n — gaze de piroliză condensabile și necondensabile degajate în diverse faze ale procesului de piroliză ; ∂_1, ∂_2, ..., ∂_n, g_1, g_2, ..., g_n — coeficienți stoechiometrici ; K_1, K_2, ..., K_n — constante ale vitezelor de reacție.

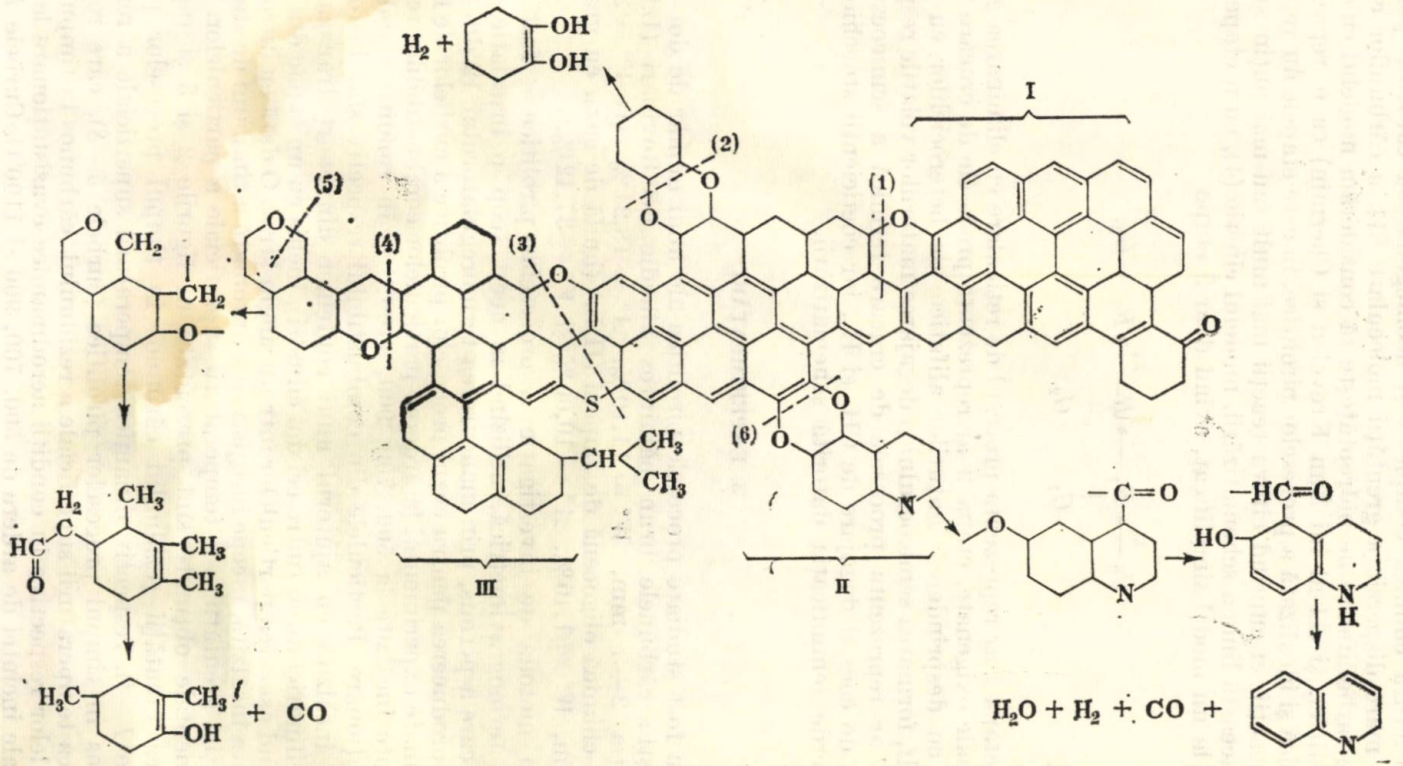


Fig. 1. — Schema chimismului proceselor pirolitice ale huilelor după W. Fuchs şi Van Krevelen.

Structura chimică complexă şi neomogenă, cu caracter polimeric, avînd o mare dispersie a greutăţii moleculare [3], a cărbunilor cu grad redus de carbonificare ne îndreptăţeşte să considerăm modelul cinetic (4) (ca, de altfel, şi cel al lui Van Krevelen şi Chermin) ca o reprezentare schematică şi idealizată a proceselor pirolitice, în care etapele nu reprezintă simple reacţii, ci cuprind cîteva reacţii mai mult sau mai puţin similare. Tot pe această linie a schematizării, modelul cinetic (4), cu n etape, poate fi redus la un model simplificat, avînd doar 3 etape

$$C_0 \xrightarrow{K_1} \underset{+\ G_1}{R_1} \xrightarrow{K_2} \underset{+\ G_2}{R_2} \xrightarrow{K_3} R_3 + G_3, \tag{5}$$

în care etapa 1 ar reprezenta procesul de reticulare cu eliminarea grupelor funcţionale oxigenate, etapa 2 ar reprezenta procesele de cracare termică soldate cu desprinderea lanţurilor alifatice ale heterociclilor cu oxigen, azot, sulf, formarea semicocsului şi degajarea materiilor volatile respective, etapa 3 ar reprezenta procesele de cracare termică a semicocsului cu formare de cocs şi degajare de CH_4 şi H_2, iar coeficienţii stoechiometrici şi-ar pierde semnificaţia datorită schematizării.

3. EXPERIMENTĂRI

Au fost studiate procesele pirolitice ale unui număr de doi cărbuni româneşti: cărbunele brun pămîntos xiloidic de Rovinari (L.R.), cu granulaţia 2—3 mm, $W^a = 11{,}10\%$, $A^a = 18{,}21\%$ şi $V^a = 38{,}92\%$, şi huila chimică oligocenă de Lupeni (H.L.) (huilă de gaz), cu granulaţia 2—3 mm, $W^a = 1{,}40\%$, $A^a = 10{,}00\%$ şi $V^a = 37{,}42\%$.

Ca metodă de investigaţie a proceselor pirolitice a fost folosită metoda termogravimetrică, utilizînd în acest scop o instalaţie descrisă în [12] care a permis, prin manevrarea termoregulatorului 12 din figura 2 [12], reproducerea pentru cazul proceselor pirolitice a curbelor de încălzire determinate experimental la arderea particulelor combustibililor respectivi în incinte încălzite la 500, 700, 900, 1100°C şi în condiţii aerodinamice cvasistaţionare. Particulele din combustibilul respectiv sînt introduse în incinta încălzită cu ajutorul unui conteiner din cuarţ transparent cu pereţi cilindrici dubli (între cei doi cilindri), închis cu un capac din platină, permiţînd aşezarea particulelor într-un singur strat. O dată cu introducerea în incinta încălzită, începe înregistrarea automată a timpului de staţionare, a variaţiei greutăţii şi a temperaturii superficiale a particulelor. Curbele experimentale obţinute sînt prezentate în figurile 2 şi 3 şi reprezintă dinamica greutăţii reziduului cărbunos în timpul proceselor pirolitice (curbele *1—4*), respectiv dinamica temperaturii superficiale a reziduului cărbunos în timpul proceselor pirolitice (curbele *5—8*), care reproduce dinamica temperaturii superficiale a reziduului cărbunos în timpul arderii particulelor respective în condiţii aerodinamice cvasistaţionare la temperaturi ale incintei de ardere de 500, 700, 900 şi 1100°C. Curbele *1—4* din figurile 2 şi 3 arată variaţia globală a greutăţii particulelor combustibile,

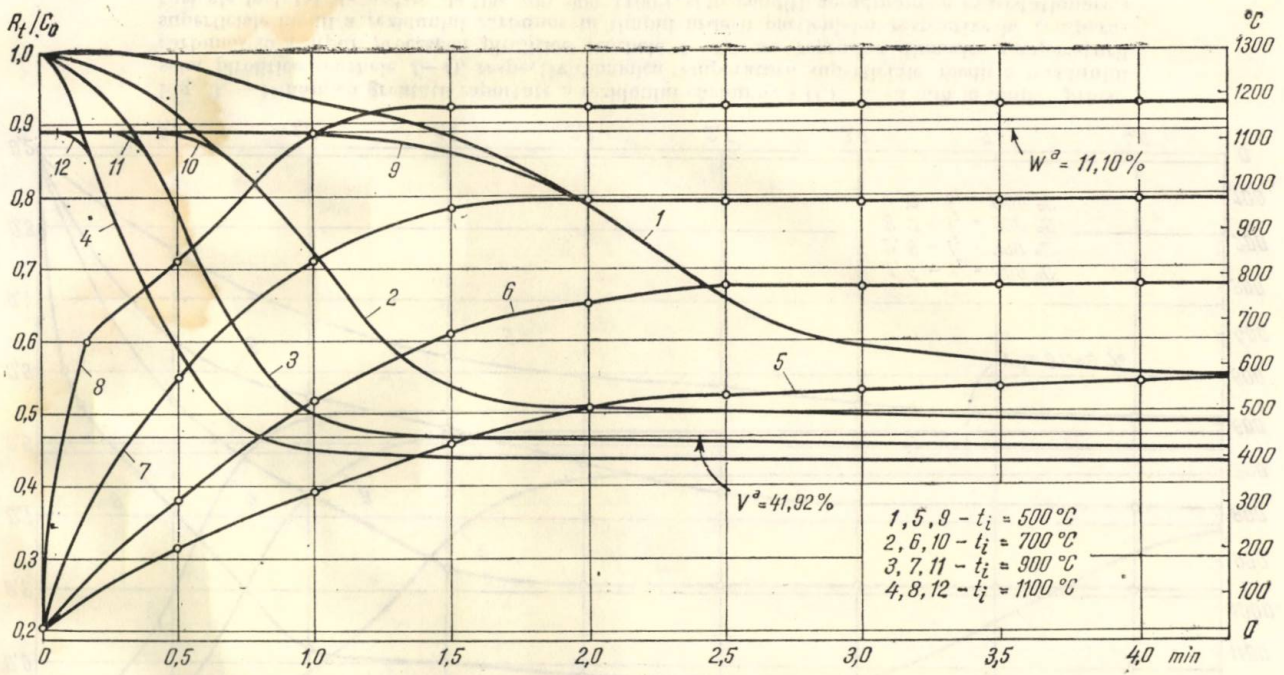


Fig. 2. — Dinamica greutăţii raportate a reziduului cărbunos a L.R. 2—3 mm în timpul proceselor pirolitice (curbele 1—4), respectiv dinamica temperaturii superficiale medii a reziduului cărbunos în timpul proceselor pirolitice (curbele *5—8*, care reproduc dinamica temperaturii superficiale medii a reziduului cărbunos în timpul arderii particulelor respective la temperaturi ale incintei de ardere de 500, 700, 900, 1100°C şi în condiţii aerodinamice cvasistaţionare). Curbele *9—12*, racordate la curbele *1—4*, reprezintă procesul de piroliză separat de procesele de uscare şi oxidare.

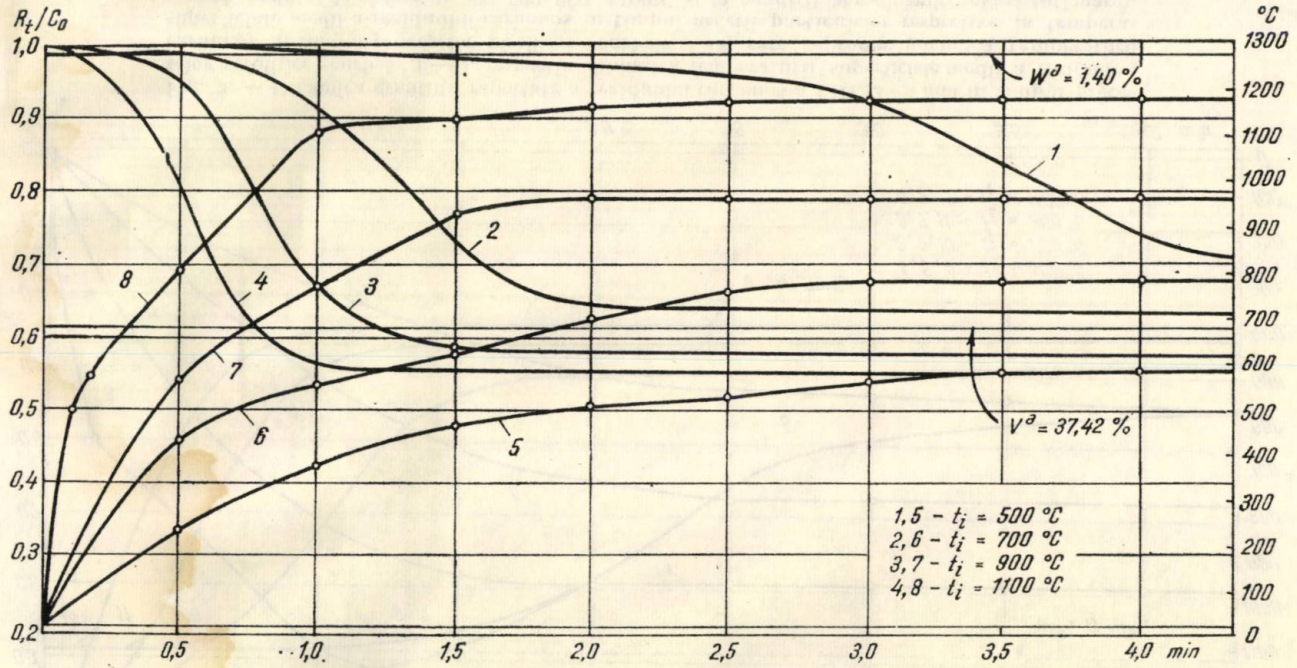


Fig. 3. — Dinamica greutății raportate a reziduului cărbunos a H.L. 2—3 mm în timpul proceselor pirolitice (curbele *1—4*), respectiv dinamica temperaturii superficiale medii a reziduului cărbunos în timpul proceselor pirolitice (curbele *5—8*, care reproduc dinamica temperaturii superficiale medii a reziduului cărbunos în timpul arderii particulelor respective la temperaturi ale incintei de ardere de 500, 700, 900, 1100°C și în condiții aerodinamice cvasistaționare.)

reprezentînd la început o însumare a proceselor de uscare, oxidare şi piroliză. Separarea procesului de piroliză de procesele de uscare şi oxidare simultane reprezintă o problemă complexă, care a fost tratată în [1]. În acord cu cele expuse în [1] au fost trasate curbele (*9—12*) din figura 1, reprezentînd procesele de piroliză neafectate de uscare şi oxidare.

În cazul H.L., corecţia curbelor de piroliză prin separarea proceselor de uscare şi oxidare este foarte mică, lucru explicabil de altfel prin umiditatea redusă şi stabilitatea chimică relativ ridicată a huilelor.

În figurile 4 şi 5 sînt prezentate diagramele reprezentînd vitezele procesului global de transfer de masă în timpul desfăşurării proceselor pirolitice studiate, corespunzătoare curbelor de încălzire *5—8* din figurile 2 şi 3 şi notate în paranteză. Pe diagramele din figurile *4* şi *5* sînt notate de asemenea, prin T_{dm}, temperaturile corespunzătoare vitezelor maxime de degazare. Se observă că aceste temperaturi sînt în toate cazurile mai mici pentru L.R. decît pentru H.L., ceea ce se explică prin rezistenţa termochimică mai mare a H.L. faţă de L.R. Au fost notate de asemenea şi alte puncte caracteristice; astfel: punctele *a* indică momentul corespunzător aprinderii materiilor volatile; punctele *b* indică momentul terminării arderii materiilor volatile; punctele *c* indică momentul intersecţiei dintre dreapta de umiditate constantă W_c^a şi curbele corespunzătoare *1—4* din figurile 2—3 reprezentînd dinamica greutăţii raportate a reziduului cărbunos. Intervalul *ab* reprezintă degajarea de materii volatile. De altfel degajarea materiilor volatile începe chiar înaintea momentului reprezentat prin punctul *a*, însă la început produsele de descompunere nu îndeplinesc condiţiile termice şi de concentraţie necesare aprinderii (vapori de apă pirogenetică, CO_2, CO, H_2S etc.) [1]. Punctul *a* marchează momentul de începere a proceselor de cracare termică soldate cu desprinderea lanţurilor alifatice şi ale heterociclilor cu oxigen, azot, sulf şi degajarea substanţelor volatile formate din hidrocarburi alifatice, arilice, fenoli superiori, etc. Aceste materii volatile, sub influenţa temperaturii şi mediului ambiant, sînt supuse unor procese de cracare oxidativă şi de ardere. Punctul *b* marchează sfîrşitul acestor procese; procesul de cracare continuă din acest moment cu degajarea de CH_4 şi H_2. Cracarea termică a metanului nu se produce în acest caz, din cauza cantităţii relativ reduse degajate (vezi fig. 4 şi 5), care permite arderea cu exces mare de oxigen a acestuia chiar în condiţii aerodinamice cvasistaţionare (aşa cum s-au desfăşurat experimentările în cazul de faţă).

4. MODEL MATEMATIC AL PROCESELOR PIROLITICE ALE CĂRBUNILOR CU GRAD REDUS DE CARBONIFICARE

Modelul cinetic (5) poate fi reprezentat şi astfel:

$$C \xrightarrow{K_1} R_1 + G_1, \tag{6}$$

$$R_1 \xrightarrow{K_2} R_2 + G_2, \tag{7}$$

$$R_2 \xrightarrow{K_3} R_3 + G_3, \tag{8}$$

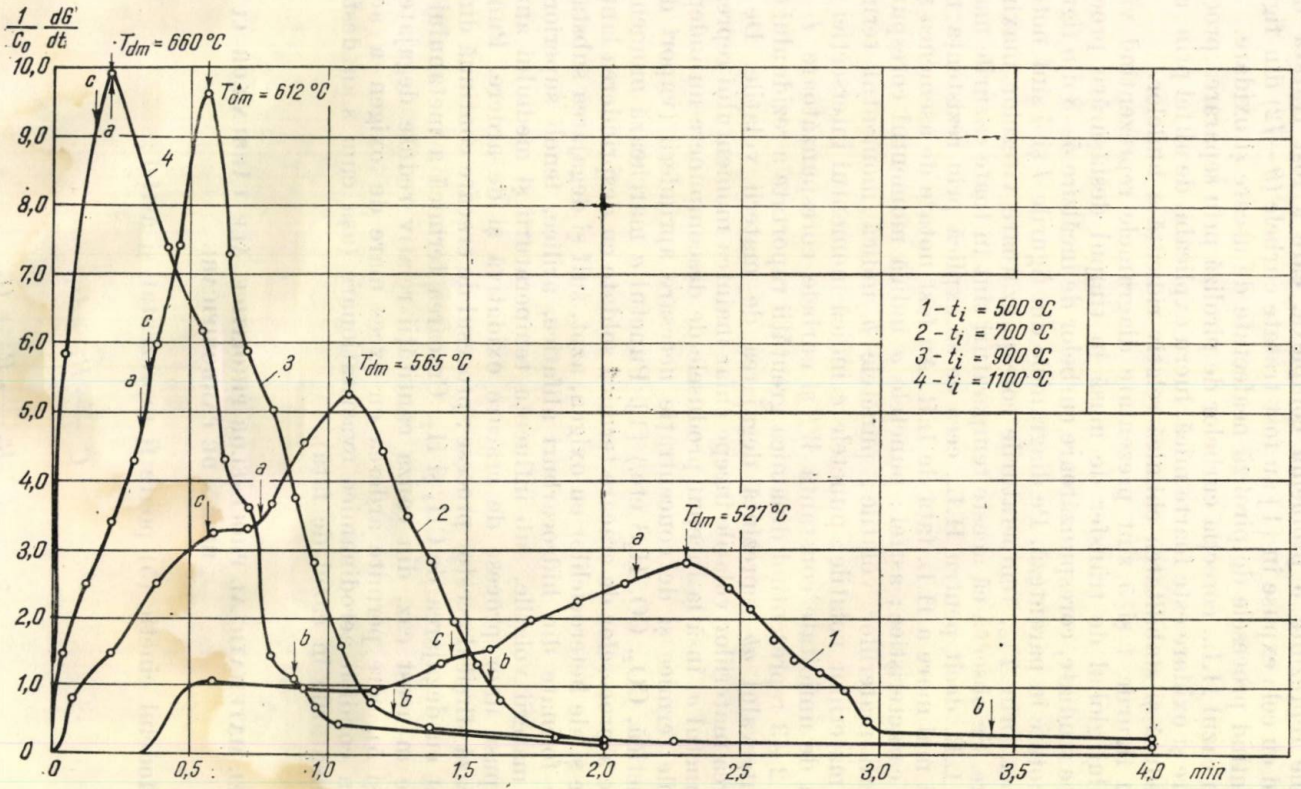


Fig. 4. — Vitezele procesului global de transfer de masă în timpul desfășurării proceselor pirolitice ce se produc la încălzirea particulelor de L.R. 2—3 mm conform curbelor *5—8* din figura 2.

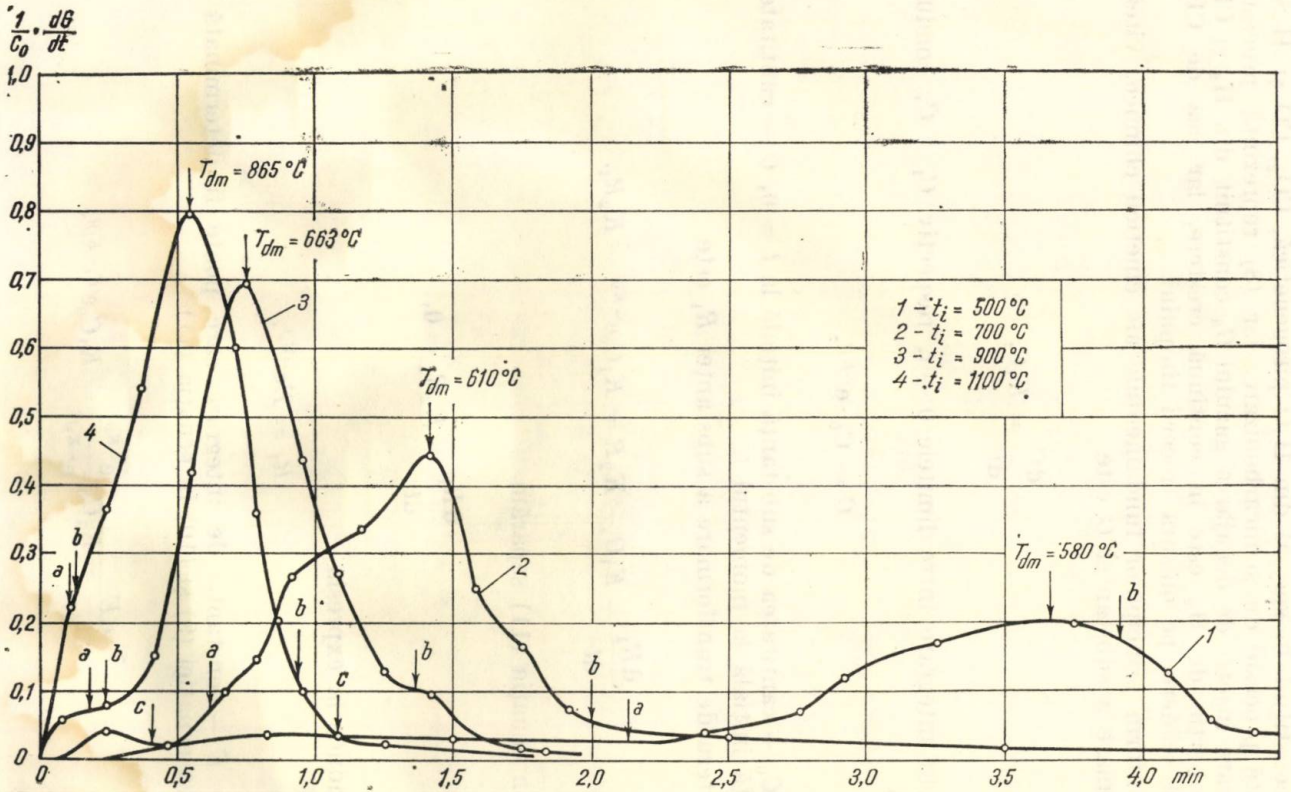


Fig. 5. — Vitezele procesului global de transfer de masă în timpul desfășurării proceselor pirolitice ce se produc la încălzirea particulelor de H.L. 2—3 mm conform curbelor *5—8* din figura 3.

în care (6) reprezintă procesul de piroliză primară care conduce la reticularea elementelor structurale ale cărbunelui inițial și degajarea de gaz G_1 constituit în special din H_2O pirogenetică, CO_2, CO și H_2S; (7) reprezintă procesul de semicarbonizare, iar (8) reprezintă procesul de carbonizare însoțit de degajarea gazului G_3 constituit din H_2 și CH_4 în care proporția de H_2 este în continuă creștere, iar cea de CH_4 în continuă scădere, pe măsura trecerii timpului.

Conform principiilor fundamentale ale cineticii chimice, viteza de transformare a substanței C este

$$-\frac{dC}{dt} = K_1 C, \tag{9}$$

care, prin integrare între limitele $0 \div t$, respectiv $C_1 \div C$, conduce la expresia

$$C = C_0 \cdot e^{-K_1 t}, \tag{10}$$

n care C_0 — cantitatea de substanță inițială la $t = 0$, C — cantitatea de substanță inițială la momentul t.

Viteza de transformare a substanței R_1 este

$$\frac{dR_1}{dt} = K_1 C - K_2 R = K_1 C_0 e^{-K_1 t} - K_2 R_1. \tag{11}$$

Din ecuația (11) separăm

$$\frac{dR_1}{dt} + K_2 R_1 = 0, \tag{12}$$

care conduce la expresia

$$R_1 = E e^{-K_2 t}, \tag{13}$$

în care E — constanta de integrare care poate fi determinată prin înlocuirea ecuației (9) și (10) în ecuația (11)

$$\frac{dE}{dt} = K_1 C_0 \frac{e^{-K_1 t}}{e^{-K_2 t}} = K_1 C_0 e^{(K_2 - K_1)t}, \tag{14}$$

de unde

$$E = \frac{K_1}{K_2 - K_1} C_0 e^{(K_2 - K_1)t} + D. \tag{15}$$

Înlocuind valoarea lui E din (15) în ecuaţia (13) obţinem

$$R_1 = \frac{K_1}{K_2 - K_1} C_0 e^{-K_1 t} + D e^{-K_2 t}. \tag{16}$$

Deoarece pentru $t = 0$, $R_1 = 0$ avem

$$D = -\frac{K_1}{K_2 - K_1} C_0, \tag{17}$$

respectiv ecuaţia (16) devine

$$R_1 = C_0 \frac{K_1}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}). \tag{18}$$

Viteza de transformare a substanţei R_2 este

$$\frac{dR_2}{dt} = K_2 R_1 - K_3 R_2 = C_0 \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}). \tag{19}$$

Considerînd

$$R_2 = uv; \quad \frac{dR_2}{dt} = v \frac{du}{dt} + u \frac{dv}{dt} \tag{20}$$

şi înlocuind ecuaţia (22) în (21), obţinem

$$v \frac{du}{dt} + u \frac{dv}{dt} + K_3 uv = C_0 \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}). \tag{21}$$

Din ecuaţia (21) separăm

$$u \frac{dv}{dt} + K_3 uv = 0, \tag{22}$$

de unde rezultă

$$v = e^{-K_3 t}. \tag{23}$$

În partea a doua a ecuaţiei (21)

$$\frac{du}{dt} v = C_0 \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}), \tag{24}$$

înlocuim expresia lui V din (23) și obținem

$$u = C_0 \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1} \left[\frac{e^{(K_3 - K_1)t}}{K_3 - K_1} - \frac{e^{(K_3 - K_2)t}}{K_3 - K_2} + F \right], \tag{25}$$

în care F este constantă de integrare.

Deoarece pentru $t = 0$ avem $u = 0$, rezultă

$$F = - C_0 \frac{K_1 K_2}{(K_3 - K_1)(K_3 - K_2)}, \tag{26}$$

respectiv

$$u = C_0 K_1 K_2 \left[\frac{e^{(K_3 - K_1)t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} - \frac{e^{(K_3 - K_2)t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(K_3 - K_1)(K_3 - K_2)} \right]. \tag{27}$$

Utilizînd ecuația (22), (26) și (32), obținem

$$R_2 = C_0 K_1 K_2 \left[\frac{e^{-K_1 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_1)} - \frac{e^{-K_3 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} - \right.$$
$$\left. - \frac{e^{-K_3 t}}{(K_3 - K_1)(K_3 - K_2)} \right]. \tag{28}$$

Viteza de formare a substanței R_3 este

$$\frac{dR_3}{dt} = K_3 R_2, \tag{29}$$

de unde rezultă

$$R_3 = C_0 \left[\frac{K_2 K_3 e^{-K_1 t}}{(K_1 - K_2)(K_3 - K_1)} + \frac{K_1 K_3 e^{-K_2 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{K_1 K_2 e^{-K_3 t}}{(K_1 - K_3)(K_3 - K_2)} + 1 \right]. \tag{30}$$

Pentru un număr și mai mare de etape se obține soluția generală

$$R_i = a_{i,1} e^{-K_1 t} + a_{i,2} e^{-K_2 t} + \cdots + a_{i,i} e^{-K_i t}, \tag{31}$$

în care $a_{i,1}$; $a_{i,2}$; $\cdots$ $a_{i,i}$ sînt constante de integrare ce se determină din condiţiile iniţiale. Aplicînd condiţia de maximum ecuaţiilor (18) şi (29), pot fi obţinute expresiile care dau valoarea timpului cînd cantităţile produselor intermediare sînt maxime, respectiv valoarea cantităţilor maxime ale produselor intermediare, astfel

$$\frac{dR_1}{dt} = C_0 \frac{K_1}{K_2 - K_1}(-K_1 e^{-K_1 t} + K_2 e^{-K_2 t}), \tag{32}$$

de unde se obţine

$$t_{max} = \frac{\ln K_1 - \ln K_2}{K_1 - K_2} = \frac{\ln r}{(r-1)K_1}, \tag{33}$$

în care

$$r = K_2/K_1,$$

Înlocuind ecuaţia (33) în (18) se obţine

$$R_{1\,max} = \frac{C_0}{1-r}(e^{-r\frac{\ln r}{r-1}} - e^{-\frac{\ln r}{r-1}}). \tag{34}$$

Deci cantitatea maximă de substanţă intermediară R_1 nu depinde de valorile absolute ale vitezelor celor două procese, ci numai de raportul constantelor celor două viteze. Cu cît K_1 este mai mare şi K_2 este mai mic, cu atît cantitatea produsului intermediar la momentul t_{max} va fi mai mare. Cu cît K_2 este mai mare şi K_1 mai mic, cantitatea maximă a produsului intermediar se apropie de zero, curba de formare confundîndu-se cu axa absciselor. În momentul atingerii concentraţiei maxime a produsului intermediar, viteza de formare a acestuia este egală cu viteza de transformare. Oricare ar fi raportul între constantele vitezelor de formare şi transformare a substanţelor intermediare, viteza de formare este întotdeauna mai mare decît viteza de transformare.

Aplicînd ecuaţiei (28) condiţia de maximum, rezultă

$$\frac{K_1 e^{-K_1 t}}{(K_1 - K_2)(K_3 - K_1)} + \frac{K_2 e^{-K_2 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} + \frac{K_3 e^{-K_3 t}}{(K_1 - K_3)(K_3 - K_2)} = 0. \tag{35}$$

În cazul cînd $K_1 t$, respectiv $K_2 t < \frac{1}{10}$, se poate înlocui $e^{-K_1 t}$, respectiv $e^{-K_2 t}$, cu primii doi termeni ai dezvoltării în serie Taylor

$$e^{-K_1 t} = 1 - K_1 t;\ e^{-K_2 t} = 1 - K_2 t, \tag{36}$$

cu ajutorul cărora ecuația (36) devine

$$Ae^{-K_2t} = Be^{-K_3t}\ ;\ Ce^{-K_1t} = De^{-K_3t}, \tag{37}$$

în care A, B, C, D sînt constante, rezultînd

$$t_{max} = \frac{\ln A/B}{K_2 - K_3}\ ;\ t_{max} = \frac{\ln C/D}{K_1 - K_3}. \tag{38}$$

Înlocuind ecuația (39) în (28), se obține $R_{2\,max}$.

În cazul egalității constantelor de viteză pentru toate etapele reacției

$$K = K_1 = K_2 = K_3 = \cdots, \tag{39}$$

în cazul general se poate scrie

$$R_i = e^{-Kt}(\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}t + \alpha_{i,3}t^2 + \cdots + \alpha_{i,i}t^{i-1}), \tag{40}$$

iar dacă nu există decît specia i se obține

$$R_i = a_{i,i}t^{i-1}. \tag{41}$$

Se poate demonstra că

$$a_{ii} = C_0\frac{K^{i-1}}{(i-1)!}, \tag{42}$$

astfel că

$$\frac{R_i}{C_0} = \frac{Kt}{(i-1)!}e^{-Kt}. \tag{43}$$

Fiecare specie i atinge un maximum la

$$t_{max,\,i} = \frac{i-1}{K}, \tag{44}$$

după care concentrația scade.

Din cele de mai sus rezultă influența mare pe care o au valorile constantelor de viteză asupra desfășurării proceselor pirolitice.

Formarea gazului G_1 este descrisă de ecuația

$$\frac{dG_1}{dt} = K_1C = C_0K_1e^{-K_1t}, \tag{45}$$

care prin integrare conduce la

$$G_1 = - C_0 e^{-K_1 t} + F, \tag{46}$$

în care F este constanta de integrare. Din condiția $t = 0$, $G_1 = 0$ rezultă $F = C_0$, deci

$$G_1 = C_0(1 - e^{-K_1 t}). \tag{47}$$

Formarea gazului G_2 este descrisă de ecuația

$$\frac{dG_2}{dt} = K_2 R_1 = C_0 \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}), \tag{48}$$

de unde rezultă

$$G_2 = \frac{C_0}{K_2 - K_1} (K_1 e^{-K_2 t} - K_2 e^{-K_1 t}) + G, \tag{49}$$

în care G este constanta de integrare care se determină din condiția $t = 0$, $G_2 = 0$ și este $G = C_0$, rezultînd

$$G_2 = C_0 \left[1 + \frac{K_1}{K_2 - K_1} e^{-K_2 t} - \frac{K_2}{K_2 - K_1} e^{-K_1 t} \right]. \tag{50}$$

Formarea gazului G_3 este descrisă de ecuația

$$\frac{dG_3}{dt} = K_3 R_2, \tag{51}$$

care, împreună cu ecuația (28), conduce la

$$G_3 = C_0 \left[\frac{K_2 K_3 e^{-K_1 t}}{(K_1 - K_2)(K_3 - K_1)} + \frac{K_1 K_2 e^{-K_2 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{K_1 K_2 e^{-K_3 t}}{(K_1 - K_3)(K_3 - K_2)} + H \right], \tag{52}$$

în care H este constanta de integrare care se determină din condiția $t = 0$, $G_3 = 0$, rezultînd

$$G_3 = C_0 \left[1 + \frac{K_2 K_3 e^{-K_1 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_1)} + \frac{K_1 K_3 e^{-K_2 t}}{(K_2 - K_1)(K_3 - K_2)} + \right.$$
$$\left. + \frac{K_1 K_3 e^{-K_3 t}}{(K_1 - K_3)(K_3 - K_2)} \right]. \tag{53}$$

Structura constantelor de viteză este dată de ecuația Arrhenius

$$K = P \cdot e^{-E/RT}, \tag{54}$$

în care P este factor preexponențial, E — energia de activare.

În legătură cu valorile experimentale ale energiilor de activare, literatura de specialitate [3], [9], [11] indică pentru procesele de semicarbonizare și carbonizare valori cuprinse între 40 și 100 kcal/mol, iar pentru factorii preexponențiali valori de $10^{13}-10^{15}$ min^{-1}. Desigur, valoarea energiilor de activare pentru procesul (6) sînt mult mai mici ca 40 kcal/mol. Se apreciază de asemenea faptul că energia de activare a procesului (8) este o funcție de cantitatea gazului degajat, avînd forma

$$E = A + B\varphi, \tag{55}$$

în care E este energia de activare, φ — conținutul de gaz nedegajat în momentul respectiv; A, B — constante.

Pe baza observației că la începutul procesului (8) gazul G_3 este compus mai ales din CH_4 format prin ruperea legăturilor $C-C$ și că energia de activare este în acest caz de circa 50 kcal/mol, iar la sfîrșitul procesului (8), cînd gazul G_3 este compus mai ales din H_2, energia de activare este de circa 100 kcal/mol (valori aproximativ egale cu energia de legătură C—C și C—H), se poate propune următoarea expresie:

$$E = E_1X_1 + E_2X_2, \tag{56}$$

în care E este energia de activare a procesului (8) considerat global, $E_1 = 50$ kcal/mol — energia de activare a procesului de degajare a CH_4, $E_2 = 100$ kcal/mol — energia de activare a procesului de degajare a H_2, X_1 — conținutul în CH_4 al gazului G_3; X_2 — conținutul în H_2 al gazului G_3. Acest raționament poate fi extins și în cazul procesului (6), cînd expresia corespunzătoare va fi

$$E = E_1X_1 + E_2X_2 + E_3X_3 + E_4X_4, \tag{57}$$

în care E este energia de activare a procesului (6) considerat global. E_1 — energia de activare a procesului de degajare a apei pirogenetice, E_2 — energia de activare a procesului de degajare a CO_2, E_3 — energia de activare a procesului de degajare a CO, E_4—energia de activare a procesului de degajare a SH_2; X_1 — conținutul în apă pirogenetică al gazului G_1, X_2 — conținutul în CO_2 al gazului G_1, X_3 — conținutul în CO al gazului G_1, X_4 — conținutul în SH_2 al gazului G_1. Extinderea acestui raționament este posibilă și în cazul procesului (7), dar cu un grad de dificultate mai mare, datorită complexității proceselor chimice.

Tratarea proceselor pirolitice sub aspectul utilizării ecuației Arrhenius se poate face în două moduri distincte:

— considerînd temperatura de piroliză constantă (cazul vitezelor mari de încălzire);

— luînd în considerație ecuația vitezei de încălzire.

În primul caz, calculele sînt simplificate, iar sistemul de ecuații se reduce la ecuațiile (10), (18), (28), (30), (48), (51), (53) și (46), care poate fi rezolvat relativ ușor pe o mașină cifrică.

În cazul al doilea, o nouă simplificare este necesară în legătură cu aprecierea vitezelor de încălzire. În cazul nostru, prin observarea curbelor de încălzire (5 — 8) din figurile 2 și 3, se constată faptul că temperaturile superficiale medii ale reziduului cărbunos t_{sm} în intervalul ab pot fi considerate aproximativ ca funcții liniare de timpul de încălzire avînd următoarele expresii :

— pentru L.R. și $t_i = 500°C$

$$t_{sm} = 450 + 30\,t \ [°C \cdot min^{-1}], \tag{58}$$

— pentru L.R. și $t_i = 700°C$

$$t_{sm} = 180 + 310\,t, \tag{59}$$

— pentru L.R. și $t_i = 900°C$

$$t_{sm} = 255 + 525\,t, \tag{60}$$

— pentru L.R. și $t_i = 1100°C$

$$t_{sm} = 490 + 655\,t, \tag{61}$$

— pentru H.L. și $t_i = 500°C$,

$$t_{sm} = 425 + 35\,t \ [°C \cdot min^{-1}], \tag{62}$$

— pentru H.L. și $t_i = 700°C$

$$t_{sm} = 390 + 150\,t, \tag{63}$$

— pentru H.L. și $t_i = 900°C$

$$t_{sm} = 280 + 450\,t, \tag{64}$$

— pentru H.L. și $t_i = 1100°C$

$$t_{sm} = 400 + 605\,t. \tag{65}$$

Aplatisarea curbelor de încălzire în acest domeniu se poate explica prin efectul endotermic al proceselor pirolitice, ca și prin efectul de ecranare pe care-l provoacă degajarea volatilelor și care înrăutățește schimbul de căldură prin radiație între particulele combustibili și incinta încălzită. Ecuațiile (58—65) arată de asemenea marea deosebire a condițiilor de

încălzire ale particulelor combustibile în cazul arderii chiar în condiții aerodinamice cvasistaționare față de condițiile de încălzire specifice procesului de cocsificare a huilelor (pentru care Chermin și Van Krevelen au elaborat modelul matematic [3]), cînd viteza de încălzire este de circa 2°C min^{-1}.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Coroiu, *Procese de uscare la arderea particulelor de combustibili solizi*, St. cerc. energ. electr., **21** (1971).
2. J. Nadziakiewich, *Otrzymywanie i wlasnosci koksu*, Katowice, P. W.T., 1952.
3. Van Krevelen, *Coal Science*, Els. Publ. Comp. Amsterdam, 1957.
4. C. Coroiu, *Evoluția structurii chimice a combustibililor solizi în timpul procesului de ardere și piroliză*. St. cerc. energ. electr. **19**, *4*, 801—807 (1969).
5. — *Interdependența dintre parametrii structurali și caracteristicile energetice ale combustibililor solizi*, St. cerc. energ. electr., **20**, *2*, 287—299 (1970).
6. M. Ihnatowicz, *Prace Glownego Inst. Gornictwa* (Katovice), Komun 125, 1952.
7. L. Blom, ș.a. *Fuel*, *36*, 1957, 387.
8. I. Blum, I. Stefănescu, *Tehnologia combustibililor solizi*, Edit. did. și ped., 1970.
9. P. Hanbaba, K. H. Van Heek, H. Jüntgen, W. Peters, *Gasabspaltung bei Pirolyse von Steinkohlen unter Extrem Verschiedenen Aufheizgeschwindigkeiten Conf. on Coal Science*, Praga 1968.
10. C. F. D'Alelio, *Fundamental Principles of Polimerization*, New York, Wiley, 1952.
11. Van Krevelen, C. Heerden, F. J. Huntjens, *Fuel*, London, *30*, 1951, 253.
12. C. Coroiu, *Cercetări termogravimetrice privind arderea sterilului de mină de la exploatările carbonifere din Valea Jiului*, St. cerc. energ. electr., **20**, *3*, 525—541 (1970).

CERCETĂRI PE MACHETE ÎN VEDEREA AMELIORĂRII PERFORMANŢELOR ARZĂTOARELOR

DE

V. GHIA, N. LEMNEANU, C. JIANU

621.69

Pe baza rezultatelor experimentale obţinute pe macheta unui arzător turbionar se deduce relaţia de calcul a rezistenţei aerodinamice a arzătorului şi se propune metodica de calcul a unui dispozitiv de măsurat debitul de aer prevăzut cu profile aerodinamice înglobat în corpul arzătorului.

1. GENERALITĂŢI

Prin machetă, în general, se înţelege prototipul unui dispozitiv, aparat sau instalaţie care se realizează la scară redusă şi uneori de o formă simplificată faţă de geometria reală [1]. În special la realizarea arzătoarelor de debit mare experimentările pe machete sînt deosebit de utile, deoarece conduc la importante ameliorări ale performanţelor acestora. Prima parte a articolului stabileşte dependenţa dintre pierderile de presiune pe machetă şi arzător, evidenţiind posibilitatea micşorării consumului de energie pentru insuflarea aerului de ardere.

În continuare, exemplificînd pe machetă un arzător turbionar se indică şi se discută posibilităţile de uniformizare a vitezelor aerului la intrarea şi la ieşirea din arzător.

Ultima parte a referatului prezintă dispozitivul cu profile aerodinamice folosit la dirijarea, la măsurarea şi la reglajul debitului de aer intrat în arzător.

2. MICŞORAREA REZISTENŢEI AERODINAMICE A ARZĂTORULUI

Întrucît pierderea de presiune pe traseul aerului în arzător reprezintă o parte importantă din energia necesară activării pulverizării combustibilului şi amestecului acestuia cu aerul de ardere, pentru economicitatea funcţionării se impune reducerea acesteia la o valoare cît mai mică.

În general, cauze funcţionale, constructive sau de amplasament al arzătorului împiedică realizarea traseului pentru aer cu o formă adecvată

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 749–757, 1971.

obținerii unei pierderi de presiune minime. De aceea, de cele mai multe ori se acceptă un compromis care se realizează pe baza a numeroase experimentări.

După cum se va demonstra în continuare, pierderea de presiune care se obține prin experimentările efectuate pe machete servește ca bază pentru calculul rezistenței aerodinamice a arzătorului real.

Astfel dacă c este constanta de asemănare a lungimilor L_i de pe arzătorul real, care au ca lungimi corespondente l_i pe machetă, se poate scrie că $l_i\, c = L_i$. Mărimea c precizează astfel de cîte ori este mai mare arzătorul ca macheta [2].

În mod similar se deduce că secțiunile de trecere ale aerului pe arzător S_i și pe machetă s_i sînt legate prin relația $S_i = c^2 s_i$, iar raportul dintre debitele masice care se scurg prin arzător V și macheta v este

$$\frac{V}{v} = \frac{W_i\, S_i}{w_i\, s_i} = c^2\, \varphi, \tag{1}$$

unde W_i, respectiv w_i reprezintă vitezele aerului raportate la condițiile normale pentru arzător și machetă.

La majoritatea arzătoarelor atît pe machetă, cît și pe arzător ne situăm în domeniul de scurgere turbulent stabilizat caracterizat prin $\mathrm{Re} > 10\,000$. Este indicat să se ia $\frac{W_i}{w_i} = \varphi = 1$, astfel că experimentările pe machetă se vor efectua la debitul $v = \frac{V}{c^2}$. Dacă se consideră scurgerea izotermă, suma pierderilor de presiune locale în arzător H_l și în machetă h_l se obține din

$$H_l = \sum_{i=1}^{i=k} \xi_i \frac{\gamma \cdot W_i^2}{2g} \frac{T_r}{273} \left(\frac{\mathrm{kgf}}{\mathrm{m}^2}\right), \tag{2}$$

și

$$h_l = \sum_{i=1}^{i=k} \xi_i \frac{\gamma \cdot w_i^2}{2g} \frac{T_m}{273} \left(\frac{\mathrm{kgf}}{\mathrm{m}^2}\right), \tag{3}$$

unde :

γ este greutatea specifică a aerului raportată la condițiile normale *) (kgf/Nm^3),

g — accelerația gravitației (m/s^2),

T_r — temperatura aerului în arzătorul real (°K)

T_m — temperatura aerului în machetă (°K)

ξ_i — coeficientul de pierdere de presiune locală care are diferite valori în funcție de natura accidentului local.

*) Condițiile normale sînt caracterizate prin temperatura de 0°C și presiunea de 760 mm coloană de mercur.

S-a admis că arzătorul şi deci macheta au k accidente locale. În regimul de curegere turbulent stabilizat, accidentele locale fiind identice atît pe arzător, cît şi pe machetă, coeficienţii ξ_i vor avea aceleaşi valori. De aceea se poate scrie că

$$H_l = h_l \frac{T_r}{T_m} \cdot \tag{4}$$

Pierderile de presiune datorită frecărilor în arzător şi machetă vor fi

$$H_f = \frac{\gamma T_r}{273} \sum_{i=1}^{i=m} \zeta_i \frac{X_i}{D_i} \frac{W_i^2}{2g} = \frac{\gamma T_r}{273} \left(\zeta_1 \frac{X_1}{D_1} \frac{W_1^2}{2g} + \zeta_2 \frac{X_2}{D_2} \frac{W_2^2}{2g} + \cdots \right) \left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right), \tag{5}$$

$$h_f = \frac{\gamma T_m}{273} \sum_{i=1}^{i=m} \zeta_i' \frac{x_i}{d_i} \frac{w_i^2}{2g} = \frac{\gamma T_m}{273} \left(\zeta_1' \frac{x_1}{d_i} \frac{w_1^2}{2g} + \zeta_2' \frac{x^2}{d_2} \frac{w_2^2}{2g} + \cdots \right) \left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \right) \cdots \tag{6}$$

Mărimile X_i, D_i, ζ_i, respectiv x_i, d_i, ζ_i' reprezintă lungimea, diametrul hidraulic şi coeficientul pierderii de sarcină pe porţiunea de canal de ordin i pe care se produc frecările în arzător, respectiv în machetă. Se admite că există m porţiuni de canal cu frecări sensibile în arzător.

În cazul scurgerii turbulente caracterizată prin $10\,000 \leqslant \text{Re} \leqslant 100\,000$, cu o bună aproximaţie se poate admite că

$$\zeta_i = \frac{A}{Re_i^n} = \frac{A \mu^n}{(D_i W_i)^n} \left(\frac{273}{T_r} \right)^{\frac{n}{2}}, \tag{7}$$

unde :

μ este viscozitatea cinematică a aerului raportată la condiţiile normale (m^2/s),

A şi $n \ll 1$ sînt nişte constante care depind de rugozitatea conductei [3].

În mod similar se deduce că

$$\zeta_i' = \frac{A \mu^n}{(d_i w_i)^n} \left(\frac{273}{T_m} \right)^{\frac{n}{2}}, \tag{8}$$

iar

$$\zeta_i' = \zeta_i \left(\frac{T_r}{T_m} \right)^{\frac{n}{2}} c^n. \tag{9}$$

Ţinînd seama de (6) şi (9) se poate scrie că

$$h_f = \left(\frac{T_r}{T_m} \right)^{\frac{n}{2}} c^n \frac{T_m}{273} \left(\frac{X_1}{D_1} \zeta_1 \frac{W_1^2}{2g} + \frac{X_2}{D_2} \zeta_2 \frac{W_2^2}{2g} + \cdots \right). \tag{10}$$

Din relaţiile (5) şi (10) rezultă

$$H_f = B\frac{T_r}{T_m}h_f, \tag{11}$$

unde

$$B = \left(\frac{T_m}{T_r}\right)^{\frac{n}{2}}\frac{1}{c^n} < 1, \tag{12}$$

pentru că

$$T_m < T_r \text{ şi } c > 1.$$

Deoarece în cazul arzătoarelor industriale, presiunea geometrică este cu totul neglijabilă în raport cu pierderile de presiune locale, ţinînd seama de (4) şi (11) rezultă că rezistenţa aerodinamică totală a arzătorului este

$$H = H_l + H_f = (h_l + Bh_f)\frac{T_r}{T_m}. \tag{13}$$

Pe machetă se măsoară însă $h = h_l + h_f > h_l + Bh_f$, ceea ce este acoperitor pentru calculul pierderii de presiune pe arzătorul real.

Întrucît de cele mai multe ori pierderile de presiune datorită frecărilor au valori reduse, în raport cu pierderile de presiune locale, cu o precizie sucifientă pentru calculele de proiectare pierderea de presiune totală a arzătorului H se poate obţine din relaţia

$$H \simeq (h_l + h_f)\frac{T_r}{T_m} = h\frac{T_r}{T_m}, \tag{14}$$

unde h se măsoară pe macheta prin care circulă debitul de aer rece $v = \frac{V}{c^2}$.

3. UNIFORMIZAREA VITEZELOR AERULUI LA IEŞIREA DIN ARZĂTOR

Pentru a exista posibilitatea realizării unui amestec optim între combustibilul fin pulverizat şi aerul de combustie se impune ca vitezele aerului la ieşirea din acesta să fie simetrice în raport cu axul de simetrie longitudinal al pulverizatorului. Această situaţie este, în general, dificil de realizat, datorită numeroaselor schimbări de direcţie care apar pe traseul aerului, de la intrarea în camera arzătorului pînă la evacuarea în focar.

În figura 1 se prezintă schematic macheta unui arzător turbionar de debit mare de o construcţie uzuală, la care pentru a fi îndeplinită condiţia de mai sus a trebuit să se efectueze numeroase adaptări.

Aerul insuflat printr-o conductă dreptunghiulară pătrunde într-un colector amplasat în carcasa arzătorului. De aici partea principală este vehiculată către focar, trecînd prin paletele directoare de reglat turbio-

narea, iar o parte redusă este vehiculată către stabilizatorul de flacără. În lipsa unui procedeu de uniformizare a repartiției aerului, către focar se va refula un debit mai mare prin zona M și un debit mai mic prin zona N.

Pentru ca vitezele aerului să fie simetrice în raport cu axa (Δ) în secțiunea aa', este necesar ca să fie egale debitele de aer care ies din spațiile

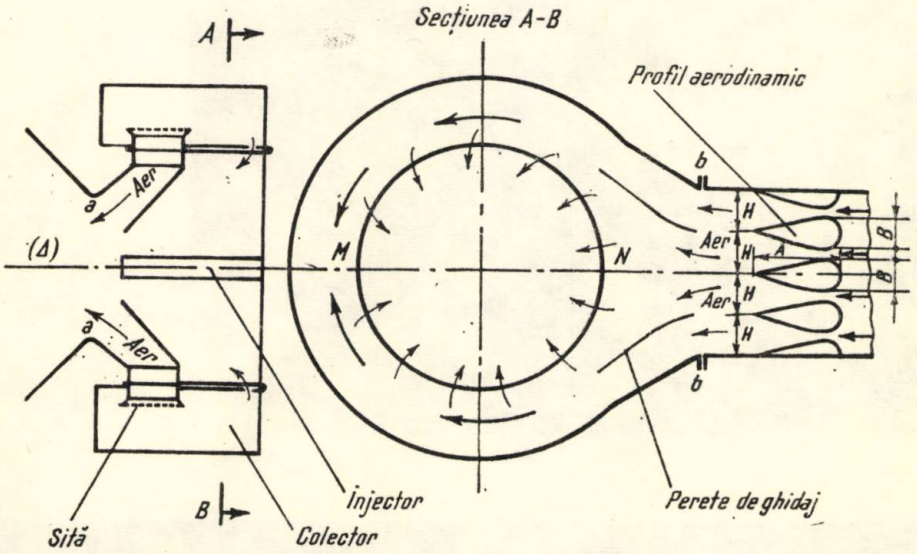


Fig. 1. — Macheta unui arzător turbionar.

cuprinse între paletele de turbionare. Această uniformizare a debitelor de aer refulate către focar se poate obține prin următoarele procedee principale :

— amplasarea unei site înainte de intrarea între paletele directoare ;

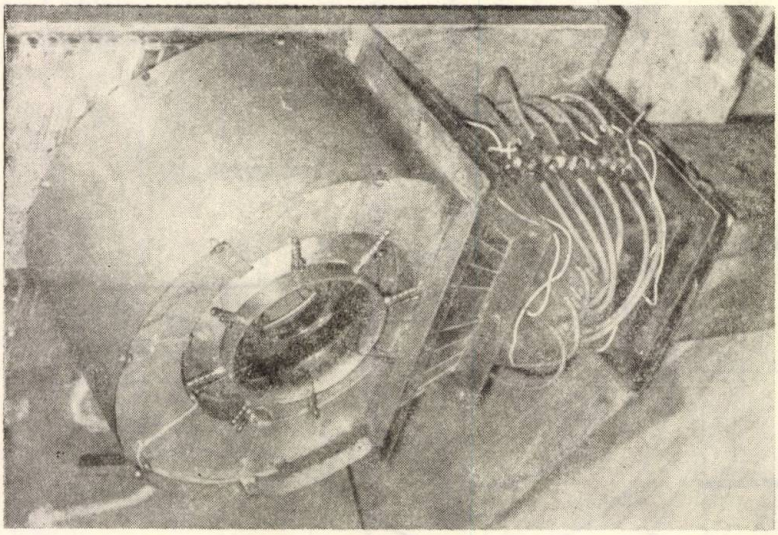
— micșorarea secțiunii libere de trecere a aerului către zona M, prin adoptarea unei forme geometrice corespunzătoare a conturului interior marginal al carcasei arzătorului ;

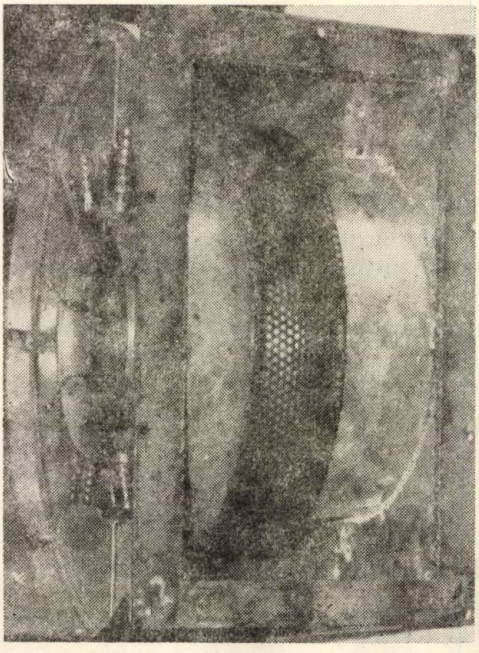
— amplasarea de pereți despărțitori de ghidare a aerului, la intrarea acestuia în caracasă. La aplicarea celor trei procedee menționate se impune obținerea unei repartiții uniforme a vitezei aerului în secțiunea bb', care este recomandabil să se obțină prin amplasarea unor profile aerodinamice.

Toate aceste procedee conduc la apariția unor pierderi de presiune suplimentare, iar experimentările care se fac își propun ca scop principal reducerea la minimum a acestor pierderi.

Sitele sînt mai eficace cu cît au ochiul mai mic, adică cu cît au rezistența aerodinamică mai mare.

Dificultăți tehnologice care apar la fabricația în serie ne împiedică să adoptăm profilul optim pentru conturul interior marginal al carcasei arzătorului și realizarea unor pereți despărțitori profilați, de lungimi apreciabile.





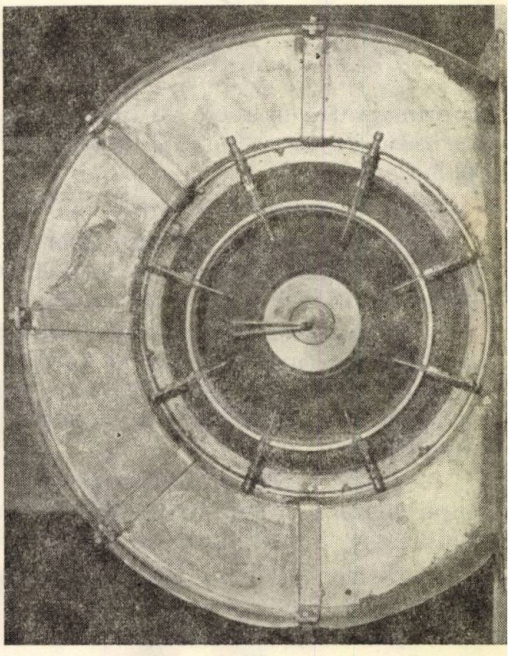


Fig. 2. — Detalii privind construcţia machetei din

De aceea, în practică este indicat să se obțină uniformizarea debitelor de aer, prin combinarea celor trei procedee menționate, în variante simplificate, ușor de realizat și cu pierderi de presiune reduse.

În figura 2 se dau fotografiile machetei prezentate în figura 1, la care s-au aplicat procedeele de uniformizare a debitelor aerului menționate anterior.

4. MĂSURAREA ȘI REGLAREA DEBITULUI DE AER INTRAT ÎN ARZĂTOR

În afară de uniformizarea vitezelor aerului la intrarea în arzător, dispozitivul cu profile aerodinamice permite măsurarea și, în consecință, reglarea în raport cu necesitățile a debitului de aer folosit la ardere.

Debitul de aer care trece prin dispozitivul de măsurat debitul cu profile aerodinamice (fig. 3) se poate calcula din relația

$$G = \varphi S \sqrt{\Delta h \gamma} \left(\frac{kgf}{h}\right), \tag{15}$$

unde

$$S = n(H - B) Z = (Y - nB)Z = YZ\ (1 - \Omega) \tag{16}$$

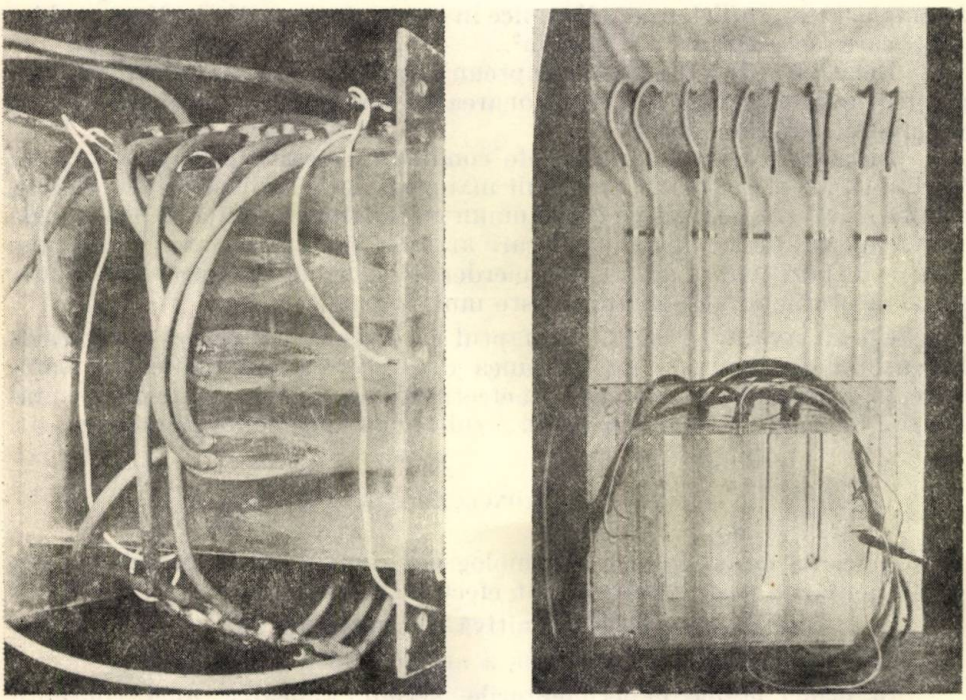


Fig. 3. — Macheta unui dispozitiv de măsurat debitul cu instalația experimentală aferentă.

S reprezintă secțiunea minimă de scurgere (m^2),
n — numărul de profile aerodinamice,
Δh — căderea de presiune măsurată între bordul de atac și secțiunea minimă de scurgere (kgf/m^2),
γ — greutatea specifică a aerului (kgf/m^3),
φ — coeficient funcție de raportul dintre mărimile geometrice B și H, care se obțin din tabela 1.

Tabela 1

φ	27.730	24.450	21.000	18.530	16.240	13.770	11.550
$\Omega = \frac{B}{H}$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70

La calculul coeficientului pierderilor de presiune, dedus din relația

$$K = \frac{\Delta p \gamma}{G^2}, \tag{17}$$

se recomandă valoarea $K = 0{,}8.10^{-6}$.

În relația (3) mărimea Δp reprezintă pierderea de presiune produsă de amplasarea profilelor aerodinamice în conducta de secțiune dreptunghiulară, care se exprimă în kgf/m^2.

Relațiile (15), (16) și (17) împreună cu o serie de prescripții practice și constructive, servesc la dimensionarea dispozitivului de măsurat debitul cu profile aerodinamice.

Întrucît porțiunea dreaptă de conductă necesară pentru măsurarea corectă cu acest dispozitiv este mult mai mică decît la dispozitivele clasice, rezultă că acesta poate face corp comun cu arzătorul. Astfel se poate regla corect debitul de aer intrat în fiecare arzător, funcție de sarcina acestuia. Față de dispozitivul cu diafragmă, pierderea de presiune pe care o introduce plasarea profilelor aerodinamice este mult mai mică.

Un alt avantaj rezultă din faptul că dispozitivul se poate aplica la dimensiuni de conducte cu secțiunea de trecere dreptunghiulară foarte mare, în care alte procedee necesită efectuarea unui volum mare de măsurători sau folosind diafragme se obțin rezultate cu un grad de precizie ridicat.

5. CONCLUZII

În ciclul care conduce la omologarea unui arzător de debit mare, experimentările pe machete se pot efectua în două etape :

— înainte de concepția definitivă a arzătorului ;

— după punerea în funcțiune a arzătorului.

În prima etapă, experimentările permit aplicarea unei concepții originale prin verificarea eficacității unor dispozitive sau variante funcțio-

nale care apar favorabile. Experimentările pe machete în cea de-a doua etapă menționată permit găsirea unor soluții de ameliorare, care adaptează mai bine arzătorul la condițiile reale.

Pentru calculul rezistenței aerodinamice a arzătorului pe baza experimentărilor efectuate pe machetă, se poate folosi relația (14). În numeroase cazuri practice, dispozitivul de măsurat debitul prevăzut cu profile aerodinamice prezintă importante avantaje față de dispozitivele clasice și de aceea este preferabil. Dimensionarea acestuia se va face folosind relațiile (15), (16) și (17).

BIBLIOGRAFIE

1. M. Faure, *L'étude de l'écoulement des fluides sur modeèle*, Revue Générale de Thermique, *VI*, *65*, 501–520 (1967).
2. A. Gukhman, *Introduction to the Theory of Similarity*, New York and London, Academic Press, 1965.
3. T. Oroveanu, *Mecanica fluidelor viscoase*, Edit. Academiei R.S.R., 1967.

CONTRIBUŢII LA CALCULUL CARACTERISTICILOR DE DEBIT ALE PULVERIZATOARELOR CU CAMERĂ DE TURBIONARE ŞI RETUR PERIFERIC

DE

L. COSTEA, D. SECARĂ

621.694

Se prezintă o metodă de calcul a caracteristicilor de debit ale pulverizatoarelor cu cameră de turbionare, la care reglajul de sarcină se realizează prin variaţia debitului de lichid returnat din camera de turbionare.

În construcţia arzătoarelor de combustibil lichid se utilizează într-o măsură mare pulverizatoare cu cameră de turbionare şi reglaj pe retur.

Acest tip de pulverizatoare prezintă avantajul că unghiul de pulverizare este mare, ceea ce permite un amestec intim cu aerul de ardere, iar fineţea de pulverizare variază cu sarcina arzătorului într-o măsură mult mai mică ca la injectoarele cu cameră de turbionare fără retur. De asemenea consumul de energie pentru pulverizare este redus comparativ cu alte sisteme de pulverizare. Are totuşi şi unele dezavantaje şi anume : debitul de combustibil introdus în pulverizator este mai mare decît debitul pulverizat şi el creşte cu scăderea sarcinii arzătorului, de asemenea, unghiul de pulverizare creşte cu micşorarea debitului de combustibil pulverizat.

Una dintre problemele care se pun în faza de proiectare a pulverizatorului este calculul caracteristicilor de debit. Aceste caracteristici fac parte din datele principale care stau la baza elaborării proiectului pentru instalaţia de alimentare cu combustibil a arzătorului sau a grupului de arzătoare.

Presiunea combustibilului la intrarea în arzător şi caracteristicile geometrice ale pulverizatorului se aleg în funcţie de fineţea de pulverizare şi de unghiul jetului de combustibil, parametri impuşi în special de caracteristicile focarului.

În cele ce urmează, se prezintă o metodă de calcul a caracteristicilor de debit ale pulverizatorului cu cameră de turbionare şi retur periferic (reglajul de sarcină se face prin variaţia presiunii pe conducta de retur) pentru fluide cu o viscozitate mai mică de 3°E.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p.759 —765, 1971

Caracteristicile de debit se pot defini prin funcţiile :

$$\begin{aligned} \frac{D_p}{D_{pn}} &= r, \\ \frac{D_r}{D_{pn}} &= f_1(r), \\ \frac{D_t}{D_{pn}} &= f_2(r), \\ m &= f(r), \end{aligned} \tag{1}$$

unde s-a notat :

D_{pn} — debitul nominal, debitul pulverizat la presiunea de alimentare nominală şi cu circuitul de retur închis,

D_p — debitul de combustibil pulverizat la o sarcină oarecare,

D_r — debitul de combustibil returnat,

D_t — debitul total de combustibil intrat în pulverizator

$$m = \frac{D_p}{D_t}.$$

Între aceste mărimi există relaţia :

$$D_p = r \cdot D_{pn}, \tag{2}$$

$$D_r = \frac{1 - m}{m} \cdot r \cdot D_{pn}, \tag{3}$$

$$D_t = \frac{r}{m} \cdot D_{pn}. \tag{4}$$

Rezultă că pentru determinarea debitelor : D_p, D_r, D_t este necesar să se cunoască valorile lui D_{pn}, r şi m.

Debitul nominal (D_{pn}) este cunoscut, parametrul r variază între $r_{max} = \frac{D_{pn}}{D_{pn}} = 1$ şi $r_{min} = \frac{D_{pmin}}{D_{pn}}$, unde r_{min} este dat.

Parametrul m este dependent de caracteristica geometrică echivalentă a pulverizatorului (A_e) şi de valoarea lui r_{min} adică

$$m = f(r, A_e). \tag{5}$$

Rezultă că numai valoarea lui m nu este cunoscută, adică forma funcţiei (5).

Plecînd de la relaţiile de curgere a unui lichid vîscos în camera de turbionare şi aplicînd principiul debitului maxim [1], [2] se obţin relaţiile :

$$D = \mu \cdot S \cdot \sqrt{\frac{2g}{\gamma} P_a}, \tag{6}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\varphi^3}{2 - \varphi}}, \tag{7}$$

$$\frac{A_e}{m} = \frac{(1 - \varphi)\sqrt{2}}{\varphi \sqrt{\varphi}}, \tag{8}$$

$$r = \frac{D}{D_n} = \frac{\mu}{\mu_n}, \tag{9}$$

$$A_e = \frac{R_m \cdot r_d}{\frac{S_t \cdot \varepsilon}{\pi} + \frac{\lambda}{2}(R_m - r_d) \cdot R_m}, \tag{10}$$

$$\log \lambda = \frac{25{,}8}{(\log \mathrm{Re})^{2{,}58}} - 2 \quad (\text{pentru } 10^3 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^5), \tag{11}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{V_t \cdot d_h}{\nu}, \tag{12}$$

$$V_t = \frac{D}{S_t \cdot \gamma \cdot \varepsilon}, \tag{13}$$

unde s-a notat :

μ_n — coeficientul de debit la sarcină nominală ($m = 1$);
μ — coeficientul de debit la sarcină oarecare;
P_a — presiunea de alimentare;
r_d — raza duzei;
R — raza camerei de turbionare;
S_t — secţiunea canalelor tangenţiale;
φ — coeficientul de umplere al secţiunei duzei;
ε — coeficientul de umplere al secţiunei canalelor tangenţiale;
λ — coeficientul de frecare;
V_t — viteza în canalele tangenţiale;
Re — criteriul Reynolds în ajutajele tangenţiale;
ν — viscozitatea cinetică a combustibilului;
γ — greutatea specifică combustibilului;
R_m — raza medie de intrare a combustibilului.

Sistemul de ecuații (6) — (9) pentru determinarea lui m impune rezolvarea unor ecuații de gradul 3 de forma

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Pentru rezolvarea lor s-a aplicat metoda aproximativă a lui Newton pe calculatorul electronic „Programma 101", conform schemei logice prezentate în figura 1.

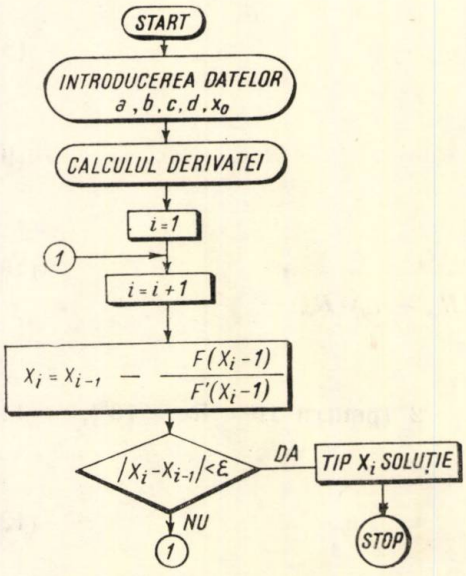


Fig. 1. — Schema logică pentru rezolvarea ecuațiilor de gradul trei.

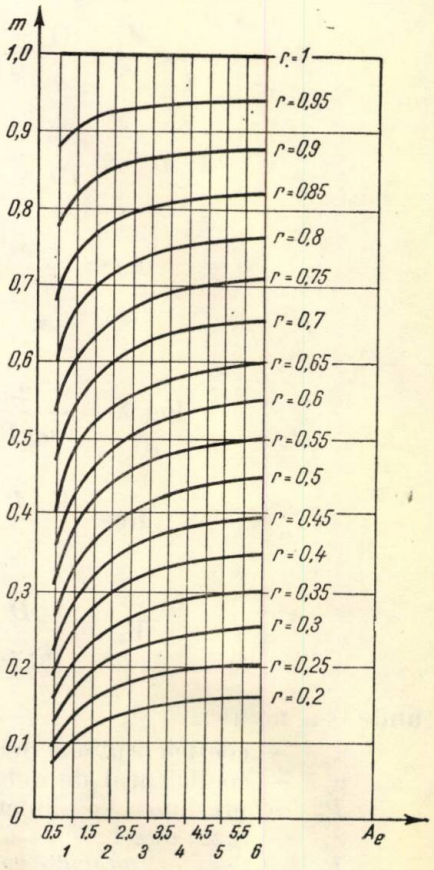


Fig. 2. — Variația raportului dintre debitul pulverizat și debitul total cu sarcina și cu caracteristica geometrică echivalentă ($m=f(r, A_e)$).

Considerînd A_e variabilă independentă, r parametru și m variabilă dependentă, se obține variația lui m cu A_e și r (fig.2).

Introducînd valorile lui m, r și D_{pn} în relațiile (2) — (4) se pot calcula valorile lui D_p, D_r și D_t și implicit caracteristicile de debit definite prin relațiile (1).

Caracteristicile de debit se pot calcula direct prin rezolvarea sistemului de ecuații (2) — (13) cu ajutorul calculatorului electronic IBM/360, utilizînd în acest scop schema logică prezentată în figura 3.

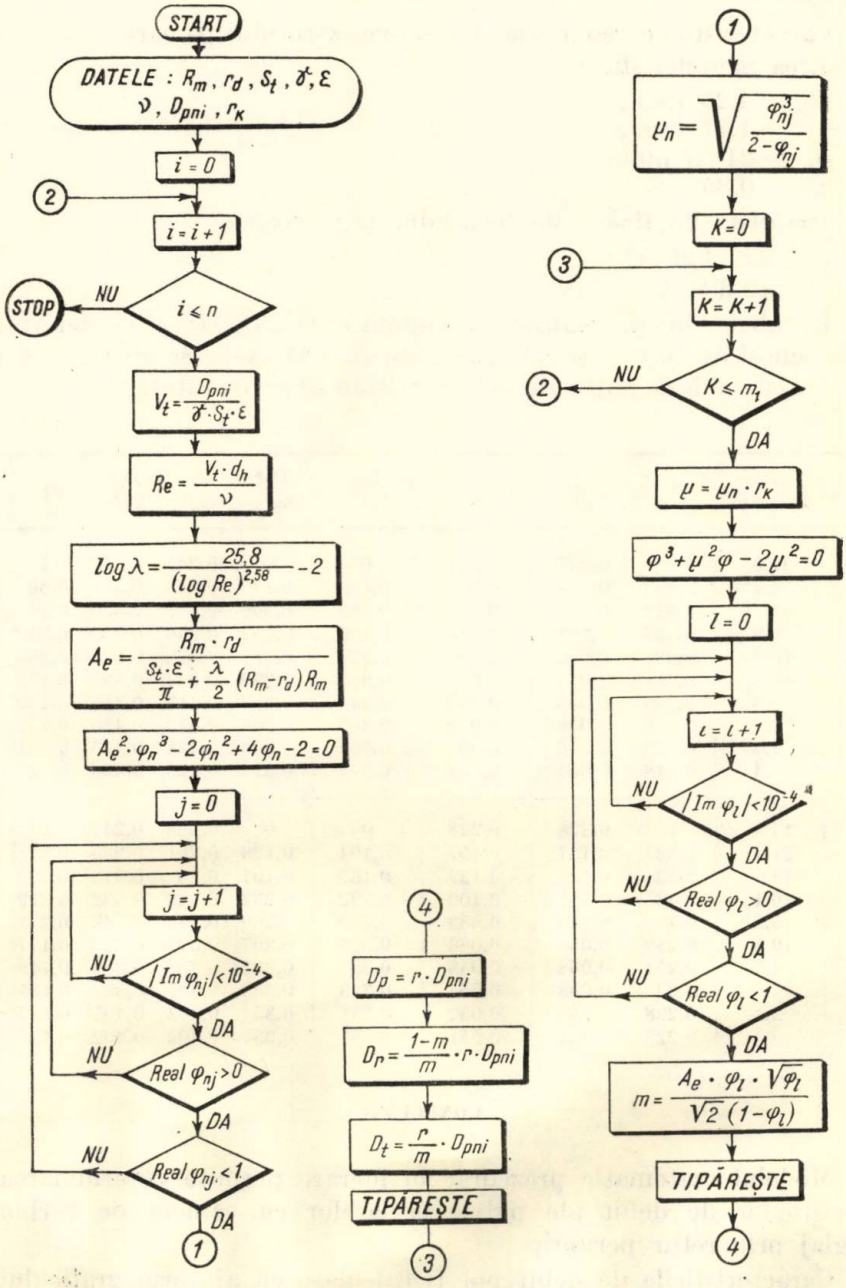


Fig. 3. — Schema logică pentru calculul lui D_r, D_p și D_t.

Pentru verificarea metodei, s-au utilizat datele experimentale ale lui I. G. Bowen [3] obținute pe injectoare cu cameră de turbionare și retur periferic.

Caracteristicile geometrice ale pulverizatorului pe care se va efectua verificarea metodei sînt :

$R_m = 4{,}23$ mm;
$r_d = 1{,}77$ mm;
$S_t = 21{,}33$ mm;
$\varepsilon = 0{,}85$.

Proprietățile fizice ale lichidului pulverizat :

$\gamma = 820$ kgf/m^3
$\nu = 12{,}6 \times 10^{-6}$ m^2/s.

În tabelă sînt prezentate valorile lui r, D_p, D_r, D_t și m determinate experimental de Bowen și cele calculate cu IBM/360. Se observă că valorile calculate diferă puțin de cele rezultate experimental.

P_t kgf/cm^2	P_r kgf/cm^2	r	D_p, kg/s	D_p*, kg/s	D_r, kg/s	D_r* kg/s	D_t kg/s	D_t* kg/s	m	m*
31,5	26,6	1	0,247	0,247	0	0	0,247	0,247	1	0,999
,,	23,8	0,65	0,161	0,161	0,123	0,145	0,283	0,306	0,56	0,506
,,	21	0,522	0,129	0,129	0,188	0,206	0,318	0,335	0,405	0,372
,,	18,2	0,437	0,108	0,108	0,238	0,252	0,346	0,360	0,312	0,294
,,	15,4	0,388	0,096	0,096	0,276	0,281	0,372	0,377	0,258	0,253
,,	12,6	0,311	0,077	0,077	0,317	0,320	0,394	0,397	0,195	0,191
,,	9,8	0,255	0,063	0,063	0,349	0,347	0,413	0,411	0,152	0,151
,,	7	0,238	0,059	0,059	0,363	0,366	0,423	0,425	0,139	0,14
,,	4,2	0,226	0,056	0,056	0,368	0,368	0,425	0,425	0,131	0,131
,,	1,4	0,218	0,054	0,054	0,374	0,374	0,428	0,428	0,126	0,126
28	24,5	1	0,228	0,228	0	0	0,228	0,247	1	0,999
,,	21,7	0,688	0,157	0,157	0,104	0,128	0,261	0,285	0,6	0,548
,,	18,9	0,53	0,122	0,122	0,167	0,191	0,29	0,313	0,423	0,373
,,	16,1	0,43	0,100	0,100	0,222	0,232	0,322	0,322	0,312	0,289
,,	15,3	0,36	0,083	0,083	0,262	0,260	0,346	0,343	0,241	0,239
,,	10,5	0,289	0,066	0,066	0,305	0,297	0,372	0,363	0,177	0,186
,,	7,7	0,254	0,058	0,058	0,33	0,322	0,388	0,380	0,149	0,151
,,	4,9	0,23	0,053	0,053	0,343	0,343	0,397	0,397	0,135	0,135
,,	2,1	0,228	0,052	0,052	0,351	0,353	0,403	0,405	0,129	0,128
,,	0	0,223	0,051	0,051	0,351	0,351	0,402	0,402	0,127	0,127

CONCLUZII

Modelul matematic prezentat în lucrare permite determinarea caracteristicilor de debit ale pulverizatoarelor cu cameră de turbionare și reglaj prin retur periferic.

Caracteristicile de debit pot fi calculate cu ajutorul graficului din figura 2, care reprezintă funcția $m = f(r, A_e)$ sau direct cu ajutorul unui calculator electronic.

Abaterile mici ale datelor experimentale față de valorile calculate arată că relațiile care au stat la baza elaborării modelului matematic descriu cu suficientă precizie curgerea lichidului în pulverizator și deci, metoda de calcul prezentată poate fi utilizată la proiectarea pulverizatoarelor cu cameră de turbionare și retur periferic.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Ghia, *Recirculația gazelor la cuptoare* Edit. Academiei R.S.R., 1968.
2. V. A. Borodin, *Rasptlivanie jidcosti Izdatelstvo*, în „Mașinostroienie", Moskva, 1967.
3. I. G. Bowen, *The Spiel Pressure — jet Atomizer*, în „Journal of the Institute of Fuel", nov., 1962.

O METODĂ PENTRU CALCULUL REGIMULUI DE CURGERE PRIN TURBINA CU IMPULS A MOTORULUI DIESEL SUPRAALIMENTAT

DE

B. BARBESCU

621.436

Pentru calculul turbocompresorului de supraalimentare al motorului diesel este necesară cunoaşterea a două mărimi de bază : randamentul şi lucrul mecanic periferic al turbinei.

La turbina cu impuls, aceste mărimi sînt variabile în cursul unui ciclu de evacuare în funcţie de raportul vitezelor u/c_1.

Se prezintă o metodă pentru calculul curgerii gazelor din cilindru prin canalizaţia de evacuare şi prin turbină, din care rezultă mărimile căutate.

1. INTRODUCERE

Funcţionarea turbinei cu gaze de evacuare în regim de curgere nestaţionar, aşa cum rezultă datorită legăturii acesteia cu motorul diesel, introduce unele dificultăţi în calculul parametrilor de lucru atît ai motorului, cît şi ai turbinei.

Mărimile de stare ale gazelor la admisia în turbină fiind variabile în cursul unui ciclu corespunzător perioadei dintre două evacuări succesive în colectorul comun, nu este posibilă utilizarea caracteristicilor universale ale maşinii cu palete pentru calculul mărimilor nominale : turaţie, debit, putere şi randament. În calculul turbinei cu impuls sînt valabile fie valorile instantanee pentru căderea adiabatică, debit şi putere, fie valori convenţionale medii pentru aceste mărimi, ca de exemplu :

— pentru debit,

$$G_{\text{med}} = \frac{1}{\alpha_0}\int_0^{\alpha_0} G\,\mathrm{d}\alpha\,;$$

— pentru putere,

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{\alpha_0}\int_0^{\alpha_0} P\,\mathrm{d}\alpha\,;$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 767—777, 1971

— pentru căderea medie de calcul,

$$H_{\text{calc}} = \frac{1}{2g}\left(\frac{G_{\text{med}}}{\gamma_2 \varphi_a F_a}\right)^2,$$

unde

α_0 este unghiul descris de arborele motor în intervalul de timp dintre două evacuări succesive în colectorul comun care alimentează o secțiune de ajutaje,

γ_2 — greutatea specifică a gazelor la ieșirea din ajutaje,

$\varphi_a F_2$ — secțiunea eficace de curgere prin ajutaje.

Debitul mediu corespunde cantității de gaze evacuate din cilindru într-un ciclu, — puterea medie este cunoscută din necesarul de putere al compresorului pentru gradul de supraalimentare impus; căderea de entalpie medie de calcul — (H_{calc}) rezultă din relația

$$H_{\text{calc}} = \eta_T H_{\text{ad}} = \frac{75 P_{t\,\text{med}}}{G_{\text{med}}},$$

relație în care pentru mărimea η_T (randamentul intern al turbinei) nu se dispune de valori suficient de precis cunoscute pentru cazul acționării cu impuls. În afară de acestea, căderea de entalpie necesară precizează mărimea contrapresiunii medii din cilindru, care condiționează riguros procesul de schimbare a încărcăturii și care este astfel util a se cunoaște pentru calculul ciclului motorului. Pentru un astfel de calcul, autorul a utilizat cu rezultate satisfăcătoare o metodă care se expune în cele ce urmează.

2. CALCULUL PROCESULUI DE CURGERE DIN CILINDRU PRIN COLECTORUL DE EVACUARE ȘI PRIN TURBINĂ

Se consideră date volumul cilindrului V_z și reglajul distribuției.

Se admit cunoscute dintr-un calcul de ciclu de referință variațiile presiunii și temperaturii în cilindru pentru varianta de funcționare aleasă (grad de supraalimentare π_c, coeficient al excesului de aer α, raport volumetric de compresiune ε, raport al creșterii de presiune la ardere λ_p etc.), deci presiunea p_{z_1}, temperatura T_{z_1} și cantitatea de gaze G_{z_1} din cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare.

Avem în acest caz pentru greutatea specifică a gazelor la începutul evacuării relația

$$\gamma_{z_1} = \frac{p_{z_1}}{R_g \cdot T_{z_1}}.$$

Curgerea gazelor prin orificiile supapelor de evacuare se face cu viteza

$$c_{s_e} = a_{c_r} = \sqrt{\frac{2\varkappa'}{\varkappa' + 1} g R_g T_{z_1}} = 18{,}1 \sqrt{T_{z_1}}$$

pentru cazul destinderii critice, cînd

$$\frac{p_{c_1}}{p_{z_1}} \leqslant \left(\frac{2}{\varkappa' + 1}\right)^{\frac{\varkappa'}{\varkappa'-1}},$$

unde

p_{c_1} este presiunea remanentă din colectorul de evacuare, estimată pentru începerea calculului, iar $\varkappa'$ — exponentul izentropic al gazelor de evacuare,

sau

$$c_{s_e} = \sqrt{2g \frac{\varkappa'}{\varkappa' - 1} R_g T_{z_1} \left[1 - \left(\frac{p_{c_1}}{p_{z_1}}\right)^{\frac{\varkappa'-1}{\varkappa'}}\right]} = 48{,}7 \sqrt{T_{z_1}\left[1 - \left(\frac{p_{c_1}}{p_{z_1}}\right)^{0{,}242}\right]}$$

pentru cazul destinderii subcritice, cînd $p_{c_1}/p_{z_1} > 0{,}54$.

Rezultă presiunea în secțiunea de curgere prin supape

$$p_{s_e} = \left(\frac{2}{\varkappa' + 1}\right)^{\frac{\varkappa'}{\varkappa'-1}} \cdot p_{z_1} = \frac{p_{z_1}}{1{,}86}$$

în cazul destinderii critice sau $p_{s_e} = p_{c_1}$ pentru cazul curgerii subcritice, cînd

$$p_{c_1}/p_{z_1} > 0{,}54.$$

Temperatura în secțiunea de curgere este

$$T_{s_e} = T_{z_1}\left(\frac{p_{s_e}}{p_{z_1}}\right)^{\frac{\varkappa'-1}{\varkappa'}},$$

iar greutatea specifică

$$\gamma_{s_e} = \left(\frac{2}{\varkappa + 1}\right)^{\frac{1}{\varkappa'-1}} \cdot \gamma_{z_1} = 0{,}62\,\gamma_{z_1} \quad \text{la} \quad \frac{p_{c_1}}{p_{z_1}} \leqslant 0{,}54 \text{ (curgere critică)}$$

sau

$$\gamma_{s_e} = \gamma_{z_1}\left(\frac{p_{s_e}}{p_{z_1}}\right)^{\frac{1}{\varkappa'}} = \gamma_{z_1}\left(\frac{p_{s_e}}{p_{z_1}}\right)^{0{,}76}$$

dacă

$$p_{c_1}/p_{z_1} > 0{,}54.$$

Calculul curgerii gazelor prin supape, colector și turbină se efectuează prin metoda intervalelor finite, adoptîndu-se un interval elementar de calcul corespunzător unui unghi de rotație la arborele motor $\alpha = 1°$ sau 2° RAM, ceea ce corespunde pentru turația de calcul n duratei elementare de timp a intervalului de calcul:

$$d\tau = \frac{\alpha}{6n}.$$

Pentru calculul cantității de gaze trecute din cilindru în colectorul de evacuare se calculează secțiunea de curgere prin supape funcție de legea de ridicare a camei, de diametrul supapelor și de coeficientul de debit admis adică de produsul μf_s corespunzător intervalului de calcul considerat.

Rezultă cantitatea de gaze trecută prin secțiunea supapelor:

$$\Delta G_{s_e} = \mu f_{s_e} c_s \gamma_{s_e} d\tau,$$

iar cantitatea de gaze rămasă în cilindru este

$$G_{Z_2} = G_{Z_1} - \Delta G_{Z_e},$$

unde

$$G_{Z_1} = \frac{p_{Z_1} V_{Z_1}}{R_g T_{Z_1}}.$$

Pentru perioada de evacuare pînă la deschiderea supapei de admisie se admite variația parametrilor de stare ai gazelor din cilindru drept consecință a trei procese:

a) micșorarea cantității de gaze ca urmare a trecerii unei părți (ΔG_{s_e}) în colectorul de evacuare; rezultă

$$p_{Z_2} = p_{Z_1}\left(\frac{G_{Z_2}}{G_{Z_1}}\right)^{n'}$$

și

$$T_{Z_2} = T_{Z_1}\left(\frac{G_{Z_2}}{G_{Z_1}}\right)^{n'-1};$$

b) variația volumului cilindrului dela V_{Z_1} la V_{Z_2} ca urmare a mișcării pistonului în intervalul de timp $d\tau$; rezultă

$$p_{Z_3} = p_{Z_2}\left(\frac{V_{Z_1}}{V_{Z_2}}\right)^{1,32}$$

şi

$$T_{Z_3} = T_{Z_2}\left(\frac{V_{Z_1}}{V_{Z_2}}\right)^{0,32}.$$

c) schimbul de căldură al gazelor cu fluidul răcitor :

$$\mathrm{d}Q = KS\Delta T\,\mathrm{d}\tau\,\frac{1}{3\,600},$$

unde k este coeficientul global de schimb de căldură :

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r}},$$

cu α_g — coeficientul de convecţie gaz-perete

$$\alpha_g = 0{,}0224 \cdot 288^q \cdot p_{Z_1}^q T_{Z_1}^{1-q}(1 + 1{,}24\, W_{p_m}),$$

cu

$$q = 0.9 - 0{,}000266\,(T_{Z_1} - 273),$$

unde :

$\frac{\delta}{\lambda}$ este rezistenţa termică a peretelui cilindrului,

α_r — coeficientul de convecţie perete-fluid răcitor; pentru răcirea cu apă se poate lua aproximativ $\alpha_r = 4\,000$ kcal/m²h°C,

S — suprafaţa de schimb de căldură funcţie de cursa pistonului,

ΔT — diferenţa de temperatură gaz-fluid răcitor

$$\Delta T = T_{Z_3} - T_r$$

cu T_r — temperatura fluidului de răcire; rezultă variaţia temperaturii gazului în urma schimbului de căldură :

$$T_{Z_4} = T_{Z_3} - \frac{\mathrm{d}Q}{c_{p_m} \cdot G_{Z_2}},$$

unde

$$c_{p_m} = 0{,}318\,\frac{\text{k cal}}{\text{kg}}. \quad \text{şi} \quad p_{Z_4} = p_{Z_3}\frac{T_{Z_4}}{T_{Z_3}}.$$

Pentru perioada de baleiaj, variația parametrilor gazelor în cilindru se calculează funcție de starea aerului care intră în cilindru după deschiderea supapei de admisie.

Notînd cu p_a și T_a presiunea și temperatura aerului în fața supapelor, rezultă :

— viteza în secțiunea supapelor,

$$c_{s_a} = \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R_a T_a \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{z_4}}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} = 45{,}4 \sqrt{T_s \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_{z_4}}\right)^{0{,}286}\right]};$$

— presiunea în secțiunea de curgere prin supape,

$$p_{s_a} = p_{z_4};$$

— temperatura în secțiunea de curgere,

$$T_{s_a} = T_a \left(\frac{p_a}{p_{z_4}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}};$$

— greutatea specifică în secțiune.

$$\gamma_{s_a} = \gamma_a \left(\frac{p_{z_4}}{p_a}\right)^{\frac{1}{\varkappa}};$$

— cantitatea de aer intrată în cilindru,

$$\Delta G_{z_a} = \mu f_{s_a} \cdot c_{s_a} \cdot \gamma_{s_a} \cdot d\tau.$$

Variația parametrilor gazelor în cilindru în faza baleiajului

a) datorită creșterii cantității de gaze,

$$G_{z_3} = G_{z_2} + G_{z_a};$$

— presiunea în cilindru datorită creșterii cantității de gaze,

$$p_{z_5} = p_{z_4} \left(\frac{G_{z_3}}{G_{z_2}}\right)^{\varkappa'};$$

— temperatura,

$$T_{Z_5} = T_{Z_4}\left(\frac{G_{Z_3}}{G_{Z_2}}\right)^{n'-1};$$

b) datorită aportului de căldură al aerului de admisie,

$$T_{Z_6} = \frac{\Delta G_{Z_a} \cdot T_{S_a} + G_{Z_2} \cdot T_{Z_4}}{G_{Z_3}},$$

$$p_{Z_6} = p_{Z_5}\frac{T_{Z_6}}{T_{Z_5}}.$$

Viteza gazelor în colectorul de evacuare se deduce din variaţia de secţiune de la supape la colector:

$$c_c = \frac{\mu f_{s_e}}{f_c} c_s,$$

unde f_c este secţiunea colectorului.

Variaţia mărimilor de stare ale gazelor din colector este consecinţa a trei procese:

a) creşterea cantităţii de gaze cu cele primite din cilindru, deci

$$G_{c_2} = G_{c_1} + \Delta G_s,$$

$$p_{c_2} = p_{c_1}\left(\frac{G_{c_2}}{G_{c_1}}\right)^{n'},$$

şi $$T_{c_2} = T_{c_1}\left(\frac{G_{c_2}}{G_{c_1}}\right)^{n'-1},$$

unde T_{c_1} este temperatura în colector, estimată pentru începutul calculului;

b) încălzirea gazelor din colector prin aportul de căldură al gazelor sosite din cilindru, de unde rezultă

$$T_{c_3} = \frac{\Delta G_{s_e} \cdot T_{s_e} + G_{c_1} \cdot T_{c_1}}{G_{c_2}},$$

$$p_{c_3} = p_{c_2}\frac{T_{c_3}}{T_{c_2}},$$

$$\gamma_2 = \frac{p_{c_3}}{R_g T_{c_3}};$$

c) scăderea cantității de gaze ca urmare a curgerii prin ajutajele turbinei. Pentru acest calcul se consideră:

— presiunea totală în fața ajutajelor ca sumă a presiunii constante p_{c_3} și a undei de presiune incidente sosite din cilindru:

$$p_i = \frac{\gamma_c}{g} a . C_a,$$

unde

a este viteza sunetului în gazul în repaus din colector

$$a = \sqrt{gk' R_g T_{c_3}} = 19{,}5 \sqrt{T_{c_3}}.$$

Rezultă presiunea în fața ajutajelor, $p_t = p_i + p_{c_3}$, și deci viteza de curgere prin ajutaje:

$$c_a = \varphi_a \sqrt{c_c^2 + 2g \frac{\varkappa'}{\varkappa' - 1} R_g T_{c_3} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_t}\right)^{\frac{\varkappa'-1}{\varkappa'}}\right]},$$

pentru cazul destinderii subcritice, cînd viteza rezultă la valoarea

$$c_a < \varphi_a \sqrt{\frac{2\varkappa'}{\varkappa' + 1} g R_g T_{c_3}},$$

sau pentru cazul destinderii critice, cînd viteza rezultă la valoarea

$$c_a = \varphi_a \sqrt{\frac{2\varkappa'}{\varkappa' + 1} g R_g T_{c_3}},$$

— presiunea gazelor în secțiunea de ieșire din turbină în cazul destinderii subcritice p_a este presiunea mediului $= 1{,}1 \cdot 10^4$ kgf/m^2 sau, în cazul destinderii critice,

$$p_a = p_t \left(\frac{2}{\varkappa' + 1}\right)^{\frac{\varkappa'}{\varkappa'-1}} = \frac{p_t}{1{,}86} \quad \text{dacă} \quad p_t > 2{,}04 \cdot 10^4;$$

— greutatea specifică la ieșirea din ajutaje:

$$\gamma_a = \gamma_c \left(\frac{p_a}{p_t}\right)^{\frac{1}{\varkappa'}} \quad \text{dacă} \quad p_t \leqslant 2{,}04 \cdot 10^4$$

sau

$$\gamma_a = \left(\frac{2}{\varkappa' + 1}\right)^{\frac{1}{\varkappa'-1}} \cdot \gamma_c = 0{,}62\,\gamma_c \quad \text{pentru} \quad p_t > 2{,}04 \cdot 10^4.$$

Cantitatea de gaze trecută prin ajutaje rezultă

$$\Delta G_a = f_a \gamma_a c_a \cdot \mathrm{d}\tau,$$

unde f_a este secțiunea ajutajelor turbinei alimentată de colectorul respectiv.

Rezultă cantitatea de gaze rămase în colector:

$$G_{c_3} = G_{c_2} - \Delta G_a,$$

$$p_{c_4} = p_{c_3}\left(\frac{G_{c_2}}{G_{c_3}}\right)^{\varkappa'},$$

$$T_{c_4} = T_{c_3}\left(\frac{G_{c_2}}{G_{c_3}}\right)^{\varkappa'-1}.$$

S-a neglijat schimbul de căldură al gazelor din colector cu mediul, fiind $<1\%$.

Din triunghiurile de viteze construite pentru paletajul turbinei funcție de mărimile α_1, β_2 și coeficientul de pierderi în paletă ψ_p rezultă

$$W_1 = \sqrt{c_a^2 + u^2 - 2c_a u \cos\alpha_1},$$

$$c_{a_u} = c_a \cdot \cos\alpha_1,$$

$$W_{1_u} = c_{a_u} - u$$

raportul $$\sigma = \frac{u}{c_a},$$

$$W_{2_u} = W_2 \cos\beta_2 = \psi_p W_1 \cos\beta_2,$$

$$c_{2_u} = W_{2_u} - u.$$

Lucrul mecanic la periferia rotorului este

$$L_u = \frac{1}{9{,}81} u\,(c_{a_u} + c_{2_u}) \cdot \Delta G_a,$$

și randamentul periferic

$$\eta_u = 2u \frac{c_{a_u} + c_{2u}}{c_a^2}.$$

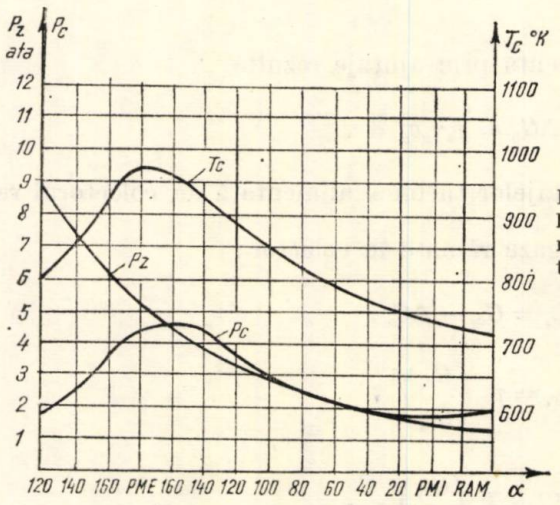


Fig. 1. — Variația presiunii în cilindru p_z, a presiunii în colectorul de evacuare p_c și a temperaturii gazelor în colectorul T_c pe durata evacuării unui cilindru.

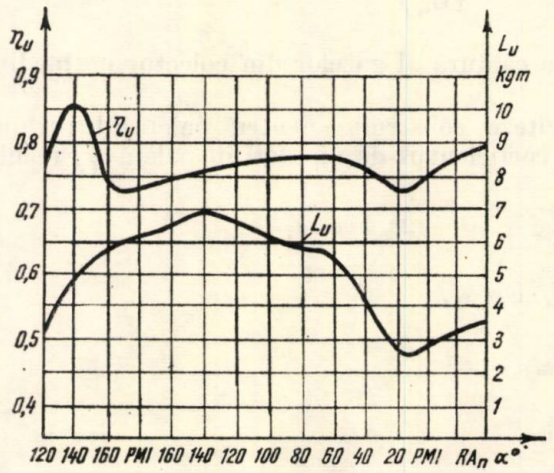


Fig. 2. — Variația randamentului periferic η_u și a lucrului mecanic la turbină L_u pe durata evacuării unui cilindru.

Calculul decurge cu aceste relații pentru fiecare interval, luînd ca valori inițiale pe cele finale ale intervalului precedent.

Dacă la sfîrșitul calculului nu se regăsește presiunea remanentă din colectorul de evacuare și temperatura estimate inițial, calculul se reia cu alte valori de început pentru presiunea și temperatura din colector. În acest mod rezultă trei elemente importante pentru calculul cuplării turbinei la motor: contrapresiunea la evacuare, randamentul periferic al turbinei și lucrul mecanic la rotorul turbinei.

În diagramele din figurile 1 și 2 se prezintă rezultatele obținute prin aplicarea acestei metode pe un calculator cifric.

Sînt redate variațiile mărimilor p_Z, p_e, T_e, η_u și L_u pentru un ciclu de evacuare al unui motor cu alezaj Ø 175 mm, cu turația $n = 1200$ rot/min și cu evacuare în turbină cu impuls.

3. CONCLUZII

Rezultatele obținute prin aplicare acestei metode la calculul curgerii gazelor la evacuare pot fi verificate parțial prin compararea diagramei indicate, a presiunii în cilindru și în colectorul de evacuare. Se constată pentru cazul motorului calculat o corespondență satisfăcătoare în ceea ce privește variația acestor două mărimi, presiunea calculată în colectorul de evacuare reproducînd cu oarecare atenuare unda de presiune emisă din cilindru.

În ceea ce privește randamentul periferic la turbină, rezultatele arată că principala deficiență care se atribuie turbinei cu impuls, aceea că randamentul este coborît datorită abaterii raportului vitezelor u/c_1 de la valoarea optimă, nu se manifestă pronunțat; valoarea acestuia rămîne în limite acceptabile, rezultat care confirmă comportarea satisfăcătoare a turbinei cu impuls în ceea ce privește randamentul și lucrul mecanic.

Metoda utilizată permite astfel să se abordeze problema adaptării grupului turbocompresor la motor prin punerea în evidență a capacității de trecere a turbinei și a contrapresiunii la evacuarea din motor încă în faza de proiectare și oferă totodată o imagine de ansamblu a proceselor de curgere din instalațiile de evacuare ale motorului supraalimentat.

ASUPRA UNUI OPTIM AL DIMENSIUNILOR GEOMETRICE ALE CAMERELOR DE ARDERE ÎN PISTON

DE

N. STOICA

621.43.044

Se prezintă rezultatele încercărilor cu 12 tipuri diferite de camere de ardere în piston, corelîndu-se arhitectura camerelor de ardere cu performanţele motorului. Se deduce existenţa unui optim al caracteristicilor geometrice.

În construcţia motoarelor cu aprindere prin scînteie, se utilizează în prezent relativ puţine tipuri constructive de camere de ardere; acestea rînt situate în chiulasă şi urmăresc realizarea unor forme cît mai compacte, crearea unei mişcări corespunzătoare a amestecului în cilindru şi răcirea, reducerea sau aprinderea cu precădere a părţii de amestec care ar avea tendinţă la detonaţie [1].

În ultimul timp însă, cîteva firme consacrate au realizat motoare cu aprindere prin scînteie, avînd camera de ardere situată în piston asemănătoare cu camerele de ardere ale motoarelor Diesel cu injecţie directă.

Acest tip modern de cameră de ardere este utilizat de către firma Rover la motorul Rover 2 000, de către firma Daimler—Benz la motorul M118, pentru autoturismul Audi, şi de către firma Ford la motoarele Ford Gosworth şi Ford Corsair [2], [3].

Prin realizarea camerei de ardere în piston, chiulasa devine plană în partea dinspre blocul cilindrilor.

Camera este obţinută prin operaţii simple de prelucrare mecanică fără a se complica fabricaţia pistonului; în acelaşi timp, prin operaţii de strunjire ale capului pistonului se pot aduce la valori apropiate volumele tuturor camerelor de ardere.

Între marginea camerei de ardere şi cea a pistonului rămîne un prag circular în care se practică adînciturі care evită lovirea supapelor de către piston.

Practicarea camerei de ardere în piston oferă următoarele avantaje [4]:

— construcţia chiulasei devine mai simplă şi deci mai uşor de realizat, iar supapele pot fi amplasate mai bine;

— profilul camerei, precum şi raportul de compresiune nu variază practic de la un cilindru la altul;

— pragul circular al pistonului realizează o mişcare de *squish* favorabilă unei arderi mai bune.

Încercările efectuate cu acest tip de camere de ardere au scos în relief faptul că temperatura maximă a pistonului este mai mică decît în cazul în care camera de ardere ar fi situată în chiulasă. Aceasta se explică prin aceea că distanţa de la peretele camerei de ardere la segmenţi s-a micşorat şi deci se realizează o transmitere în condiţii mai bune a fluxului de căldură. Totodată, masa pistonului fiind mărită, aceasta contribuie la o distribuţie mai bună a căldurii în corpul pistonului.

Motoarele echipate cu astfel de camere de ardere funcţionează fără detonaţie la rapoarte de compresiune mari cu combustibili obişnuiţi, această funcţionare fiind asigurată prin amorsarea turbulentei de către o formă specială a galeriei de admisiune şi intensificarea ei de către pragul de turbulenţă la sfîrşitul cursei de compresiune. Ca dezavantaje, se semnalează mărirea masei pistonului cu efectul negativ asupra forţelor de inerţie, problema aşezării corecte a camerei faţă de axul de oscilaţie al pistonului, care este impus constructiv, unele limitări în forma camerei ca rezultat al construcţiei impuse pistonului. Ţinînd seama de avantajele semnalate în literatură, ne-am pus problema studierii unor asemenea camere de ardere pentru motorul SR—211.

1. INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

Încercările cu astfel de camere s-au efectuat pe bancul de probe al unui motor monocilindric din seria SR—211 şi au urmărit puterea, consumul specific de combustibil, rezistenţa la detonaţie, stabilitatea la funcţionare, prezenţa produşilor poluanţi, nivelul încărcării termice a pistonului şi prezenţa aprinderilor secundare.

În lucrare se prezintă numai date privind puterea efectivă, consumul specific efectiv de combustibil şi comportarea la detonaţie.

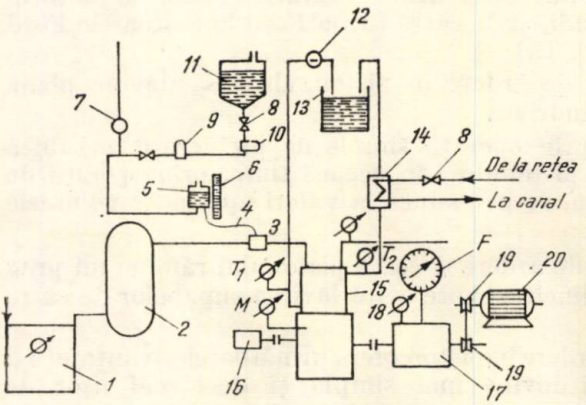


Fig. 1. — Schema instalaţiei experimentale: *1* — contor volumetric; *2* — rezervor de egalizare; *3* — corpul carburatorului; *4* — tub elastic; *5* — camera de nivel constant; 6 — rigleta pentru citirea nivelului; *7* — vas pentru măsurarea consumului de combustibil; *8* — robinete; *9* — filtru fin; *10* — filtru grosier; *11* — rezervor de benzină; *12* — pompă de apă; *13* — rezervor de apă; *14* — schimbător de căldură; *15* — motor termic; *16* — magnetou; *17* — frînă hidraulică; *18* — tahometru; *19* — roată de curea; *20* — motor electric; T — termometre; M — manometru; F — cadranul frînei.

Probele s-au făcut pe un motor monocilindric în gama de turaţii 2 000 — 3 500 rot/min, variindu-se dozajul şi avansul de la declanşarea scînteii electrice în limite largi.

Bancul de probe este reprezentat în figura 1.

Pentru controlul proceselor s-au ridicat diagrame indicate.

Încercările s-au făcut după metodologii cunoscute, repetîndu-se fiecare regim de cîte trei ori.

2. DESCRIEREA CAMERELOR DE ARDERE

Camerele de ardere încercate au fost proiectate şi executate la acelaşi raport de compresiune ε, ca şi al motorului monocilindric din seria SR—211, pentru a face posibilă şi o eventuală comparaţie între performanţele camerei în piston şi cele ale camerei în chiulasă. Camera de ardere a motorului cu aprindere prin scînteie influenţează performanţele motorului, deoarece condiţionează în mare măsură procesul de ardere prin următoarele elemente :

— volumul de gaze care ard într-un interval de timp dat ;
— transferul de căldură ;
— mişcarea amestecului în cilindru

Aceste elemente determinate de arhitectura camerei de ardere hotărăsc :

— modul de variaţie a presiunii în cilindru ;
— viteza de ardere şi spaţiul parcurs de frontul de flacără ;
— mersul dur al motorului ;
— tendinţa la detonaţie ;
— randamentul arderii.

Ţinînd seama de aceste elemente au fost realizate 12 forme de camere de ardere în piston (fig. 2 şi 3).

Aceste camere de ardere pot fi grupate în trei categorii aşa cum se arată în figurile 4, 5, şi 6.

În prima categorie intră camerele ovale, calotă şi emisferică, în grupa a doua sînt camerele de ardere cilindrice, iar în cea de-a treia camerele de ardere pană.

Grupa camerelor ovală, calotă şi emisferică a încercat să scoată în evidenţă influenţa compactităţii camerei.

Camerele de ardere cilindrice, mai simplu de uzinat şi de aşezat, scot în relief influenţa *squishului* şi al cantităţii de amestec proaspăt ce urmează să ardă la urmă.

Ultima grupă, adică cea a camerelor de ardere pană în piston, reprezintă aproximativ imaginea în oglindă a camerei originale şi permite să se compare direct efectul camerei în piston cu al celei în chiulasă şi să se examineze influenţa unor factori constructivi.

În continuare, se prezintă rezultatele experimentale şi concluziile privitoare la forma optimă a camerei de ardere.

3. REZULTATELE EXPERIMENTALE

Încercările s-au efectuat pentru valori ale avansului fix la declanşarea scînteii electrice $\beta = 15°$, $20°$, $25°$, $30°$ şi $35°$ RAC, variindu-se coeficientul excesului de aer între $\alpha = 0{,}7$ şi $1{,}15$.

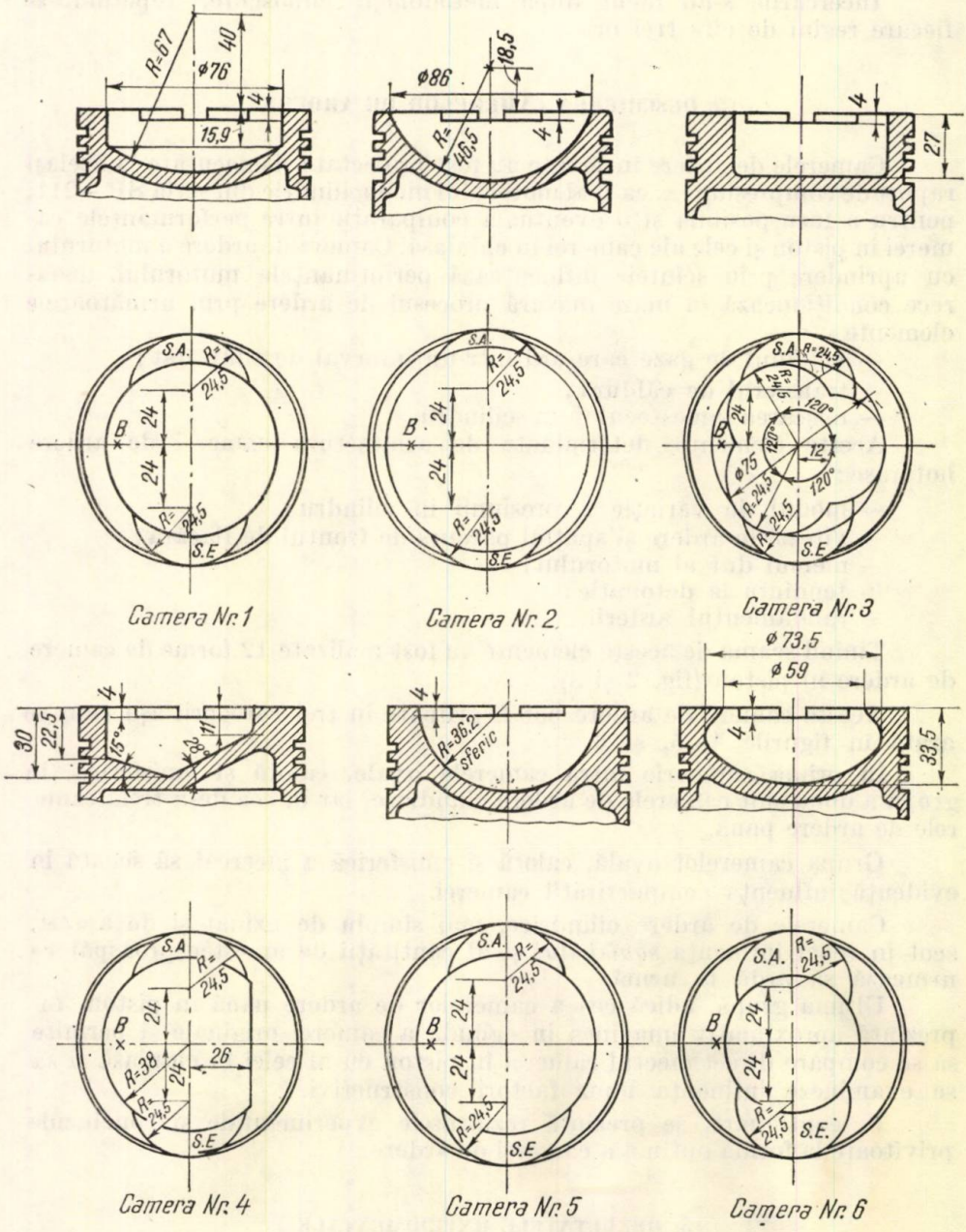


Fig. 2. — Camere de ardere în piston.

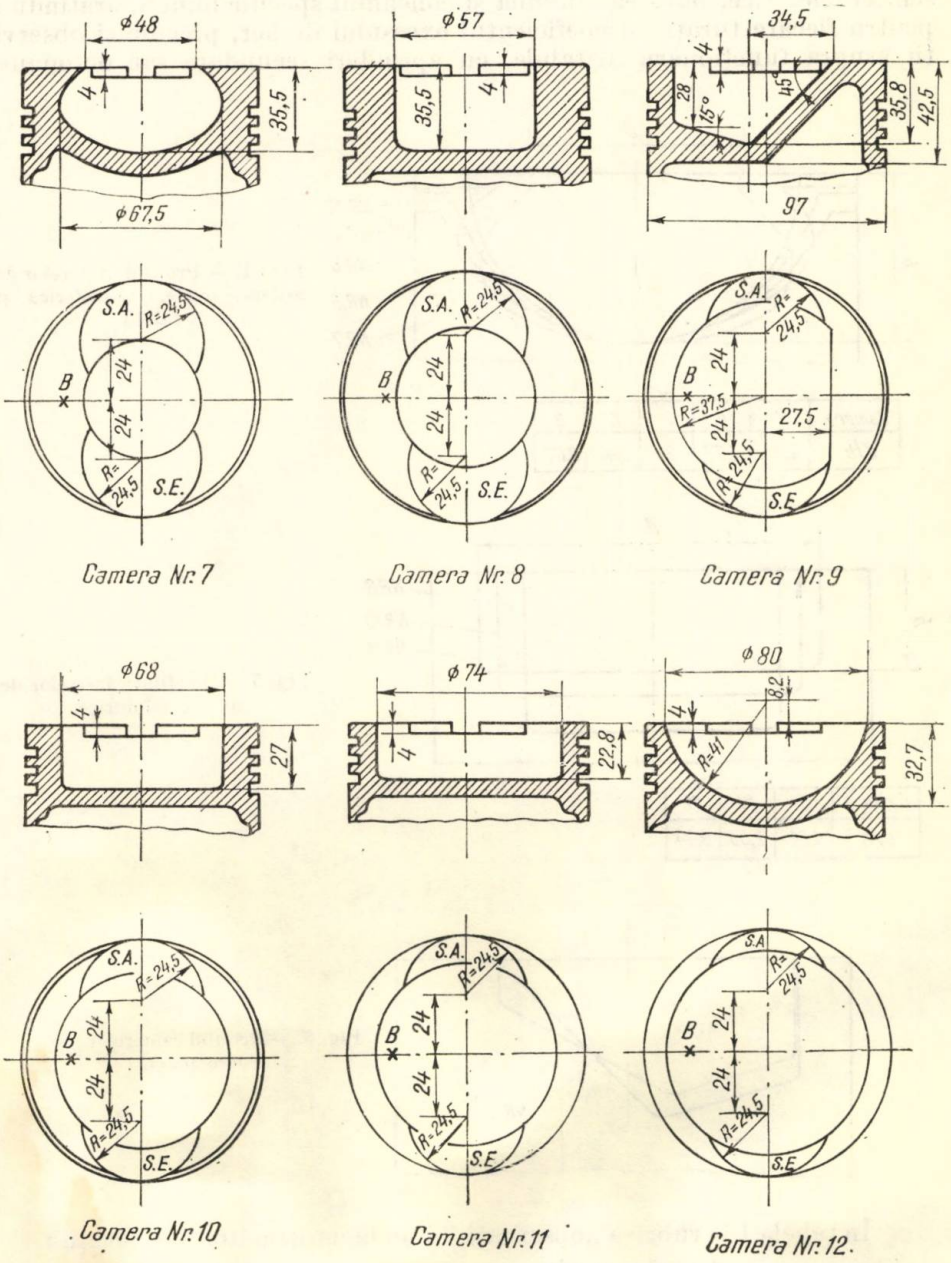


Fig. 3. — Camere de ardere în piston.

Din diagramele de putere şi consum construite pentru fiecare cameră s-au extras în tabela 1, pentru trei valori ale avansului fix la declanşarea scînteii electrice, puterea maximă şi consumul specific minim, arătîndu-se pentru fiecare turaţia şi coeficientul excesului de aer, precum şi observaţii asupra funcţionării instabile, cu aprinderi secundare sau detonante.

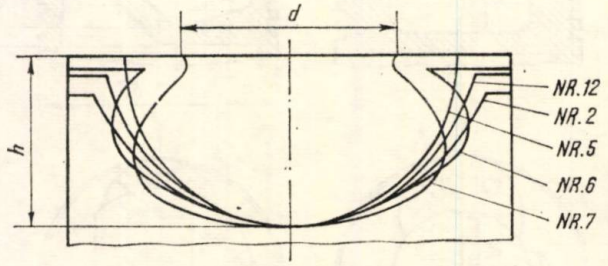


Fig. 4. — Profilul camerelor de ardere ovale, semisferică şi calotă.

Camera	7	6	5	12	2
d/h	1,35	1,77	2	2,45	3,07

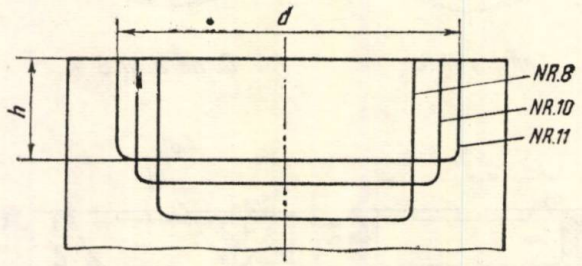


Fig. 5. — Profilul camerelor de ardere cilindrice.

Camera	8	10	11
d/h	1,61	2,53	3,34

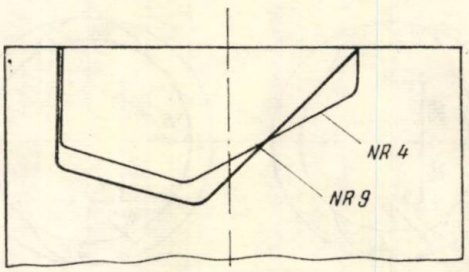


Fig. 6. — Profilul camerelor de ardere pană.

În tabela 1 la rubrica „observaţii" s-au făcut următoarele notaţii :

d — detonaţie ;
a — aprinderi secundare ;
i — mers instabil ;
c · *c* — curba de consum specific.

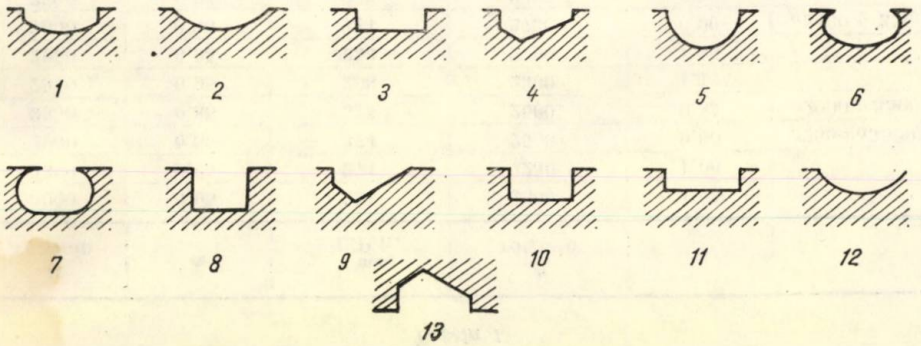
Tabela 1

Nr. CAMERA	P_{max}, CP	n rot/min	α	Ce_{min} g/C.P.h.	n rot/min	α	Observaţii
1	15,3	3000	0,95	251	2300	1,05	
2	14	2800	0,95	274	2250	1,00	
3	14,1	2900	0,80	374	2550	0,80	*d*2500/*a*3500/0,9/*a*2500 ÷ 3500/08/
4	14,4	2850	0,85	328	2600	0,85	*a*2000 ÷ 3500/08 şi 0,9
5	14	2950	0,95	268	2300	1,10	
6	14,7	2950	0,95	253	2750	1,05	*i*
7	14,3	3000	0,90	324	2750	0,90	*a*2400 ÷ 3500/0,95/*i*
8	14,5	3200	0,95	270	2400	1,00	
9	13,5	2700	0,95	260	2400	1,05	
10	15,6	3000	0,95	234	2400	1,05	
11	15,2	2850	0,85	310	2650	0,85	*d*2000 ÷ 2800/0,9
12	15,1	3100	0,95	257	2450	1,05	
13	14	3000	0,85	240	2200	1,05	c. c, abruptă
			$\beta = 20°$ RAC				
1	15,7	3000	0,95	269	2300	0,95	
2	15,3	2800	0,95	236	2200	1,05	
3	14,6	3000	0,75	419	2700	0,75	*d*2000 ÷ 2800/0,85 şi 0,9/*a*2900 ÷ 3500/08
4	14,3	2900	0,80	360	2800	0,80	*d*2000 ÷ 3500/0,85 şi 0,9
5	14,8	3000	0,95	295	2700	0,95	*a*2000 ÷ 3500/1
6	14,5	3050	0,80	385	2850	0,80	*a*2500 ÷ 3200/0,85 şi 0,9
7	14,3	3000	0,85	348	2800	0,80	*a*2450 ÷ 3300/0,9
8	14,6	3050	0,90	322	2600	0,90	*a*2600 ÷ 3100/0,95
9	14,5	2900	0,95	248	2500	1,05	
10	15,2	3000	0,85	328	2700	0,85	*a*2400 ÷ 3000/0,9
11	14,9	3000	0,80	362	2800	0,8	*d*2000 ÷ 2800/0,85
12	15,9	3100	0,95	245	2500	1,05	
13	15	2950	0,85	270	2300	0,85	*d*2000 ÷ 2600/0,95 şi 1,05

Tabela 1 (continuare)

$\beta = 25°$ RAC

1	16,25	3000	0,90	272	2300	0,9	*i*
2	16	3000	0,85	300	2300	0,85	
3	14,75	3000	0,75	395	2700	0,75	*a*2800 ÷ 3500/0,8
4	14,9	3000	0,75	368	2700	0,75	*d*2000 ÷ 3500/0,85
5	15	3000	0,85	323	2800	0,85	*a*2200 ÷ 3500/0,9
6	14,75	3000	0,80	382	2700	0,80	*a*2200 ÷ 3000/0,85/*a*2000 ÷ 3500/0,9
7	13,75	2900	0,80	386	2350	0,80	*a*2600 ÷ 3500/0,85
8	14,5	3000	0,85	348	2700	0,85	*a*2400 ÷ 3000/0,9
9	14,6	3000	0,85	335	2700	0,85	*d*2000 ÷ 2500/0,9
10	15,8	3100	0,80	345	2850	0,80	
11	15,5	2950	0,80	358	2600	0,80	
12	16,75	3200	0,90	225	2400	1,05	
13	15	3000	0,75	310	2600	0,85	*d*2000 ÷ 2600/0,985 ; 0,95 ; 1



După d sau după a este indicată turația la care detonația dispare sau intervalul de turații în care motorul a funcționat în regim detonat. Ultimul număr indică valoarea coeficientului excesului de aer α pentru regimul respectiv.

Analizînd performanțele înscrise în tabela 1, se constată că din prima grupă de camere cea mai avantajoasă este camera calotă sferică numărul

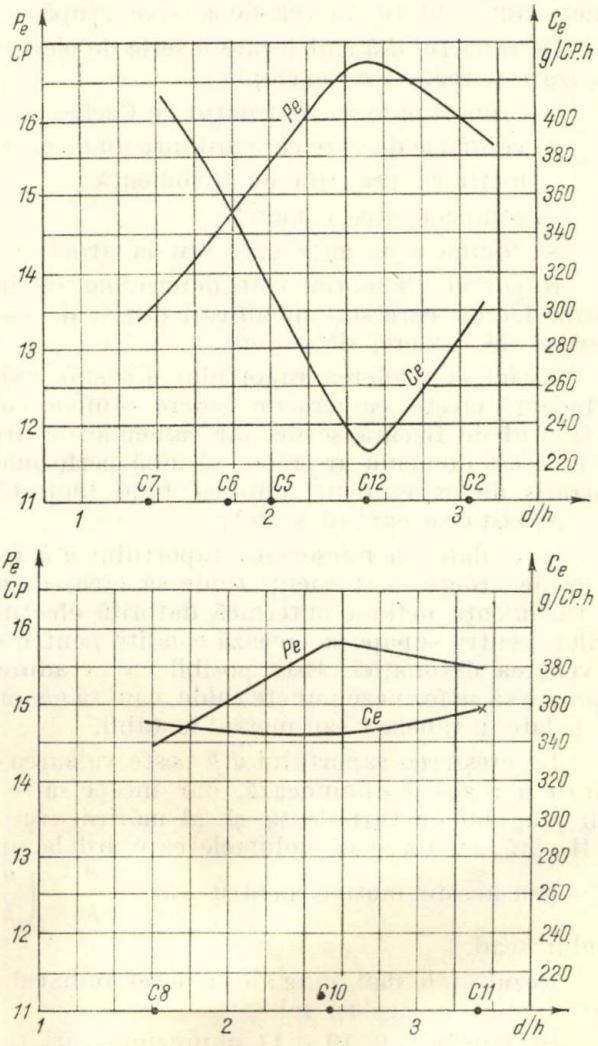


Fig. 7. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific de combustibil c_e, în funcție de raportul d/h.

12, din cea de-a doua grupă camera numărul 10, iar din cea de-a treia grupă camera numărul 9.

Pentru a corela forma camerei de ardere cu performanțele motorului, s-a calculat pentru fiecare cameră de ardere raportul d/h și în funcție de acesta au fost reprezentate în figura 7 puterea și consumul specific de combustibil, la $\beta = 25°$ RAC, pentru camerele din figurile 4 și 5.

Din figura 7 se constată că indiferent de tipul de cameră, pe măsură ce raportul d/h crește, puterea crește atingînd un maxim, iar consumul scade pînă la o valoare minimă; creșterea în continuare a raportului d/h conduce la creșterea consumului specific de combustibil și micșorarea puterii efective. Prin urmare, valoarea maximă a puterii și cea minimă a consumului specific de combustibil marchează un optim al raportului d/h, reprezentat de către camera numărul 12, în prima grupă și de către camera numărul 10, în cea de-a doua grupă.

De raportul d/h sînt legate o serie de elemente geometrice care influențează arderea, ca de exemplu:

— drumul parcurs de frontul de flacără;

— volumele de gaze care ard într-un interval de timp;

— mărimea pragului de turbulență;

— compactitatea camerei;

— volumele de gaze care ard la urmă etc.

Raportul d/h optim este determinat de influența contradictorie a acestor factori care sînt modificați diferit de varierea dimensiunilor geometrice ale camerei de ardere.

Astfel la scăderea raportului d/h sub valoarea optimă, pragul de turbulență crește, camera de ardere rămîne compactă, drumul parcurs de frontul de flacără scade, iar camerele de ardere situate cu valoarea d/h în acest domeniu ar trebui să aibă performanțe ridicate, fapt ce este contrazis de experiment, puterea fiind limitată de apariția detonației.

Aceasta se explică astfel:

— O dată cu micșorarea raportului d/h distanța de la peretele camerei de ardere la segmenți tinde să crească, pistonul devine mai cald, iar turbulența nefiind puternică datorită efectului nefavorabil al adînciturilor, pentru supape se creează condiții pentru sensibilizarea amestecului în vederea detonației. Este posibil ca în adîncitura de sub supapa de evacuare să se formeze puncte calde, care să genereze aprinderile secundare semnalate în tabela 1 sau mersul instabil.

La creșterea raportului d/h peste valoarea optimă, efectele negative arătate mai sus se diminuează, dar începe să se facă simțit efectul micșorării pragului de turbulență și al măririi drumului parcurs de frontul de flacără, cu toate că volumele care ard la urmă scad.

Din aceste motive pentru valori $\frac{d}{h} \neq \left(\frac{d}{h}\right)_{optim}$ performanțele motorului scad.

Rezultatele mai bune ale camerei numărul 9 față de camera numărul 4 se explică în același fel.

În figurile 8, 9, 10 și 11 se prezintă variația puterii efective și a consumului specific efectiv de combustibil în raport cu turația pentru diverse valori ale dozajului, exprimat prin coeficientul excesului de aer, și pentru $\beta = 25°$ RAC la camerele 9, 10, 12 și 13 (camera originală). Se constată că performanțe mai ridicate oferă camera 12 de formă calotă sferică; pentru aceste ultime patru camere s-au efectuat ridicări de diagrame de presiune (în coordonate presiune-unghi de manivelă din care s-a determinat

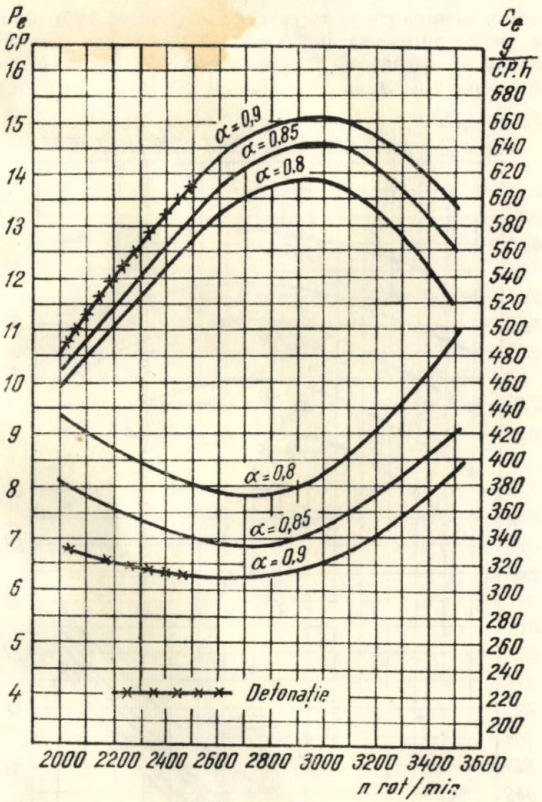


Fig. 8. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific de combustibil c_e, cu turația n pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α, admisiune totală $\beta = 25°$ RAC, $\varepsilon = 6,7$, camera numărul 9 în piston.

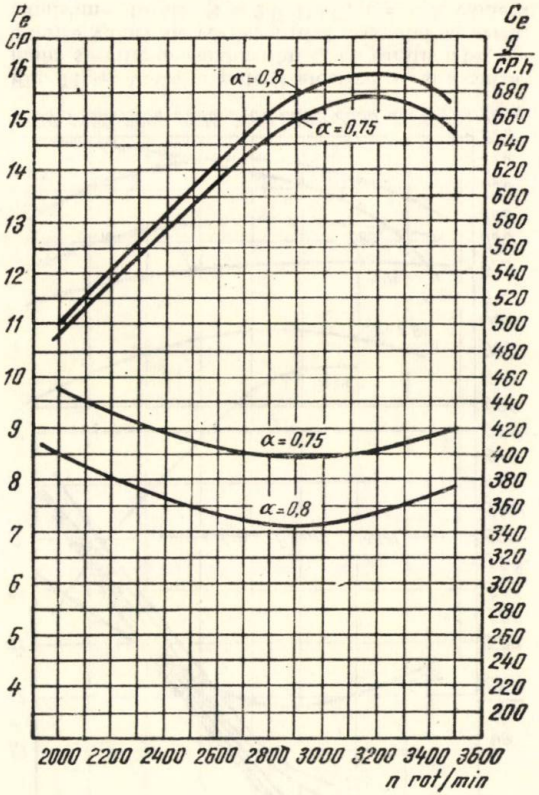


Fig. 9. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific de combustibil c_e, cu turația n pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α, admisiune totală $\beta = 25°$ RAC, $\varepsilon = 6,7$ camera numărul 10 în piston.

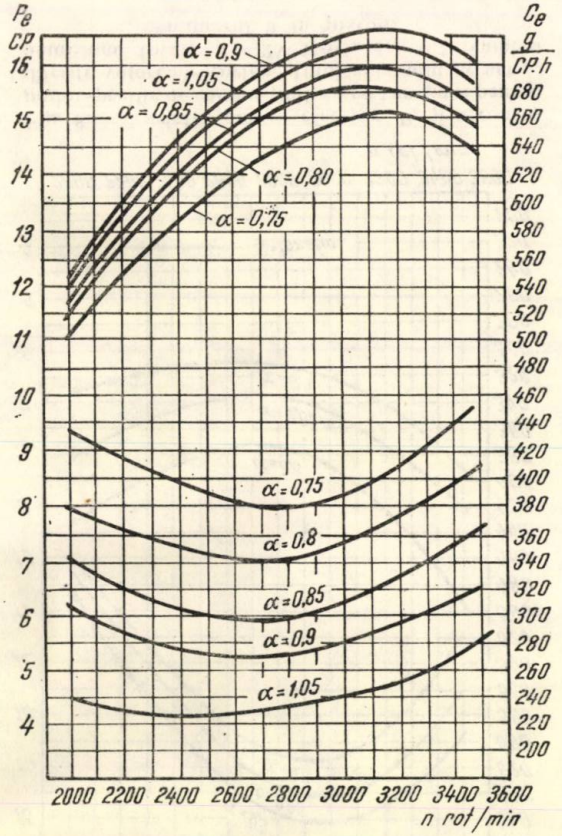


Fig. 10. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific de combustibil c_e, cu turația n pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α, admisiune totală β = 25° RAC ε = 6,7 camera numărul 12 în piston.

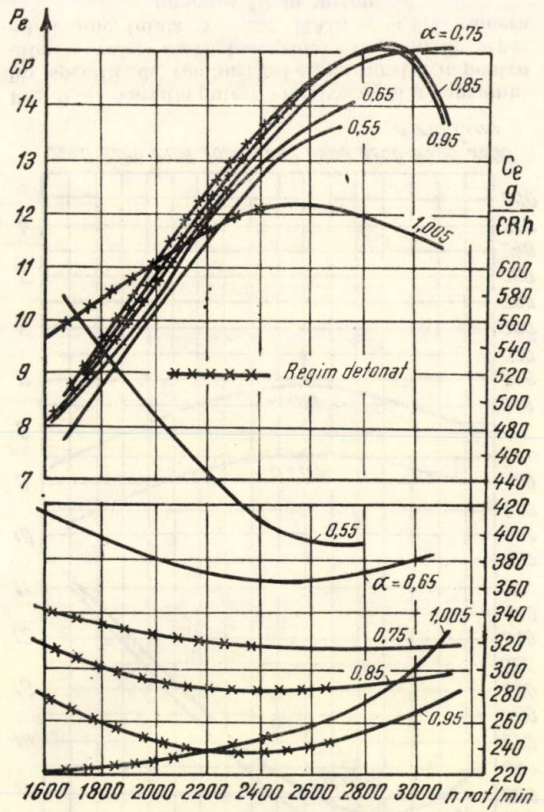


Fig. 11. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific de combustibil c_e, cu turația n pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α, admisiune totală β = 25° RAC, ε = 6,7 camera numărul 13, până în chiulasă.

viteza de creştere a presiunii. Din figura 12 se constată că în afară de camera numărul 12, toate celelalte camere au un mers dur.

Măsurătorile de temperatură executate simultan în cîte cinci puncte pe fiecare din aceste ultime patru pistoane, precum şi analizele de gaze de

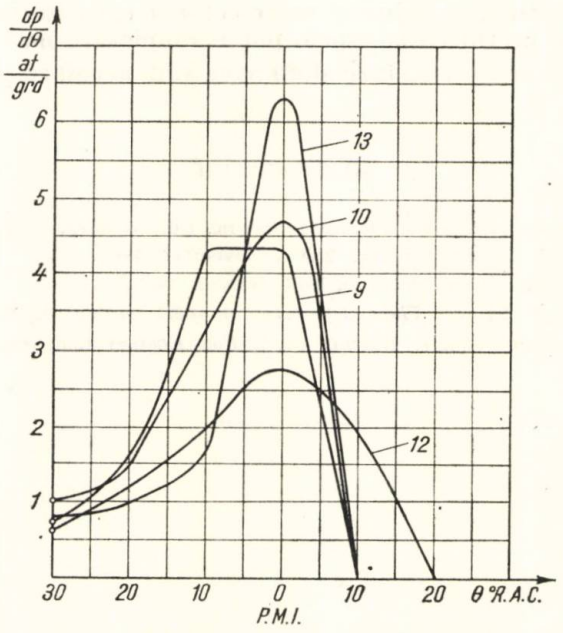


Fig. 12. — Viteza de creştere a presiunii.

ardere au arătat că forma preferabilă de cameră de ardere este cea calotă sferică cu $\left(\frac{d}{h}\right)_{optim}$ din punct de vedere al performanţelor motorului.

Menţionăm că unele din camerele de ardere încercate şi în special camera numărul 12 dau rezultate superioare camerei de ardere în chiulasă. originală.

4. CONCLUZII

Din cele expuse rezultă următoarele concluzii :

1. lucrarea arată că pentru toate tipurile de camere de ardere în piston încercate există o valoare optimă a raportului $\frac{d}{h} \simeq 2{,}5$, care dă performanţele optime ale motorului ;

2. dintre camerele de ardere încercate, cea mai bună s-a dovedit a fi la probele de putere maximă şi încercări instantanee, camera calotă sferică numărul 12,

3. comportarea acestei camere s-a dovedit a fi superioară în ceea ce priveşte puterea, consumul specific, ca şi regimul detonat celei a motorului original,

4. ţinînd seama de avantajele tehnologice care rezultă din aplicarea camerelor de ardere în piston, este de dorit să se utilizeze acele camere care experimental s-au dovedit superioare şi din punct de vedere energetic celor clasice;

5. este de remarcat că performanţele camerelor vor putea fi mărite prin aşezarea optimă a bujiei şi reproiectarea canalizaţiei de admisiune, lucru permis de faptul că supapele pot fi amplasate mai bine;

6. pentru a trage concluzii definitive sînt necesare probe de durată.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Arama, B. Grunwald, *Motoare cu ardere internă*, Edit. tehnică, 1966.
2. * * * Automobile Engineer Rover 2 000, November, 1963.
3. Gh. Frăţilă, *Noutăţi în automobilism*, Edit. tehnică, 1968.
4. C. A. Vasilescu, N. Stoica, *Thermal processes in spark ignition engines with piston located combustion chamber. Internal combustion Engines Conference*, Bucharest, 1967.

ASUPRA INTERACŢIUNII UNUI MAGNET SITUAT ÎNTR-UN FLUID CU CÎMP EXTERIOR

LE

A. TIMOTIN I. R. CIRIC

538.69

Se stabilesc expresii pentru calculul energiei şi al coenergiei de interacţiune între un magnet cu magnetizaţie permanentă rigidă şi magnetizaţie temporară lineară situat într-un fluid şi un cîmp magnetic exterior. Materialul magnetului şi cel al fluidului pot avea permeabilităţi magnetice diferite, însă independente de cîmp, şi pot fi neomogene. Aceste expresii sînt utile pentru determinarea forţelor şi a cuplurilor exercitate de cîmpul magnetic exterior asupra corpurilor magnetizate permanent.

Pentru exemplificarea procedeului de folosire a formelor stabilite se calculează cuplul exercitat asupra unui elipsoid magnetizat uniform cufundat într-un fluid şi în prezenţa unui cîmp magnetic exterior, iniţial omogen. Se dă şi expresia momentului magnetic aparent al acestui elipsoid, situat în cîmpul magnetic exterior.

1. INTRODUCERE

În regim staţionar sau cvasistaţionar, cîmpul magnetic poate fi produs de conductoare parcurse de curenţi electrici de conducţie şi de corpuri magnetizate. Cîmpul magnetic produs de corpurile magnetizate se determină fie pe baza modelului amperian, fie pe baza modelului coulombian al acestora [1], [2].

În lucrarea de faţă se studiază felul în care variază energia şi coenergia cîmpului magnetic în prezenţa corpurilor magnetizate permanent, ceea ce permite determinarea acţiunilor ponderomotoare (a forţelor şi a cuplurilor) care se exercită asupra corpurilor situate în cîmp.

Pentru aceasta se consideră un sistem de conductoare parcurse de curenţi de conducţie în prezenţa unor corpuri magnetizate permanent situate într-un mediu magnetic (de exemplu într-un fluid magnetic) liniar, izotrop şi fără magnetizaţie permanentă. Corpurile magnetizate permanent se presupun cu magnetizaţie permanentă rigidă independentă de cîmp, materialul acestor corpuri fiind linear şi izotrop din punct de vedere magnetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 793–806, 1971

Fără a micşora generalitatea problemei, se va studia, mai jos interacţiunea dintre un singur corp magnetizat permanent şi un circuit electric filiform parcurs de curent electric de conducţie, acesta din urmă producînd cîmpul magnetic exterior corpului magnetizat permanent.

Rezultatele corespunzătoare cazului interacţiunii magneţilor permanenţi situaţi în vid cu cîmpul magnetic exterior şi rezultatele corespunzătoare cazului interacţiunii corpurilor nemagnetizate permanent constituite din material magnetic linear şi izotrop, situate într-un mediu magnetic de asemenea linear, izotrop şi fără magnetizaţie permanentă, cu cîmpul magnetic exterior, rezultate prezentate în tratatele clasice [3], [4], se obţin prin particularizare din rezultatele care se deduc în această lucrare.

2. ENERGIA ŞI COENERGIA DE INTERACŢIUNE A UNUI CORP MAGNETIZAT PERMANENT CU CÎMPUL MAGNETIC EXTERIOR

Fie un corp magnetizat permanent cu magnetizaţia permanentă $\boldsymbol{M}_p$ rigidă (independentă de cîmp), care ocupă volumul v_2 mărginit de suprafaţa închisă Σ. Legătura dintre $\boldsymbol{M}_p$, intensitatea cîmpului magnetic $\boldsymbol{H}$ şi inducţia magnetică $\boldsymbol{B}$ în interiorul acestui corp este de tipul

$$\boldsymbol{B} = \mu_2 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M}_p, \tag{1}$$

în care μ_2 este permeabilitatea magnetică a materialului corpului magnetizat permanent, presupusă independentă de cîmp, iar μ_0 este permeabilitatea vidului. Mediul exterior, care ocupă volumul v_1 extins pînă la infinit, se consideră constituit din material magnetic linear şi izotrop, de permeabi-

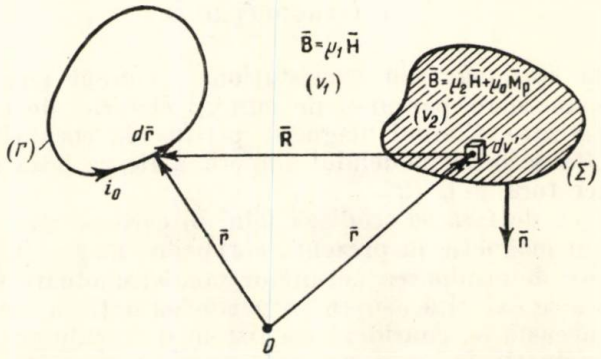


Fig. 1

litate magnetică μ_1, fără magnetizaţie permanentă. Cîmpul magnetic exterior este produs de un circuit electric filiform Γ de formă cunoscută, parcurs de curentul i_0 (fig. 1).

În scopul simplificării scrierii relaţiilor de calcul, în cele ce urmează se presupune că permeabilităţile μ_1 şi μ_2 sînt independente de punct.

În absența corpului (v_2), cîmpul magnetic exterior cu inducția $\boldsymbol{B}_0$ și intensitatea $\boldsymbol{H}_0$, date de expresia (Biot-Savart-Laplace)

$$\boldsymbol{B}_0 = \mu_1 \boldsymbol{H}_0 = \frac{\mu_1}{4\pi} i_0 \oint_\Gamma \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r} \times (-\boldsymbol{R})}{R^3}, \tag{2}$$

unde au fost utilizate notațiile din figura 1.

În prezența corpului (v_2), cîmpul magnetic în fiecare punct se obține prin superpoziția cîmpurilor magnetice produse în punctul considerat de circuitul parcurs de curent și de corpul cu magnetizație permanentă. Utilizînd modelul amperian al corpurilor magnetizate, inducția magnetică poate fi calculată ca în vid, determinată însă de următoarele repartiții de curent de conducție și de curent amperian [5]:

— curentul de conducție de intensitate i_0 în circuitul Γ;

— curentul amperian de intensitate $\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1\right) i_0$ în circuitul Γ;

— curentul amperian de densitate $\mathrm{rot}' \boldsymbol{M}_p$ în corpul (v_2);

— curentul amperian de densitate a pînzei de curent $\boldsymbol{M}_p \times \boldsymbol{n}$ pe suprafața Σ, de versor $\boldsymbol{n}$ al normalei exterioare, a corpului (v_2);

— curentul amperian de densitate a pînzei de curent:

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{M}_{t_1} - \boldsymbol{M}_{t_2}) = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times (\mu_1 \boldsymbol{H}_1 - \mu_2 \boldsymbol{H}_2) = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1 \tag{3}$$

pe suprafața Σ a corpului (v_2), $\boldsymbol{M}_{t_1}$ și $\boldsymbol{H}_1$, respectiv $\boldsymbol{M}_{t_2}$ și $\boldsymbol{H}_2$, fiind magnetizațiile temporare și intensitățile cîmpului magnetic în imediata vecinătate a punctului curent al suprafeței Σ din (v_1), respectiv din (v_2).

Considerînd mediile imobile, creșterile elementare ale energiei magnetice W_m și coenergiei magnetice W_m^* ale sistemului, corespunzătoare unor creșteri elementare ale fluxului magnetic Φ și curentului electric de conducție i prin circuitul Γ, sînt [1], [2]

$$\mathrm{d}W_m = i\mathrm{d}\Phi = \mathrm{d}(i\Phi) - \mathrm{d}W_m^* \tag{4}$$

și, respectiv,

$$\mathrm{d}W_m^* = \Phi \mathrm{d}i. \tag{5}$$

Relația (5) se poate exprima sub forma

$$\mathrm{d}W_m^* = \left[\frac{\mu_1}{\mu_0} L_0 i + \Phi_{M_p} + \Phi_{M_t}^{(M_p)} + \Phi_{M_t}^{(i)}\right] \mathrm{d}i, \tag{6}$$

în care intervin următoarele mărimi:

— inductivitatea proprie L_0 a circuitului Γ situat în vid;

— fluxul magnetic Φ_{M_p} prin Γ, independent de curentul i, datorit curenților amperieni echivalenți stării de magnetizație permanentă;

— fluxul magnetic $\Phi_{M_t}^{(M_p)}$ prin Γ, independent de curentul i, datorit curenţilor amperieni echivalenţi stării de magnetizaţie temporară cauzată numai de cîmpul magnetic al corpului magnetizat permanent (densitatea corespunzătoare a pînzei de curent amperian este $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1 \Big|_{\boldsymbol{H}_0 = 0}$ pe Σ; vezi relaţia (3));

— fluxul magnetic $\Phi_{M_t}^{(i)}$ prin Γ, proporţional cu curentul i şi anulîndu-se o dată cu acesta, datorit curenţilor amperieni echivalenţi stării de magnetizaţie temporară cauzată numai de cîmpul magnetic produs de circuitul parcurs de curent (densitatea corespunzătoare a pînzei de curent amperian este $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1 \Big|_{\boldsymbol{M}_p = 0}$ pe Σ; vezi relaţia (3))).

Prin urmare, coenergia magnetică a sistemului în starea în care curentul prin circuitul Γ are valoarea $i = i_0$ faţă de starea în care $i = 0$ este

$$W_m^* = \frac{1}{2} \frac{\mu_1}{\mu_0} L_0 i_0^2 + (\Phi_{M_p} + \Phi_{M_t}^{(M_p)}) i_0 + \frac{1}{2} \Phi_{M_t}^{(i_0)} i_0. \tag{7}$$

În absenţa corpului (v_2), această mărime are expresia

$$W_{m_0}^* = \frac{1}{2} \frac{\mu_1}{\mu_0} L_0 i_0^2 \tag{8}$$

deci coenergia magnetică a corpului magnetizat permanent (v_2) în cîmpul magnetic exterior (2) rezultă

$$W_{m_{12}}^* = W_m^* - W_{m_0}^* = (\Phi_{M_p} + \Phi_{M_t}^{(M_p)}) i_0 + \frac{1}{2} \Phi_{M_t}^{(i_0)} i_0. \tag{9}$$

Energia magnetică a sistemului în starea în care $i = i_0$ faţă de starea în care $i = 0$ rezultă cu (4) — (7)

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{\mu_1}{\mu_0} L_0 i_0^2 + \frac{1}{2} \Phi_{M_t}^{(i_0)} i_0, \tag{10}$$

mărime care, în absenţa corpului magnetizat permanent (v_2), are expresia

$$W_{m_0} = \frac{1}{2} \frac{\mu_1}{\mu_0} L_0 i_0^2, \tag{11}$$

identică cu expresia corespunzătoare (8) a coenergiei magnetice. Deci energia magnetică a corpului magnetizat permanent (v_2) în cîmpul magnetic exterior (2) rezultă

$$W_{m_{12}} = W_m - W_{m_0} = \frac{1}{2} \Phi_{M_t}^{(i_0)} i_0. \tag{12}$$

Expresiile (9) și (12) pot fi prelucrate în așa fel, încît să fie puse în evidență în mod explicit intensitatea cîmpului magnetic exterior (din (2)), intensitatea cîmpului magnetic rezultant (care intervine în (3)) și magnetizația permanentă $\boldsymbol{M}_p$. Pentru aceasta, termenii din (9) se exprimă, prin intermediul potențialului magnetic vector, cu ajutorul curenților amperieni corespunzători :

$$i_0 \Phi_{M_p} = i_0 \oint_\Gamma \boldsymbol{A}_{M_p}(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = i_0 \oint_\Gamma \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\int_{v_2} \frac{\mathrm{rot}'\, \boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{r}')}{R}\, \mathrm{d}v' + \oint_\Sigma \frac{\boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{r}') \times \boldsymbol{n}}{R}\, \mathrm{d}A'\right] \mathrm{d}\boldsymbol{r} =$$

$$= i_0 \oint_\Gamma \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_2} \frac{\boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{r}') \times \boldsymbol{R}}{R^3}\, \mathrm{d}v'\right] \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \tag{13}$$

$$= \mu_0 \int_{v_2} \boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{r}') \left[\frac{i_0}{4\pi} \oint_\Gamma \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r} \times (-\boldsymbol{R})}{R^3}\right] \mathrm{d}v' = \mu_0 \int_{v_2} \boldsymbol{M}_p \boldsymbol{H}_0\, \mathrm{d}v',$$

$$i_0 \Phi_{M_t}^{(M_p)} = i_0 \oint_\Gamma \boldsymbol{A}_{M_t}^{(M_p)}(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = i_0 \oint_\Gamma \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_\Sigma \frac{\dfrac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{r}')\Big|_{H_0=0}}{R}\, \mathrm{d}A'\right] \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \tag{14}$$

$$= \int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\, \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')\Big|_{H_0=0} \left[\frac{i_0}{4\pi} \oint_\Gamma \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r} \times (-\boldsymbol{R})}{R^3}\right] \mathrm{d}v' = \int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1) \boldsymbol{H}\Big|_{H_0=0} \boldsymbol{H}_0\, \mathrm{d}v',$$

$$i_0 \Phi_{M_t}^{(i_0)} = i_0 \oint_\Gamma \boldsymbol{A}_{M_t}^{(i_0)}(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = i_0 \oint_\Gamma \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_\Sigma \frac{\dfrac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_0} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{r}')\Big|_{M_p=0}}{R}\, \mathrm{d}A'\right] \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \tag{15}$$

$$= \int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\, \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')\Big|_{M_p=0} \left[\frac{i_0}{4\pi} \oint_\Gamma \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r} \times (-\boldsymbol{R})}{R^3}\right] \mathrm{d}v' = \int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1) \boldsymbol{H}\Big|_{M_p=0} \boldsymbol{H}_0 \mathrm{d}v',$$

unde s-a ținut seama de expresia (2) și de teorema rotorului unui cîmp de vectori $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}')$, $\oint_\Sigma \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}A' \times \boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}') = \int_{v_2} \mathrm{rot}'\, \boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}')\, \mathrm{d}v'$, accentul „prim" a 1 oper a-

torului de derivare rot' şi al elementelor de volum dv' şi de suprafaţă dA' indicînd că derivările şi integrările respective se fac în raport cu coordonatele punctului de rază vectoare $\boldsymbol{r}'$ (vezi fig. 1).

Rezultă în definitiv pentru energia magnetică şi pentru coenergia magnetică a unui corp magnetizat permanent în cîmp magnetic exterior expresiile

$$\begin{aligned} W_{m_{12}} &= \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}_p=0} \boldsymbol{H}_0\,dv = \\ &= \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0\,dv - \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{H}_0\,dv, \end{aligned} \tag{16}$$

respectiv

$$\begin{aligned} W^*_{m_{12}} &= \mu_0\int_{v_2} \boldsymbol{M}_p\boldsymbol{H}_0\,dv + \int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{H}_0\,dv + \\ &+ \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}_p=0} \boldsymbol{H}_0\,dv = \mu_0\int_{v_2} \boldsymbol{M}_p\boldsymbol{H}_0\,dv + \\ &+ \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0\,dv + \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{H}_0 dv, \end{aligned} \tag{17}$$

în care s-a renunţat la accentul „prim" al elementului de volum dv şi s-a ţinut seama că $\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} + \boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}_p=0} = \boldsymbol{H}$.

Fiecare dintre termenii care intervin în membrii drepţi ai relaţiilor (7) — (12) se pot calcula şi cu ajutorul integralei de volum pe întreg spaţiul a produsului scalar între densitatea de curent şi potenţial vector corespunzătoare (vezi anexa), ceea ce arată că descompunerea efectuată a fluxului magnetic total şi rezultatele obţinute în cazul mediilor omogene sînt valabile şi în cazul mediilor neomogene, însă lineare, cînd permeabilităţile μ_1 şi μ_2 depind de punct.

Energia (16) şi coenergia (17) pot fi deduse şi direct din relaţiile

$$\begin{aligned} W_{m_{12}} &= \int_{v_1+v_2} dv \int_{\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}}^{\boldsymbol{H}}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{H}\,d\boldsymbol{B} - \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} \boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}_0\,dv = \\ &= \frac{1}{2}\int_{v_2}\left[\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{B}_0 - \boldsymbol{H}\boldsymbol{B} + (\boldsymbol{H}\boldsymbol{B})\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} + 2\int_{\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}}^{\boldsymbol{H}}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{H}\,d\boldsymbol{B}\right] dv \end{aligned} \tag{18}$$

și, respectiv,

$$W^*_{m_{12}} = \int_{v_1+v_2} \mathrm{d}v \int_{\boldsymbol{H}}^{\boldsymbol{H}} \Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{H} - \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} \boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}_0\,\mathrm{d}v = \tag{19}$$

$$= \frac{1}{2}\int_{v_2}\left[\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{B}_0 - \boldsymbol{H}\boldsymbol{B} + (\boldsymbol{H}\boldsymbol{B})\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} + 2\int_{\boldsymbol{H}}^{\boldsymbol{H}} \Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} \boldsymbol{B}\,\mathrm{d}\boldsymbol{H}\right]\mathrm{d}v,$$

în care s-a ținut seama de linearitatea mediului exterior (din volumul v_1); aceste relații se pot utiliza și în cazul în care corpul magnetizat (din volumul v_2) are o caracteristică de magnetizare neliniară (cazul corpului feromagnetic real), cu condiția de a se cunoaște întreaga succesiune de stări prin care a trecut acest corp pentru a ajunge în starea în care în interiorul lui inducția magnetică este $\boldsymbol{B}$, iar intensitatea cîmpului magnetic este $\boldsymbol{H}$.

Expresiile (16) și (17) pot fi puse și sub forma echivalentă

$$W_{m_{12}} = \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0\,\mathrm{d}v + \frac{1}{2}\mu_0\int_{v_2} \boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{H}_0 - \boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}_p=0})\,\mathrm{d}v, \tag{16'}$$

respectiv

$$W^*_{m_{12}} = \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0\,\mathrm{d}v + \frac{1}{2}\mu_0\int_{v_2} \boldsymbol{M}_p\left(\boldsymbol{H}_0 + \boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}p=0}\right)\mathrm{d}v. \tag{17'}$$

Observații. a) Din punct de vedere termodinamic, energia (16) (sau (16')) este o energie liberă; expresiile (16) (sau (16')) și (17) (sau (17')) nu conțin energia interioară, respectiv coenergia interioară a corpului magnetizat permanent.

b) Valorile numerice ale energiei (16) (sau (16')) și ele coenergiei (17) (sau (17')) sînt diferite între ele. Pentru determinarea acțiunilor ponderomotoare (a forțelor sau a cuplurilor) care se exercită asupra corpurilor situate în cîmp se poate utiliza fie energia exprimată, însă numai cu ajutorul fluxurilor magnetice prin circuitele care produc cîmpul magnetic exterior și cu ajutorul coordonatelor generalizate, considerînd aceste fluxuri constante, fie coenergia exprimată, însă numai cu ajutorul curenților din circuitele care produc cîmpul magnetic exterior (ori cu ajutorul intensității cîmpului magnetic exterior, ca în (17) (sau (17')) și cu ajutorul coordonatelor generalizate, considerînd curenții constanți.

3. CAZURI PARTICULARE

3.1. *În cazul în care* $\mu_1 = \mu_2$, expresiile (16) sau (16') și (17) sau (17') devin, respectiv,

$$W_{m_{12}} = 0 \tag{20}$$

și

$$W^*_{m_{12}} = \mu_0\int_{v_2} \boldsymbol{M}_p\,\boldsymbol{H}_0\,\mathrm{d}v. \tag{21}$$

Deşi energia magnetică de interacţiune este nulă în acest caz, derivatele ei în raport cu coordonatele generalizate la fluxuri magnetice constante prin circuitele care produc cîmpul magnetic exterior sînt în general nenule.

Coenergia magnetică de interacţiune se poate scrie pentru *cazul în care* $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ sub forma [3]

$$W^*_{m_{12}} = \int_{v_2} \boldsymbol{M}_p \boldsymbol{B}_0 \, \mathrm{d}v. \tag{22}$$

3.2. *Pentru cazul în care corpul* (v_2) *nu este magnetizat permanent,* $\boldsymbol{M}_p = 0$, energia şi coenergia de interacţiune cu cîmpul magnetic exterior sînt egale, rezultînd expresia cunoscută [3], [6]

$$W_{m_{12}} = W^*_{m_{12}} = \frac{1}{2}\int_{v_2} (\mu_2 - \mu_1) \boldsymbol{H} \boldsymbol{H}_0 \, \mathrm{d}v. \tag{23}$$

3.3. *Dacă corpul* (v_2) *este constituit din material feromagnetic ideal,* $\mu_2 = \infty$, expresia (23) se scrie sub forma

$$W_{m_{12}} = W^*_{m_{12}} = \frac{1}{2}\int_{v_2} \boldsymbol{B} \boldsymbol{H}_0 \, \mathrm{d}v, \tag{24}$$

în care $\boldsymbol{B}$ este inducţia magnetică finită în interiorul corpului (v_2).

3.4. *Dacă corpul* (v_2) *este constituit din material diamagnetic ideal,* $\mu_2 = 0$, energia şi coenergia magnetică de interacţiune nu se pot exprima printr-o integrală pe volumul v_2, datorită faptului că intensitatea şi inducţia cîmpului magnetic în interiorul acestui corp sînt nule. Exprimarea se poate face printr-o integrală pe suprafaţa Σ a corpului (v_2):

$$W_{m_{12}} = W^*_{m_{12}} = \frac{1}{2}\oint_{\Sigma} (\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}) \boldsymbol{A}_0 \, \mathrm{d}A, \tag{25}$$

unde $\boldsymbol{A}_0$ este ptenţialul magnetic vector al cîmpului exterior (2) ($\boldsymbol{B}_0 = \mathrm{rot}' \boldsymbol{A}_0$), iar $\boldsymbol{H}$ intensitatea cîmpului magnetic rezultant, orientată tangenţial la suprafaţa Σ.

Observaţie. Formula (25) este valabilă şi în cazul unui corp perfect conductor sau în cazul unui conductor obişnuit la frecvenţe suficient de înalte ale cîmpului magnetic exterior periodic în timp, $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}$ fiind în aceste cazuri tocmai densitatea pînzei de curent indusă pe suprafaţa Σ a conductorului.

4. APLICAȚIE LA CALCULUL CUPLULUI EXERCITAT ASUPRA UNUI ELIPSOID UNIFORM MAGNETIZAT SITUAT ÎNTR-UN CÎMP MAGNETIC OMOGEN

Fie elipsoidul de semiaxe a, b, c din figura 2, uniform magnetizat cu magnetizația $\boldsymbol{M}_p$ rigidă, avînd permeabilitatea magnetică μ_2 independentă de cîmp și de punct. Elipsoidul este introdus într-un cîmp magnetic exterior, inițial omogen, de intensitate $\boldsymbol{H}_0$, permeabilitatea magnetică μ_1 a mediului exterior independentă de cîmp și de punct. Orientările vectorilor-cîmp $\boldsymbol{M}_p$ și $\boldsymbol{H}_0$ sînt arbitrare.

Alegînd axele de coordonate carteziene după axele principale ale elipsoidului (vezi fig. 2) și rezolvînd problema de cîmp, se obține pentru ntensitatea cîmpului magnetic în interiorul elipsoidului expresia

$$\boldsymbol{H} = \frac{H_{0x} - \frac{abc}{2\mu_1}\mu_0 A_1 M_{px}}{1 + \frac{abc}{2\mu_1}(\mu_2 - \mu_1)A_1}\boldsymbol{i} + \frac{H_{0y} - \frac{abc}{2\mu_1}\mu_0 A_2 M_{py}}{1 + \frac{abc}{2\mu_1}(\mu_2 - \mu_1)A_2}\boldsymbol{j} + \frac{H_{0z} - \frac{abc}{2\mu_1}\mu_0 A_3 M_{pz}}{1 + \frac{abc}{2\mu_1}(\mu_2 - \mu_1)A_3}\boldsymbol{k}, \tag{26}$$

în care

— $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ și $\boldsymbol{k}$ sînt versorii axelor Ox, Oy și, respectiv Oz,

— H_{0x}, H_{0y}, H_{0z} — componentele intensității cîmpului magnetic exterior:

$$\boldsymbol{H}_0 = H_{0x}\boldsymbol{i} + H_{0y}\boldsymbol{j} + H_{0z}\boldsymbol{k}; \tag{27}$$

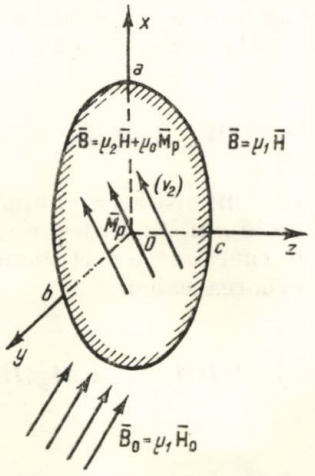


Fig. 2

— M_{px}, M_{py}, M_{pz} — componentele magnetizației permanente a elipsoidului:

$$\boldsymbol{M}_p = M_{px}\boldsymbol{i} + M_{py}\boldsymbol{j} + M_{pz}\boldsymbol{k}, \tag{28}$$

iar constantele A_1, A_2, A_3 au valorile

$$A_1 = \int_0^\infty \frac{ds}{(s + a^2)\, R_s}, \quad A_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{(s + b^2)\, R_s}, \quad A_3 = \int_0^\infty \frac{ds}{(s + c^2)\, R_s}, \tag{29}$$

unde

$$R_s = \sqrt{(s + a^2)\,(s + b^2)\,(s + c^2)}. \tag{30}$$

Prin urmare, cîmpul magnetic rezultant în interiorul elipsoidului este omogen şi independent de orientarea axelor elipsoidului şi de orientarea magnetizaţiei lui permanente.

Ţinînd seama de expresiile (26) — (30), coenergia magnetică de interacţiune a elipsoidului cu cîmpul magnetic exterior se exprimă cu (17′) sub forma

$$W^*_{m_{12}} = \frac{2}{3}\pi abc\left[(\mu_2 - \mu_1)\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0 + \mu_0 \boldsymbol{M}_p\left(\boldsymbol{H}_0 + \boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}p=0}\right)\right]. \tag{31}$$

Pentru calculul cuplului exercitat asupra elipsoidului trebuie determinată variaţia coenergiei magnetice (31) (la intensitate a cîmpului magnetic exterior $\boldsymbol{H}_0$ constantă) pentru o rotaţie elementară arbitrară a elipsoidului în jurul centrului său.

Fie $\boldsymbol{C}$ cuplul rezultant exercitat de cîmp asupra elipsoidului şi $\delta\boldsymbol{\alpha}$ deplasarea unghiului elementară a elipsoidului în jurul centrului său. Variaţia $\delta W^*_{m_{12}}$ a coenergiei (31) la rotaţia $\delta\boldsymbol{\alpha}$ a elipsoidului este legată de cuplul $\boldsymbol{C}$ prin relaţia

$$\delta W^*_{m_{12}} = \boldsymbol{C}\delta\boldsymbol{\alpha}. \tag{32}$$

Ţinînd seama că numai intensitatea cîmpului magnetic exterior $\boldsymbol{H}_0$ variază la rotaţia $\delta\boldsymbol{\alpha}$ a elipsoidului, fiindcă variază componentele H_{0x}, H_{0y} şi H_{0z} în raport cu axele de coordonate carteziene considerate fixe faţă de elipsoid, rezultă după efectuarea calculelor

$$\delta W^*_{m_{12}} = \frac{2}{3}\pi abc\left[(\mu_2 - \mu_1)\,\delta(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}_0) + \mu_0 \boldsymbol{M}_p \delta\boldsymbol{H}_0 + \mu_0 \boldsymbol{M}_p \delta\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}p=0}\right] = \tag{33}$$

$$= \frac{4}{3}\pi abc[(\mu_2 - \mu_1)\boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M}_p]\,\delta\boldsymbol{H}_0.$$

Variaţia lui $\boldsymbol{H}_0$ în raport cu sistemul de axe de coordonate considerat, $Oxyz$, la rotaţia $\delta\boldsymbol{\alpha}$ a acestui sistem de axe de coordonate este

$$\delta\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}_0 \times \delta\boldsymbol{\alpha}, \tag{34}$$

prin urmare

$$\boldsymbol{C}\delta\alpha = \frac{4}{3}\pi abc[(\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H} + \mu_0\boldsymbol{M}_p]\,(\boldsymbol{H}_0 \times \delta\alpha) =$$

$$= \frac{4}{3}\pi abc\,\{[(\mu_2 - \mu_1)\,\boldsymbol{H} + \mu_0\boldsymbol{M}_p] \times \boldsymbol{H}_0\}\,\delta\alpha. \tag{35}$$

Deoarece $\delta\alpha$ este arbitrar, rezultă

$$\boxed{\boldsymbol{C} = \frac{4}{3}\pi abc[(\mu_2 - \mu_1)\boldsymbol{H} + \mu_0\boldsymbol{M}_p] \times \boldsymbol{H}_0,} \tag{36}$$

în care $\boldsymbol{H}$ are expresia (26).

Punînd cuplul exercitat asupra elipsoidului sub forma

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{m}^{ap} \times \boldsymbol{B}_0, \tag{37}$$

rezultă și expresia momentului magnetic aparent al elipsoidului uniform magnetizat în prezența cîmpului magnetic exterior de inducție $\boldsymbol{B}_0 = \mu_1 \boldsymbol{H}_0$:

$$\boxed{\boldsymbol{m}^{ap} = \frac{4}{3}\pi abc\left[\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1\right)\boldsymbol{H} + \frac{\mu_0}{\mu_1}\boldsymbol{M}_p\right],} \tag{38}$$

care coincide cu momentul magnetic $\boldsymbol{m} = \frac{4}{3}\pi abc\,\boldsymbol{M}_p$ al acestui elipsoid numai cînd $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

Momentul magnetic (38) conține o parte independentă de cîmpul magnetic exterior (momentul magnetic aparent permanent $\boldsymbol{m}_p^{ap}$ al elipsoidului) și o parte care depinde de cîmpul magnetic exterior, anulîndu-se o dată cu acesta (momentul magnetic aparent temporar sau indus $\boldsymbol{m}_i^{ap}$ al elipsoidului) :

$$\boldsymbol{m}^{ap} = \boldsymbol{m}_p^{ap} + \boldsymbol{m}_i^{ap}, \tag{39}$$

unde

$$\boldsymbol{m}_p^{ap} = \frac{4}{3}\pi abc\left[\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1\right)\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{H}_0=0} + \frac{\mu_0}{\mu_1}\boldsymbol{M}_p\right], \tag{40}$$

$$\boldsymbol{m}_i^{ap} = \frac{4}{3}\pi abc\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1\right)\boldsymbol{H}\Big|_{\boldsymbol{M}_p=0}. \tag{41}$$

Din expresiile generale ale intensității cîmpului (26), ale cuplului (36) și ale momentelor magnetice (38) — (41) se obțin prin particularizare expresiile corespunzătoare sferoizilor (elipsoizilor de rotație) alungiți ori turtiți, sferei, discului circular și sferoidului alungit degenerat într-un segment de dreaptă.

5. CONCLUZII

În lucrare se deduc expresii de calcul pentru energia și coenergia de interacțiune a unui magnet cu caracteristică linearizată cu un cîmp magnetic exterior, mediul exterior fiind un fluid magnetizabil linear. Un astfel de model pentru corpul magnetizat permanent se poate admite în cazul anumitor materiale magnetice și pentru anumite porțiuni ale caracteristicii de magnetizare, de exemplu în cazul magneților permanenți din ferite.

Expresiile obținute conțin intensitatea cîmpului magnetic exterior, independent de modul de producere a acestuia; ele prezintă avantajul că permit determinarea energiei și coenergiei magnetice de interacțiune prin efectuarea unor integrale doar pe volumul corpului magnetizat permanent. Pentru calculul efectiv cu aceste expresii este necesară în general rezolvarea în prealabil a problemei de cîmp, prezentînd interes numai cîmpul magnetic în interiorul corpului magnetizat permanent.

Ca aplicație se calculează cuplul exercitat asupra unui elipsoid magnetizat permanent uniform situat într-un cîmp magnetic exterior, inițial omogen, materialul elipsoidului și cel al mediului exterior fiind diferite, însă lineare, izotrope și omogene din punct de vedere magnetic.

ANEXĂ

CALCULUL EXPRESIILOR (16) ȘI (17) ÎN CAZUL MEDIILOR NEOMOGENE

Efectuînd aceeași descompunere a fluxului magnetic total ca în relația (6), în cazul mediilor lineare izotrope, însă neomogene, se poate scrie

$$\mathrm{d}W_m^* = \left[\Phi\Big|_{H_0=0} + \Phi\Big|_{M_p=0}\right]\mathrm{d}i, \tag{42}$$

unde fluxul $\Phi\Big|_{H_0=0} = \Phi_{M_p} + \Phi_{M_t}^{(M_p)}$ este independent de curentul i, iar fluxul $\Phi\Big|_{M_p=0}$ este proporțional cu curentul i, anulîndu-se o dată cu acesta.

Mărimile W_m^*, W_m și $W_{m_0}^*$, W_{m_0} din relațiile (7) — (12) se exprimă în acest caz sub forma [3])

$$W_m^* = i_0\Phi\Big|_{H_0=0} + \frac{1}{2} i_0\Phi\Big|_{M_p=0} = \int_{v_1+v_2} J_0 A\Big|_{H_0=0} \mathrm{d}v + \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} J_0 A\Big|_{M_p=0} \mathrm{d}v, \quad (43)$$

$$W_m = \frac{1}{2} i_0\Phi\Big|_{M_p=0} = \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} J_0 A\Big|_{M_p=0} \mathrm{d}v \quad (44)$$

și, respectiv,

$$W_{m_0}^* = W_{m_0} = \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} J_0 A_0 \,\mathrm{d}v, \quad (45)$$

în care J_0 este densitatea curentului electric de conducție care determină cîmpul magnetic exterior H_0, iar A_0 potențialul vector al acestui cîmp:

$$J_0 = \mathrm{rot}\, H_0, \quad (46)$$

$$B_0 = \mu_1 H_0 = \mathrm{rot}\, A_0. \quad (47)$$

Ținînd seamă de identitatea $\mathrm{div}\,(H_0 \times A) = A\,\mathrm{rot}\,H_0 - H_0\,\mathrm{rot}\,A$ și presupunînd că intensitatea H_0 și potențialele $A|_{H_0=0}$, $A|_{M_p=0}$ și A_0 sînt nule pe suprafața de la infinit, rezultă

$$W_m^* = \int_{v_1+v_2} H_0 B|_{H_0=0} \,\mathrm{d}v + \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} H_0 B|_{M_p=0} \,\mathrm{d}v, \quad (48)$$

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} H_0 B|_{M_p=0} \,\mathrm{d}v \quad (49)$$

și

$$W_{m_0}^* = W_{m_0} = \frac{1}{2}\int_{v_1+v_2} H_0 B_0 \,\mathrm{d}v. \quad (50)$$

Utilizînd și relațiile de legătură

$$B|_{H_0=0} = \begin{cases} \mu_1 H|_{H_0=0} & \text{în } (v_1), \quad (51) \\ \mu_2 H|_{H_0=0} + \mu_0 M_p \text{ în } (v_2) & \quad (52) \end{cases}$$

și

$$B|_{M_p=0} = \begin{cases} \mu_1 H|_{M_p=0} \text{ în } (v_1), & (53) \\ \mu_2 H|_{M_p=0} \text{ în } (v_2), & (54) \end{cases}$$

se obține

$$\int_{v_1+v_2} \boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}|_{\boldsymbol{H}_0=0}\,dv=\int_{v_1}\mu_1\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{H}_0=0}\,dv+\int_{v_2}\mu_2\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{H}_0=0}\,dv+\int_{v_2}\mu_0\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{M}_p\,dv= \tag{55}$$

$$=\mu_0\int_{v_2}\boldsymbol{M}_p\boldsymbol{H}_0\,dv+\int_{v_2}(\mu_2-\mu_1)\,\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{H}_0=0}\boldsymbol{H}_0\,dv$$

și

$$\int_{v_1+v_2}\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}|_{\boldsymbol{M}_p=0}\,dv=\int_{v_1}\mu_1\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{M}_p=0}\,dv+\int_{v_2}\mu_2\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{M}_p=0}\,dv= \tag{56}$$

$$=\int_{v_2}(\mu_2-\mu_1)\boldsymbol{H}|_{\boldsymbol{M}_p=0}\boldsymbol{H}_0\,dv+\int_{v_1+v_2}\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}_0\,dv,$$

unde s-a ținut seama că integrala de volum pe întreg spațiul a produsului scalar a două funcții vectoriale este nulă dacă una dintre acestea este peste tot solenoidală și dacă cealaltă este peste tot irotațională.

Din relațiile (48)—(50) și (55)—(56) se deduc expresiile căutate (16) și (17).

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. I, București, Litografia Învățământului, 1955.
2. A. TIMOTIN, V. HORTOPAN, *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. I, București, Edit. didactică și pedagogică 1964.
3. J. A. STRATTON, *Electromagnetic Theory*, New York, McGraw-Hill, 1941.
4. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, București, Edit. energetică de stat, 1954.
5. I. R. CIRIC, *Ecuații integrale ale cîmpului magnetic staționar sau cvasistaționar*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 99—111 (1969).
6. E. DURAND, *Electrostatique et magnetostatique*, Paris, Masson & Co., 1953.

SCHEMELE CANONICE PSL ALE PLĂCII ȘI ALE CONDUCTOARELOR CILINDRICE CIRCULARE, MASIV ȘI CAV, LA EFECT PELICULAR TRANZITORIU

DE

C. I. MOCANU

621.3.011.538.542.537.226.3

Conductoarele cilindrice circulare masiv și tubular și placa sînt caracterizate în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente, ale căror elemente au rezistențe și inductanțe constante. Schemele cu elemente conectate în paralel *P*, în serie *S* și în lanț *L* sînt independente de modurile de excitație și pot fi utilizate în rezolvarea rețelelor electrice conținînd elemente de circuit nefiliforme.

1. INTRODUCERE

Conductoarele drepte, în care se iau în considerare efecte de difuzie ale cîmpului electromagnetic, sînt caracterizate în literatură prin parametri tranzitorii: rezistența, inductanța, conductanța și capacitatea, care sînt: funcții variabile în timp.

Pentru definirea acestor mărimi se utilizează relații liniare (legea lui Ohm și teoremele inductanței sau capacității) sau relații patratice legea lui Joule și teoremele energiei electrice și magnetice). Deoarece se consideră că în conductor curentul continuu se poate stabili ca urmare a punerii sub tensiune-treptată sau a injecției constante de curent, rezultă pentru fiecare mod de excitație fie valori diferite ale aceleiași mărimi, fie parametri tranzitorii diferiți.

În lucrarea lui Miller [1], rezistența și inductanța tranzitorie sînt definite energetic cu ajutorul legii lui Joule și a teoremei energiei magnetice la injecție constantă de curent. Tuohy, Lee și Fullerton [2] consideră modul de excitație-treaptă de tensiune pentru definirea energetică a acestor mărimi. A. Avramescu [3] calculează rezistența tranzitorie luînd în anumite condiții transformata inversă a impedanței operaționale. În lucrările lui R. Răduleț, Al. Timotin și A. Țugulea [4], parametrii tranzitorii sînt răspunsuri tranzitorii la excitația-treaptă de curent (rezistența și inductanța) și la excitația-treaptă de tensiune (conductanța și capaci-

St. cerc energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 807—829, 1971

tatea). În consecință rezultă scheme echivalente distincte pentru fiecare dintre modurile de excitație considerate : cu rezistențe și inductanțe proprii și mutuale pentru injecția constantă de curent ; cu conductanțe și capacități pentru treapta de tensiune [5]. Scheme cu parametri constanți pentru șunturile cilindrice coaxiale, în care se ține cont de efectul pelicular sînt propuse în lucrarea [6].

Datorită definițiilor și modurilor de excitație diferite, se obțin valori diferite ale parametrilor tranzitorii. Astfel numai pentru conductorul cilindric circular masiv de rază a se cunosc în literatură patru formule, și anume

$$\frac{R_{wi}(t)}{R_0} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-2\eta_n^2 t/T_0}, \text{ definiție energetică la treaptă de curent [1], (1)}$$

$$\frac{R_{wu}(t)}{R_0} = \frac{a^2}{2} \frac{\int_0^a J_u^2 r\,dr}{\left[\int_0^a J_u r\,dr\right]^2}, \text{ definiție energetică la treaptă de tensiune [2], (2)}$$

$$\frac{R_l(t)}{R_0} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_0}{\pi t}} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n^2 t/T_0}, \text{ definiție liniară [3],} \quad (3)$$

$$\frac{R_i(t)}{R_0} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n^2 t/T_0}, \text{ definiție liniară la treaptă de curent [4],} \quad (4)$$

în care R_0 este rezistența în curent continu și J_u, T_0 și η_n rezultă din (52), (31) și (64). Aceste valori, introduse în ecuațiile integrodiferențiale ale unei rețele conținînd un conductor cilindric circular ca element cu efect de cîmp, conduc la soluții diferite.

În lucrarea [7], autorul a demonstrat că în regim cvasistaționar la curent de aducție, independent de modurile de excitație, conductorul cilindric circular admite scheme echivalente cu elemente inductive, avînd rezistențe și inductivități proprii constante. S-au stabilit schemele P și L cu elementele conectate în paralel și în lanț prin sinteza impedanței operaționale interioară.

În această lucrare, aplicînd aceeași metodă a sintezei impedanței operaționale, se demonstrează că tubul cilindric circular, cilindrul masiv și placa cu extensiune infinită sînt caracterizate de trei scheme echivalente fundamentale (canonice), avînd o infinitate de elemente conectate în paralel P, serie S și lanț L. În secțiunea 1 se calculează impedanțele operaționale ale tubului gros, tubului subțire și cilindrului masiv, iar în secțiunile 2—6 se stabilesc schemele echivalente PSL. Efectul pelicular tranzitoriu se studiază în secțiunea 7 pe modelul schemelor atît la excitație treaptă de tensiune, cît și la injecție de curent, iar în secțiunea 8 se calculează timpul de răspuns tranzitoriu al curentului în fiecare dintre cele patru conductoare.

Într-o altă lucrare se va prezenta o teorie generală a schemelor PSL pentru conductoarele drepte având orice formă a secțiunii transversale.

2. CALCULUL IMPEDANȚELOR ȘI ADMITANȚELOR OPERAȚIONALE INTERIOARE

Se consideră tubul cilindric având raza exterioară r_e și interioară r_i, lungimea l, permeabilitatea μ și conductivitatea σ, parcurs de curent de aducție. Într-un sistem de coordonate cilindrice (r, φ, z) având axa oz în

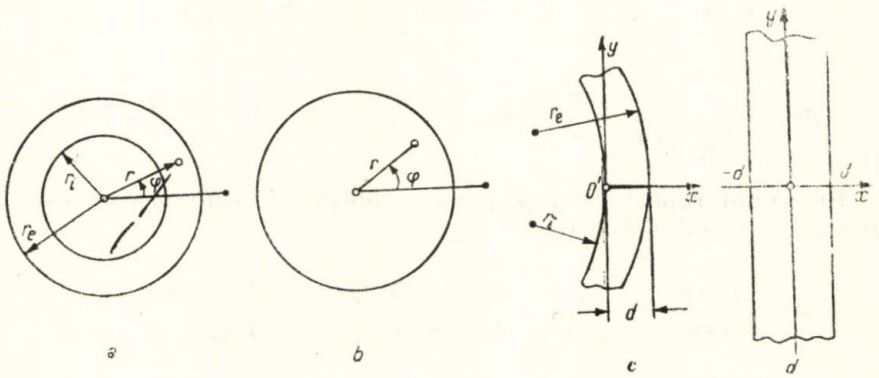


Fig. 1. *a* — Tub cilindric circular; *b* — cilindru circular masiv; *c* — tub cilindric circular subțire; *d* — placă.

axa tubului (fig. 1*a*), intensitatea cîmpului electric $E(r, t)$ în conductor, orientată axial, depinde de coordonata radială r și de timpul t și e soluție a ecuației difuziei:

$$\frac{\partial^2 E(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial E(r, t)}{\partial r} = \mu\sigma\frac{\partial E(r, t)}{\partial t} \tag{5}$$

(se neglijează efectele de la capete și, în consecință, problema rezultă plan-paralelă). Notînd cu $E(r, p) = L\{E(r, t)\}$ transformata Laplace a ecuației (1) în condiții inițiale nule ($E(r, 0) = 0$ pentru $r_i < r < r_e$), ecuația (5) se transformă într-o ecuație Helmholtz:

$$\frac{\mathrm{d}^2 E(r, p)}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}E(r, p)}{\mathrm{d}r} = \gamma^2 E(r, p);\ \gamma = \sqrt{p\mu\sigma}. \tag{6}$$

Soluția ecuației (6) este

$$E(r, p) = AJ_0(j\gamma r) + BY_0(j\gamma r);\ j = \sqrt{-1} \tag{7}$$

în care A şi B sînt constante, iar J_n şi Y_n sînt funcţiile lui Bessel de prima şi a doua speţă şi de ordin n. Deoarece pe faţa interioară a tubului cîmpul magnetic este nul, rezultă următoarea relaţie între constantele A şi B:

$$A\,J_1(j\gamma r_i) - BY_1(j\gamma r_i) = 0. \tag{8}$$

Din (7) şi (8) se deduc expresiile tensiunii operaţionale $U_g(p)$, calculată în lungul generatoarei exterioare şi al curentului operaţional $I(p)$;

$$U_g(p) = \frac{Al}{Y_1(j\gamma r_i)}\,[J_0(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_0(j\gamma r_e)], \tag{9}$$

$$I(p) = \frac{A}{Y_1(j\gamma r_i)}\,\frac{2\pi r_e\sigma}{\gamma}\,[J_1(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_1(j\gamma r_e)] \tag{10}$$

Efectuînd raportul $U_g(p)/I(p)$, se obţine impendanţa operaţională interioară a tubului $Z_t(p)$:

$$Z_t(p) = \frac{U_g(p)}{I(p)} = \frac{j\gamma l}{2\pi r_e\,\sigma}\,\frac{J_0(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_0(j\gamma r_e)}{J_1(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_1(j\gamma r_e)}, \tag{11}$$

respectiv admitanţa operaţională interioară $Y_t(p)$:

$$Y_t(p) = \frac{I(p)}{U_g(p)} = \frac{2\pi r_e\,\sigma}{j\gamma l}\,\frac{J_1(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_1(j\gamma r_e)}{J_0(j\gamma r_e)\,Y_1(j\gamma r_i) - J_1(j\gamma r_i)\,Y_0(j\gamma r_e)}. \tag{12}$$

Luînd în ecuaţiile (11) şi (12) $r_i = 0$, rezultă impedanţa $Z_c(p)$ şi admitanţa $Y_c(p)$ ale cilindrului circular masiv de rază r_e (fig. 1*b*):

$$Z_c(p) = \frac{j\gamma l}{2\pi r_e\,\sigma}\,\frac{J_0(j\gamma r_e)}{J_1(j\gamma r_e)}; \quad Y_c(p) = \frac{2\pi r_e\,\sigma}{j\gamma l}\,\frac{J_1(j\gamma r_e)}{J_0(j\gamma r_e)}. \tag{13}$$

Dacă grosimea tubului $d = r_e - r_i$ este mică în raport cu raza medie r_m,

$$r_m = \frac{r_e + r_i}{2}, \tag{14}$$

luînd limitele pentru $r_e, r_i \to \infty$ $(r_e - r_i = d)$ în (11) şi (12), se obţin impedanţa $Z_s(p)$ şi admitanţa $Y_s(p)$ ale tubului subţire (fig. 1*c*), calculate pe unitatea de lăţime:

$$Z_s(p) = \frac{j\gamma l}{\sigma}\,\operatorname{cot g}\, j\gamma d; \quad Y_s(p) = \frac{\sigma}{j\gamma l}\,\operatorname{tg}\, j\gamma d. \tag{15}$$

Deoarece fenomenele din tubul subțire de grosime d (fig. 1c) sînt aceleași în fiecare dintre jumătățile plăcii de grosime $2d$ avînd extensiune infinită în lățime (fig. 1d), rezultă că impedanța $Z_p(p)$ și admitanța $Y_p(p)$ a plăcii se calculează din (15) cum urmează :

$$Z_p(p) = \frac{Z_s(p)}{2} = \frac{j\gamma l}{2\sigma} \operatorname{cotg} j\gamma d;\quad Y_p(p) = 2Y_p(p) = \frac{2\sigma}{j\gamma l} \operatorname{tg} j\gamma d. \quad (16)$$

3. SCHEMELE CANONICE ECHIVALENTE PSL

3.1. PROBLEMA SCHEMELOR ECHIVALENTE A UNUI CONDUCTOR CU EFECT DE CÎMP

Se consideră o rețea electrică liniară avînd elemente pasive filiforme caracterizate de parametri constanți (rezistențe R, inductanțe proprii și mutuale L, M, conductanțe G și capacități C), cu excepția unui element cu efect de cîmp constituit dintr-un conductor tubular T. În schema-bloc din figura 2a s-a separat elementul nefiliform T parcurs de curentul $i(t)$ și avînd tensiunea $u_g(t)$ în lungul unei generatoare exterioare.

Din punctul de vedere al teoriei parametrilor tranzitorii [4], conductorul este caracterizat de două perechi de funcții variabile în timp : rezistența și inductanța tranzitorii dacă curentul $i(t)$ este o injecție constantă de curent ; conductanța și capacitatea tranzitorii dacă tensiunea $u_g(t)$ este o treaptă de tensiune.

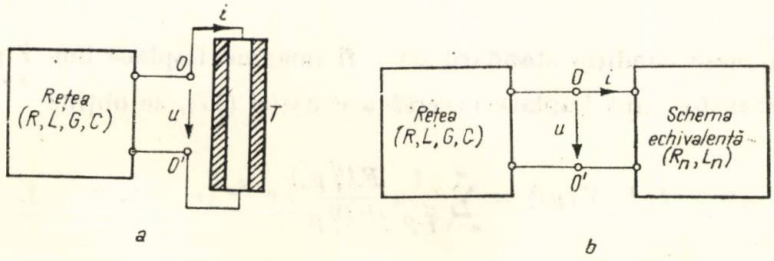


Fig. 2. a — Rețea liniară cu un element nefiliform T ; b — rețea liniară interconectată cu schema echivalentă a elementului nefiliform T.

Din punctul de vedere al teoriei schemelor echivalente, problema constă în determinarea unei rețele electrice liniare cu elemente inductive, caracterizate de rezistențe R_n și inductanțe proprii L_n constante, avînd două borne prin care intră și iese curentul $i(t)$ și tensiunea este $u_g(t)$. În figura 2b rețeaua dipolară este echivalentă cu conductorul tubular T. Deoarece dipolul echivalent R_n, L_n corespunde impedanței interioare, s-a introdus în serie inductanța exterioară L_e a conductorului. În acest mod se înlocuiește o problemă mixtă de circuit și de cîmp cu o problemă de circuit electric.

3.2. METODA DE CALCUL A SCHEMELOR ECHIVALENTE

În acord cu teoria sintezei rețelelor electrice liniare [8], [9], impedanțele și admitanțele operaționale $Z(p)$ și $Y(p)$ sînt rapoarte ale unor funcții de variabilă complexă p. După cum polii și zerourile lui $Z(p)$ sînt în număr finit sau infinit, rețelele corespunzătoare conțin un număr finit sau infinit de elemente. Prin sinteza admitanței și impedanței operaționale se obțin trei scheme fundamentale (canonice) : schema P, cu toate elementele conectate în paralel ; schema S, cu structuri conectate în serie, fiecare structură avînd o rezistență în paralel cu o inductanță ; schema lanț L, cu toate elementele în lanț. Sinteza schemelor PSL se obține prin dezvoltarea impedanței și admitanței în fracții simple și în fracție continuă.

Impedanțele cilindrului circular masiv, tubului gros și tubului subțire, fiind rapoarte de funcții Bessel și trigonometrice, au o infinitate de poli și de zerouri, prin urmare schemele PSL conțin o infinitate de elemente. Datorită convergenței suficient de rapide a seriilor de fracții simple și a fracțiilor continue, sinteza se poate limita la un număr finit de elemente n, rezultînd în acest fel schemele P_n, S_n, L_n. Eroarea ce se face neglijînd ceilalți termeni se compensează prin introducerea elementelor de corecție $E_{n+1}^{(p)}$, $E_{n+1}^{(s)}$, și $E_{n+1}^{(l)}$.

Pentru dezvoltarea în fracții simple a impedanțelor $Z(p)$ și admitanțelor $Y(p)$ se folosește transformata Laplace.

Admitanțele operaționale (12), (13), (15) și (16) sînt funcțiuni de forma

$$Y(p) = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{F(\sqrt{p})}{G(\sqrt{p})} \tag{17}$$

și îndeplinesc condiția standard de a fi imagine Laplace $\lim_{p \to \infty} Y(p) = 0$. Luînd transformata Laplace inversă a ecuației (17), se obține

$$y(t) = L^{-1}\{Y(p)\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{p_n} G'(\sqrt{p_n})} \frac{F(\sqrt{p_n})}{} e^{-p_n t} (n = 1, 2 \ldots), \tag{18}$$

în care p_n sînt rădăcinile ecuației $G(\sqrt{p}) = 0$. Luînd transformata L a ecuației (17), rezultă dezvoltarea în fracții simple a lui $Y(p)$:

$$Y(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_n^{(p)} + pL_n^{(p)}}, \tag{19}$$

în care s-a notat cu $R_n^{(p)}$ și $L_n^{(p)}$ mărimile pozitiv definite :

$$R_n^{(p)} = p_n^{\frac{3}{2}} \frac{G'(\sqrt{p_n})}{F(\sqrt{p_n})} > 0 \; ; \; L_n^{(p)} = p_n^{\frac{1}{2}} \frac{G'(\sqrt{p_n})}{F(\sqrt{p_n})} > 0. \tag{20}$$

Formula (19) reprezintă admitanța operațională echivalentă a unei infinități de elemente inductive conectate în paralel, avînd rezistențele $R_n^{(p)}$ în serie cu inductanțele $L_n^{(p)}$ (fig. 3*a*). Aceasta este *schema canonică P*.

Impedanțele operaționale $Z(p)$ (11), (13) (19) și (16) nu îndeplinesc condiția de a fi imagine Laplace, deoarece $\lim_{p\to\infty} Z(p) \to \infty$. Se pot însă construi funcțiile $Z(p)/p^k$, alegînd pe k astfel încît $\lim_{p\to\infty} Z(p)/p^k = 0$. Pentru toate cazurile (11), (13), (15), și (16) este suficient $k = 1$, adică

$$\frac{Z(p)}{p} = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{G(\sqrt{p})}{F(\sqrt{p})}. \tag{21}$$

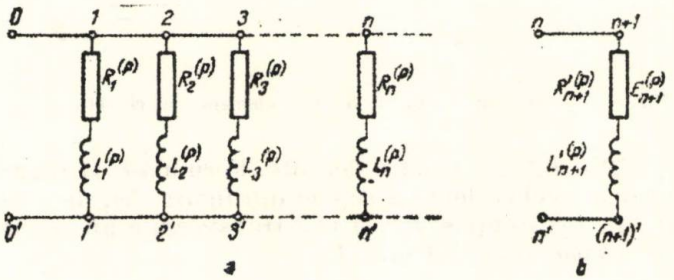


Fig. 3. *a* — Schema canonică P; *b* — element de corecție $E_{n+1}^{(p)}$.

Notînd cu p_n' rădăcinile ecuației $F(\sqrt{p}) = 0$ și efectuînd calcule similare, se obține dezvoltarea în fracții simple a lui $Z(p)$:

$$Z(p) = R_0^{(*)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{1}{R_n^{(*)}} + \dfrac{1}{pL_n^{(*)}}} (n = 1, 2, \ldots), \tag{22}$$

în care $R_0^{(*)}$, $R_n^{(*)}$ și $L_n^{(*)}$ sînt mărimile pozitiv definite:

$$R_0^{(*)} = Z(0) > 0, \quad R_n^{(*)} = p_n'^{-\frac{1}{2}} \frac{G(\sqrt{p_n'})}{F'(\sqrt{p_n'})} > 0,$$

$$L_n^{(*)} = p'^{-\frac{3}{2}} \frac{G(\sqrt{p_n'})}{F'(\sqrt{p_n'})} > 0. \tag{23}$$

Formula (22) reprezintă impedanța operațională echivalentă a unei infinități de structuri conectate în serie, fiecare structură avînd rezistența $R_n^{(*)}$ în paralel cu inductanța $L_n^{(*)}$ (fig. 4*a*). Aceasta este *schema canonică S*.

Dezvoltările în fracție continuă de tip Stieltjes-Cauer [8] a impedanțelor $Z(p)$ sînt de forma

$$Z(p) = R_0^{(l)} + \cfrac{1}{|(pL_1^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{|(R_1^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{|(pL_2^{(l)})^{-1}} + \dots + \cfrac{1}{|(R_n^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{|(pL_n^{(l)})^{-1}} + \dots, \tag{24}$$

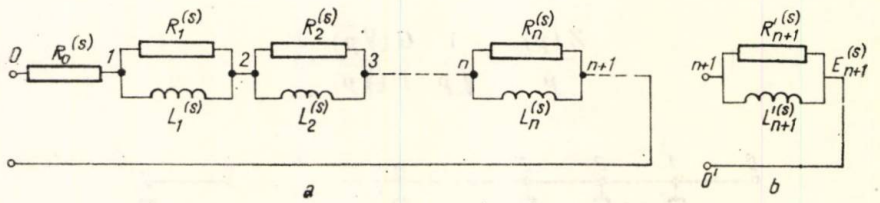


Fig. 4. a — schema canonică S; b — element de corecție $E_{n+1}^{(s)}$.

în care $R_0^{(l)} \cdot R_n^{(l)}$ și $L_n^{(l)}$ sînt pozitiv definite. Formula (24) reprezintă impedanța operațională echivalentă a rețelei din figura 5a, în care elementele longitudinale au rezistențele $R_n^{(l)}$ și cele transversale au inductanțele $L_n^{(l)}$. Aceasta este *schema canonică lanț L*.

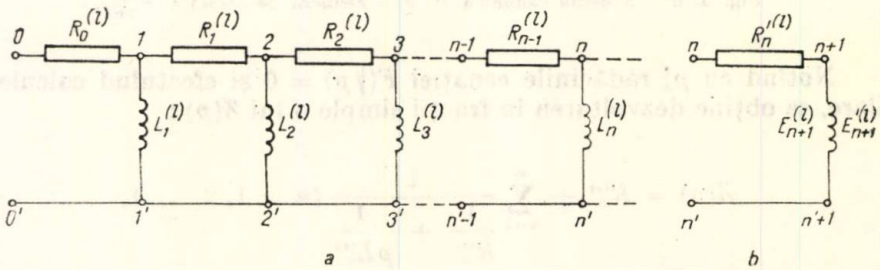


Fig. 5. a — Schema canonică L; b — element de corecție $E_{n+1}^{(l)}$

În schemele PSL, rezistențele R_n și inductanțele interioare L_n sînt proporționale cu rezistența R_0 și inductanța interioară L_0 a conductorului în c.c. Deoarece în c.c. schemele PSL se reduc la rezistența R_0, rezultă relația

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} (R_n^{(p)})^{-1}\right]^{-1} = R_0^s = R_0^l = R_0 \cdot \tag{25}$$

În figurile 3a, b și c se reprezintă elementele $E_{n+1}^{(p)}$, $E_{n+1}^{(s)}$ și $E_{n+1}^{(l)}$, care se introduc pentru corecție în schemele trunchiate P_n, S_n, L_n. În anexele 1, 2, și 3 s-au calculat dezvoltările în serii de fracții simple și în fracție continuă ale impedanțelor Z_c, Z_s, Z_l și admitanțelor Y_c, Y_s și Y_l.

4. SCHEMELE CANONICE P_c, S_c, L_c ALE CILINDRULUI CIRCULAR MASIV

4.1. SCHEMELE CANONICE P_c, P_{cn}

Introducînd valorile rezistenței R_{co} și inductanței interioare L_{co} a cilindrului circular în curent continu

$$R_{co} = \frac{l}{\pi r_e^2 \sigma}; \quad L_{co} = \frac{\mu l}{8\pi} \tag{26}$$

în formula (62) din anexa 1,se obțin valorile parametrilor $R_{cn}^{(p)}$ și $L_{cn}^{(p)}$ ai schemei paralel P_c (fig. 3*a*):

$$R_{cn}^{(p)} = \frac{\beta_n^2}{4} R_{co}; \quad L_{cn}^{(p)} = 2L_{co}. \tag{27}$$

Ținînd cont de relația (11):

$$4 \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^2 = 1, \tag{28}$$

parametrii $R'^{(p)}_{c,n+1}$, $L'^{(p)}_{c,n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(P)}_{c,n+1}$ (fig. 3*b*) au valorile

$$R'^{(p)}_{c,n+1} = \left[1 - 4 \sum_{k=1}^{n} \beta_k^2\right]^{-1} R_{co}; \quad L'^{(p)}_{c,n+1} = 2L_{co}. \tag{29}$$

În tabela 1 s-au calculat primele 10 rezistențe relative $R_{cn}^{(p)}/R_{co}$, rezistențe relative de corecție $R'^{(p)}_{c,n+1}/R_{co}$ și constante de timp relative $\tau_{cn}^{(p)}$:

$$\tau_{cn}^{(p)} = \frac{L_{cn}^{(p)}}{R_{cn}^{(p)}} : \frac{L_{co}}{R_{co}} = \frac{T_n}{T_o}, \tag{30}$$

în care

$$T_n = \beta_n^{-2} T_0; \; T_0 = \mu \sigma r_e^2. \tag{31}$$

Tabela 1

Parametrii schemei P_c, P_{cn}

n	β_n	$\frac{R_{cn}^{(p)}}{R_{co}}$	$\tau_{cn}^{(p)}$	$\frac{R'^{(p)}_{c,n+1}}{R_{co}}$
1	2,4048	1,4458	0,1729	3,2431
2	5,5201	7,6179	0,0328	5,6934
3	8,6537	18,7216	0,0134	6,3726
4	11,7915	34,7599	0,0072	6,4914
5	14,9309	55,7329	0,0045	6,5677
6	18,0711	81,6412	0,0031	6,6207
7	21,2116	112,4830	0,0022	6,6600
8	24,3525	148,2611	0,0017	6,6898
9	27,4935	188,9731	0,0013	6,7113
10	30,6346	234,6197	0,0011	6,7331

4.2. SCHEMELE S_c, S_{cn}

Din ecuațiile (26) și (65) se obțin valorile parametrilor $R_{co}^{(s)}$, $R_{cn}^{(s)}$ și $L_{cn}^{(s)}$ ai schemei S_c (fig. 4*a*) :

$$R_{co}^{(s)} = R_{cn}^{(s)} = R_{co}\,;\; L_{cn}^{(s)} = 8\eta_n^{-2}\, L_{co}\;(n = 1, 2, \ldots). \tag{32}$$

Ținînd cont de relația [11]

$$8 \sum_{n+1}^{\infty} \eta_n^{-2} = 1, \tag{33}$$

parametrii $R_{c,n+1}^{\prime(s)}$, $L_{c,n+1}^{\prime(s)}$ ai elementului de corecție $E_{c,n+1}^{(s)}$ (fig. 3*b*) au valorile

$$R_{c,n+1}^{\prime(s)} = R_{co},\; L_{c,n+1}^{\prime(s)} = \left[1 - 8 \sum_{k+1}^{n} \eta_k^{-2}\right] L_{co}. \tag{34}$$

În tabela 2 s-au calculat primele 10 inductanțe relative $L_{cn}^{(s)}/L_{co}$ și inductanțe relative de corecție $L_{c,n+1}^{\prime(s)}/L_{co}$.

Tabela 2

Parametrii schemei S_c, S_{cn}

n	η_n	$\frac{L_{cn}^{(s)}}{L_{co}}$	$\frac{L_{c,n+1}^{\prime(s)}}{L_{co}}$
1	3,8317	0,5448	0,4552
2	7,0156	0,1624	0,2928
3	10,1735	0,0776	0,2152
4	13,3237	0,0448	0,1704
5	16,4706	0,0296	0,1408
6	19,6159	0,0208	0,1190
7	22,7601	0,0152	0,1048
8	25,9037	0,0120	0,0928
9	29,0468	0,0096	0,0832
10	32,1897	0,0080	0,0752

4.3. SCHEMELE L_c, L_{cn}

Din ecuațiile (26) și (67) rezultă valorile parametrilor $R_{co}^{(l)}$, $R_{c,2n-1}^{(l)}$ și $L_{cn}^{(l)}$ ai schemei L_c (fig. 5*a*) :

$$R_{co}^{(l)} = R_{co}\,;\; R_{c,2n-1}^{(l)} = \frac{1}{2n-1}\, R_{co}\,;\; L_{cn}^{(l)} = \frac{1}{n}\, L_{co}. \tag{35}$$

Deoarece rezistențele longitudinale $R^{(l)}_{c.2n-1}$ și inductanțele transversale $L^{(l)}_{cn}$ scad o dată cu n parametrii elementului de corecție $E^{(l)}_{c.n+1}$ (fig. 3*c*) se pot aproxima prin $R^{(l)}_{c.2n+1}$ și $L^{(l)}_{c.n+1}$, adică

$$R'^{(l)}_{c.n+1} = \frac{1}{2n+1} R_{co}; \quad L'^{(l)}_{c.n+1} = \frac{1}{n+1} L_{co}. \tag{36}$$

5. SCHEMELE CANONICE P_s, S_s, L_s ALE TUBULUI SUBȚIRE

5.1. SCHEMELE CANONICE P_s, S_s

Introducînd valorile rezistenței R_{so} și inductanței interioare L_{so} ale tubului subțire în c.c. calculate pe unitatea de lățime,

$$R_{so} = \frac{l}{\sigma d}; \quad L_{so} = \frac{\mu l d}{3}, \tag{37}$$

în formula (69), se obțin parametrii $R^{(p)}_{s.2n-1}$, $L^{(p)}_{s.2n-1}$ ai schemei P_s (fig. 3*a*) :

$$R^{(p)}_{s.2n-1} = \frac{\alpha^2_{2n-1}}{2} R_{so}; \quad L^{(p)}_{s.2n-1} = \frac{3}{2} L_{so}; \quad \alpha_{2n-1} = \frac{(2n-1)\pi}{2} \tag{38}$$

$$(n = 1, 2, \ldots).$$

Deoarece

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{-2}_{2n-1} = 1, \tag{39}$$

parametrii $R'^{(p)}_{s.2n+1}$ $L'^{(p)}_{s.2n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(p)}_{s.n+1}$ (fig. 3*b*) au valorile

$$R'^{(p)}_{s.2n+1} = \left[1 - 2 \sum_{k=1}^{n} \alpha^{-2}_{2k-1}\right]^{-1} R_{so}; \quad L'^{(p)}_{s.2n+1} = \frac{3}{2} L_{so}. \tag{40}$$

5.2. SCHEMELE CANONICE S_s, S_{sn}

Din ecuațiile (37) și (72) se obțin parametrii $R^{(s)}_{so}$, $R^{(s)}_{sn}$ și $L^{(s)}_{sn}$ ai schemei S_s (fig. 4*a*) :

$$R^{(s)}_{so} = R_{so}; \quad R^{(s)}_{sn} = 2 R_{so}; \quad L^{(s)}_{sn} = 6\alpha_n^{-2} L_{so}; \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{2} \tag{41}$$

$$(n = 1, 2 \ldots).$$

Deoarece

$$6 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^{-2} = 1, \tag{42}$$

parametrii $R'^{(s)}_{s,n+1}$, $L'^{(s)}_{s,n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(s)}_{s,n+1}$ (fig. 3*b*) au valorile

$$R'^{(s)}_{s,n+1} = 2\ R_{so}\,; \quad L'^{(s)}_{s,n+1} = \left[1 - 6 \sum_{k=1}^{n} \alpha_k^{-2}\right] L_{so}. \tag{43}$$

5.3 SCHEMELE CANONICE L_s, L_{sn}

Din ecuațiile (37) și (73) rezultă valorile parametrilor $R^{(l)}_{so}$, $R^{(l)}_{s,4n-3}$ și $L^{(l)}_{s,4n-1}$ ai schemei L_s (fig. 5*a*) :

$$R^{(l)}_{so} = R_{so}\,; \quad R^{(l)}_{s,4n-3} = (4n - 3)\ R_{so}\,; \quad L^{(l)}_{s,4n-1} = \frac{3}{4n-1} L_{so}. \tag{44}$$

Parametrii $R'^{(l)}_{s,4n-1}$, $L'^{(l)}_{s,4n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(l)}_{s,n+1}$ pot fi aproximați prin $R^{(l)}_{s,4n-1}$ și $L^{(l)}_{s,4n+1}$, adică

$$R'^{(l)}_{s,4n-1} = (4n - 1)\ R_{so}\,; \quad L'^{(l)}_{s,4n+1} = \frac{3}{4n+1} L_{so}. \tag{45}$$

6. SCHEMELE CANONICE P_t, S_t ALE TUBULUI GROS

6.1. SCHEMA CANONICĂ P

Din ecuațiile (26) și (78) rezultă valorile parametrilor $R^{(p)}_{tn}$ și $L^{(p)}_{tn}$ ai schemei P_t (fig. 3*a*) :

$$R^{(p)}_{tn} = \frac{A_n\, x_n^2}{4} R_{co}\,; \quad L^{(p)}_{tn} = 2\, A_n\, L_{co}. \tag{46}$$

6.2. SCHEMA CANONICĂ S_t

Introducînd valoarea rezistenței în c.c. R_{to} a tubului,

$$R_{to} = \frac{l}{\pi (r_e^2 - r_c^2)}, \tag{47}$$

în formula (84) și ținînd cont de (26), se obțin valorile parametrilor $R_{to}^{(s)}$, $R_{tn}^{(s)}$ și $L_{tn}^{(s)}$ ai schemei S_t (fig. 4*a*) :

$$R_{to}^{(s)} = R_{to}\,; \quad R_{tn}^{(s)} = \frac{1}{B_n} R_{co}\,; \quad L_{tn}^{(s)} = \frac{8}{B_n x_n'^2} L_{co}\,. \tag{48}$$

Parametrii elementelor de corecție ai schemelor P_{tn} și S_{tn} pot fi aproximați prin parametrii corespunzători ai schemelor P_{cn} sau P_{sn} și S_{cn} sau S_{sn} în măsura în care tubul poate fi considerat ca un cilindru plin ($r_i \ll r_e$) sau un tub subțire ($r_i \sim r_e$).

7. SCHEMELE CANONICE P_p, S_p, L_p ALE PLĂCII

Notînd cu R_{po} și L_{po} rezistența și inductanța interioară pe unitatea de lățime a plăcii în c.c. :

$$R_{po} = \frac{R_{so}}{2}\,; \quad L_{po} = \frac{L_{so}}{2}\,, \tag{49}$$

rezultă că, înlocuind în formulele (38), (40), (43), (44) și (45) R_{so} cu $2R_{po}$ și L_{so} cu $2L_{po}$, se obțin parametrii schemelor P_p S_p L_p și P_{pn} S_{pn} L_{pn}.

Observații. În toate cazurile examinate se verifică formulele (25). Schemele PSL nu sînt unice. Relațiile de recurență ale funcțiilor Bessel și relațiile dintre funcțiunile trigonometrice și hiperbolice permit deducerea de scheme noi. Astfel, pentru tubul subțire și pentru placă, următoarele relații :

$$\operatorname{th} \gamma d = \frac{1}{\dfrac{1}{2 \operatorname{th} \dfrac{\gamma d}{2}} + \dfrac{1}{2 \operatorname{coth} \dfrac{\gamma d}{2}}}\,; \quad \operatorname{coth} \gamma d = \frac{1}{2} \operatorname{coth} \frac{\gamma d}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{th} \frac{\gamma d}{2}\,,$$

conduc la schemele din figura 6, care necesită un număr de elemente mai mare decît schemele canonice.

8. STUDIUL EFECTULUI PELICULAR CU AJUTORUL SCHEMELOR PSL

Schemele echivalente PSL obținute prin sinteza impedanței și admitanței operaționale nu depind de modul de variație în timp a tensiunii și a curentului și permit studiul oricărui regim tranzitoriu, liber sau permanent. E suficient să se cunoască răspunsul tranzitoriu la excitația treaptă, deoarece cu ajutorul integralei Duhamel-Carson se poate calcula răspunsul pentru orice mod de excitație. Se admit în literatură două moduri de excitație a efectului pelicular tranzitoriu într-un conductor drept : treapta de curent [1] și treapta de tensiune [2]. Se va studia efectul pelicular tran-

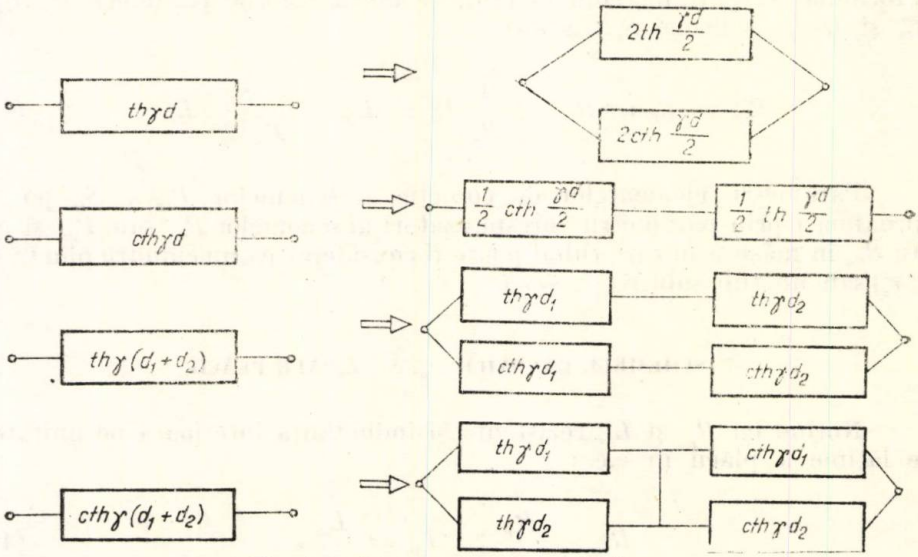


Fig. 6. — Scheme echivalente diferite.

zitoriu în cilindrul circular masiv pentru ambele moduri de excitație pe modelul schemei P; aceleași consecințe rezultă și pentru celelalte conductoare și de asemenea utilizînd scheme S și L.

8.1. CONDUCTORUL SUB TENSIUNE-TREAPTĂ

La aplicarea unei tensiuni -treaptă $U_0\gamma(t)$ la bornele schemei P_c (fig. 3*a*), curentul $i_n(t)$ prin elementul n și curentul total $i(t)$ au expresiile

$$i_n(t) = I_n(1 - e^{-t/T_n}); \quad I_n = \frac{U_0}{R_{cn}^{(P)}} = 4\beta_n^{-2}\frac{U_0}{R_{co}}, \tag{50}$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_n(t) = \frac{4U_0}{R_{co}} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^{-2}(1 - e^{-t/T_n}) \tag{51}$$

în care T_n este dat de relația (31).

Densitatea tranzitorie de curent $J_u(r, t)$ în cilindru la excitația-treaptă de tensiune este dată de relația [2], [12]

$$J_u(r, t) = \frac{U_0}{\pi r_e^2 R_{oc}}\left[1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\beta_n\frac{r}{r_e})}{\beta_n J_1(\beta_n)} e^{-t/T_n}\right]. \tag{52}$$

Curentul $i(t)$ rezultă calculînd fluxul lui J_u prin secțiunea transversală a cilindrului:

$$i(t) = 2\pi \int_0^{r_e} J_u(r, t)\, r\, dr = \frac{4\, U_0}{R_{co}} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^{-2} (1 - e^{-t/T_n}) \qquad (53)$$

adică același rezultat obținut prin rezolvarea schemei P (51). Urmează că schema canonică P se poate stabili din expresia răspunsului tranzitoriu J_u (r, t) a conductorului la excitația-treaptă de tensiune, fără a fi necesar să se efectueze sinteza admitanței operaționale Y_c; formula (53) poate fi considerată ca fiind ecuația întîi a lui Kirchhoff aplicată la bornele unei infinități de dipoli inductivi conectați în paralel, caracterizați de rezistențele $R_n^{(p)} = \beta_n^2 R_{co}/4$ și constantele de timp T_n, adică chiar valorile (27). În conformitate cu teorema lui Foster [10], dacă o funcție Y_c admite dezvoltarea în serie de funcții simple reprezentînd admitanța echivalentă a schemei paralel P, atunci inversa ei $Z_c = Y_c^{-1}$ admite o dezvoltare în serie de fracții simple și în fracție continuă, reprezentînd impedanțele echivalente ale schemelor serie S și lanț L.

8.2. INJECȚIA CONSTANTĂ DE CURENT ÎN CONDUCTOR

Dacă modul de excitație „treaptă de tensiune" se poate interpreta prin punerea brusc a conductorului sub tensiune constantă la borne, conceptul de „treaptă de curent" sau injecție constantă de curent, introdus și argumentat din punct de vedere fizic de Miller [1] e mai puțin intuitiv.

Considerarea injecției constante de curent ca mod de excitație a cîmpului electromagnetic prezintă dificultăți, și anume:

— pe întreaga durată a pătrunderii tranzitorii a curentului în conductor, curentul rămîne constant în timp; în momentul injecției de curent, acesta trece exclusiv pe la suprafața conductorului sub forma unei pînze și, ca urmare, cîmpul electric, tensiunea în lungul generatoarei și puterea instantanee rezultă infinite;

— efectului pelicular tranzitoriu la injecția-treaptă $I_0\, \gamma(t)$ ar urma să-i corespundă în schema paralel P un regim electrocinetic, în care curentul I_0 se divide în curenții variabili $i_n(t)$ prin elementele schemei. Regimuri asemănătoare ar trebui să se realizeze și în schemele S și L.

Datorită acestor consecințe, considerarea injecției constante de curent ca mod de excitație e sub aspect fizic mai puțin potrivită.

9. CALCULUL TIMPULUI DE RĂSPUNS TRANZITORIU

Durata difuziei cîmpului electromagnetic în conductoare se evaluează cu ajutorul intervalului de timp numit „timp de răspuns tranzitoriu", „constantă de timp" sau „timp caracteristic de difuzie" [13], [14].

Timpul de răspuns tranzitoriu a unei mărimi de difuzie $v(t)$ cu imaginea Laplace $V(p)$ se calculează cu formulele

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} [v(t) - v(\infty)]\, dt}{|v(o) - v(\infty)|}; \qquad \tau = \frac{\lim_{p \to 0} V(p)}{\left| \lim_{p \to \infty} p\, V(p) - \lim_{p \to 0} p V(p) \right|}, \qquad (54)$$

în acord cu recomandările Comitetului electrotehnic internațional [15]. Înlocuind în (54) $v(t)$ cu curenții prin cilindru masiv $i_c(t)$ sau $I_c(p)$ prin tubul subțire $i_s(t)$ sau $I_s(p)$ prin tubul gros $i_t(t)$ sau $I_t(p)$ și prin placă $i_p(t)$ sau $I_p(p)$, se obțin timpii de răspuns tranzitoriu τ_c, τ_s, τ_t și τ_p.

La excitația-treaptă unitară de tensiune, curenții operaționali au expresiile

$$I_c(p) = \frac{1}{p} Y_c(p); \quad I_s(p) = \frac{1}{p}; \quad I_t(p) = \frac{1}{p} Y_t(p); \quad I_p(p) = \frac{1}{p} Y_p(p). \tag{55}$$

Introducînd aceste valori în a doua formulă (57), rezultă

$$\tau_c = \frac{\mu \sigma r_e^2}{8}; \quad \tau_s = \tau_p = \frac{\mu \sigma d^2}{3};$$

$$\tau_t = \frac{\mu \sigma}{2}\left[\frac{1}{4}(r_e^2 + r_i^2) + \frac{r_i^4}{r_e^2 - r_i^2} \ln \frac{r_e}{r_i} - r_i^2\right]. \tag{56}$$

Ținînd cont de relațiile (26), (37), (47), (49) și de expresia inductivității interioare L_{to} a tubului gros :

$$L_{to} = \frac{\mu l}{2\pi}\left[\frac{1}{4}\frac{r_e^2 + r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} + \frac{r_i^4}{(r_e^2 + r_i^2)} \ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2}\right], \tag{57}$$

rezultă că formulele (56) pot fi puse sub următoarele forme :

$$\tau_c = \frac{L_{co}}{R_{co}}; \quad \tau_S = \frac{L_{so}}{R_{so}}; \quad \tau_t = \frac{L_{to}}{R_{to}}; \quad \tau_p - \frac{L_{po}}{R_{po}}. \tag{58}$$

În toate cazurile examinate, timpul de răspuns a curentului este egal cu constanta interioară de timp a conductoarelor în curent continu, definită de raportul inductivității interioare prin rezistența interioară. Din punctul de vedere al constantei de timp, curenții $i_c(t)$, $i_s(t)$ și $i_p(t)$ sînt echivalenți cu curenții $i_{co}(t)$, $i_{so}(t)$, $i_{to}(t)$ și $i_{po}(t)$:

$$i_{co} = \frac{U_0}{R_{co}}(1 - e^{-t/\tau_{co}}); \quad i_{so} = \frac{U_0}{R_{s_0}}(1 - e^{-t/\tau_{so}}),$$

$$i_{to} = \frac{U_0}{R_{to}}(1 - e^{-t/\tau_{to}}); \quad i_{po} = \frac{U_0}{R_{po}}(1 - e^{-t/\tau_{po}}), \tag{59}$$

prin dipolii inductivi-serie (R_{co}, L_{co}), (R_{to}, L_{to}) și (R_{po}, L_{po}) (fig. 7).

La injecție de curent constant în conductor, răspunsul tranzitoriu este densitatea de curent, cîmpul electric sau tensiunea în lungul generatoarei. Deoarece în momentul injecției răspunsul tranzitoriu e infinit, ur-

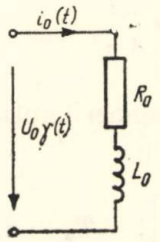


Fig. 7. — Dipol serie R_0, L_0.

mează că în prima formulă (54), $v(0)\to\infty$ și deci $\tau = 0$. Acest rezultat contradictoriu constituie un alt inconvenient al modului de excitație-treaptă de curent.

10. CONCLUZII

Conductoarele cilindrice circulare masiv și cav și placa cu extensiune infinită, considerate ca elemente de circuit cu efect de cîmp, admit schemele echivalente paralel P, serie S și lanț L.

În studiul oricărui regim tranzitoriu (de tipul celor studiate în lucrare) sau permanent al unei rețele electrice liniare conținînd un element nefiliform, caracterizarea acestuia prin schemele PSL este preferabilă; înlocuirea elementului cu efect de cîmp prin oricare dintre schemele echivalente reduce problema de cîmp la o problemă de analiză a unei rețele electrice cu elemente liniare și disipative care nu prezintă dificultăți de calcul.

ANEXE

1. DEZVOLTAREA ÎN SERII DE FRACȚII SIMPLE ȘI ÎN FRACȚIE CONTINUĂ A ADMITANȚEI Y_c ȘI IMPEDANȚEI Z_c

a. Luînd transformata Laplace inversă a admitanței Y_c (13), se obține

$$y_c(t) = L^{-1}\{Y_c(p)\} = \frac{4\pi}{\mu l}\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta_n^2 t/\mu\sigma r_c^2}, \tag{60}$$

în care β_n sînt rădăcinile ecuației

$$J_0(\beta) = 0. \tag{61}$$

Luînd transformata L a ecuației (61), rezultă dezvoltarea în serie de fracții simple a lui $Y_c(p)$:

$$Y_c(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{\beta_n^2}{4}\frac{l}{\pi r_e^2 \sigma} + p\frac{\mu l}{4\pi}}. \tag{62}$$

b. Funcția original care corespunde imaginei Laplace $Z_c(p)/p$ (13) este

$$L^{-1}\left\{\frac{Z_c(p)}{p}\right\} = \frac{l}{\pi r_e^2 \sigma}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\eta_n^2 t/T_0}\right]; \quad T_0 = \pi r_e^2 \sigma, \tag{63}$$

în care η_n sînt rădăcinile ecuației

$$J_1(\eta) = 0. \tag{64}$$

Luînd transformata L^{-1}, se obține dezvoltarea în serie de fracții simple a lui $Z_c(p)$

$$Z_c(p) = \frac{l}{\pi r_e^2 \sigma} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{\frac{l}{\pi r_e^2 \sigma}} + \frac{1}{\frac{p\mu l}{\pi \eta_n^2}}}. \tag{65}$$

c. Înlocuind în dezvoltarea în fracție continuă a funcției $J_0(x)/J_1(x)$ dată de Hurwitz [11]:

$$\frac{J_0(x)}{J_1(x)} = 2x^{-1} - 1 - \frac{1}{|2\cdot 1\cdot x^{-1}} - \frac{1}{|2\cdot 3\cdot x^{-1}} - \ldots - \frac{1}{|2(2n+1)x^{-1}} - \ldots + \tag{66}$$

x cu $j\gamma r_e$ și înmulțind ambii membri cu $j\gamma l/2\pi r_e \sigma$, se obține dezvoltarea în fracție continuă a lui $Z_c(p)$:

$$Z_c(p) = \frac{l}{\pi r_e^2 \sigma} + \frac{1}{|8\pi (p\mu l)^{-1}} + \frac{1}{|l(3\pi r_e^2 \sigma)^{-1}} + \frac{1}{|8\pi\cdot 2(p\mu l)^{-1}} + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{|l[(2n-1)\pi r_e^2 \sigma]^{-1}} + \frac{1}{|8\pi\cdot n(p\mu l)^{-1}} + \ldots \tag{67}$$

2. DEZVOLTAREA ÎN SERII DE FRACȚII SIMPLE ȘI ÎN FRACȚIE CONTINUĂ A ADMITANȚEI Y_s ȘI IMPEDANȚEI Z_s

a. Transformata L^{-1} a admitanței $Y_S\ (p)$ (15) este

$$y_s(t) = \frac{2}{\mu\, d\, l} \sum_{n=1}^{\infty} e^{\alpha_{2n-1}^2\, t/\mu\sigma d^2}\ ;\quad \alpha_{2n-1} = \frac{2n-1}{2}\,\pi. \tag{68}$$

Luînd transformata L a lui $y_s\ (t)$, se obține

$$Y_S(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{l}{\sigma d}\cdot\dfrac{\alpha_{2n-1}^2}{2} + \dfrac{p\,\mu\, l_a}{2}}. \tag{69}$$

b. Funcția original corespunzătoare imaginii $\dfrac{1}{p}\,\sin j\gamma x/\sin j\gamma d$ este

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\,\frac{\sin j\gamma x}{\sin j\gamma d}\right\} = \frac{x}{d} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\alpha_n}\, e^{-\alpha_n^2 t/\mu\sigma d^2}\,\sin\alpha_n\frac{x}{d} \tag{70}$$

și deci

$$\frac{1}{p}\,\frac{\operatorname{sh}\gamma x}{\operatorname{sh}\gamma d} = \frac{x}{pd} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\alpha_n}\,\frac{\sin\alpha_n\dfrac{x}{d}}{p + \alpha_n^2/\mu\sigma d^2};\ \alpha_n = n\pi. \tag{71}$$

Derivînd ambii membri ai relației (71) în raport cu x, luînd $x = d$ și înmulțind apoi pl/σ, se obține

$$Z_s(p) = \frac{l}{\sigma d} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{2l}{\sigma d}} + \dfrac{1}{\dfrac{2p\mu l d}{\alpha_n^2}}}. \tag{72}$$

c. În formula lui Lambert [16]

$$\coth x = x^{-1} + \frac{1}{|3x^{-1}} + \frac{1}{|5x^{-1}} + \ldots + \frac{1}{|(2n+1)x^{-1}},$$

înlocuind $x = d$ și înmulțind ambii membrii cu $\gamma l/\sigma$, rezultă

$$Z_s(p) = \frac{l}{\sigma d} + \frac{1}{|3(p\mu l d)^{-1}} + \frac{1}{|5\,l\,(d)^{-1}} + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{|(2n-1)\,l(\sigma d)^{-1}} + \frac{}{|(2n+1)\,(p\mu l d)^{-1}} + \ldots \tag{73}$$

3. DEZVOLTAREA ÎN SERII DE FRACȚII SIMPLE A ADMITANȚEI $Y_t(p)$ ȘI IMPEDANȚEI $Z_t(p)$

a. În calculul transformatei L^{-1} a lui $Y_t(p)$, (12) intervine ecuația

$$J_0(x)\, Y_1(kx) - J_1(kx)\, Y_0(x) = 0, \tag{74}$$

în care

$$x = \gamma r_e; \qquad k = \frac{r_i}{r_e}. \tag{75}$$

Ecuația (74), studiată de L. Rundelik [17], are rădăcini simple x_n :

$$x_n = \frac{n - 0{,}5}{k - 1}(1 + \alpha), \tag{76}$$

în care curbele $\alpha(k)$ sînt reprezentate în figura 8. Funcția original $y(t)$ are expresia

$$y(t) = \frac{4\pi}{\mu l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} e^{-x_n^2 t/T_0}; \qquad A_n = \frac{J_1^2(kx) - J_0^2(x)}{J_1^2(kx)}. \tag{77}$$

Luînd transformata L a lui $y(t)$, se obține

$$Y_t(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{l}{\pi r_e^2 \sigma} \dfrac{A_n x_n^2}{4} + pA_n \dfrac{\mu l}{4}}. \tag{78}$$

Dacă $k = 0$, atunci $A_n \to 1$, $x_n \to \beta_n$ și formula (78) trece în (62).

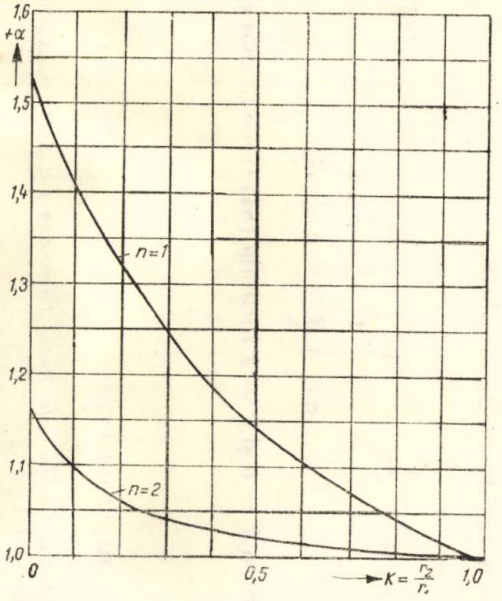
Dacă $d \ll r_m$, atunci $\dfrac{A_n}{r_e^2} \to \dfrac{2\pi}{d}$, $x_n \to \beta_{2n-1}$ și formula (78) trece în (69).

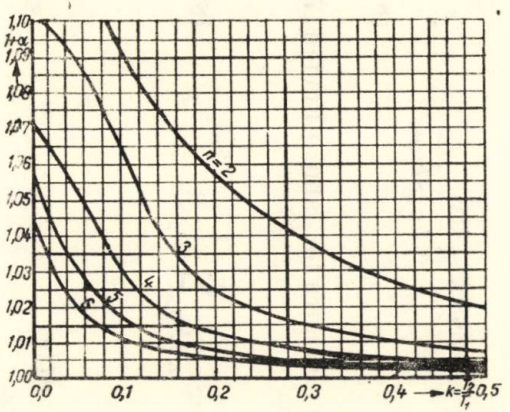
b. În calculul dezvoltării în serii de fracții simple a lui $Z_t(p)$ intervine ecuația

$$J_1(x)\, Y_1(kx) - J_1(kx)\, Y_1(x) = 0, \tag{79}$$

ale cărei rădăcini x_n' sînt simple și au expresiile [17]

$$x_n' = \frac{n}{k - 1}(1 + \alpha'). \tag{80}$$





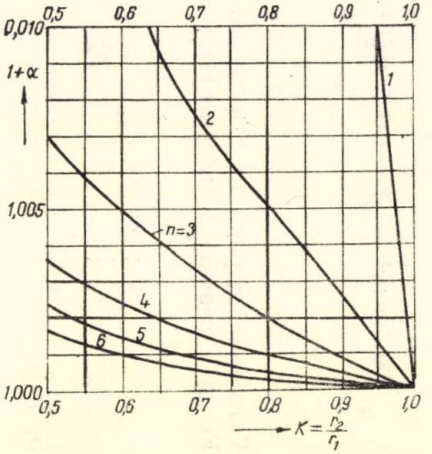


Fig. 8. — Diagramele $1 + \alpha\ (k)$.

Miller ([1] a determinat pentru $1 + \alpha'$ formula

$$1 + \alpha' = 3\frac{(k-1)^2}{k\pi(8k\pi n)} - [84(k^2+1) + 156k]\frac{(k-1)^4}{k\pi(8k\pi n)^3} + \\ + \frac{60{,}786(k^4+1) + 101{,}088(k^3+k) + 118{,}368k^2}{5} \cdot \frac{(k-1)^6}{k\pi(8k\pi n)^5} - \cdots \tag{81}$$

Valorile lui x_n' pentru $1 < n < 6$ sînt date în lucrarea lui Jahnke-Emde [17]. Funcția original $L^{-1}\{Z_t(p)/p\}$ are expresia

$$L^{-1}\left\{\frac{Z_t(p)}{p}\right\} = \frac{l}{\pi(r_e^2 - r_i^2)\,\sigma} + \frac{l}{\pi r_e^2 \sigma}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{B_n}\,e^{-x_n'^2 t/T_0} \tag{82}$$

în care

$$B_n = \frac{J_1^2(kx) - J_1^2(x)}{J_1^2(kx)} \tag{83}$$

Luînd transformata Laplace a ecuației (82), se obține

$$Z_t(p) = \frac{l}{\pi(r_e^2 - r_i^2)\,\sigma} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{l}{\pi r_e^2}\,\dfrac{1}{\sigma}\,B_n} + \dfrac{1}{\dfrac{p\,\mu\,l}{\pi x_n'^2\,B_n}}}. \tag{84}$$

Ca și în cazul precedent, pentru $k = 0$ și $k = 1$ formula (84) trece în (65) și (73).

BIBLIOGRAFIE

1. K. W. Miller, *Diffusion of Electric Current into Rods, Tubes and flat Surfaces*, AIEE Trans., 66, 1496–1502 (1947).
2. E. J. Tuohy, Th. H. Lee, H. P. Fullerton, *Transient Resistance of Conductors*, IEEE Trans. PAS, **87**, *2*, 455–462 (1968).
3. A. Avramescu, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Bul. şt. al. Acad. R.P.R., **3**, *1*, 225–239 (1952).
4. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg., **11**, *4*, 417–449, 1966 (1966).
5. A. Timotin, *Sur l'intégration des équations à paramètres transitoires du type exponentiel*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg., **14**, *4*, 527–563 (1969).

6. V. Hortopan, *Contribuții la studiul comportării dinamice a dispozitivelor de măsură cu șunturi a curenților intenși cu variație rapidă*, teză doctorat, Institutul politehnic București, 1970.
7. C. Mocanu, *Schemele echivalente cu parametri constanți ale conductorului cilindric circular masiv la curent de aducție în regim de efect pelicular tranzitoriu*, Electrotehnica, **19**, *2*, 37—46 (1971).
8. W. Cauer, *Synthesis of linear communication networks*, New York, McGraw-Hill, 1958.
9. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, București, Editura tehnică, 1968.
10. M. Bayard, *Théorie des réseaux de Kirchhoff, régime sinusoïdal et sinthèse*, Paris, Editions de la Revue d'Optique, 1954.
11. G. Watson, *Theory of Bessel Functions*, Cambridge, 1948.
12. C. Mocanu, *Local time parameters of diffusion phenomena*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotechn. Énerg., **15**, *3*, 397—430 (1970).
13. A. Avramescu, *Ueber die Zeitkonstante des Skineffektes*, ETZ, **A 80**, *3*, 78—82 (1959).
14. C. Mocanu, *Contribuții la studiul parametrilor de timp ai fenomenelor de difuzie*, Electrotehnica, **18**, *10*, 365—375 (1970).
15. Comité Electrotechnique International (CEI), Publication 60: *Recommandation pour la technique des essais à haute tension*, Genève, I.E.C., 1960.
16. O. Perron, *Die Lehre der Kettenbrücken*, Leipzig, Teubner, 1929.
17. E. Jahnke, D. Emde, *Tafeln höherer Funktionen*, Leipzig, Teubner, 1960.

EFECTUL DE PROXIMITATE TRANZITORIU ÎNTRE DOUĂ PLĂCI DREPTUNGHIULARE PARALELE

DE

C. I. MOCANU

621.3 : 621.365.52

Două plăci dreptunghiulare paralele şi conectate în serie sau în paralel sînt caracterizate în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente ale căror elemente au rezistenţe şi inductanţe constante. Schemele, avînd elementele conectate în paralel *P*, în serie *S* şi în lanţ *L*, sînt independente de modurile de excitaţie ale curentului. Se studiază principalele regimuri electrocinetice ale schemelor *PSL* corespunzînd regimurilor tranzitorii în plăci pentru diferite moduri de excitaţie. Se calculează forţa electrodinamică tranzitorie şi se stabilesc parametrii lineici longitudinali ai liniei de transmisiune a celor două plăci conectate în serie.

Problema efectului de proximitate între două plăci conductoare paralele, parcurse de curent sinusoidal, a fost rezolvată de H. B. Dwight [1]; el a demonstrat că, dacă grosimea plăcilor şi distanţa care le separă sînt mici în raport cu lăţimea lor refularea curentului spre muchiile plăcilor se poate neglija şi, în consecinţă, fenomenele depind numai de coordonata normală pe feţele paralele ale plăcilor. Sub această formă problema interesează în studiul regimului tranzitoriu al barelor colectoare din centralele electrice. Aceeaşi problemă se întîlneşte în studiul propagării pe o linie electrică lungă alcătuită din două plăci dreptunghiulare; în literatură [2] parametrii lineici longitudinali se calculează pentru regimul armonic permanent.

După cunoştinţa autorului, efectul de proximitate tranzitoriu nu este studiat în literatură, atît în problema tratată de Dwight, cît şi în problema propagării pe linia de transmisiune. În această lucrare se studiază efectul de proximitate tranzitoriu cu ajutorul schemelor echivalente. Se demonstrează că, independent de modul de excitaţie al curentului în placă, sistemul celor două plăci conectate în serie sau în paralel este caracterizat de trei scheme echivalente fundamentale, avînd rezistenţe şi inductanţe constante, proporţionale cu rezistenţa şi inductanţa interioară de curent continuu. Se studiază principalele regimuri electrocinetice ale schemelor, care corespund efectului de proximitate tranzitoriu între cele două plăci:

la excitație treaptă de tensiune, tensiune sinusoidală și injecție constantă de curent. Se determină timpul de răspuns tranzitoriu, se calculează forța electrodinamică între plăci și se stabilesc parametrii lineici longitudinali ai liniei de transmisiune.

1. CALCULUL IMPEDANȚEI ȘI ADMITANȚEI OPERAȚIONALE

Se consideră două plăci conductoare, de grosime h, lățime a și de extensiune infinită în lungime, dispuse paralel la distanța d (fig. 1*a*), avînd conductivitatea σ și permeabilitatea μ constante. Se alege planul *yoz*

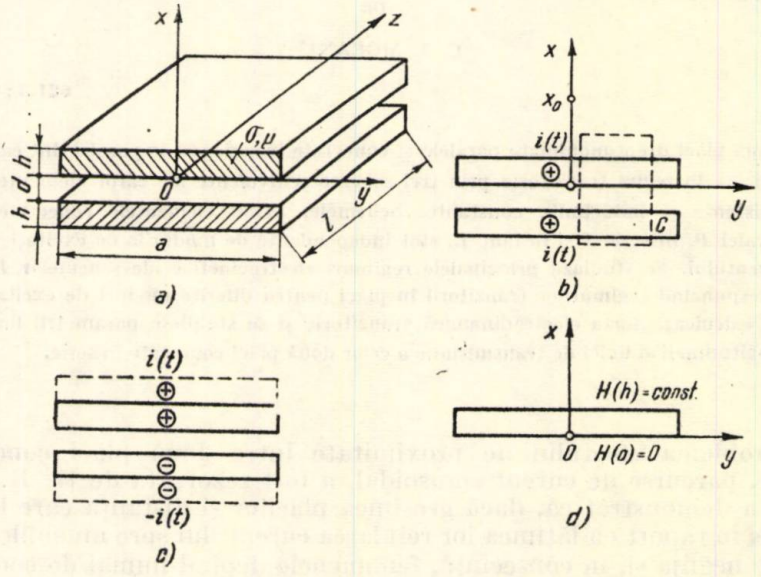


Fig. 1. — *a* — Două plăci conductoare dispuse paralel; *b* — plăci conectate paralel; *c* — plăci conectate în serie; *d* — difuzia într-o placă.

al unui sistem cartezian de coordonate pe fața interioară a uneia din plăci și axa *oz* în lungul plăcii. În conformitate cu ipoteza lui Dwight, pentru $a \gg d$ și $a \gg h$ se neglijează refularea curentului spre muchiile plăcilor și, în consecință, fenomenele depind numai de coordonata x. Intensitatea cîmpului electric $E(x, t)$ în interiorul plăcilor este orientată după axa *oz*, depinde de x și de timpul t și are același sens dacă plăcile sînt conectate în paralel și are sensuri opuse dacă sînt conectate în serie. În ambele cazuri cîmpul magnetic $H(x, t)$ rezultă orientat după axa *oy*.

Dacă plăcile sînt conectate în paralel (fig. 1*b*), rezultă că în dielectricul dintre plăci cîmpul magnetic este nul. Din teorema lui Ampère aplicată curbei C urmează că în exteriorul plăcilor cîmpul magnetic e uniform și are valorile

$$H(x, t) = \begin{cases} i(t)/a; & x > h; \\ -i(t)/a; & x < -(h + d), \end{cases}$$

în care $i(t)$ este intensitatea curentului în placă. Deoarece cîmpul magnetic în exteriorul plăcilor e independent de x și d, soluția problemei este aceeași dacă se consideră plăcile cu fețele lor interioare în contact, fiecare parcursă de curentul $i(t)$. Problema efectului de proximitate între două plăci identice, dispuse paralel și parcurse de curent în același sens se reduce la problema efectului pelicular într-o placă izolată de grosime dublă $2h$.

Dacă plăcile sînt conectate în serie (fig. 1*c*), printr-un raționament analog se deduce că în dielectricul din exteriorul plăcilor cîmpul magnetic este nul, iar între plăci e uniform și are valoarea

$$H(x,\ t) = (i(t)/a\,;\qquad -d < x < 0.$$

Dacă se completează fiecare dintre plăci cu cîte o placă identică parcursă de curent în același sens, se obțin două plăci de grosime $2h$, în interiorul cărora curentul $2i(t)$ se repartizează la fel ca în cazul cînd fiecare dintre ele ar fi izolată. Se constată și în acest caz că problema efectului de proximitate între două plăci identice, parcurse de curent în sensuri opuse, se reduce la problema efectului pelicular într-o placă izolată.

În ambele cazuri, problema efectului de proximitate consistă în determinarea intensităților cîmpurilor electric și magnetic în interiorul plăcii, acesta din urmă fiind nul pe una din fețe și uniform în dielectricul din exteriorul celeilalte fețe (fig. 1*d*). În interiorul plăcilor, intensitatea cîmpului electric $E(x,\ t)$ este soluție a ecuației difuziei

$$\frac{\partial^2 E(x,\ t)}{\partial x^2} = \mu\sigma\,\frac{\partial E(x,\ t)}{\partial t}\,. \tag{1}$$

Luînd transformata Laplace a ecuației (1), se obține o ecuație de tip Helmholtz

$$\frac{\mathrm{d}^2 E(x,\ p)}{\mathrm{d}x^2} = \gamma^2 E(x,\ p)\,;\quad \gamma^2 = \sqrt{\mu\sigma p}\,, \tag{2}$$

în care $E(x,\ p) = L\,\{E(x,\ t)\}$. Soluția ecuației (2) este

$$E(x,\ p) = A\ \mathrm{ch}\ \gamma x + B\ \mathrm{sh}\ \gamma x, \tag{3}$$

în care A și B sînt constante de integrare. Cîmpul magnetic $H(x,\ p)$ se calculează cu oricare din ecuațiile lui Maxwell din (3) și se obține

$$H(x,\ p) = \frac{\sigma}{\gamma}\,(A\ \mathrm{sh}\ \gamma x + B\ \mathrm{ch}\ \gamma x). \tag{4}$$

Deoarece $H(0,\ p) = 0$ (fig. 1*d*), rezultă $B = 0$. Pentru curentul $I(p)$ se obține din (3) sau din (4) expresia

$$I(p) = aH(h,\ p) = \frac{a\sigma}{\gamma}\,A\ \mathrm{sh}\ \gamma h. \tag{5}$$

Raportul dintre tensiunea $U(p)$ calculată pe fața $x = h$ și curentul $I(p)$ este impedanța operațională interioară $Z(p)$ a plăcii

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{lE(h, p)}{J(p)} = \frac{j\gamma l}{a\sigma} \operatorname{ctg} j\gamma h. \tag{6}$$

Notînd cu L_{es} inductanța exterioară a sistemului plăcilor conectate în serie

$$L_{es} = \frac{2\mu_0 ld}{a} = \frac{2\mu_0 l}{\lambda}, \tag{7}$$

impedanța operațională echivalentă Z_e are expresia

$$Z_e(p) = pL_{es} + 2Z(p) = \frac{2j\gamma l}{\lambda a\sigma}(\lambda \operatorname{ctg} j\gamma h - j\gamma h), \tag{8}$$

în care s-a notat cu λ raportul

$$\lambda = \frac{a}{d}. \tag{9}$$

Formula (8) este valabilă și în cazul plăcilor conectate în paralel, în care însă λ are valoarea $a/2x_0$, x_0 fiind distanța pînă la care se calculează fluxul magnetic exterior, căruia îi corespunde inductivitatea L_{ep} (fig. 1*b*)

$$L_{ep} = \frac{\mu_0 lx_0}{a}. \tag{10}$$

Admitanțele operaționale $Y(p)$ și $Y_e(p)$ rezultă din (6) și (8)

$$Y(p) = \frac{a\sigma}{j\gamma l} \operatorname{tg} j\gamma h; \qquad Y_e(p) = \frac{\lambda a\sigma}{2j\gamma l[\lambda \operatorname{ctg} j\gamma h - j\gamma h]}. \tag{11}$$

2. SCHEMELE ECHIVALENTE PSL ALE PLĂCII

În acord cu teoria sintezei rețelelor electrice liniare [3], impedanțele și admitanțele operaționale $Z(p)$, $Y(p)$ sînt rapoarte ale unor funcții de variabilă complexă p. După cum polii și zerourile lui $Z(p)$ sînt în număr finit sau infinit, rețelele corespunzătoare conțin un număr finit sau infinit de elemente. Prin sinteza admitanței și impedanței operaționale, se obțin trei scheme fundamentale [4], [5], [6]: schema P, cu toate elementele conectate în paralel; schema S, cu structuri conectate în serie, și schema L, cu elemente conectate în lanț. Sinteza schemelor PSL se obține utilizînd

transformata Laplace pentru dezvoltarea în serii de fracţii simple a impedanţei şi admitanţei operaţionale.

2.1. *Schemele* P, P_n. Admitanţa operaţională $Y(p)$ (11) îndeplineşte condiţia de a fi imagine Laplace, deoarece $\lim_{p\to\infty} Y(p) = 0$. Luînd transformata Laplace inversă a lui $Y(p)$, se obţine

$$y(t) = L^{-1}\{Y(p)\} = \frac{2a}{\mu lh}\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n^2 t/T}; \quad T = \mu\sigma h^2; \quad \alpha_{2n-1} = \frac{(2n-1)\pi}{2}.$$

Luînd transformata Laplace a lui $y(t)$, rezultă dezvoltarea în fracţii simple a lui $Y(p)$

$$Y(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{l}{\sigma ah}\frac{\alpha_{2n-1}^2}{2} + p\frac{\mu lh}{2a}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_n^{(p)} + pL_n^{(p)}} \tag{12}$$

în care s-a notat cu $R_n^{(p)}$ şi $L_n^{(p)}$ mărimile pozitiv definite şi nenule

$$R_n^{(p)} = R_0\frac{\alpha_{2n-1}^2}{2}; \quad L_n^{(p)} = \frac{3}{2}L_0, \tag{13}$$

R_0 fiind rezistenţa în curent continuu a unei plăci şi L_0 inductivitatea ei interioară de curent continuu, corespunzînd aceloraşi condiţii de cîmp

$$R_0 = \frac{l}{\sigma ah}; \quad L_0 = \frac{\mu lh}{3a}. \tag{14}$$

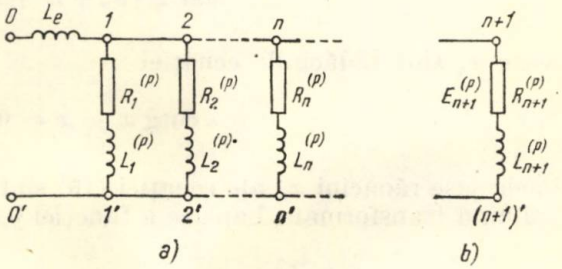


Fig. 2. — *a* — Schema canonică paralel P; *b* — elementul de compensare $E_{n+1}^{(p)}$.

Formula (12) reprezintă admitanţa operaţională echivalentă a unei infinităţi de elemente inductive conectate în paralel avînd rezistenţele $R_n^{(p)}$ în serie cu inductivităţile $L_n^{(p)}$. Aceasta e *schema canonică* P. În figura 2*a* s-a introdus în serie şi inductanţa externă L_e.

Datorită convergenţei rapide a seriei (12), sinteza se poate limita la un număr finit de elemente n, obţinîndu-se astfel schema P_n. Eroarea ce se face neglijînd ceilalţi termeni se compensează prin introducerea elementului de corecţie $E_{n+1}^{(p)}$ (fig. 2*b*).

Deoarece

$$2\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{2n-1}^{2}=1,$$

parametrii elementului de corecție $R_{n+1}^{\prime(p)}$ $L_{n+1}^{\prime(p)}$ au valorile

$$R_{n+1}^{\prime(p)}=\left[1-2\sum_{n=1}^{n}\alpha_{2k-1}^{-2}\right]^{-1}R_0;\quad L_{n+1}^{\prime(p)}=\frac{3}{2}L_0. \tag{15}$$

În tabela 1 s-au calculat primii zece parametri relativi $r_n^{(p)}=R_n^{(p)}/R_0$ și $r_n^{\prime(p)}=R_{n+1}^{\prime(p)}/R_0$. Pentru plăcile conectate în paralel, fiecare placă admite

Tabela 1.

Parametrii relativi: $r_n^{(p)}=R_n^{(p)}/R_0$ **și** $r_{n+1}^{\prime(p)}=R_{n+1}^{\prime(p)}/R_0$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$r_n^{(p)}$	1, 2325	11, 0921	30, 8113	60, 3901	99, 8285	149, 1265	208, 2841	277, 3013	356, 1781	444, 9145
$r_{n+1}^{\prime(p)}$	5, 3022	10, 1626	15, 1745	20, 2840	25, 4453	30, 6748	35, 9712	41, 0242	46, 7290	52, 0833

o schemă P și deci parametrii liniei (13) au valorile α_{2n-1}^2 $R_0/4$ și $3L_0/4$

2.2. *Schemele* P_e, P_{en}. Funcția $y_e(t)=L^{-1}\{Y_e(p)\}$ are expresia

$$y_e(t)=\frac{a\lambda^2}{\mu hl}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x_n^2+\lambda^2+\lambda}\,e^{-x_n^2 t/T}$$

în care x_n sînt rădăcinile ecuației

$$\lambda\operatorname{cotg}x-x=0. \tag{16}$$

Primele șase rădăcini x_n ale ecuației (16) sînt date în tabela 2, după [7], [8]. Luînd transformata Laplace a funcției $y_e(t)$, se obține

$$Y_e(p)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{R_{en}^{(p)}+pL_{en}^{(p)}}. \tag{17}$$

în care s-a notat cu $R_{en}^{(p)}$ și $L_{en}^{(p)}$ mărimile pozitive și nenule

$$R_{en}^{(p)}=R_0\frac{x_n^2(x_n^2+\lambda^2+\lambda)}{\lambda^2};\quad L_{en}^{(p)}=3L_0\frac{x_n^2+\lambda^2+\lambda}{\lambda^2}. \tag{18}$$

Tabela 2

Rădăcinile ecuației $\lambda \operatorname{ctg} x - x = 0$

λ	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	12,5743	15,7143
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	12,6060	15,7397
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,6453	15,7713
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928	12,9352	16,0107
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003	13,2142	16,2594
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117	13,5412	16,5864
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832	13,8666	16,9519
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871	13,9981	17,1093
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788

Formulei (17) îi corespunde *schema canonică* P_e (fig. 3*a*). Parametrii $R'^{(p)}_{e,\,n+1}$, $L^{(p)}_{e,\,n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(p)}_{e,\,n+1}$ (fig. 3*b*) a schemei P_{en} au valorile

$$R'^{(p)}_{e,\,n+1} = \left[1 - 2\lambda^2 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k^2 (x_k^2 + \lambda^2 + \lambda)}\right]^{-1} 2R_0;$$

$$L'^{(p)}_{e,\,n+1} = \left[1 - \frac{2\lambda^2}{3} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k^2 + \lambda^2 + \lambda}\right] 2L_0, \text{ pentru } h \gg 1. \tag{19}$$

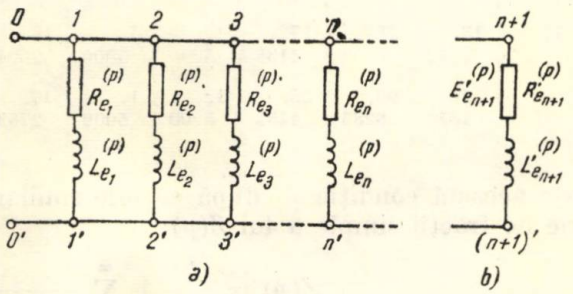


Fig. 3. — *a* — Schema canonică paralel P_e; *b* — elementul de compensare $E^{(p)}_{e,\,n+1}$.

În tabela 3 s-au calculat primele șase valori ale parametrilor relativi ai schemei P_e în funcție de λ. Deoarece $\lim x_n = \alpha_{2n-1}$, rezultă că pentru $L_s = 0$, $\lim_{\lambda\to\infty} R^{(p)}_{en} = 2R^{(p)}_n$ și $\lim_{\lambda\to\infty} L^{(p)}_{en} = 2L^{(p)}_n$. Schemele P_e, P_{en} corespund plăcilor conectate în serie.

2.3. *Schemele* S, S_n. Impedanța $Z(p)$ (6) nu îndeplinește condiția de a fi imagine Laplace, deoarece $\lim_{p\to\infty} Z(p) \to \infty$. Funcția $Z(p)/p$ îndepli-

Tabela 3

Parametrii relativi: $r_{en}^{(p)} = R_{en}^{(p)}/R_0$; $r_{e,n+1}^{\prime(p)} = R_{e,n+1}^{\prime(p)}/R_0$; $l_{en}^{(p)} = L_{en}^{(p)}/L_0$ **şi** $l_{e,n+1}^{\prime(p)} = L_{e,n+1}^{\prime(p)}/L_0$

n / λ	1					2				
	x_1	$r_{e1}^{(p)}$	$r_{e2}^{\prime(p)}$	$l_{e1}^{(p)}$	$l_{e2}^{\prime(p)}$	x_2	$r_{e2}^{(p)}$	$r_{e3}^{\prime(p)}$	$l_{e2}^{(p)}$	$l_{e3}^{\prime(p)}$
1	0, 8603	1, 0140	72, 4638	4, 1102	1, 3215	3, 4256	80, 6452	714, 2857	11, 7347	1, 4892
10	1, 4289	1, 1438	7, 9554	1, 5000	1, 5000	4, 3058	11, 9189	23, 9234	1, 5000	1, 5000
∞	1, 5708	1, 2325	5, 3022	1, 5000	1, 5000	4, 7124	11, 0921	10, 1626	1, 5000	1, 5000
n^2 / λ	3					4				
	x_3	$r_{e3}^{(p)}$	$r_{e4}^{\prime(p)}$	$l_{e3}^{(p)}$	$l_{e4}^{\prime(p)}$	x_4	$r_{e4}^{(p)}$	$r_{e5}^{\prime(p)}$	$l_{e5}^{(p)}$	$l_{e6}^{\prime(p)}$
1	6, 4373	909, 0909	3333, 3333	65, 8144	1, 5237	9, 5293	4213, 8138	10000, 3555	139, 2113	1, 5405
10	7, 2281	42, 3729	54, 9451	1, 5000	1, 5000	10, 2003	111, 3533	107, 5269	1, 5000	1, 5000
∞	7, 8540	30, 8113	15, 1745	1, 5000	1, 5000	10, 9956	60, 3901	20, 2840	1, 5000	1, 5000
n / λ	5					6				
	x_5	$r_{e5}^{(p)}$	$r_{e6}^{\prime(p)}$	$l_{e5}^{(p)}$	$l_{e6}^{\prime(p)}$	x_6	$r_{e6}^{(p)}$	$r_{e7}^{\prime(p)}$	$l_{e6}^{(p)}$	$l_{e7}^{\prime(p)}$
1	12, 6453	5000, 2425	10000, 3625	242, 8554	1, 5503	15, 7713	31183, 0013	10000, 3785	376, 1008	1, 5569
10	13, 2142	284, 6150	172, 4138	1, 5000	1, 5000	16, 2594	494, 8549	263, 1579	1, 5000	1, 5000
∞	14, 1372	99, 8285	25, 4453	1, 5000	1, 5000	17, 2783	149, 1265	30, 6748	1, 5000	1, 5000

neşte această condiţie şi, după calcule similare, se obţine dezvoltarea în serie de fracţii simple a lui $Z(p)$

$$Z(p) = \frac{l}{\sigma a h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{1}{R_n^{(s)}} + \dfrac{1}{pL_n^{(s)}}}, \tag{20}$$

în care s-a notat cu $R_n^{(s)}$ şi $L_n^{(s)}$ mărimile pozitiv definite şi nenule

$$R_n^{(s)} = 2R_0; \quad L_n^{(s)} = L_0 \frac{6}{\alpha_n^2}; \quad \alpha_n = n\pi. \tag{21}$$

Formula (21) reprezintă impedanța operațională echivalentă a unei infinități de structuri conectate în serie, fiecare structură având rezistența $R_n^{(s)}$ în paralel cu inductanța $L_n^{(s)}$. Aceasta este *schema canonică* S. În figura 4*a* s-a introdus în serie inductivitatea exterioară L_{es}. Deoarece

$$6\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n^{-2}=1,$$

parametrii $R'^{(s)}_{n+1}$, $L'^{(s)}_{n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(s)}_{n+1}$ (fig. 4*b*) a schemei S_n au valorile

$$R'^{(s)}_{n+1}=2R_0\,;\qquad L'^{(s)}_{n+1}=\left[1-6\sum_{k=1}^{n}\alpha_k^{-2}\right]L_0. \tag{22}$$

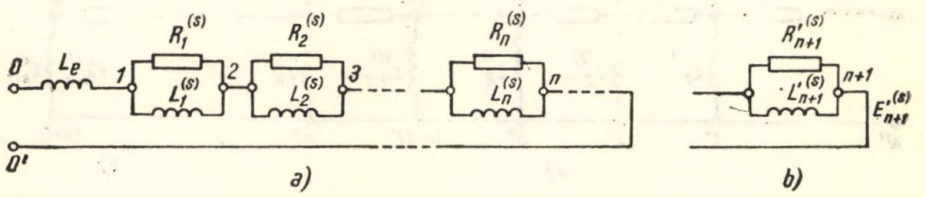


Fig. 4. — *a* — Schema canonică serie S ; *b* — elementul de compensare $E^{(s)}_{n+1}$.

În tabela 4 s-au calculat valorile primilor zece parametri relativi $l_n^{(s)} = L'^{(s)}/L_0$ și $L'^{(s)}/L_0 = l'^{(s)}_{n+1}$.

Tabela 4

Parametrii relativi $l_n^{(s)} = L_n^{(s)}/L_0$ și $l'^{(s)}_{n+1} = L'^{(s)}_{n+1}/L_0$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_n^{(s)}$	0,6079	0,1519	0,0675	0,0380	0,0243	0,0169	0,0124	0,0094	0,0075	0,0061
$l'^{(s)}_{n'+1}$	0,3921	0,2401	0,1727	0,1347	0,1104	0,0935	0,0811	0,0717	0,0642	0,0581

2.4. *Schemele* L, L_n. În formula lui Lambert [9]

$$\operatorname{cth} y = y^{-1}+\frac{1}{|3y^{-1}}+\frac{1}{|5y^{-1}}+\ldots+\frac{1}{|(2n-1)\,y^{-1}}+\ldots,$$

înlocuind $y=\gamma h$ și înmulțind ambii membri cu $\gamma l/\sigma a$, rezultă dezvoltarea impedanței $Z(p)$, (6) în fracție continuă

$$Z(p)=R_0^{(l)}+\frac{1}{|(pL_1^{(l)})^{-1}}+\frac{1}{|(R_1^{(l)})^{-1}}+\frac{1}{|(pL_2^{(l)})^{-1}}+\ldots+$$

$$+\frac{1}{|(R_n^{(l)})^{-1}}+\frac{1}{|(pL_n^{(l)})^{-1}}+\ldots, \tag{23}$$

în care s-a notat cu $R_n^{(l)}$ și $L_n^{(l)}$ mărimile pozitiv definite și nenule

$$R_0^{(l)} = R_0; \quad R_n^{(l)} = (4n-3)R_0; \quad L_n^{(l)} = \frac{3}{4n+1} L_0. \tag{24}$$

Formulei (23) îi corespunde rețeaua din figura 5*a*, în care elementele longitudinale au rezistențele $R_n^{(l)}$ și elementele transversale au inductanțele $L_n^{(l)}$. Aceasta este *schema canonică L*. În figura 5*a* s-a introdus în serie inductanța externă L_e.

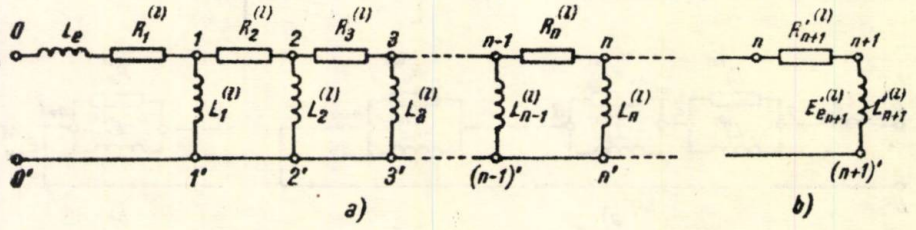


Fig. 5. — *a* — Schema canonică lanț L; *b* — elementul de compensare $E_{n+1}^{(1)}$.

Parametrii $R'^{(l)}_{n+1}$, $L'^{(l)}_{n+1}$ ai elementului de corecție $E^{(l)}_{n+1}$ (fig. 5*b*) a schemei L_n pot fi aproximați prin $R^{(l)}_{n+1}$, $L^{(l)}_{n+1}$,

$$R^{(l)}_{n+1} = (4n-1)R_0; \qquad L'^{(l)}_{n+1} = \frac{3}{4n+1} L_0. \tag{25}$$

Schemele S, S_n și L, L_n au fost stabilite pentru fiecare placă și se conectează în serie sau paralel după modul de conexiune a plăcilor.

Observație. Schemele *PSL* nu sînt unice. Relațiile dintre funcțiile trigonometrice conduc la scheme conținînd mai multe elemente decît schemele *PSL*. Astfel relațiile

$$\operatorname{th} y = \frac{1}{\dfrac{1}{2\operatorname{th}\dfrac{y}{2}} + \dfrac{1}{2\operatorname{cth}\dfrac{y}{2}}}; \qquad \operatorname{cth} y = \frac{1}{2}\operatorname{cth}\frac{y}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{th}\frac{y}{2};$$

$$\operatorname{th}(y_1 + y_2) = \frac{1}{\dfrac{1}{\operatorname{th} y_1 + \operatorname{th} y_2} + \dfrac{1}{\operatorname{cth} y_1 + \operatorname{cth} y_2}}; \qquad \operatorname{cth}(y_1 + y_2) = \tag{26}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{th} y_1 + \operatorname{th} y_2} + \frac{1}{\operatorname{cth} y_1 + \operatorname{cth} y_2},$$

conduc la schemele din figura 6, care necesită un număr mai mare de elemente decît schemele *PSL*; din acest motiv, acestea sînt fundamentale (canonice).

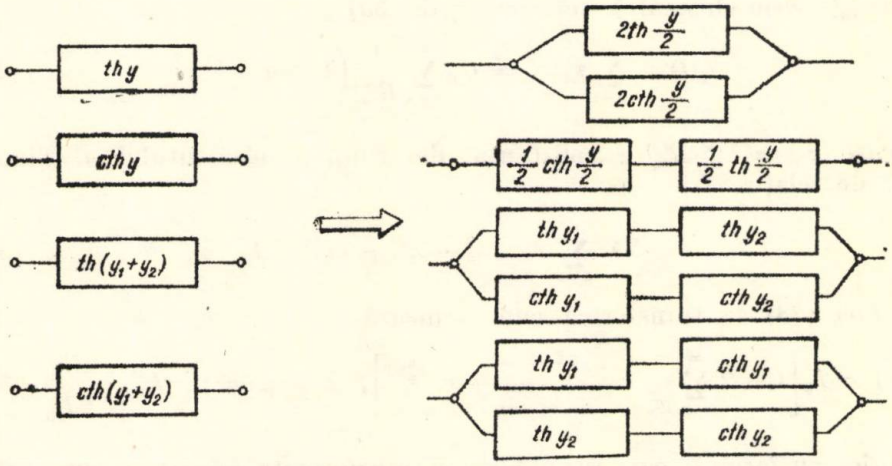


Fig. 6. — Scheme echivalente cu număr mai mare de elemente.

3. STUDIUL EFECTULUI PELICULAR CU AJUTORUL SCHEMELOR PSL

Schemele echivalente *PSL* permit studiul oricărui regim permanent sau tranzitoriu în placă. E suficient să se cunoască răspunsul tranzitoriu la excitație treaptă deoarece cu integrala Duhamel-Carson se poate calcula răspunsul pentru orice mod de excitație. Se consideră în literatură două moduri de excitație a efectului pelicular : treapta de tensiune [10] și treapta de curent [11]. Se va studia efectul pelicular tranzitoriu în plăcile conectate în serie pe modelul schemei P în curent continuu, la treaptă de tensiune, tensiune sinusoidală și la injecție constantă de curent. Rezultate similare se obțin utilizînd schemele S și L.

3.1. *Curent continuu.* În curent continuu, schemele P și P_e se reduc la o infinitate de rezistențe $R_n^{(p)}$ conectate în paralel (fig. 7). Ținînd cont de relația

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty}(R_n^{(p)})^{-1}\right]^{-1} = R_0, \tag{27}$$

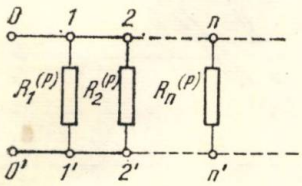


Fig. 7. — Schema canonică paralel P cu elemente rezistive $R_n^{(p)}$.

schema P este echivalentă cu rezistența în curent continuu $2R_0$ a celor două plăci conectate în serie. De asemenea schemele S și L se reduc la rezistența $2R_0$.

3.2. *Tensiune treaptă.* Dacă la momentul $t = 0$ se aplică tensiunea treaptă $U_0\gamma(t)$ în care $\gamma(t)$ este funcția treaptă a lui Heaviside, intensitatea tranzitorie a curentului $i_e(t)$ prin placă este suma curenților tranzitorii $i_{en}(t)$ prin elementele schemei P_e(fig. 3*a*)

$$i_e(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{en}(t) = U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_{en}^{(p)}} \left(1 - e^{-t/\tau_{en}}\right), \tag{28}$$

în care $\tau_{en} = L_{en}^{(p)}/R_{en}^{(p)}$ e constanta de timp a elementului n. Ținînd cont de relația

$$2\lambda^2 \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{-2} (x_n^2 + \lambda^2 + \lambda)^{-1} = 1, \tag{29}$$

formula (28) se transformă cum urmează

$$i_e(t) = I_0 \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^2}{x_n^2 (x_n^2 + \lambda^2 + \lambda)} e^{-x_n^2 t/T}\right]; \quad T = \mu\sigma h^2; \quad I_0 = \frac{U_0}{2R_0}, \tag{30}$$

identică cu formula care rezultă luînd transformata Laplace a curentului operațional $I_e(p)$

$$i_e(t) = L^{-1}\{I_e(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{U_0}{p} Y_e(p)\right\}. \tag{31}$$

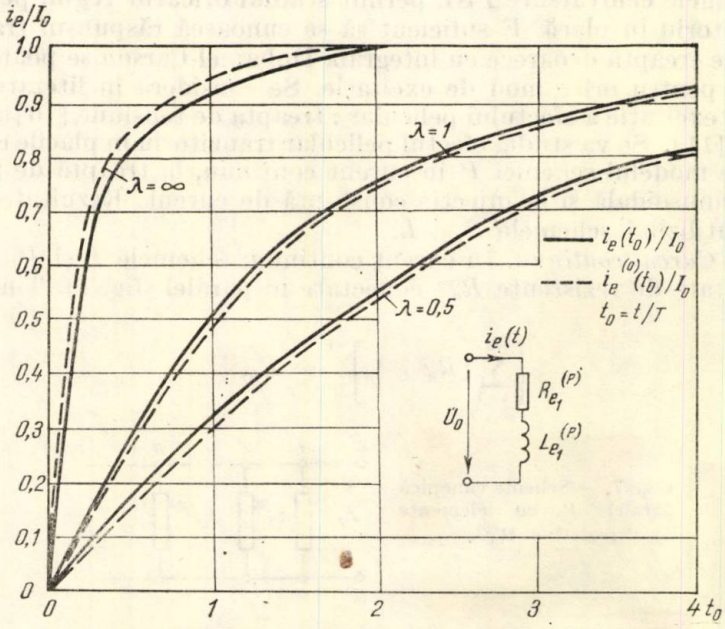


Fig. 8. — Curbele universale $i_l(t) / I_0$ pentru $\lambda = 0{,}5$; 1 și ∞.

În figura 8 s-au reprezentat curbele universale $i_e(t)/I_0$ în funcție de timpul relativ $t_0 = t/T$ pentru $\lambda = 0{,}5$; 1 și ∞.

Curba $i_e(t_0)/I_0$ corespunde curentului $i_{e1}(t_0)/I_0$ din primul element al schemei P_e, contribuţia celorlalţi termeni fiind neglijabilă (prima cifră semnificativă intervine după a cincea zecimală). Din tabela 3 rezultă că, datorită valorilor rapid crescătoare ale exponenţilor x_n^2 ($n > 2$), seria (30) e rapid convergentă şi, cu o eroare sub 1%, schema paralel P_e se poate limita la primul element.

Dacă inductivitatea externă e nulă ($\lambda = \infty$), formulele (28) şi (30) ale curentului $i(t)$ în schema P (fig. 2*a*) devin

$$i(t) = U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_n^{(p)}} \left(1 - e^{-t/\tau_n}\right) = I_0 \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_{2n-1}^2} e^{-\alpha_{2n-1}^2 t/T}\right] \qquad (32)$$

identice cu formula care se obţine calculînd transformata Laplace inversă a curentului operaţional $I(p)$

$$i(t) = L^{-1}\{I(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{U_0}{2p} Y(p)\right\}. \qquad (33)$$

Densitatea tranzitorie a curentului $J_u(x, t)$ în placă la excitaţie treaptă de tensiune $U_0\gamma(t)$ se obţine din (3), luînd transformata inversă a lui $E(x, p) = U_0 \operatorname{ch} x/2p \operatorname{ch} h$ şi multiplicînd cu σ

$$J_u(x, t) = J_0 \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} e^{-\alpha_{2n-1}^2 t/T} \cos \alpha_{2n-1} \frac{x}{h}\right]; \quad J_0 = \frac{I_0}{ah}. \qquad (34)$$

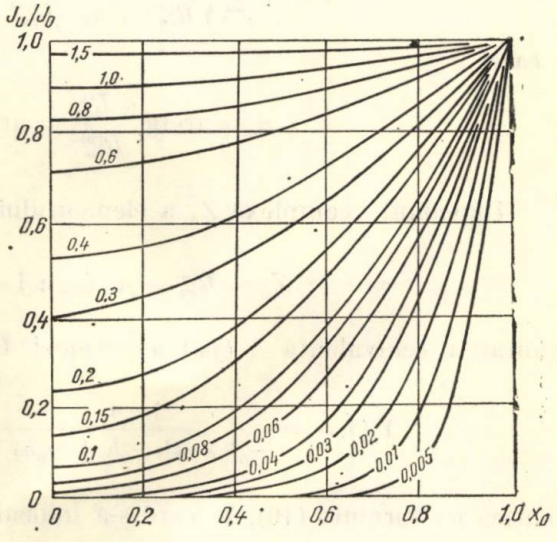


Fig. 9. — Curbele $J_u(x_0) / J_0$ pentru diferite valori ale timpului relativ t_0.

În figura 9 s-au reprezentat curbele $J_u(x, t)/J_0$, ($x_0 = x/h$, $t_0 = t/T$), care pun în evidenţă pătrunderea monotonă a curentului, în acord cu teorema

de maxim-minim a difuziei [12]. Curentul $i(t)$ rezultă calculînd fluxul lui $J_u(x, t)$ prin secțiunea transversală a plăcii

$$i(t) = a\int_0^h J_u(x, t)\,dx = I_0\left[1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_{2n-1}^2}\,e^{-\alpha_{2n-1}^2\,t/T}\right]; \tag{35}$$

adică același rezultat (32) obținut prin rezolvarea schemei P (fig. 2*a*). Urmează că schema canonică P se poate stabili și direct din expresia răspunsului tranzitoriu $J_u(x, t)$ (34) al plăcii la excitație treaptă de tensiune. Formula (35) poate fi considerată ca fiind ecuația lui Kirchhoff aplicată la bornele unei infinități de dipoli inductivi conectați în paralel, caracterizați de rezistențele $R_0\,\alpha_{2n-1}^2/2$ și constantele de timp T/α_{2n-1}^2, adică chiar parametrii (13) ai schemei P. În conformitate cu teorema lui Foster [3], dacă o funcție $Y(p)$ admite dezvoltarea în serie de fracții simple, reprezentînd admitanța echivalentă a schemei paralel P, atunci inversa ei $Z = Y^{-1}$ admite o dezvoltare în serie de fracții simple și în fracție continuă reprezentînd impedanțele echivalente ale schemelor serie S și lanț L.

3.3. *Tensiune sinusoidală.* Aplicînd la momentul $t = 0$ tensiunea $\sqrt{2}\,U_0 \sin \omega t\,\gamma(t)$, curentul tranzitoriu $i(t)$ care trece prin placă este egal cu suma dintre curentul liber $i_l(t)$ și curentul permanent $i_p(t)$

$$i(t) = i_l(t) + i_p(t) = \sqrt{2}\,U_0 \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{R_{en}^{(p)2} + \omega^2 L_{en}^{(p)2}}}\sin\varphi_n\,e^{-t/\tau_{en}} +$$

$$+ \sqrt{2}\,U_0 \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{R_{en}^{(p)2} + \omega^2 L_{en}^{(p)2}}}\sin(\omega t - \varphi_n), \tag{36}$$

în care

$$\varphi_n = \operatorname{arctg}\frac{\omega L_{en}^{(p)}}{R_{en}^{(p)}} = \operatorname{arc\,tg}\,\tau_{en}. \tag{37}$$

Impedanța complexă $\underline{Z}_n$ a elementului n fiind

$$\underline{Z}_n = R_{en}^{(p)} + j\omega L_{en}^{(p)};\ j = \sqrt{-1},$$

admitanța echivalentă $Y_e(j\omega)$ a schemei P_e are expresia

$$Y_e(j\omega) = \frac{\lambda a \sigma}{\gamma_0 l(\lambda \operatorname{cth}\gamma_0 h + \gamma_0 h)};\quad \gamma_0 = \sqrt{j\mu\omega\sigma}, \tag{38}$$

identică cu formula (10), în care s-a înlocuit p cu $j\omega$

$$Y_e(j\omega) = \frac{\lambda a \sigma}{\gamma_0 l(\lambda \operatorname{cth}\gamma_0 h + \gamma_0 h)};\quad \gamma_0 = \sqrt{j\mu\omega\sigma}. \tag{39}$$

În figura 10 s-a trasat diagrama fazorilor I_n/I_0 al căror loc geometric este cercul ce trece prin origine și are centrul situat pe axa *oy*.

3.4. *Injecția constantă de curent.* Dacă modul de excitație „treaptă de tensiune" se interpretează fizic prin aplicarea brusc a unei tensiuni constante, conceptul de „treaptă de curent" $I_0\gamma(t)$ sau „injecție constantă de curent" introdus și argumentat de Miller [11] e mai puțin intuitiv.

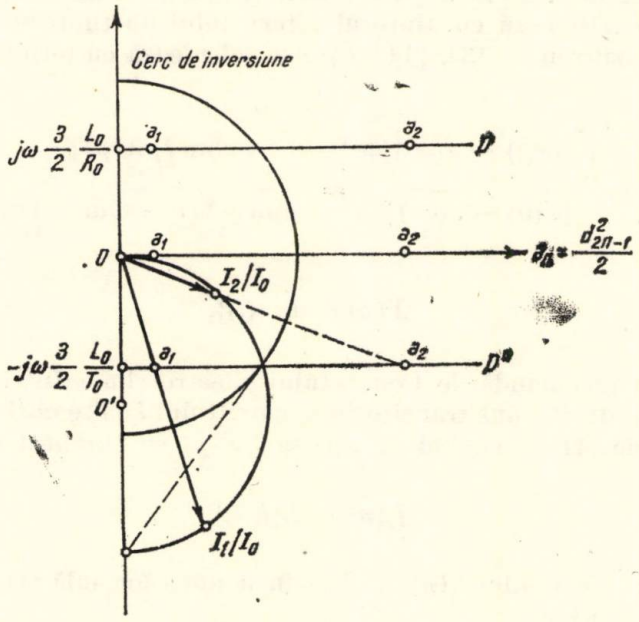


Fig. 10. — Locul geometric al fazorilor I_k/I_0.

În conformitate cu demonstrația lui Miller, curentul care trece printr-un conductor izolat rămîne constant pe toată durata regimului tranzitoriu. În momentul injecției curentului, acesta trece în întregime pe la suprafața conductorului și apoi treptat difuzează în interiorul acestuia. Efectului pelicular tranzitoriu la injecție constantă de curent i-ar corespunde în schema paralel P_e un regim electrocinetic în care curentul I_0 se divide prin elementele n în curenții $i_n(t)$, variabili în timp. Regimuri electrocinetice similare ar urma să fie posibile și în schemele S și L. Astfel de regimuri pot fi luate în considerare numai ca modele de calcul. Densitatea de curent $J_i(x, t)$ în condițiile injecției constante de curent I_0 se calculează pentru $\lambda = \infty$ din ecuația (3) luînd transformata Laplace inversă a lui $E(x, p) = \gamma_0 I_0 \operatorname{ch} \gamma x / \operatorname{apsh} \gamma h$ și multiplicînd cu σ, adică

$$J_i(x, t) = J_0\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \mathrm{e}^{-\alpha_n^2 t/\tau}\cos\alpha_n\frac{x}{h}\right];\ \alpha_n = n\pi. \qquad (40)$$

La momentul inițial, $J_i(h, 0) = \infty$ și deci tensiunea calculată pe fața $x = h$ a plăcii și puterea instantanee la impact sînt infinite. Se mai observă

că din formula (40) nu rezultă aceleaşi consecinţe în privinţa sintezei schemei P ca în cazul formulei (38). Datorită acestor consecinţe, considerarea injecţiei constante de curent ca mod de excitaţie e, sub aspect fizic, mai puţin potrivită.

3.5. *Calculul timpului de răspuns tranzitoriu*

În studiul oricărui fenomen de difuzie e necesar să se cunoască durata procesului. Durata pătrunderii cîmpului electromagnetic în conductoare se estimează cu ajutorul intervalului de timp numit, timp de răspuns tranzitoriu τ [13], [14], care se calculează cu formulele

$$\tau = \frac{\int_0^\infty [x(t) - x(\infty)]dt}{|x(0) - x(\infty)|} = \frac{\lim\limits_{p\to 0} [pX(p)]'}{|\lim\limits_{p\to\infty} pX(p) - \lim\limits_{p\to 0} pX(p)|}; \tag{41}$$

$$X(p) = L\{x(t)\},$$

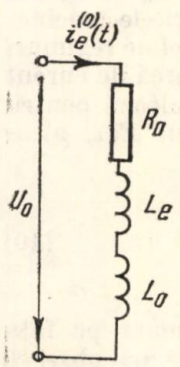
în acord cu recomandările Comitetului Electrotehnic Internaţional CEI [15]. Timpul de răspuns tranzitoriu al curentului $i_e(t)$ se obţine din oricare din formulele (41) înlocuind pe $x(t)$ sau $X(p)$ cu curentul $i_e(t)$ sau $I_e(p)$

$$I_e(p) = L\{i_e(t)\}. \tag{42}$$

Introducînd valoarea lui $I_e(p)$ din (42) în a doua formulă (41) şi efectuînd calculele, se obţine

$$\tau = \frac{L_e + L_0}{R_0} = \tau_e + \tau_i, \tag{43}$$

în care $\tau_e = L_e/R_0$ este constanta de timp exterioară, iar $\tau_i = L_i/R_0$ e constanta de timp interioară, ambele definite în curent continuu. Urmează că, din punctul de vedere al timpului de răspuns, curentul $i_e(t)$ (34) este echivalent cu curentul $i_e^{(0)}(t)$ prin circuitul avînd o rezistenţă R_0 în serie cu inductivităţile L_e şi L_0 (fig. 11)



$$i_e^{(0)}(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau}). \tag{44}$$

În figura 8 s-au reprezentat cu linii întrerupte curbele $i_e^{(0)}(t)$ pentru $\lambda = 0{,}5$; 1 şi ∞. Se observă că difuzia curentului $i_e(t)$ este pentru $\lambda = 1$ şi $\lambda = \infty$ mai rapidă decît după exponenţiala $i_e^{(0)}(t)$.

Fig. 11. — Schema elementului echivalent cu rezistenţa R_0 în serie cu inductivitatea $L_0 + L_e$

4. FORȚA ELECTRODINAMICĂ CE SE EXERCITĂ ASUPRA PLĂCII

Forța electrodinamică F asupra plăcilor conectate în serie se calculează cu formula

$$F=\frac{1}{2}\mu_0 al H^2(h,t)=\frac{1}{2}\mu_0\frac{l}{a}i_e^2(t)=\frac{1}{2}\mu_0\frac{lI_0^2}{a}\left[1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda^2 e^{-x_n^2 t/T}}{x_n^2(x_n^2+\lambda^2+\lambda)}\right]\cdot \quad (45)$$

Curbele universale $F(t_0)/F(\infty)$ sînt reprezentate în figura 8 pentru $\lambda = 0{,}5$; 1 și ∞. Cum era de așteptat, o dată cu creșterea lui λ și deci a distanței dintre plăci, crește întîrzierea în stabilirea forței de regim permanent $F(\infty) = \mu_0 lI_0^2/2a$.

5. PARAMETRII LINEICI LONGITUDINALI AI LINIEI ELECTRICE CU CONDUCTOARE DREPTUNGHIULARE PLATE

Dacă grosimile $r_{e1} - r_{i1} = r_{e2} - r_{i2} = h$ ale conductoarelor tubulare avînd razele (r_{e1}, r_{i1}) și (r_{e2}, r_{i2}) ale unui cablu coaxial (fig. 12) sînt mici în raport cu r_{i2}, acestea pot fi considerate ca plăci cu secțiune dreptunghiulară avînd aceeași lățime $a = \sim 2\pi r_{i2}$ și grosime h. În acest caz, atît transmisia semnalelor pe un cablu coaxial (care presupune parametrii repartizați), cît și regimul tranzitoriu pe un șunt coaxial se pot studia pe modelul a două plăci dreptunghiulare situate paralel și conectate în serie.

Dacă dielectricul dintre plăci este perfect izolant, conductivitatea laterală este nulă, și dacă e omogen, liniar și izotrop, capacitatea lineică a cablului coaxial $C_e = \varepsilon/2\pi \ln\frac{r_{i1}}{r_{e2}}$ trece în capacitatea condensatorului plan $C_p = \varepsilon\, al/d = \varepsilon\, l/\lambda$.

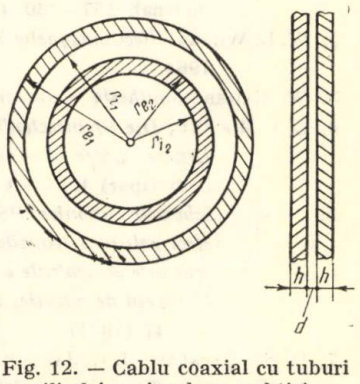


Fig. 12. — Cablu coaxial cu tuburi cilindrice circulare subțiri.

Problema parametrilor lineici longitudinali (rezistența lineică și inductanța lineică) se pune diferit în ghidul de unde față de șunt. În primul caz interesează modurile TM, TE și TEM ale undelor electromagnetice; undele TEM pot însă exista numai în ghidul cu pereți perfect conductori. Influența conductivității finite se studiază cu o bună aproximație considerînd pătrunderea exponențială a cîmpului electromagnetic în pereții ghidului [16]. Regimul tranzitoriu la excitație treaptă nu prezintă interes deosebit în ghidul coaxial, în schimb e important în cazul șuntului coaxial, [17]—[21]. Pentru măsurarea curenților intenși, șuntul coaxial e preferabil, avînd și avantajul unui timp de răspuns tranzitoriu redus.

Impedanța operațională longitudinală lineică se obține din (8) și are expresia

$$Z_{el}(p)=\frac{Z_e}{l}=\frac{2j\gamma}{\lambda a\sigma}(\lambda \operatorname{ctg} j\gamma h - j\gamma h). \quad (46$$

Impedanței $Z_{el}(p)$ îi corespunde oricare din schemele *PSL*. Schema echivalentă a șuntului coaxial în aproximația modelului plăcilor paralele conține schemele *PSL* ale fiecărei plăci în serie cu inductanța externă $L_e/2$ și în paralel cu capacitatea C_p. Aceeași schemă poate fi considerată și pentru ghidul coaxial, la care însă, datorită frecvențelor ridicate, aproximația adîncimii de pătrundere e preferabilă [16].

CONCLUZII

În oricare din regiunile permanent sau tranzitoriu, sistemul a două plăci conductoare de secțiune dreptunghiulară situate paralel este caracterizat de trei scheme fundamentale *PSL*. Aceste scheme conțin elemente inductive cu rezistențe și inductanțe constante și servesc atît pentru modelarea parametrilor lineici longitudinali ai liniei de transmisiune, cît și pentru schema echivalentă a șuntului coaxial cu conductoare tubulare subțiri.

BIBLIOGRAFIE

1. H. B. Dwight, *Skin Effect of a Return Circuit of Two Adjacent Strap Conductors*, Electr. Journal, 157–160. (1916).
2. W. L. Weeks, *Electromagnetic Theory for Engineering Applications*, John Willey, New York, 1964.
3. W. Cauer, *Synthesis of linear communications networks*, McGraw-Hill, New York, 1958.
4. C. I. Mocanu, *Die Ersatzschaltung mit konstanten Parametern des kreisförmigen zylindrischen Leiters, unter Berücksichtigung des Übergangsskineffektes bei zugeführten Strom* (sub tipar) ETZ–A (1971).
5. — *Schemele canonice PSL ale plăcii și conductoarelor cilindrice, masiv și cav, la efect pelicular tranzitoriu*, St. cerc. energ. electr. sub tipar (1971).
6. — *Schemele echivalente cu parametri constanți ale conductorului cilindric circular masiv la curent de aducție, în regim de efect pelicular tranzitoriu*, Electrotehnica, **19**, *2*, 37–47 (1971).
7. H. S. Carslaw, J. C. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, Oxford Clarendon Press, 1959.
8. A. V. Likov, *Teoria transmisiei căldurii*, Moscova, 1962 (în limba rusă).
9. J. H. Lambert, *Beiträge zum Gebrauch der Mathematik und deren Anwendungen*, Berlin, 1870.
10. K. W. Miller *Diffusion of electric currents intro rods, tubes and flat surfaces*, Trans. AIEE, Bd. 66, 1947, p. 1496–1502.
11. E. J. Tuohy, T. H., Lee, H. Fullerton, *Transient resistance of conductors*, Trans. IEEE PAS., Bd. 87, 1968, p. 455–462.
12. A. Friedman, *Partial Differential Equations of Parabolic Type*, Pentice-Hall Inc., London, 1964.
13. A. Avramescu, *Uber die Zeitkonstante des Skineffektes ETZ – A*, **80**, *3*, 78–82. (1959).
14. C. I. Mocanu, *Local time parameters of diffusion phenomena*, Rev. roum. sci. techn.-électrotechn. et énerg. **15**, *3*, 397–430, (1970).
15. Comitë Électrotechnique International (CEI), Publication 60: *Recomandation pour la technique des essais à haute tension*, Geneve, 1960.

16. R. L. WIGINGTON, N. S. NAHMAN *Transient analysis of coaxial cables considering skin effect*, Proc. IRE, 45, 166–174, (1957).

17. V. HORTOPAN, *Contribuții la studiul comportării dinamice a dispozitivelor de măsură cu șunturi a curenților intenși cu variație rapidă*, Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1970.

18. J. H. PARK, *Surge measurement errors introduced by coaxial cables*, Trans. AIEE, Part I, Comm. Electronics, *77*, 343–350, (1958).

19 — *Shunts and inductors for surge current measurement*, J. Res. Nat. Bur. Stand. *39*, 191–212, (1947).

20. H. WITT, *Response of low resistance shunts to impulse currents*, ASEA Res., *8*, 57–64 (1964).

21. M. C. GARRY, *Shunt coaxial pour la mesure des courants de choc*, Rev. Gen. Electr., **65** *5*, 279–289 (1956).

22. — *La mesure des hautes tensions de choc. Les diviseurs de tension*, Rev. Gen. Electr. **69**, 517, 552, (1960).

REGIMUL PERMANENT AL CIRCUITELOR CU ELEMENTE NEINERȚIALE CU CARACTERISTICI LINIARIZATE PE PORȚIUNI, LA TENSIUNI SINUSOIDALE

DE

F. SPINEI

621.3.025.1 : 621.3.018.7

În lucrare se propune o metodă de analiză a circuitelor simple conținînd elemente neliniare neinerțiale, cu caracteristici liniarizate pe porțiuni, alimentate cu surse sinusoidale, bazată pe considerarea regimului permanent ca o succesiune de regimuri tranzitorii, ale căror condiții inițiale se repetă la interval de o perioadă. În lucrare se demonstrează de asemenea că, în circuitele simple de tipul considerat (*RL*, *RC* serie), condițiile inițiale nu influențează asupra regimului stabilit în circuit după un timp foarte lung, indiferent de tipul sursei de alimentare.
Lucrarea se încheie cu un exemplu de calcul și verificarea experimentală a acestuia.

1. INTRODUCERE

Dacă în cazul circuitelor liniare, datorită liniarității ecuațiilor acestora, orice regim tranzitoriu este decompozabil într-un regim permanent și unul liber, cu interpretări fizice directe, în cazul circuitelor electrice neliniare apar dificultăți care nu permit o extindere a acestei descompuneri.

Fără a considera cazurile cele mai generale, convenim să ne referim la regimurile permanente periodice fie la cele staționare ale circuitelor neliniare, presupunînd că în circuitul considerat ele se pot stabili.

În cazul unui circuit izolat față de exterior, susceptibil de a ajunge în regim permanent, regimul tranzitoriu poate fi produs de :

— condiții inițiale nenule ;
— surse de energie :
  — curent continuu,
  — periodice (eventual sinusoidale).

Pentru circuitele avînd elemente neliniare cu caracteristici monotone, unicitatea regimului tranzitoriu a fost demonstrată [1]. În ceea ce privește regimul stabilit după un timp foarte lung, în astfel de circuite se pot face următoarele observații (susținute de exemple [2]) :

— depinde de condițiile inițiale ;
— poate avea forme diferite ca natură de generatoarele din circuit.

În circuitele cu generatoare de curent continuu se poate stabili un regim fie staționar, fie oscilant : cazul clasic al generatoarelor de oscilații. Natura regimului stabilit la surse identice poate depinde de condițiile inițiale.

Regimurile stabilite în circuite conținînd surse periodice pot fi clasificate în trei grupe mari [2] :

— regimuri periodice pentru valorile instantanee ;

— regimuri neperiodice pentru valorile instantanee, dar periodice sau aproape periodice pentru înfășurătorile acestora (cea mai mare parte a proceselor de automodulație, rezonanța intermitentă etc.) ;

— regimuri neperiodice atît pentru valorile instantanee, cît și pentru înfășurătorile acestora (apar la limita de stabilitate a regimurilor de automodulație, îndeosebi la saturații mari).

Condițiile inițiale, pentru surse periodice identice, influențează regimul stabilit în circuit : cazul ferorezonanței.

Prezenta lucrare nu se ocupă de circuitele cu elemente neliniare inerțiale, care, în regim periodic sau staționar, se comportă ca elementele liniare.

În lucrare se stabilesc două teoreme privind independența de condițiile inițiale a regimurilor, ce se stabilesc după un timp foarte lung, în circuite de un tip particular. Pentru circuitele simple (*RL*, *RC* serie), conținînd elemente neliniare cu caracteristici liniarizate pe porțiuni, se propune o metodă de calcul bazată pe repetabilitatea condițiilor inițiale la interval de o perioadă a sursei (sursa fiind sinusoidală). Lucrarea se încheie cu un exemplu de calcul și verificarea experimentală a acestuia.

2. INDEPENDENȚA DE CONDIȚIILE INIȚIALE A REGIMURILOR STABILITE ÎN TIPURI PARTICULARE DE CIRCUITE NELINIARE

În cazul lipsei surselor de energie se poate demonstra următoarea teoremă.

TEOREMA 1 : „Într-un circuit ireductibil conținînd elemente acumulative neliniare, avînd caracteristici monotone fără histerezis (fig. 1), sau conținînd cicluri consumatoare de energie și elemente rezistive cu caracteristici avînd $ui \geqslant 0$ în orice punct (deci situate în cadranul I și III), izolat față de exterior, lipsit de generatoare, regimul tranzitoriu produs de condiții inițiale nenule tinde să se anuleze în timp, circuitul tinzînd spre starea de repaus".

Din ecuațiile corespunzînd teoremelor lui Kirchhoff, se poate obține cu ușurință expresia bilanțului de puteri în instantaneu

$$\sum_{k=1}^{l} \left(u_k i_k + i_k \frac{\mathrm{d}\varphi_k}{\mathrm{d}t} + u_{ck} i_k \right) = 0, \tag{1}$$

în care i_k este curentul din latura k a circuitului (circuitul avînd l laturi) ;

u_k — tensiunea la bornele rezistorului din latura k ;

u_{ck} — tensiunea la bornele condensatorului din latura k ;

φ_k — fluxul din bobina din latura k a circuitului.

Relația (1), integrată pe intervalul $(0, t)$, se scrie

$$\sum_{k=1}^{l}\left(\int_0^t u_k i_k \,\mathrm{d}t + \int_0^t i_k \,\mathrm{d}\varphi_k + \int_0^t u_{ck}\,\mathrm{d}q_k\right) = 0. \tag{2}$$

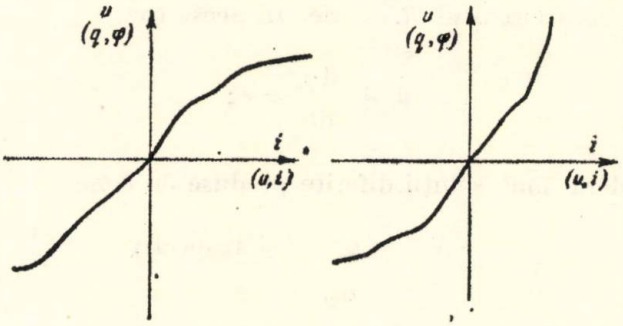


Fig. 1. — Caracteristici monotone, fără histerezis.

Pentru caracteristicile elementelor neliniare, precizate în enunțul teoremei, termenii relației (2) devin :

$\sum_{k=1}^{l}\int_0^t u_k i_k \,\mathrm{d}t = W_j > 0$ și tinzînd spre ∞ cu t deoarece $u_k i_k \geqslant 0$;

$\sum_{k=1}^{l}\int_0^t i_k \,\mathrm{d}\varphi_k = W_m(t) - W_m(0)$, ambele mărimi pozitive și finite ;

$\sum_{k=1}^{l}\int_0^t u_{ck}\,\mathrm{d}q_k = W_e(t) - W_e(0)$, ambele mărimi pozitive și finite.

S-a presupus că în momentul inițial curenții din bobine și sarcinile condensatoarelor nu au valori infinite. Astfel relația (2) devine

$$W_j + W_m(t) + W_e(t) = W_m(0) + W_e(0). \tag{3}$$

Deoarece, cînd $t \to \infty$, membrul stîng tinde către infinit cel puțin prin termenul W_j, iar membrul drept rămîne finit, avînd în vedere pozitivitatea ambilor membri, rezultă

$$\lim_{t\to\infty} i_k(t) = 0, \tag{4}$$

ceea ce demonstrează teorema.

Ipoteza existenței unor cicluri generatoare de energie pentru elementele acumulative ar putea duce la negativarea termenului $W_m(t)$ sau $W_e(t)$, ceea ce ar echivala de fapt cu întreținerea unui regim nenul în circuit.

Deși în cazul general, în prezența surselor de energie, condițiile inițiale influențează regimul de funcționare ce apare în circuit, în cazul

circuitelor simple, tip serie *RL* sau *RC*, se poate demonstra următoarea teoremă :

TEOREMA 2 : „Într-un circuit simplu, serie *RL* sau *RC*, cu elemente neliniare avînd caracteristici monotone fără histerezis (fig. 1), cu un generator oarecare, condiţiile iniţiale nu influenţează asupra regimului care se stabileşte în circuit după un interval foarte mare de timp".

Se consideră circuitul *RL* serie. În acest caz

$$u_r + \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = e; \tag{5}$$

dacă se consideră două soluţii diferite produse de condiţii iniţiale diferite

$$\begin{array}{llll} u_{r1} & i_1 & \varphi_1 & \text{şi respectiv} \\ u_{r2} & i_2 & \varphi_2, & \end{array}$$

care satisfac ecuaţia (5), pentru mărimile diferenţă ($u_{rd} = u_{r1} - u_{r2}$ etc.) rezultă

$$u_{rd} + \frac{\mathrm{d}\varphi_d}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{6}$$

Dacă $i_d = i_1 - i_2 > 0$, din monotonia caracteristicilor rezultă : $\varphi_d > 0$, $u_d > 0$, ceea ce implică, după (6), $\mathrm{d}\varphi_d/\mathrm{d}t < 0$, deci φ_d scade ; cînd $\varphi_d = 0$, cele două soluţii coincid, deci evoluţia lor va fi unică în baza teoremei de unicitate [1]. Similar, pentru $i_d < 0$ rezultă $\varphi_d < 0$ $u_d < 0$, implicînd $\mathrm{d}\varphi_d/\mathrm{d}t > 0$, deci φ_d creşte, de la $\varphi_d = 0$ soluţiile coincizînd. Deci se poate conclude că

$$\lim_{t\to\infty} i_d = 0 \quad \text{sau} \quad \lim_{t\to\infty} i_1(t) = \lim_{t\to\infty} i_2(t), \tag{7}$$

ceea ce era de demonstrat.

Teorema se demonstrează în mod analog şi pentru circuitul serie *RC*.

3. ANALIZA REGIMULUI PERMANENT STABILIT ÎN CIRCUITELE SIMPLE (RL, RC SERIE) CONŢINÎND ELEMENTE NELINIARE NEINERŢIALE CU CARACTERISTICI LINIARIZATE PE PORŢIUNI, ALIMENTATE CU SURSE SINUSOIDALE

În baza teoremei 2 se poate afirma că, dacă există o soluţie de regim periodic pentru circuitele simple *RL*, *RC* serie, atunci, indiferent de condiţiile iniţiale, după un timp suficient de lung, circuitul tinde spre regimul periodic considerat ; acesta este cazul surselor periodice.

Principiul metodei propuse se bazează pe repetabilitatea stării circuitului la interval de o perioadă a sursei şi pe faptul că regimul periodic

poate fi privit ca o succesiune de regimuri tranzitorii. Ideea, utilizată în domeniul circuitelor electrice liniare [3], [4], e întîlnită în literatură [2] la abordarea problemelor ținînd de teoria neliniară limită (cînd pantele caracteristicii neliniare sînt paralele cu axele de coordonate). În lucrarea de față se analizează o serie de circuite simple, conținînd elemente neliniare avînd caracteristici liniarizate pe porțiuni, dar cu pante finite, nenule.

Etapele metodei:

1. Se împarte perioada în „zone" determinate de porțiunile de funcționare diferită ale elementului neliniar.

2. Regimul tranzitoriu se poate analiza prin rezolvarea succesivă a unei aceleiași ecuații diferențiale liniare care își schimbă coeficienții la valori cunoscute ale unei mărimi electrice din circuit. Forma soluțiilor unor astfel de ecuații, fără precizarea constantelor de integrare, este cunoscută.

3. Se impune un regim periodic prin repetarea condițiilor inițiale la interval de o perioadă. Se „lipesc" apoi soluțiile prin determinarea constantelor de integrare satisfăcînd condițiile inițiale ce se repetă periodic, precum și condițiile de continuitate la trecerea dintr-o „zonă" în alta.

Circuitul RL serie cu rezistor neliniar (fig. 2 *a*). Caracteristica volt-amper a rezistorului neliniar se aproximează cu cea din figura 2 *b*; ca urmare, vor apărea 4 zone de funcționare (fig. 2 *c*) în interval de o perioa-

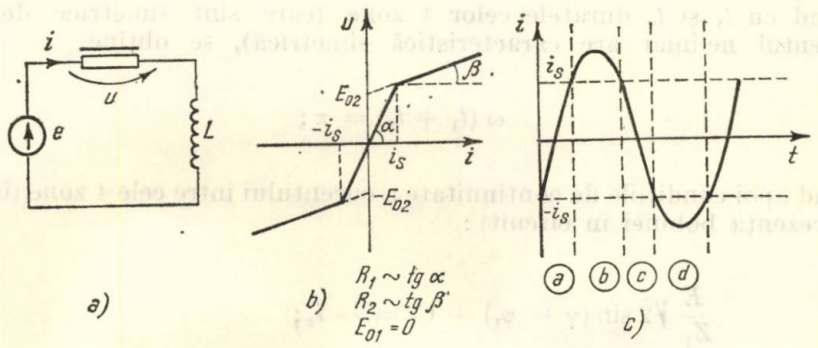


Fig. 2. — *a* — Circuit *RL* serie cu rezistor neliniar; *b* — caracteristica volt-amper a rezistorului; *c* — împărțirea perioadei în zone.

dă, determinate de valoarea i_s, care comandă schimbarea pantei rezistenței neliniare. Soluțiile vor fi de forma

$$i = \frac{E}{Z}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi) + Ce^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E_0}{R_d}, \qquad (8)$$

în care E este valoarea eficace a tensiunii de alimentare sinusoidale;

γ — faza inițială a tensiunii de alimentare, considerată necunoscută (deoarece se ia $t=0$ la o graniță dintre două zone);
ω — pulsația tensiunii de alimentare;
E_0 — tensiunea continuă provenită din echivalarea rezistorului neliniar cu o sursă și rezistența sa dinamică;

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R_d}; \quad \tau = \frac{L}{R_d}; \quad Z = \sqrt{R_d^2 + (\omega L)^2};$$

C — constantă care trebuie determinată.

În cele 4 zone vor fi deci soluțiile:

$$\text{(a)} \quad i = \frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_1) + C_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}};$$

$$\text{(b)} \quad i = \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} - \frac{E_{02}}{R_2};$$

$$\text{(c)} \quad i = \frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_1) + C_3 e^{-\frac{t}{\tau_1}}; \tag{9}$$

$$\text{(d)} \quad i = \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_2) + C_4 e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{E_{02}}{R_2}.$$

Notînd cu t_1 și t_2 duratele celor 4 zone (care sînt simetrice deoarece elementul neliniar are caracteristică simetrică), se obține

$$\omega(t_1 + t_2) = \pi; \tag{10}$$

scriind apoi condițiile de continuitate a curentului între cele 4 zone (impuse de prezența bobinei în circuit):

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1) + C_1 = -i_s;$$

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_1) + C_1 e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} = i_s;$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} - \frac{E_{02}}{R_2} = i_s;$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau_2}} - \frac{E_{02}}{R_2} = i_s; \tag{11}$$

$$-\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1)+C_3\,e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau_1}}=i_s;$$

$$-\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_1)+C_3\,e^{-\frac{2t_1+t_2}{\tau_1}}=-i_s;$$

$$-\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)+C_4\,e^{-\frac{2t_1+t_2}{\tau_2}}+\frac{E_{02}}{R_2}=-i_s;$$

$$-\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)+C_4\,e^{-\frac{2t_1+2t_2}{\tau_2}}+\frac{E_{02}}{R_2}=-i_s.$$

Din motive de simetrie, sistemul de mai sus se reduce de la 4 la 8 ecuații, deoarece rezultă

$$C_3=-C_1\,e^{\frac{t_1+t_2}{\tau_1}}=-C_1\,e^{\frac{\pi}{\omega\tau_1}};$$
$$C_4=-C_2e^{\frac{t_1+t_2}{\tau_2}}=-C_2\,e^{\frac{\pi}{\omega\tau_2}}, \tag{12}$$

relații care transformă ultimele patru ecuații în ecuații identice cu primele patru. Deci trebuie rezolvat sistemul

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1)+C_1=-i_s;$$

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_1)+C_1e^{-\frac{t_1}{\tau_1}}=i_s;$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)+C_2\,e^{-\frac{t_1}{\tau_2}}-\frac{E_{02}}{R_2}=i_s; \tag{13}$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)+C_2e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau_2}}-\frac{E_{02}}{R_2}=i_s,$$

având patru ecuații și patru necunoscute: γ, t_1, C_1, C_2.

Deoarece C_1 și C_2 se pot explicita cu ușurință

$$C_1=-i_s-\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1);$$
$$C_2=\left[i_s+\frac{E_{02}}{R_2}-\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)\right]e^{\frac{t_1}{\tau_2}}, \tag{14}$$

sistemul (13) se reduce la sistemul de două ecuaţii

$$\frac{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_1)-i_s}{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1)+i_s}=e^{-\frac{t_1}{\tau_1}};$$

$$\frac{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)-i_s-\frac{E_{02}}{R_2}}{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)-i_s-\frac{E_{02}}{R_2}}=e^{\frac{\pi-\omega t_1}{\omega\tau_2}}, \tag{15}$$

avînd necunoscutele γ şi t_1. Acest sistem transcendent se poate rezolva prin încercări, ţinînd seama de restricţia

$$0<t_1<\frac{\pi}{2\omega}; \tag{16}$$

făcîndu-se în prealabil verificarea intrării curentului în zonele (b) şi (c)

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}>i_s, \tag{17}$$

care indică existenţa unei soluţii cu sens fizic pentru sistemul (15).

În cazul unui circuit serie RC cu rezistor neliniar, se obţin în mod analog soluţii de forma

$$\text{(a)}\quad i=\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t+\gamma-\varphi_1)+K_1e^{-\frac{t}{\tau_1}};$$

$$\text{(b)}\quad i=\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t+\gamma-\varphi_2)+K_2e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \tag{18}$$

pentru prima semiperioadă, în cealaltă semiperioadă curentul avînd aceeaşi variaţie, dar cu semn schimbat. Spre deosebire de circuitul RL, analizat mai sus, în soluţia (b) nu mai apare termenul $-E_{02}/R_2$ (din cauza condensatorului), iar $\varphi=-\operatorname{arctg}\frac{1}{RC\omega}$; $\tau=\frac{1}{RC}$. Constantele se determină cu relaţiile

$$K_1=-i_s-\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1);$$

$$K_2=\left[i_s-\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)\right]e^{\frac{t_1}{\tau_2}}, \tag{19}$$

în care t_1 și γ sînt soluțiile sistemului

$$\frac{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_1) - i_s}{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1) + i_s} = e^{-\frac{t_1}{\tau_1}};$$

$$\frac{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_2) - i_s}{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi + \gamma - \varphi_2) - i_s} = e^{\frac{\pi - \omega t_1}{\omega \tau_2}}. \tag{20}$$

Circuitul RL serie cu inductanță neliniară (*fig. 3 a*). Pentru inductanța neliniară se iau în considerare mai multe tipuri de caracteristici. În primul caz se consideră caracteristica din figura 3 *b*. O perioadă se împarte, ca și anterior, în patru zone (fig. 2*c*). Condiția de trecere dintr-o

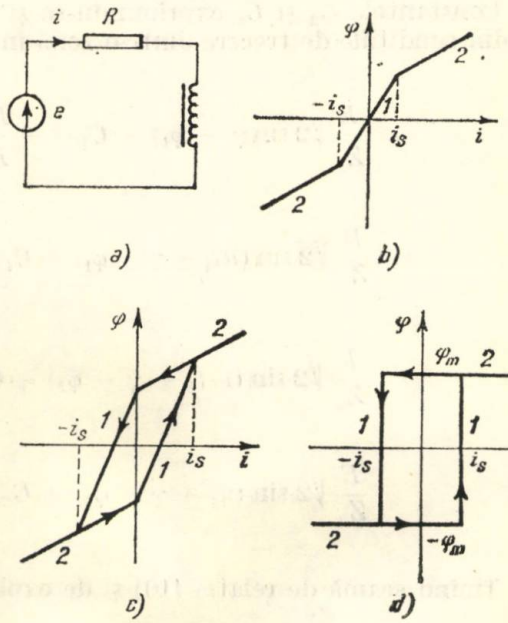


Fig. 3. — *a* — Circuit *RL* serie cu bobină neliniară; *b*, *c*, *d* — caracteristici luate în considerare pentru bobină.

zonă în alta rezultă, avînd o variație discontinuă a inductivității, din condiția de conservare a fluxurilor [5]

$$L_1 i(0^-) = L_2 i(0^+), \tag{21}$$

ceea ce implică, la granița dintre două zone, prezența unui salt de curent.

Soluția va fi în acest caz tot de forma (9), cu observația că $E_0 = 0$, $R = \text{const.}$, modificîndu-se L. În cele patru zone vor fi soluții de forma

$$\text{(a)} \qquad i = \frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_1) + C_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}};$$

$$\text{(b)} \qquad i = \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}; \tag{22}$$

$$\text{(c)} \qquad i = \frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_1) + C_3 e^{-\frac{t}{\tau_1}};$$

$$\text{(d)} \qquad i = \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma - \varphi_2) + C_4 e^{-\frac{t}{\tau_2}}.$$

Constantele C_3 și C_4 exprimîndu-se și în acest caz tot prin relațiile (12), din condițiile de trecere dintr-o zonă în alta rezultă sistemul

$$\begin{aligned}
&\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1) + C_1 = -\frac{L_2}{L_1} i_s;\\
&\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_1) + C_1 e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} = i_s;\\
&\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega\, t_1 + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} = \frac{L_1}{L_2} i_s;\\
&\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi_1 + \gamma - \varphi_2) + C_2 e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau_2}} = i_s.
\end{aligned} \tag{23}$$

Ținînd seamă de relația (10) și de explicitarea cu ușurință a constantelor

$$\begin{aligned}
C_1 &= -\frac{L_2}{L_1} i_s - \frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1);\\
C_2 &= \left[\frac{L_1}{L_2} i_s - \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega\, t_1 + \gamma - \varphi_2)\right] e^{\frac{t_1}{\tau_2}},
\end{aligned} \tag{24}$$

sistemul (23) se reduce la sistemul de două ecuații

$$\frac{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_1)-i_s}{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1)+\frac{L_2}{L_1}i_s}=e^{-\frac{t_1}{\tau_1}};$$

$$\frac{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)-\frac{L_1}{2}i_s}{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)-i_s}=e^{\frac{\pi-\omega t_1}{\omega\tau_2}}, \tag{23'}$$

avînd necunoscutele γ și t_1. După verificarea intrării în zonele (b) și (c) (17), sistemul se rezolvă prin încercări, ținînd seamă de restricția (16).

Dacă se consideră că bobina neliniară are caracteristica din figura 3 *c*, perioada se împarte și în acest caz în patru zone, precizate prin granițele

$t=0$	$i=0$
t_1	i_s
$t_1+t_2=\frac{\pi}{\omega}$	0
$\frac{\pi}{\omega}+t_1$	$-i_s$
$\frac{2\pi}{\omega}$	$0,$

cu restricția (16). În cele 4 zone soluțiile vor fi de forma (22). Constantele C_3 și C_4 se exprimă și în acest caz tot prin relațiile (12), din condițiile de trecere dintr-o zonă în alta rezultînd sistemul

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma-\varphi_1)+C_1=0;$$

$$\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_1)+C_1e^{-\frac{t_1}{\tau_1}}=i_s;$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1+\gamma-\varphi_2)+C_2e^{-\frac{t_1}{\tau_2}}=\frac{L_1}{L_2}i_s; \tag{25}$$

$$\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)+C_2e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau_2}}=0.$$

Ţinînd seamă de relaţia (10) şi de explicitarea cu uşurinţă a constantelor

$$C_1 = -\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1);$$

$$C_2 = \left[\frac{L_1}{L_2} i_s - \frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_2)\right] e^{\frac{t_1}{\tau_2}};$$

sistemul (25) se reduce la sistemul de două ecuaţii

$$\frac{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_1) - i_s}{\frac{E}{Z_1}\sqrt{2}\sin(\gamma - \varphi_1)} = e^{-\frac{t_1}{\tau_1}};$$

$$\frac{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\omega t_1 + \gamma - \varphi_2) - \frac{L_1}{L_2} i_s}{\frac{E}{Z_2}\sqrt{2}\sin(\pi + \gamma - \varphi_2)} = e^{\frac{\pi - \omega t_1}{\omega \tau_2}}, \tag{26}$$

avînd necunoscutele γ şi t_1. După verificarea intrării în zonele (b) şi (c) cu relaţia (17) (în caz contrar, curentul rămîne pe porţiunea din dreapta sau din stînga ciclului, de pantă L_1, funcţie de condiţiile iniţiale), sistemul se rezolvă prin încercări ţinînd seamă de restricţia (16).

Cel de-al treilea şi ultimul caz luat în considerare este cazul bobine. neliniare avînd caracteristica de forma unui ciclu dreptunghiular (fig. 3*d*) Perioada se împarte şi în acest caz în patru zone precizate prin graniţele

$$\left.\begin{array}{ll} t = 0 & \varphi = -\varphi_m \\ t_1 & \varphi = +\varphi_m \end{array}\right\} i = +i_s$$

$$\frac{\pi}{\omega} \qquad i = i_s \text{ (descrescător)}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\pi}{\omega} + t_1 & \varphi = +\varphi_m \\ \frac{2\pi}{\omega} & \varphi = -\varphi_m \end{array}\right\} i = -i_s.$$

În cele patru zone de funcționare ecuațiile circuitului sînt

$$\text{(a)} \qquad +Ri_s + \frac{d\varphi}{dt} = e;$$

$$\text{(b)} \qquad Ri = e;$$

$$\text{(c)} \qquad -Ri_s + \frac{d\varphi}{dt} = e; \tag{27}$$

$$\text{(d)} \qquad Ri = e,$$

deci soluțiile vor fi de forma

$$\text{(a)} \qquad \varphi = -\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \gamma) - Ri_s t + C_1;$$

$$\text{(b, d)} \qquad i = \frac{E\sqrt{2}}{R}\sin(\omega t + \gamma); \tag{28}$$

$$\text{(e)} \qquad \varphi = -\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \gamma) + Ri_s t + C_2.$$

Din simetria caracteristicii rezultă simetria mărimilor electrice pe intervalul unei perioade, ceea ce duce evident la

$$C_2 = -C_1 - Ri_s\frac{\pi}{\omega}. \tag{29}$$

Din condițiile de trecere dintr-o zonă în alta rezultă sistemul

$$\begin{aligned} &-\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\gamma + C_1 = -\varphi_m;\\ &-\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t_1 + \gamma) - Ri_s t_1 + C_1 = +\varphi_m;\\ &\frac{E\sqrt{2}}{R}\sin(\pi + \gamma) = i_s, \end{aligned} \tag{30}$$

avînd ca necunoscute pe C_1, γ, t_1. Condiția de intrare în zonele (a) și (c) este în acest caz

$$\frac{E\sqrt{2}}{R} > i_s. \tag{31}$$

Din ultima ecuație a sistemului (30) rezultă

$$\sin \gamma = -\frac{Ri_s}{E\sqrt{2}}. \tag{32}$$

Avînd în vedere condiția

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{E\sqrt{2}}{R}\omega\cos(\pi+\gamma) = -\frac{E\sqrt{2}}{R}\omega\cos\gamma < 0$$

și ținînd seamă de (32), rezultă

$$\cos\gamma = +\sqrt{1-\frac{1}{2}\left(\frac{Ri_s}{E}\right)^2}. \tag{33}$$

Din prima ecuație a sistemului (30), γ fiind determinat, se explicitează și

$$C_1 = -\varphi_m + \frac{1}{\omega}\sqrt{2E^2-(Ri_s)^2}, \tag{34}$$

iar ecuația a doua a sistemului (30) devine, după eliminarea lui C_1 și γ, o ecuație în t_1

$$-Ri_s\omega t_1 - \sqrt{2E^2-(Ri_s)^2}\cos\omega t_1 - Ri_s\sin\omega t_1 = 2\omega\varphi_m - \sqrt{2E^2-(Ri_s)^2}, \tag{35}$$

rezolvabilă prin încercări, cu restricția (16).

4. APLICAREA METODEI LA CALCULUL REGIMULUI PERIODIC AL UNUI CIRCUIT SERIE *RC* CU REZISTOR NELINIAR, VERIFICARE EXPERIMENTALĂ

Se consideră circuitul din figura 4*a*, în care

AT este un autotransformator alimentat cu 120V la bornele de 220 V, pentru a evita eventuala saturație a miezului, ceea ce ar duce la deformarea tensiunii sinusoidale de alimentare u_a;

C — condensator de 2μF;

R_1 — rezistor de 3KΩ;

R_2 — rezistor de 1,5 KΩ;

R_0 — rezistor de 45,5Ω, necesar pentru vizualizarea curentului din circuit la osciloscop;

Diodele Zener au caracteristica din figura 4*c*.

Dacă se consideră conducția diodelor în sens direct începînd de la tensiune nulă (în realitate 0,6 V conform fig. 4 *c*), ansamblul celor patru rezistoare (R_1, R_2) și al celor două diode va avea caracteristica volt-amper din figura 4 *b*.

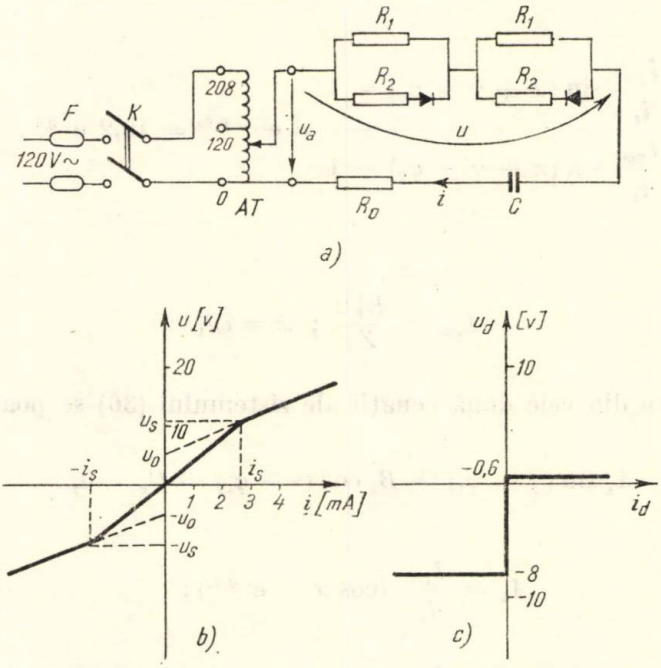


Fig. 4. — *a* — Schema circuitului *RC* serie cu rezistor neliniar; *b* — caracteristica ansamblului celor patru rezistoare și două diode; *c* — caracteristica diodelor Zener.

Pentru determinarea analitică a regimului periodic ce apare în acest circuit se ține seama că (conform notațiilor din §.3)

$$R_1 = 4K\Omega;$$

$$R_2 = 2K\Omega; \qquad i_s = 2{,}67 \text{ mA}.$$

Ținînd seama că $C = 2\mu F$, se obține:

$$Z_1 = 4300\Omega; \qquad \varphi_1 = -21°50'; \qquad \tau_1 = 8 \text{ ms};$$

$$Z_2 = 2560\Omega; \qquad \varphi_2 = -38°40'; \qquad \tau_2 = 4 \text{ ms}.$$

Sistemul (20) se poate scrie sub forma

$$\frac{\frac{I_{1m}}{i_s}\sin(x+\gamma-\varphi_1)-1}{\frac{I_{1m}}{i_s}\sin(\gamma-\varphi_1)+1}=e^{-0,4x};$$

$$\frac{\frac{I_{2m}}{i_s}\sin(x+\gamma-\varphi_2)-1}{\frac{I_{2m}}{i_s}\sin(\pi+\gamma-\varphi_2)-1}=e^{2,5-0,8x}=12,2\ e^{-0,8x}, \tag{36}$$

în care

$$I_{km}=\frac{E\sqrt{2}}{Z_k};\quad x=\omega t_1.$$

Fiecare din cele două ecuații ale sistemului (36) se poate scrie sub forma

$$A_k\sin(\gamma-\varphi_k)+B_k\cos(\gamma-\varphi_k)+C_k=0, \tag{37}$$

în care

$$A_1=\frac{I_{1m}}{i_s}(\cos x-e^{-0,4x});$$

$$B_1=\frac{I_{1m}}{i_s}\sin x;$$

$$C_1=-1-e^{-0,4x};$$

$$A_2=\frac{I_{2m}}{i_s}(\cos x+12,2\ e^{-0,8x});$$

$$B_2=\frac{I_{2m}}{i_s}\sin x;$$

$$C_2=-1+12,2\ e^{-0,8x}.$$

Ecuația (37) admite soluția

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma-\varphi_k}{2}=\frac{-A_k\pm\sqrt{A_k^2+B_k^2-C_k^2}}{C_k-B_k},$$

soluția corespunzătoare alegîndu-se avînd în vedere că $\gamma < 0$; în cazul de față semnul corespunzător a fost plus. Ecuația (37) permite calcularea a două valori γ_1, respectiv γ_2, pentru un x ales. Rezultă astfel posibilitatea aplicării unui algoritm de calcul urmărind încadrarea soluției și apoi obținerea ei cu precizia dorită.

Circuitul a fost alimentat cu tensiuni sinusoidale avînd valorile maxime

$$E\sqrt{2} = 15;\ 24;\ 40 \text{ (volți)},$$

rezultînd

$$I_{1m} = 3{,}49;\ 5{,}58;\ 9{,}3 \text{ (mA)},$$

$$I_{2m} = 5{,}87;\ 9{,}38;\ 15{,}6 \text{ (mA)}.$$

Rezolvînd sistemul (36), s-au obținut soluțiile

$$x = 102°30';\ 60°40';\ 36°40';$$

$$\gamma = -77°;\ -59°20';\ -50°25'.$$

Corespunzător, cu relațiile (19) se calculează constantele K_1 și K_2, soluțiile fiind de forma (18):

$E\sqrt{2} = 15$ V (a) $i = 3{,}49 \sin(\omega t - 55°10') + 0{,}195\, e^{-\frac{t}{8}10^3}$ (mA),

(b) $i = 5{,}87 \sin(\omega t - 38°20') - 10{,}8\, e^{-\frac{t}{4}10^3}$ (mA),

$E\sqrt{2} = 24$ V (a) $i = 5{,}58 \sin(\omega t - 37°30') + 0{,}73\, e^{-\frac{t}{8}10^3}$ (mA),

(b) $i = 9{,}38 \sin(\omega t - 20°40') - 7{,}77\, e^{-\frac{t}{4}10^3}$ (mA),

$E\sqrt{2} = 40$ V (a) $i = 9{,}3 \sin(\omega t - 28°35') + 1{,}78\, e^{-\frac{t}{8}10^3}$ (mA),

(b) $i = 15{,}6 \sin(\omega t - 11°45') - 6{,}43\, e^{-\frac{t}{4}10^3}$ (mA).

Experimental, pentru circuitul din figura 4*a* s-au ridicat cu osciloscopul („Ribet Desjardins") curbele $u_a(t)$ și $i(t)$, pentru o tensiune dată de alimentare, pe aceeași fotografie; s-au obținut curbele din:

fig. 5 pentru $U_{a\,max} = 15$ V;

fig. 6 pentru $U_{a\,max} = 24$ V;

fig. 7 pentru $U_{a\,max} = 40$ V.

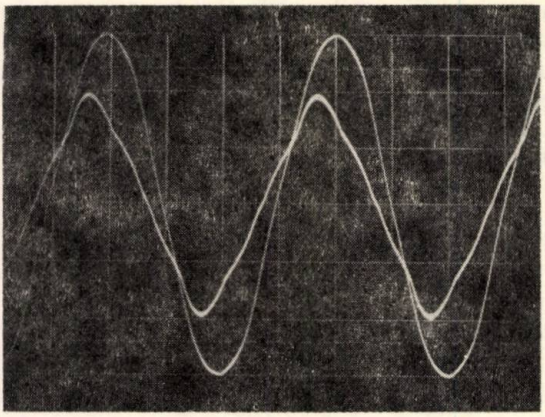


Fig. 5. — Curbele $u_a(t)$ și $i(t)$ pentru $U_{a\ max} = 15$ volți ; scări : 5V/div. ; 2,2 mA/div. ; 5 ms/div.

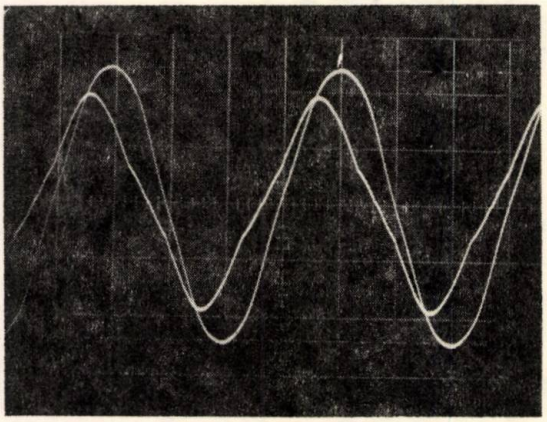


Fig. 6. — Curbele $u_a(t)$ și $i(t)$ pentru $U_{a\ max} = 24$ volți ; scări : 10V/div. ; 4,4 mA/div. ; 5 ms/div.

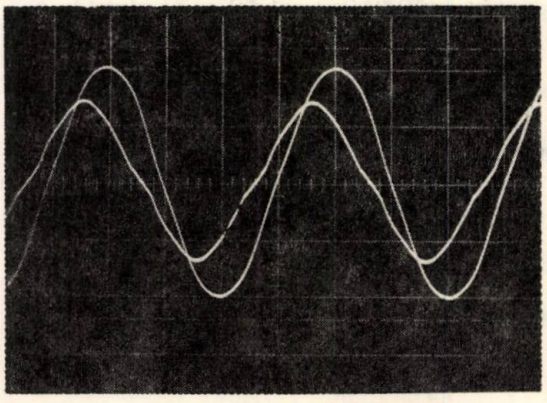


Fig. 7. — Curbele $u_a(t)$ și $i(t)$ pentru $U_{a\ max} = 40$ volți ; scări : 20 V/div. ; 11 mA/div. ; 5 ms/div.

S-a ridicat de asemenea și curba $u(i)$, pentru a verifica păstrarea formei caracteristicii elementului rezistiv neliniar; s-a constatat că caracteristica volt-amper $u(i)$ își păstrează forma din figura 4*b*, independent de valorile u și i și de viteza lor de variație, corespunzătoare frecvenței de 50 Hz; deci ipoteza că elementul rezistiv neliniar este neinerțial este justificată.

Comparînd rezultatele teoretice cu cele experimentale, s-a alcătuit următoarea tabelă comparativă:

$U_{a\,max}$ V	Mărimea		Experimental	Teoretic	%	Observații
15	t_1	ms	5,75	5,7	0,9	
	γ	°	−76°40′	−77°	0,43	
	I_{max}	mA	4,18	4,21	0,72	
24	t_1	ms	3,33	3,37	1,2	
	γ	°	−58°30′	−59°20′	1,42	
	I_{max}	mA	8,11	8,07	0,49	I_{max}(117°45′)
40	t_1	ms	2	2,02	1	
	γ	°	−49°30′	−50°25′	1,85	
	I_{max}	mA	14,5	14,1	2,83	

Pentru edificare, în figurile 8, 9 și 10 au fost trasate curbele u_a $i_{teoretic}$, $i_{experimental}$, în funcție de timp.

Examinînd tabela comparativă precum și figurile 8, 9 și 10, se poate conclude că erorile rămîn sub 5%, precizie mulțumitoare avînd în vedere sursele de erori existente:

— nu s-a ținut seamă că în sens direct conducția diodelor începe la 0,6 V;

— caracteristicile diodelor nu sînt perfect identice;

— rezistențele folosite (R_1, R_2) admit o toleranță, care nu s-a luat în considerare;

— eroarea osciloscopului poate atinge valoarea de 3%.

5. CONCLUZII ȘI OBSERVAȚII

1. Metoda propusă în §. 3 se poate utiliza și la circuitele RC serie cu capacitate neliniară, tratarea fiind similară. Condiția de trecere dintr-o zonă în alta, admițînd o variație discontinuă pentru capacitate, rezultă

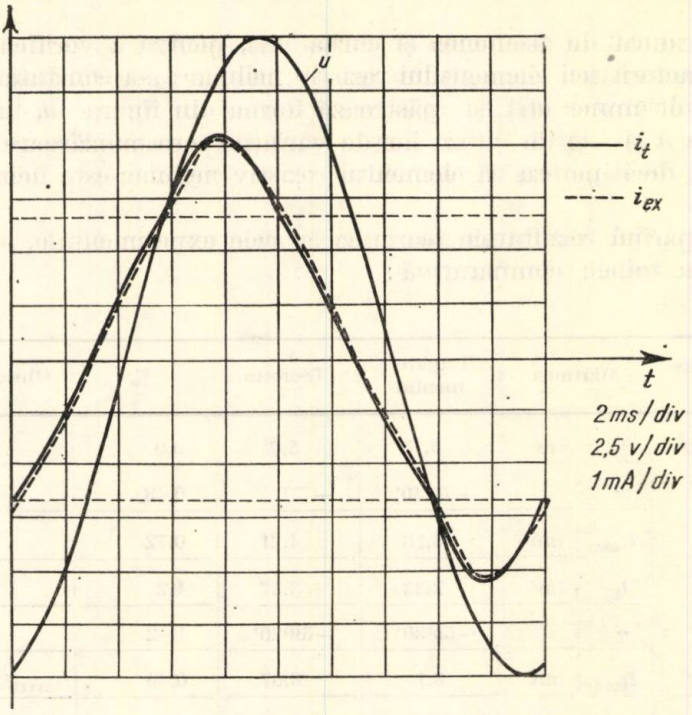


Fig. 8. — Forma teoretică şi experimentală a curentului pentru $U_{a\,max} = 15$ V.

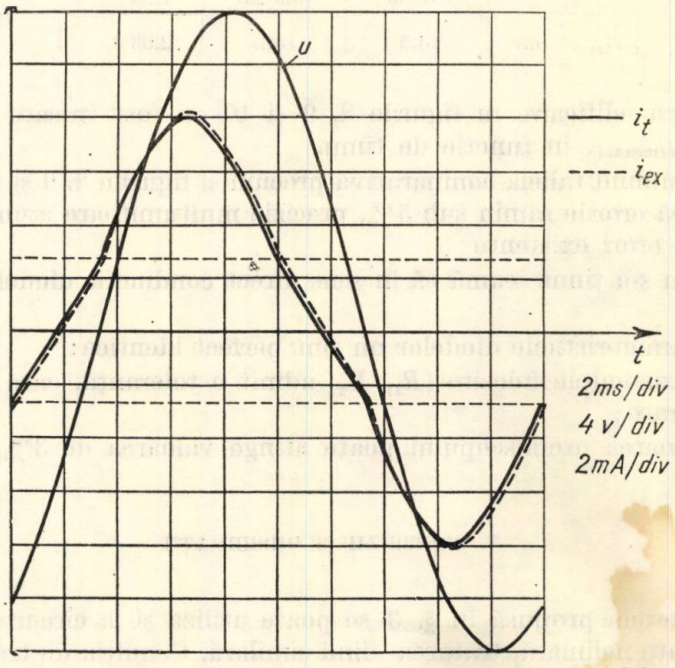


Fig. 9. — Forma teoretică şi experimentală a curentului pentru $U_{a\,max} = 24$ V.

din condiția de conservare a sarcinii electrice [5]

$$C_1 u(0^-) = C_2 u(0^+), \tag{21'}$$

care va implica o discontinuitate a tensiunii la bornele condensatorului.

2. Metoda are avantajele că este directă; analiza regimului tranzitoriu din condiții inițiale oarecare, pînă la periodizarea condițiilor inițiale, implică un volum mult mai mare de calcule.

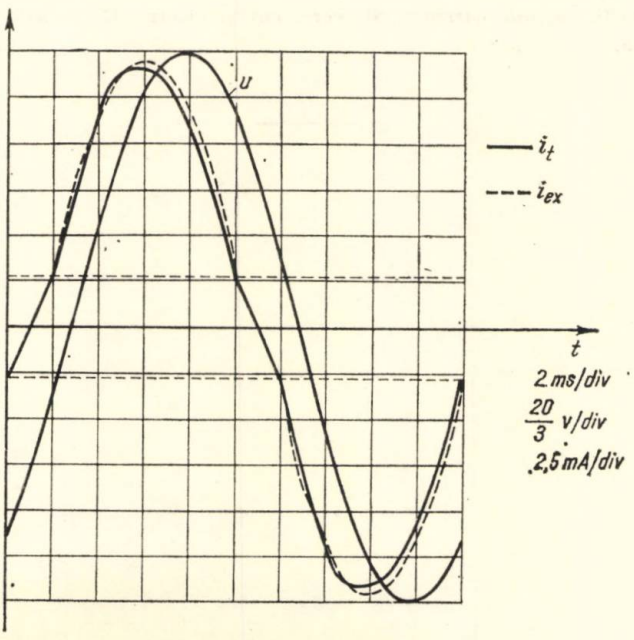


Fig. 10. — Forma teoretică și experimentală a curentului pentru $U_{a\,max} = 40$ V.

3. Soluția obținută are o expresie analitică compactă pe porțiuni.

4. Dacă elementul neliniar are caracteristică nesimetrică sau dacă aproximarea caracteristicii neliniare se face prin mai multe segmente de dreaptă, metoda e de asemenea aplicabilă, rezultînd un sistem de ecuații de regulă transcendente, dificil de rezolvat fără mijloace adecvate de calcul, deoarece numărul necunoscutelor crește.

5. În principiu, periodizarea condițiilor inițiale se poate aplica ecuațiilor unui circuit de structură și surse oarecare, neunicitatea regimului periodic permanent regăsindu-se prin mai multe seturi de soluții posibile. Însă o asemenea formulare generală a problemei, rezolvabilă numai numeric, necesită o inițializare pentru a putea fi tratată iterativ; deci practic tot un „regim tranzitoriu" se rezolvă. În plus, apare problema alegerii regimului corespunzător situației inițiale de la care se pornește calculul.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Spinei, *Contribuții privind studiul cîmpului electrocinetic în medii neliniare*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 147–59, București, 1968.
2. L. A. Bessonov, *Nelineinte electriceskie țepi*, Vîsșaia școla, Moskva, 1964.
3. P. Robinson, *Steady-state response of linear stationary systems*, Proc. IEEE, vol. 54, 1116–1117, august, 1966.
4. M. L. Liou, *Response of linear time-invariant systems due to periodic inputs*, Proc. IEEE, vol. 55, 242–243, february, 1967.
5. M. Preda, *Asupra aplicării metodei operaționale la studiul circuitelor electrice cu condiții inițiale oarecare*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 515–30, București, 1965.

CONTRIBUȚII PRIVIND DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A CARACTERISTICILOR MATERIALELOR FEROMAGNETICE ÎN CURENT ALTERNATIV

DE

W. SZABO

621.317.43.017.3

În lucrare se analizează o nouă schemă de punte pentru măsurări magnetice, propusă de autor, care permite determinarea caracteristicilor materialelor feromagnetice în regim de inducție practic sinusoidală. Se indică schema punții, se deduc condițiile de echilibru și se studiază apoi erorile, sensibilitatea și convergența punții. În încheiere se dau rezultatele încercărilor experimentale efectuate.

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea în ritm rapid a industriei constructoare de mașini electrice, aparate electrice și instalații de automatizare impune perfecționarea metodelor de măsurare a principalelor caracteristici ale materialelor feromagnetice folosite în procesul de producție. În prezent, se utilizează pentru măsurări magnetice atît instalații universale, care permit determinarea mai multor mărimi caracteristice sau relații funcționale, cît și instalații specializate, destinate determinării unei singure mărimi. Dintre instalațiile universale cele bazate pe metoda punții s-au impus în ultimul timp, din ce în ce mai mult în practica metrologică, datorită unor calități deosebite [1].

Punțile folosite pentru măsurări magnetice trebuie să îndeplinească unele condiții specifice:

— să asigure regimul de magnetizare dorit (inducție sinusoidală sau cîmp magnetic sinusoidal);

— să nu modifice curentul în circuitul de magnetizare al probei în timpul echilibrării schemei;

— aparatele utilizate pentru controlul inducției sau cîmpului magnetic să nu influențeze regimul de magnetizare stabilit.

Majoritatea punţilor utilizate în prezent în domeniul frecvenţelor joase (Maxwell-Wien, Hay, Owen, Hohle) sînt punţi clasice cu patru braţe, care au fost concepute iniţial pentru măsurarea parametrilor circuitelor electrice. Utilizate pentru măsurări magnetice ele prezintă un dezavantaj esenţial: prezenţa unei rezistenţe în circuitul de magnetizare al probei limitează măsurările la inducţii maxime de 1 T în cazul tablei silicioase laminate la cald şi la circa 1,5 T pentru tabla texturată. La inducţii mai mari apare o deformare puternică a fluxului în miezul feromagnetic, iar pierderile magnetice măsurate vor fi sensibil diferite de cele reale, fiind necesară introducerea unor corecţii [2].

În lucrarea de faţă se analizează o nouă schemă de punte, propusă de autor [3], care permite efectuarea unor măsurări în regim de inducţie practic sinusoidală, în limite mai largi de variaţie a acesteia. Schema este, în principiu, o punte cu laturi cuplate magnetic, posedînd proprietăţile şi avantajele acestora [4]—[6].

2. SCHEMA PUNŢII. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR MATERIALULUI DE ÎNCERCAT

Schema propusă (fig. 1) se bazează pe utilizarea unui comparator magnetic de curent CC, elementele de comparaţie fiind rezistenţa variabilă R şi condensatorul variabil C. În prima ramură a punţii se conectează bobina-probă, avînd un miez feromagnetic închis, confecţionat din materialul de încercat. Puntea este destinată pentru măsurări după

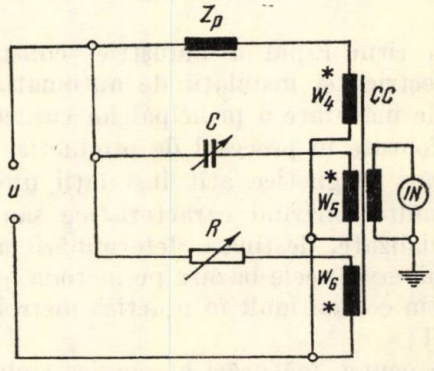


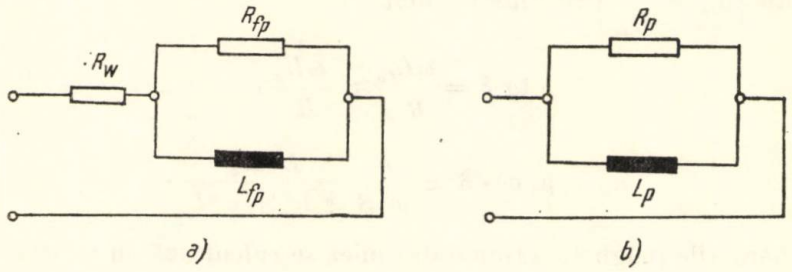
Fig. 1. — Schema punţii cu comparator de curent.

schema echivalentă paralel a bobinei cu miez feromagnetic, în varianta ei simplificată (fig. 2 *b*), în care rezistenţa R_w a înfăşurării de magnetizare este înglobată în R_p şi L_p.

Comparatorul magnetic de curent se construieşte astfel ca parametrii reziduali ai înfăşurărilor $w_4 - w_6$ să fie neglijabili în comparaţie cu rezistenţele sau reactanţele elementelor principale ale schemei.

Considerînd deci cuplaje magnetice perfecte între înfăşurări şi neglijînd rezistenţele acestora, ecuaţia de echilibru a punţii va fi

$$w_4\underline{I}_1 + w_5\underline{I}_2 - w_6\underline{I}_3 = 0, \tag{1}$$



a) b)

Fig. 2. — Schemele echivalente paralel ale bobinei cu miez feromagnetic.

în care :

$$\underline{I}_1 = U\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L_p}\right),$$

$$\underline{I}_2 = j\,\omega\, CU, \tag{2}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U}{R}.$$

Înlocuind relaţiile (2) în (1) rezultă următoarele condiţii de echilibru :

$$R_p = \frac{w_4}{w_6} R \quad \text{şi} \quad L_p = \frac{w_4}{w_5}\,\frac{1}{\omega^2 C}. \tag{3}$$

Măsurînd cu puntea parametrii R_p şi L_p, componentele permeabilităţii complexe $\underline{\mu}$, definite prin relaţia

$$\frac{1}{\underline{\mu}} = \frac{1}{\mu_1} + j\,\frac{1}{\mu_2}, \tag{4}$$

se determină astfel [7] :

$$\mu_1 = \frac{lL_{fp}}{w^2 S} = \frac{l}{w^2 S} L_p\left(1 - 2\frac{R_w}{R_p}\right), \tag{5}$$

$$\mu_2 = \frac{lR_{fp}}{\omega w^2 S} = \frac{l}{\omega w^2 S} R_p\left[1 - \frac{R_w}{R_p}\left(1 - \frac{R_p^2}{\omega^2 L_p^2}\right)\right].$$

Aici s-au notat cu l — lungimea medie a circuitului magnetic al bobinei-probă, S — aria secţiunii miezului şi w — numărul de spire ale bobinei.

Avînd în vedere că în majoritatea cazurilor $R_w \ll R_p$ se pot neglija factorii de corecţie din relaţiile de mai sus, adică se poate admite că $R_{fp} = R_p$ şi $L_{fp} = L_p$ (v. figura 2).

Tangenta unghiului de pierderi a probei şi permeabilitatea dinamică aparentă $\left(\mu_m = \frac{B_m}{H_m}\right)$ rezultă imediat:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\omega L_{fp}}{R_{fp}} \approx \frac{\omega L_p}{R_p}, \tag{6}$$

$$\mu_m = \mu_1 \cos \delta \approx \frac{l}{w^2 S} \frac{L_p R_p}{\sqrt{R_p^2 + \omega^2 L_p^2}}. \tag{7}$$

Pierderile magnetice totale din miez se calculează cu relaţia

$$P_f = \frac{U^2}{R_p} - U^2 \left(\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{\omega^2 L_p^2}\right) R_w, \tag{8}$$

unde U este valoarea efectivă a tensiunii aplicate bobinei şi care se măsoară cu un voltmetru de impedanţă internă mare. Primul termen al membrului drept din relaţia (8) reprezintă puterea activă totală absorbită de bobină, iar al doilea termen — pierderile disipate prin efect Joule-Lenz în înfăşurarea de magnetizare şi care este de obicei neglijabil.

Inducţia maximă în miez la care trebuie determinate caracteristicile materialului magnetic, se stabileşte după indicaţiile unui voltmetru de valori medii, conectat la o înfăşurare secundară a probei.

Trebuie subliniat că toate relaţiile date mai sus se referă la situaţia în care inducţia şi cîmpul magnetic din miezul de încercat sînt sinusoidale. În caz contrar, datorită faptului că puntea are indicatorul de nul acordat pe frecvenţa fundamentală, se obţin permeabilităţile corespunzătoare primelor armonici ale inducţiei B şi cîmpului H. De asemenea, la calculul pierderilor trebuie ţinut cont de termenul de corecţie datorit puterii disipate de armonicile superioare de curent în rezistenţele circuitului de magnetizare [2].

3. ASUPRA UNOR PROPRIETĂŢI ALE PUNŢII CU COMPARATOR

Domeniul de măsurare. Prezenţa în condiţiile de echilibru a celor două rapoarte de numere de spire conferă acestei punţi domenii de măsurării foarte largi. Dacă se consideră, de exemplu, că rapoartele $\frac{w_4}{w_5}$ şi $\frac{w_4}{w_6}$ pot avea valori cuprinse între 1/1 şi 1/100, ceea ce se realizează fără dificultăţi, puntea va putea măsura—utilizînd o cutie de rezistenţe în decade de 111.111 Ω şi o cutie de condensatoare în decade de 11,11μF — rezistenţe de pierderi de $1-10^6$ Ω şi inductanţe de $10^{-3}-10^3$ H (la frecvenţa industrială), acoperind cu uşurinţă întreaga gamă posibilă de valori ale mărimilor R_p şi L_p.

În cazul cînd sînt necesare domenii de măsurări mai largi, puntea se poate alimenta prin intermediul unui transformator de raport [3]. Acest montaj trebuie evitat dacă încercările se fac la inducţii ridicate şi pe probe mari (cum ar fi aparatul Epstein), condiţii în care curentul de magnetizare este relativ mare şi poate provoca erori datorită căderilor de tensiune pe înfăşurările transformatorului de raport.

Limitele de frecvenţă. Puntea cu comparator de curent, ca şi punţile în formă de T, are caracteristica deosebită că sursa de alimentare şi indicatorul de nul au un punct comun. Legarea la pămînt a acestui punct elimină necesitatea de a se recurge la o ecranare multiplă şi complicată a elementelor componente, precum şi la orice formă specială de legare la pămînt (dispozitiv Wagner). Această proprietate face posibilă folosirea punţii, practic fără modificări, începînd de la frecvenţa de 50 Hz şi pînă la frecvenţe de ordinul zecilor de kHz, limita superioară de frecvenţă fiind determinată de efectele reziduale ale elementelor componente şi nu de vreun dezavantaj legat de schema punţii.

Limitele de inducţie. Prin lipsa elementelor conectate în serie cu proba, puntea cu comparator permite realizarea circuitului de magnetizare cu o rezistenţă foarte mică, asigurînd un regim de inducţie practic sinusoidală, într-un domeniu larg de variaţie a acesteia. Astfel, măsurările la frecvenţa industrială cu această punte se pot efectua în regim de inducţie sinusoidală şi fără corecţii suplimentare pentru puterea disipată de armonicile superioare, de la inducţiile cele mai mici pînă la inducţii maxime de 0,7—0,75 din inducţia de saturaţie B_s la tabla silicioasă laminată la cald şi chiar (0,8—0,85) B_s la tabla texturată (v. par. 7). În cazul măsurărilor la frecvenţe mai ridicate, distorsiunile curentului de magnetizare fiind mai reduse, limita maximă a inducţiei creşte.

Alte proprietăţi. Puntea cu comparator poate fi echilibrată, după cum rezultă din relaţiile (3) şi prin schimbarea numerelor de spire w_5, w_6. Această proprietate se poate folosi la realizarea unor punţi automate numerice, în care apar ca elemente de comparaţie rezistenţe şi condensatoare fixe.

Puntea se poate utiliza şi pentru măsurări în regim de cîmp magnetic sinusoidal sau în regim de magnetizare mixtă. În primul caz este necesară conectarea în serie cu proba a unei rezistenţe suplimentare, a cărei valoare să depăşească de 10—20 de ori impedanţa probei. În cel de-al doilea caz înfăşurarea secundară a probei se alimentează de la o sursă stabilizată de curent continuu, înseriind în circuit o bobină cu inductanţă mare, pentru limitarea curenţilor alternativi induşi de fluxul variabil din miez.

Se menţionează că puntea cu comparator se pretează nu numai la măsurări magnetice, ci, în general, la determinarea parametrilor bobinelor de inductanţă.

4. ERORILE PUNŢII CU COMPARATOR

Sursele principale de erori ale punţii sînt rezistenţele înfăşurărilor comparatorului de curent. De asemenea, apar erori datorite inductivităţilor de dispersie ale acestor înfăşurări şi capacităţilor parazite între spire şi între înfăşurări. Analiza acestor erori prezintă o importanţă deo-

sebită, deoarece permite stabilirea unor măsuri constructive corespunzătoare, în vederea realizării instalației cu o precizie ridicată.

ERORI DATORITE REZISTENȚELOR ȘI INDUCTIVITĂȚILOR DE DISPERSIE

Pentru stabilirea expresiei erorilor determinate de rezistențele și inductivitățile de dispersie ale comparatorului, se scriu ecuațiile celor trei circuite ale punții, considerînd că indicatorul de nul utilizat este de tip electronic, cu impedanța de intrare $Z_0 = \infty$:

$$\begin{aligned}(\underline{Z}_p + \underline{Z}_{44})\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_{45}\,\underline{I}_2 - \underline{Z}_{46}\,\underline{I}_3 &= \underline{U},\\ \underline{Z}_{45}\,\underline{I}_1 + (\underline{Z}_c + \underline{Z}_{55})\,\underline{I}_2 - \underline{Z}_{56}\,\underline{I}_3 &= \underline{U},\\ -\underline{Z}_{46}\,\underline{I}_1 - \underline{Z}_{56}\,\underline{I}_2 + (R + \underline{Z}_{66})\,\underline{I}_3 &= \underline{U}.\end{aligned} \tag{9}$$

În relațiile de mai sus $\underline{Z}_{44} = r_4 + \mathrm{j}\,\omega\,L_{44}$, $\underline{Z}_{55} = r_5 + \mathrm{j}\,\omega\,L_{55}$, $\underline{Z}_{66} = r_6 + j\,\omega\,L_{66}$, $\underline{Z}_{45} = \mathrm{j}\omega L_{45}$, $\underline{Z}_{46} = \mathrm{j}\omega L_{46}$, $\underline{Z}_{56} = \mathrm{j}\omega L_{56}$, $\underline{Z}_c = \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}$, iar $\underline{Z}_p$ reprezintă impedanța probei (s-au notat cu r_4, r_5, r_6 rezistențele înfășurărilor w_4, w_5, w_6 ale comparatorului).

Rezolvînd sistemul (9) în raport cu $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$, înlocuind apoi expresiile obținute pentru curenți în ecuația de echilibru a punții

$$\underline{Z}_{04}\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_{05}\,\underline{I}_2 - \underline{Z}_{06}\,\underline{I}_3 = 0,$$

unde $\underline{Z}_{04} = \mathrm{j}\omega L_{04}$, $\underline{Z}_{05} = \mathrm{j}\omega L_{05}$, $\underline{Z}_{06} = \mathrm{j}\omega L_{06}$ și neglijînd termenii mici de ordinul doi, rezultă pentru $\underline{Y}_p = \dfrac{1}{\underline{Z}_p}$ relația :

$$\underline{Y}_p = \tag{10}$$

$$= \frac{\underline{Z}_{06}\,(\underline{Z}_c + \underline{Z}_{55} + \underline{Z}_{56}) - \underline{Z}_{05}\,(R + \underline{Z}_{66} + \underline{Z}_{56})}{\underline{Z}_{04}\,R(\underline{Z}_c + \underline{Z}_{55} - \underline{Z}_{45}) + \underline{Z}_{04}\underline{Z}_c(\underline{Z}_{66} + \underline{Z}_{46}) - \underline{Z}_{05}R(\underline{Z}_{44} - \underline{Z}_{45}) - \underline{Z}_{06}\underline{Z}_c(\underline{Z}_{44} + \underline{Z}_{46})}.$$

Separînd părțile reale și imaginare, se obțin cele două condiții de echilibru exacte ale punții, care se pot pune sub forma :

$$G_p = \frac{w_6}{w_4}\,\frac{1}{R}\,(1 + \varepsilon_G), \qquad B_p = \frac{w_5}{w_4}\,\omega C\,(1 + \varepsilon_B), \tag{11}$$

ε_G și ε_B fiind erorile relative cu care se determină $G_p = \dfrac{1}{R_p}$ și $B_p = \dfrac{1}{\omega L_p}$ din (3).

Descompunînd erorile ε_G şi ε_B în cîte două componente [8], prima determinată de rezistenţele r_4, r_5, r_6, iar a doua de inductivităţile de dispersie λ_{45}, λ_{46} ..., ale înfăşurărilor w_4, w_5, w_6, rezultă :

$$\varepsilon'_G = G_p\left[\left(r_4 - \frac{w_4}{w_6}\, r_6\right) - \frac{1}{\operatorname{tg}^2\delta}\left(r_4 + \frac{w_4}{w_5} r_5\right)\right]; \tag{12}$$

$$\varepsilon''_G = \frac{\lambda_{04} - \lambda_{06}}{w_0^2} R_m + \frac{1}{L_p}\left[\lambda_{54} + \frac{w_4}{w_5}\lambda_{45} + \lambda_{64} - \frac{w_4}{w_6}\lambda_{46} + \frac{w_4}{w_6}\lambda_{56} - \right.$$

$$\left. - \frac{w_4}{w_5}\lambda_{65} + \frac{w_4^2}{w_0^2}\left(1 - \frac{w_5}{w_4}\right)(\lambda_{04} - \lambda_{06}) + \frac{w_4^2}{w_0^2}\left(1 + \frac{w_6}{w_4}\right)(\lambda_{04} - \lambda_{06})\right]; \tag{13}$$

$$\varepsilon'_B = G_p\left[2r_4 + \frac{w_4}{w_5} r_5 - \frac{w_4}{w_5} r_6\right]; \tag{14}$$

$$\varepsilon''_B = \frac{\lambda_{04} - \lambda_{05}}{w_0^2} R_m + \frac{1}{L_p}\left[\lambda_{54} + \frac{w_4}{w_5}\lambda_{45} + \frac{w_4^2}{w_0^2}\left(1 - \frac{w_5}{w_4}\right)(\lambda_{04} - \lambda_{05})\right] +$$

$$+ \frac{\omega \operatorname{tg}\delta}{R_p}\left[\frac{w_4}{w_6}\lambda_{46} - \lambda_{64} - \frac{w_4^2}{w_0^2}\left(1 + \frac{w_6}{w_4}\right)(\lambda_{04} - \lambda_{06})\right], \tag{15}$$

În relaţiile (12)—(15) $\operatorname{tg}\delta$ reprezintă tangenta unghiului de pierderi a probei, iar R_m — reluctanţa miezului magnetic al comparatorului.

Din aceste expresii rezultă măsurile de ordin constructiv necesare pentru a asigura o precizie mare măsurărilor :

— reluctanţa miezului comparatorului să fie cît mai mică, deci permeabilitatea magnetică iniţială cît mai mare ;

— înfăşurările să fie uniform distribuite pe miez şi pe cît posibil astfel ca rezistenţele şi inductivităţile de dispersie ale acestora să fie proporţionale cu numerele de spire ;

— înfăşurările de lucru w_4, w_5, w_6 să ocupe aceeaşi poziţie faţă de înfăşurarea de detecţie w_0.

Avînd în vedere valorile pe care le au în mod obişnuit mărimile ce intră în expresiile erorilor stabilite mai sus, rezultă că ε'_G şi ε'_B sînt cuprinse între $10^{-3} - 10^{-1}$ %, iar ε''_G şi ε''_B între $10^{-4} - 10^{-3}$ %. În consecinţă, aceste erori sînt neglijabile în raport cu celelalte erori care intervin în măsurări.

ERORI DATORITE CAPACITĂȚILOR PARAZITE

În figura 3 se indică capacitățile parazite care apar la o punte cu trei ramuri, în ipoteza că înfășurarea de detecție a comparatorului de curent este ecranată electrostatic față de celelalte înfășurări.

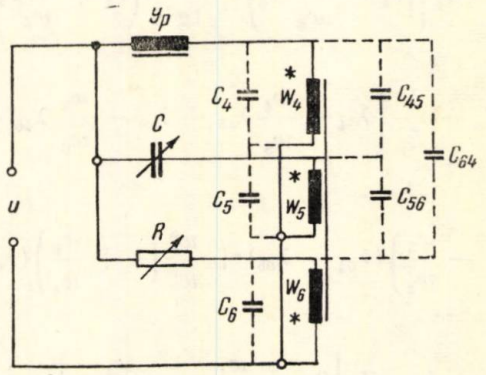


Fig. 3. — Capacitățile parazite care apar la puntea cu comparator.

Întrucît analiza cantitativă a influenței simultane a tuturor capacităților parazite este deosebit de dificilă, în cele ce urmează se stabilesc erorile pe care le provoacă fiecare dintre aceste capacități, în parte, asupra parametrilor G_p și B_p.

Influența capacității C_{45}. Pe baza schemei de calcul din figura 4 se determină cei trei curenți din ramurile punții :

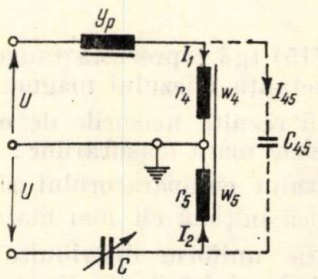


Fig. 4. — Schemă de calcul.

$$\underline{I}_1 = \underline{U}\,\underline{Y}_p\,(1 - \mathrm{j}\omega C_{45}\,r_4) + \underline{U}\mathrm{j}\omega C\,\mathrm{j}\omega C_{45}\,r_5,$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}\,\mathrm{j}\omega C\,(1 - \mathrm{j}\omega C_{45}\,r_5) + \underline{U}\,\underline{Y}_p\,\mathrm{j}\omega C_{45}\,r_4, \qquad (16)$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}\,\frac{1}{R}.$$

Înlocuind aceste relații în ecuația de echilibru (1), se obține :

$$\underline{Y}_p = -\frac{w_5}{w_4} j\omega C\left[1 - j\omega C_{45} r_5\left(1 - \frac{w_4}{w_5}\right) + jwC_{45} r_4\left(1 - \frac{w_5}{w_4}\right)\right] + \tag{17}$$

$$+ \frac{w_6}{w_4}\frac{1}{R}\left[1 + j\omega C_{45} r_4\left(1 - \frac{w_5}{w_4}\right)\right].$$

Pe baza acestei relații se pot determina erorile ε_G''' și ε_B''' cu care se calculează conductanța, respectiv susceptanța probei din condițiile de echilibru (3) :

$$\varepsilon_G''' = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta}\omega C_{45}\left[r_5\left(\frac{w_4}{w_5} - 1\right) + r_4\left(\frac{w_5}{w_4} - 1\right)\right],$$

$$\varepsilon_B''' = \operatorname{tg}\delta \cdot \omega C_{45} r_4\left(\frac{w_5}{w_4} - 1\right). \tag{18}$$

În mod analog se determină erorile date de capacitățile C_{56} și C_{64} :
— pentru capacitatea C_{56}

$$\varepsilon_G''' = -\frac{1}{\operatorname{tg}\delta}\omega C_{56} r_5\left(1 + \frac{w_6}{w_5}\right),$$

$$\varepsilon_B''' = \operatorname{tg}\delta\omega\, C_{56} r_6\left(1 + \frac{w_5}{w_6}\right); \tag{19}$$

— pentru capacitatea C_{64}

$$\varepsilon_G''' = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta}\omega C_{64} r_4\left(1 + \frac{w_6}{w_4}\right),$$

$$\varepsilon_B''' = \operatorname{tg}\delta\,\omega\, C_{64}\left[r_6\left(1 + \frac{w_4}{w_6}\right) - r_4\left(1 + \frac{w_6}{w_4}\right)\right]. \tag{20}$$

Influența simultană a capacităților C_4, C_5, C_6. Curenții din ramurile punții sînt :

$$\underline{I}_1 = \underline{U}\,\underline{Y}_p\,(1 - j\omega C_4 r_4),$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}\, j\omega C\,(1 - j\omega C_5 r_5), \tag{21}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}\frac{1}{R}(1 - j\omega C_6 r_6).$$

Înlocuind expresiile curenţilor în ecuaţia de echilibru şi procedînd ca mai sus rezultă :

$$\varepsilon_G''' = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta}\omega\,(r_4 C_4 - r_5 C_5),$$

$$\varepsilon_B''' = \operatorname{tg}\delta\omega\,(r_4 C_4 - r_6 C_6). \tag{22}$$

În mod obişnuit capacităţile parazite sînt de ordinul sutelor de pF, iar erorile capacitive la $f = 50$ Hz, date de relaţiile (18) —(22) vor fi cuprinse între 10^{-5} —10^{-2}%, adică sînt cu totul neglijabile. Aceste erori pot fi menţinute în limite acceptabile şi la frecvenţe ridicate dacă se iau măsuri constructive adecvate ca micşorarea numerelor de spire, micşorarea rezistenţelor înfăşurărilor etc.

5. SENSIBILITATEA PUNŢII CU COMPARATOR

Fluxul magnetic din miezul comparatorului de curent în stare dezechilibrată, în ipoteza că se utilizează un indicator de nul electronic cu impedanţa de intrare foarte mare, se determină din relaţia

$$w_4 \underline{I}_1 + w_5 \underline{I}_2 - w_6 \underline{I}_3 = R_m \underline{\Phi}, \tag{23}$$

în care :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U} - \mathrm{j}\omega w_4 \underline{\Phi}}{\underline{Z}_p}, \quad \underline{I}_2 = \mathrm{j}\omega C\,(\underline{U} - \mathrm{j}w_5 \underline{\Phi}), \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U} + \mathrm{j}\omega w_6 \underline{\Phi}}{R}. \tag{24}$$

Aici s-au neglijat parametrii reziduali ai înfăşurărilor comparatorului.

Înlocuind în (23) expresiile curenţilor, rezultă :

$$\underline{\Phi} = \underline{U}\,\frac{\dfrac{w_4}{\underline{Z}_p} + w_5\,\mathrm{j}\omega C - \dfrac{w_6}{R}}{R_m + \mathrm{j}\omega\left(\dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2\,\mathrm{j}\omega C + \dfrac{w_6^2}{R}\right)}. \tag{25}$$

Tensiunea indusă în înfăşurarea de detecţie a comparatorului este

$$\underline{U}_0 = -\mathrm{j}\omega w_0 \underline{\Phi} = -\underline{U} w_0\,\frac{\dfrac{w_4}{\underline{Z}_p} + w_5\,\mathrm{j}\omega C - \dfrac{w_6}{R}}{\dfrac{R_m}{\mathrm{j}\omega} + \dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2\,\mathrm{j}\omega C + \dfrac{w_6^2}{R}}. \tag{26}$$

Dacă se consideră drept parametru variabil rezistența R, la o variație a acesteia cu ΔR în jurul valorii de echilibru tensiunea la bornele indicatorului de nul va avea expresia

$$\Delta \underline{U}_0 = - \underline{U} w_0 \frac{\dfrac{\Delta R}{R} \dfrac{w_6}{R}}{\dfrac{R_m}{j\omega} + \dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j\omega C + \dfrac{w_6^2}{R}}, \tag{27}$$

iar sensibilitatea relativă de tensiune

$$S_R^U = \lim_{\Delta R \to 0} \frac{\dfrac{\Delta U_0}{\Delta R}}{\dfrac{R}{R}} = - w_0 \underline{U} \frac{1}{R} \frac{w_6}{\dfrac{R_m}{j\omega} + \dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j\omega C + \dfrac{w_6^2}{R}}. \tag{28}$$

Considerînd ca parametru variabil condensatorul C, se obține următoarea expresie pentru sensibilitatea relativă de tensiune

$$S_C^U = \lim_{\Delta C \to 0} \frac{\dfrac{\Delta U_0}{\Delta C}}{\dfrac{C}{C}} = - w_0 U \frac{w_5 j\omega C}{\dfrac{R_m}{j\omega} + \dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j\omega C + \dfrac{w_6^2}{R}}. \tag{29}$$

În cazul cînd parametrii variabili sînt numerele de spire w_5 și w_6 rezultă :

$$S_{w_5}^U = S_C^U \text{ și } S_{w_6}^U = - S_R^U. \tag{30}$$

Dacă în relațiile (28) și (29) se înlocuiesc R prin $\dfrac{w_6}{w_4} R_p$ și ωC prin $\dfrac{w_4}{w_5} \dfrac{1}{\omega L_p}$, se obțin :

$$S_R^U = - w_0 \underline{U} \frac{1}{\dfrac{R_m R_p}{j\omega w_4} + (w_4 + w_6) + \dfrac{j}{\operatorname{tg} \delta}(w_5 - w_4)}; \tag{31}$$

$$S_C^U = w_0 \underline{U} \frac{\dfrac{j}{\operatorname{tg} \delta}}{\dfrac{R_m R_p}{j\omega w_4} + (w_4 + w_6) + \dfrac{j}{\operatorname{tg} \delta}(w_5 - w_4)}. \tag{32}$$

Din aceste relații reiese că sensibilitatea relativă de tensiune poate fi mărită prin :

— micșorarea reluctanței R_m a miezului feromagnetic al comparatorului ;

— creşterea tensiunii de alimentare U;

— mărirea numărului de spire w_0 ale înfăşurării de detecţie a comparatorului de curent.

Trebuie subliniat faptul că sensibilitatea poate fi mărită mai uşor la puntea cu comparator decît la punţile clasice, ceea ce reprezintă un avantaj deosebit.

Dacă puntea se dimensionează în mod corespunzător, se obţin sensibilităţi mult mai mari decît la schemele clasice (Maxwell-Wien sau Hay).

6. CONVERGENŢA PUNŢII CU COMPARATOR

Analiza convergenţei punţii, adică a rapidităţii procesului de echilibrare a acesteia, prezintă un interes practic deosebit, în special în cazul cînd se recurge la o echilibrare automată.

Convergenţa poate fi caracterizată prin unghiul de convergenţă γ_c [9], definit ca unghiul sub care se interesectează curbele — loc geometric ale vîrfului fazorului $\underline{U}_0$ la reglarea cîte unuia dintre cei doi parametri variabili ai punţii. Convergenţa cea mai bună (ideală) are loc cînd $\gamma_c = \pm \frac{\pi}{2}$. În acest caz, numărul de reglări succesive ale parametrilor variabili pentru obţinerea echilibrului punţii este minim.

Pentru determinarea unghiului de convergenţă al punţii cu comparator de curent se consideră expresia (26), care poate fi pusă sub forma

$$\underline{U}_0 = - \underline{U} \frac{\underline{A}}{\underline{B}}, \tag{33}$$

în care:

$$\underline{A} = \frac{w_0 w_4}{\underline{Z}_p} + w_0 w_5 j \omega C - \frac{w_0 w_6}{R}, \tag{34}$$

$$\underline{B} = \frac{R_m}{j \omega} + \frac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j \omega C + \frac{w_6^2}{R}. \tag{35}$$

Dacă R şi C sînt parametrii variabili ai punţii, derivatele $\frac{\partial \underline{U}_0}{\partial R}$ şi $\frac{\partial \underline{U}_0}{\partial C}$ reprezintă tangentele la curbele — loc geometric ale vîrfului fazorului $\underline{U}_0$, iar unghiul de convergenţă γ_c va fi tocmai unghiul dintre aceste tangente:

$$\gamma_c = \arg \frac{\partial \underline{U}_0}{\partial R} - \arg \frac{\partial \underline{U}_0}{\partial C}. \tag{36}$$

Avînd în vedere relaţia (33) se obţine :

$$\frac{\partial \underline{U}_0}{\partial R} = \frac{\overline{U}}{\underline{B}^2}\left(\underline{B}\frac{\partial \underline{A}}{\partial R} - \underline{A}\frac{\partial \underline{B}}{\partial R}\right),$$

$$\frac{\partial \underline{U}_0}{\partial C} = \frac{\underline{U}}{\underline{B}^2}\left(\underline{B}\frac{\partial \underline{A}}{\partial C} - \underline{A}\frac{\partial \underline{B}}{\partial C}\right).$$

În cazul cînd se examinează comportarea punţii în apropierea echilibrului se poate considera $\underline{A} = 0$ şi astfel :

$$\gamma_c = \arg\frac{\partial \underline{A}}{\partial R} - \arg\frac{\partial \underline{A}}{\partial C}. \tag{37}$$

Din relaţiile (37) şi (33) rezultă :

$$\gamma_c = -\frac{\pi}{2}.$$

Dacă se consideră drept parametri variabili ai punţii numerele de spire w_5 şi w_6, unghiul de convergenţă va fi

$$\gamma_c = \arg\frac{\partial \underline{A}}{\partial w_5} - \arg\frac{\partial \underline{A}}{\partial w_6} = \frac{\pi}{2}.$$

Se constată că în ambele cazuri puntea cu comparator are convergenţă ideală în apropierea echilibrului.

Analiza comportării punţii numai în apropierea echilibrului nu oferă o imagine completă asupra proprietăţilor sale, întrucît convergenţa într-o stare îndepărtată de echilibru se deosebeşte, în general, de cea din preajma acestuia. Deosebirea poate fi mare la unele punţi, îngreunînd mult procesul de echilibrare sau făcîndu-l chiar imposibil de efectuat.

Examinarea comportării schemei în cazul unui dezechilibru mare necesită analiza expresiei tensiunii de ieşire $\underline{U}_0$. Metoda analitică de analiză a convergenţei, utilizată uneori la punţile clasice cu patru laturi, este greoaie în acest caz, deoarece expresia tensiunii $\underline{U}_0$ este destul de complexă. Din acest motiv în cele ce urmează se va recurge la o analiză grafică.

Pentru ilustrarea proprietăţilor de echilibrare ale schemei se utilizează curbele de echilibrare, care reprezintă variaţia tensiunii de ieşire $\underline{U}_0$ în planul complex, la reglarea cîte unuia dintre cei doi parametri variabili ai punţii, notaţi cu p şi q. Ele constau din două familii de curbe :

$$\begin{aligned} &\underline{U}_0 = f(p, q_k), \quad 0 \leqslant p \leqslant p_{\max}, \quad k = 1, 2, \ldots, n; \\ &\underline{U}_0 = f(p_j, q), \quad 0 \leqslant q \leqslant q_{\max}, \quad j = 1, 2, \ldots m. \end{aligned} \tag{38}$$

Dacă parametrii variabili p şi q ai punţii sînt rezistenţa R şi condensatorul C, expresia tensiunii de ieşire $\underline{U}_0$ pentru p variabil şi q constant poate fi pusă sub forma :

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{a} + p\underline{b}}{\underline{d} + p\underline{e}}, \tag{39}$$

în care $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{d}$, $\underline{e}$ sînt constante complexe.

Locul geometric al funcţiei $\underline{U}_0$ în planul complex la variaţia parametrului p este un cerc, al cărui centru este afixul numărului complex

$$\underline{W} = \frac{j}{2} \frac{\begin{vmatrix} \underline{a} & \underline{b} \\ \underline{d}^* & \underline{e}^* \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathrm{Re}(\underline{d}) & \mathrm{Im}(\underline{d}) \\ \mathrm{Re}(\underline{e}) & \mathrm{Im}(\underline{e}) \end{vmatrix}}. \tag{40}$$

Curbele de echilibrare $\underline{U}_0/U = f(R)$ pentru $C = \mathrm{ct}$ şi $\underline{U}_0/U = f(C)$ pentru $R = \mathrm{const.}$ sînt date în figura 5. Aceste curbe au fost trasate numai pentru R cuprins între 1 000 — 40 000 Ω şi C cuprins între 0 — 0,7 μF. Calculele s-au făcut cu datele comparatorului de curent realizat în cadrul laboratorului de măsurări electrice al Institutului politehnic Braşov ($w_0 = 1500$ spire, $w_4 = 5$ spire, $w_5 = w_6 = 500$ spire, $R_m = 2{,}5 \cdot 10^4$ Asp/Wb) şi pentru valorile $R_p = 150\ \Omega$, $\omega L_p = 150\ \Omega$ ale impedanţei de măsurat.

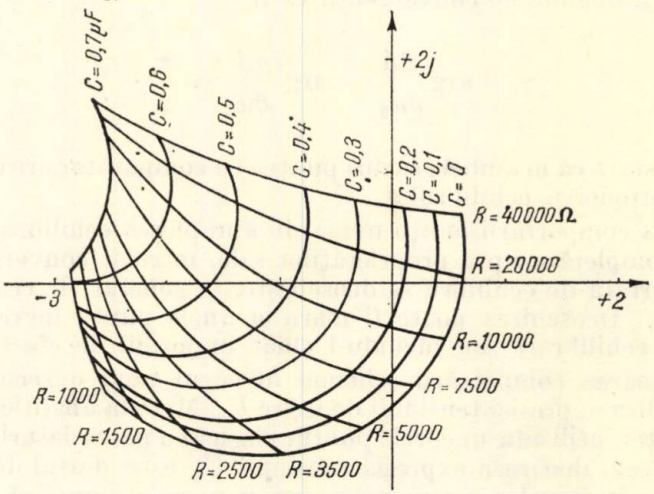


Fig. 5. — Curbele de echilibrare ale punţii cu comparator.

La alte valori ale impedanţei Z_p se obţin familii de curbe similare ca alură, însă deplasate faţă de originea axelor de coordonate.

În figura 6 se indică cu linii îngroşate variaţia tensiunii de ieşire $\underline{U}_0$ în timpul procesului de echilibrare al punţii, în cazurile cînd se utilizează un indicator de nul obişnuit (fig. 6*a*) sau un indicator sensibil la fază (fig. 6*b*). În primul caz se reglează unul din parametrii variabili ai punţii pînă la obţinerea semnalului minim (în modul) la ieşire, după care

se reglează celălalt parametru pînă cînd tensiunea se reduce la un nou minim. Operația se repetă pînă la realizarea echilibrului. În cel de-al doilea caz se reglează fiecare parametru variabil pînă la anularea uneia dintre cele două componente (reală sau imaginară) ale tensiunii de ieșire $\underline{U}_0$. După cîteva reglări succesive se obține echilibrul schemei.

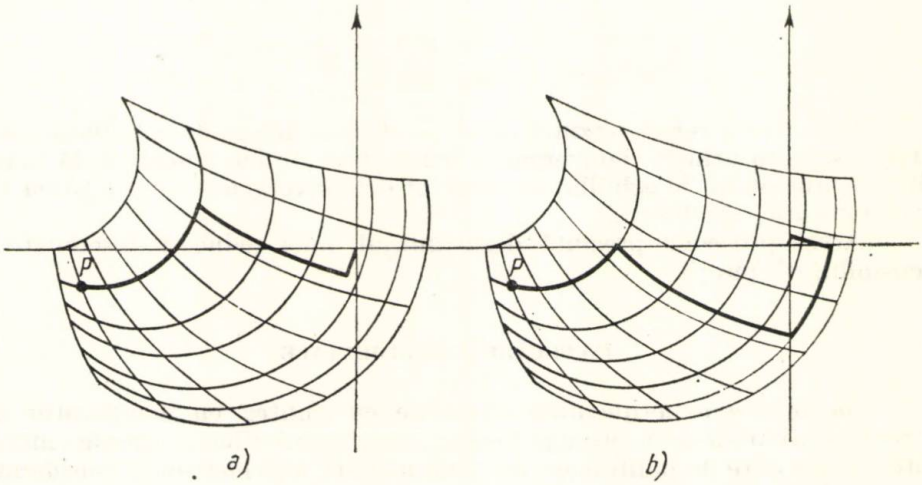


Fig. 6. — Variația tensiunii de ieșire U_0 în timpul procesului de echilibrare.

Se constată că în ambele cazuri, chiar dacă există un dezechilibru inițial însemnat, se poate echilibra schema cu un număr redus de reglări ale parametrilor variabili, puntea, avînd și în această situație o convergență bună. Încercările experimentale efectuate au confirmat această calitate prețioasă a punții cu comparator de curent.

Un studiu similar poate fi efectuat și pentru cazul în care parametrii variabili p și q sînt numerele de spire w_5 și w_6. Curbele de echilibrare $\underline{U}_0/\underline{U} = f(w_5)$ pentru $w_6 = \text{const.}$ și $\underline{U}_0/\underline{U} = f(w_6)$ pentru $w_5 = \text{const.}$ care se obțin vor fi asemănătoare cu cele din figura 5, însă nu vor fi alcătuite din arce de cerc.

Fenomenul de variație a convergenței schemei în timpul procesului de echilibrare poate fi eliminat dacă comparatorul de curent lucrează în regim de scurtcircuit. Acesta se poate realiza fie prin utilizarea unui indicator de nul cu impedanța de intrare extrem de redusă, fie prin scurtcircuitarea înfășurării de detecție cu o rezistență foarte mică r, la bornele căreia se conectează un indicator de nul obișnuit. Astfel fluxul în miezul comparatorului devine apropiat de zero, iar tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea de detecție va avea expresia

$$\underline{U}_e = -w_0 \underline{U} \frac{\dfrac{w_4}{\underline{Z}_p} + w_5 j\omega C - \dfrac{w_6}{R}}{\dfrac{R_m}{j\omega} + \dfrac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j\omega C + \dfrac{w_6^2}{R} + \dfrac{w_0^2}{r_0 + r}}, \tag{41}$$

unde r_0 este rezistența înfășurării w_0.

Avînd în vedere că

$$\frac{w_0^2}{r_0 + r} \geqslant \left| \frac{R_m}{j\omega} + \frac{w_4^2}{\underline{Z}_p} + w_5^2 j\omega C + \frac{w_6^2}{R} \right|,$$

tensiunea de ieşire a punţii va fi

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_e \frac{r}{r_0 + r} = -\frac{U}{w_0} r \left(\frac{w_4}{\underline{Z}_p} + w_5 j\omega C - \frac{w_6}{R} \right). \tag{42}$$

Din ultima relaţie rezultă că în acest caz curbele de echilibrare sînt drepte şi, prin urmare, convergenţa schemei va rămîne neschimbată în tot timpul procesului de echilibrare, unghiul de convergenţă fiind egal cu cel corespunzător echilibrului.

Acest procedeu prezintă dezavantajul unei reduceri însemnate a sensibilităţii punţii.

7. ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE

Încercările experimentale efectuate cu puntea cu comparator de curent au avut ca scop principal compararea pierderilor magnetice măsurate cu cele date de punţile clasice şi de metoda wattmetrului, considerată ca metodă standard. De asemenea, s-a urmărit comportarea calitativă a

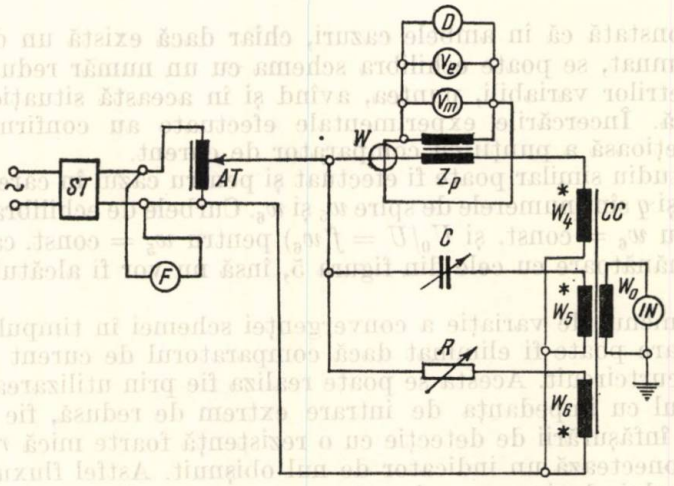


Fig. 7. — Schema montajului utilizat pentru măsurarea simultană a pierderilor cu puntea cu comparator şi prin metoda wattmetrului.

acestei punţi în ceea ce priveşte sensibilitatea, convergenţa, erorile de măsurare etc.

S-au efectuat trei categorii principale de încercări:

— măsurarea simultană a pierderilor cu puntea Maxwell-Wien şi prin metoda wattmetrului;

— măsurarea simultană a pierderilor cu puntea Hay şi prin metoda wattmetrului;

— măsurarea simultană a pierderilor cu puntea cu comparator şi prin metoda wattmetrului.

Încercările s-au făcut la frecvenţa de 50 de Hz pe trei probe diferite: un aparat Epstein de 25 de cm cu benzi din tablă silicioasă de 0,5 mm,

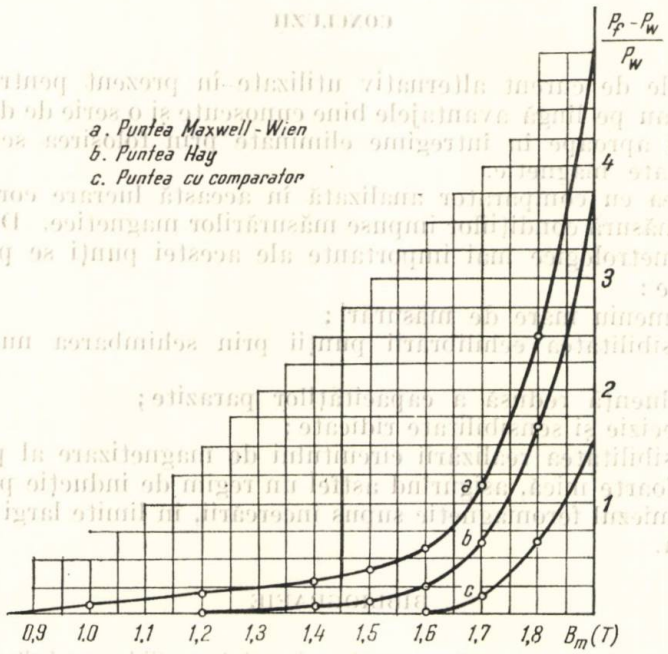


Fig. 8. — Diferenţele dintre pierderile măsurate prin metoda punţii şi prin metoda wattmetrului, în funcţie de B_m.

un tor din tablă silicioasă de 0,5 mm şi un tor dintr-un material magnetic cu ciclu de histerezis dreptunghiular — HCR Alloy.

În figura 7 se dă schema montajului utilizat pentru măsurarea simultană şi în aceleaşi condiţii a pierderilor magnetice cu puntea cu comparator şi prin metoda wattmetrului.

Analizînd rezultatele obţinute s-au constatat următoarele:

1. Valorile pierderilor măsurate cu puntea cu comparator, în domeniul de inducţii 0 — 1 T, coincid cu cele obţinute cu punţile clasice sau prin metoda wattmetrului.

2. În cazul măsurărilor efectuate la inducţii mai mari de 1T apar diferenţe între pierderile măsurate prin metoda punţii şi prin metoda wattmetrului, datorită puterii disipate de armonicile superioare de curent în rezistenţele circuitului de magnetizare. În figura 8 se indică aceste diferenţe raportate la pierderile măsurate cu wattmetrul, pentru torul din tablă silicioasă. Se observă că diferenţele cele mai reduse apar la puntea cu comparator, ceea ce se explică prin rezistenţa mică a circuitului de magnetizare a probei (circa 1Ω, faţă de minimum 6 — 7 Ω la punţile Maxwell-Wien şi Hay). Prin măsuri constructive adecvate, această rezistenţă poate

fi micşorată la puntea cu comparator pînă la 0,1 — 0,2Ω şi se pot obţine astfel rezultate mai concludente.

3. Dacă măsurările se fac pe probe din materiale magnetice de înaltă calitate, diferenţele dintre pierderile măsurate prin cele patru metode încep să apară la inducţii mai apropiate de saturaţie.

CONCLUZII

Punţile de curent alternativ utilizate în prezent pentru măsurări magnetice au pe lîngă avantajele bine cunoscute şi o serie de dezavantaje, care pot fi aproape în întregime eliminate prin folosirea schemelor cu laturi cuplate magnetic.

Puntea cu comparator analizată în această lucrare corespunde în mai mare măsură condiţiilor impuse măsurărilor magnetice. Dintre caracteristicile metrologice mai importante ale acestei punţi se pot remarca următoarele:

— domeniu mare de măsurări;

— posibilitatea echilibrării punţii prin schimbarea numerelor de spire;

— influenţă redusă a capacităţilor parazite;

— precizie şi sensibilitate ridicate;

— posibilitatea realizării circuitului de magnetizare al probei cu o rezistenţă foarte mică, asigurînd astfel un regim de inducţie practic sinusoidală în miezul feromagnetic supus încercării, în limite largi de variaţie ale acesteia.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Szabo, *Determinarea pierderilor magnetice prin metoda punţii în curent alternativ*, Electrotehnica, **15**, *7*, 257—263 (1967).
2. — *Cu privire la utilizarea punţilor de curent alternativ pentru măsurarea pierderilor magnetice la inducţii mari*, Metrologia aplicată, **17**, *12*, 549—554 (1970).
3. — *O punte cu comparator de curent pentru măsurarea pierderilor magnetice*, Electrotehnica, **18**, *8*, 295—300 (1970).
4. R. Calvert, *The transformer ratio — arm bridge*, Instruments and Control Systems, *34*, 102—106 (1961).
5. H. A. Clark, P. B. Vanderlyn, *Double-ratio a.c. bridges with inductively coupled ratio-arms*, Proceedings I.E.E., *96*, p. III, 189—202 (1949).
6. J. K. Choudury, S. N. Bhattacharyya, *A. C. magnetic measurements with a bridge network employing inductively — coupled ratio-arms*, Proceedings IEE **112**, *9*, 1778—1782 (1965).
7. W. Szabo, *Unele consideraţii privind măsurarea permeabilităţii materialelor magnetice prin metoda punţii. Calitatea produselor şi metrologie* (sub tipar).
8. A. Millea, C. Buzatu, *On errors of transformer — arm bridges*, Acta Imeko, RU—282, 499—506 (1967).
9. K. Karandeyev, *Bridge and potentiometer methods of electrical measurements*, Moscova, Peace Publishers, p. 142.

COMPORTAREA ÎN SARCINĂ A UNOR OSCILOMOTOARE SINCRONE

DE

CAROL SAAL

621.313.323

După sublinierea importanței impedanței de mișcare la oscilomotoarele sincrone și a introducerii unor premise de calcul, se deduce expresia impedanței electrice echivalente oscilomotorului electromagnetic parametric alimentat cu curent pulsatoriu. Se examinează parametrii impedanței electrice echivalente serie a oscilomotorului și se evaluează factorul de putere al acestuia, care poate fi numai inductiv. Se extinde teoria oscilomotorului sincron bifazat reactiv, determinîndu-se expresia reactanței pe fază a oscilomotorului în funcționare, ca și o formulă îmbunătățită pentru calculul factorului de putere. Se regăsesc rezultate anterioare ca niște cazuri particulare.
Încercările experimentale efectuate verifică teoria elaborată.

Teoria oscilomotoarelor electrice este încă deficitară în prevederea comportării acestora, deși aceste mașini electrice se afirmă în prezent în anumite domenii ale acționărilor electrice. Lacuna menționată se explică în principal prin lipsa unei scheme echivalente la multe dintre aceste oscilomotoare, în majoritate mașini sincrone cu excitație în curent continuu sau cu magneți permanenți ori de tip reactiv.

Plecînd de la ecuația de funcționare a oscilomotorului sincron, în această lucrare se caută expresiile analitice ale impedanțelor electrice de mișcare pentru unele tipuri de oscilomotoare. Determinarea impedanțelor de mișcare permite stabilirea schemei echivalente a oscilomotorului și deci prevederea comportării acestuia în regim stabilizat pe difierite tipuri de sarcină mecanică.

1. IMPEDANȚA ELECTRICĂ DE MIȘCARE

Cu presupunerea că tensiunile și curenții, vitezele și forțele pot fi asimilate în regim stabilizat de funcționare cu mărimi sinusoidale funcție de timp, ecuația de funcționare a unui oscilomotor sincron va fi de forma

$$\underline{U} = -\underline{U}_e + \underline{Z}_0\underline{I}, \tag{1}$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 891—906, 1971

unde :

$\underline{U}, \underline{I}$ reprezintă sinorii tensiunii pe faza de lucru, respectiv a curentului,

$\underline{U}_e$ — sinorul tensiunii electromotoare induse prin mişcarea armăturii în înfăşurarea de lucru,

$\underline{Z}_0$ — impedanţa electrică în complex a înfăşurării de lucru, armătura fiind imobilă într-o poziţie mediană.

În lipsa mişcării, este evident că $\underline{U}_e = 0$. Dacă se denumeşte *impedanţă de mişcare* mărimea complexă $\underline{\zeta}$ care satisface relaţia

$$\underline{\zeta} = -\frac{\underline{U}_e}{\underline{I}}, \tag{2}$$

atunci impedanţa electrică echivalentă înfăşurării de lucru cînd armătura execută o mişcare sinusoidală va fi

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{\zeta}. \tag{3}$$

Din punct de vedere fizic apare necesar ca $\underline{\zeta}$ să se anuleze în lipsa mişcării armăturii mobile a oscilomotorului ; urmează că

$$\lim_{Z_m \to \infty} \underline{\zeta} = 0, \tag{4}$$

unde $\underline{Z}_m$ reprezintă impedanţa mecanică în complex a echipajului mobil al agregatului oscilomotor — receptor mecanic oscilant,

$$\underline{Z}_m = \frac{\underline{F}}{\underline{V}}, \tag{5}$$

$\underline{F}$ şi $\underline{V}$ fiind imaginile în complex ale forţei electromagnetice exercitate asupra armăturii mobile, respectiv vitezei instantanee a acesteia.

În [1] s-a arătat că determinarea impedanţei electrice de mişcare $\underline{\zeta}$ conţine posibilitatea măsurării pe cale electrică a unor parametri mecanici ai receptorului. Cunoaşterea funcţiei $\underline{\zeta}\,(\underline{Z}_m)$ permite în fond studierea proprietăţilor oscilomotorului concret studiat pe baza cunoaşterii impedanţei electrice echivalente $\underline{Z}$, ca la o maşină sincronă convenţională. Impedanţa de mişcare $\underline{\zeta}(\underline{Z}_m)$ poate fi interpretată ca o impedanţă mecanică raportată la impedanţa electrică, indicînd influenţa primei mărimi asupra celei de-a doua.

2. PREMISE DE CALCUL

În situaţia în care regimul stabilizat electromecanic al oscilomotorului concret examinat este descris de diferite mărimi periodice nesinusoidale funcţie de timp, dar apropiate de cele sinusoidale, la care prima armonică este foarte importantă în raport cu armonicile superioare, se vor reţine numai armonicile fundamentale.

Se va aprecia că viteza instantanee a armăturii mobile este descrisă de o funcţie armonică de timp. Această ipoteză este foarte apropiată de

realitate, deoarece sistemul oscilant are un factor mecanic de calitate ridicat şi se comportă selectiv faţă de armonicile forţei electromagnetice care acţionează asupra armăturii mobile ca forţă activă. Aproximaţia mişcării sinusoidale este în conexiune cu condiţia ca sistemul oscilant să rămînă aproape conservativ. Apare justificată şi aproximarea forţei electromagnetice prin fundamentala sa.

Receptorul mecanic oscilant va fi presupus cu o conexiune, prevăzut cu elemente mecanice bilaterale liniare.

3. OSCILOMOTOARE ELECTROMAGNETICE CU CURENT PULSATORIU

3.1. IMPEDANŢA ELECTRICĂ ECHIVALENTĂ

În categoria oscilomotoarelor cu curent pulsatoriu intră vibratoarele electromagnetice în doi timpi, ca şi oscilomotorul parametric electromagnetic, inventat de M. Marinescu. Schema electrică de principiu a acestor oscilomotoare este indicată în figura 1, unde D_1, D_2 semnifică diode redresoare.

Fie tensiunea de borne

$$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi). \tag{6}$$

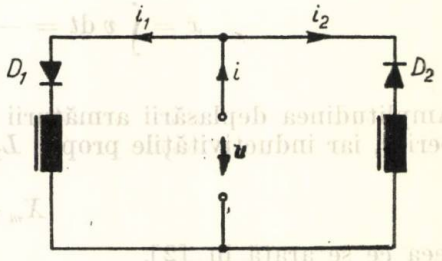


Fig. 1

Neglijînd influenţa sarcinii oscilomotorului asupra formei curenţilor de fază şi prelungirea acestora în jumătăţile de perioadă blocate datorită energiei acumulate în cîmpul magnetic al bobinelor de fază, curenţii de fază în regim permanent vor fi descrişi de funcţiile

$$i_1 = \begin{cases} I\sqrt{2}\sin\omega t, & t \in \left(0, \dfrac{T}{2}\right), \\ 0, & t \in \left(\dfrac{T}{2}, T\right). \end{cases} \qquad i_2 = \begin{cases} 0, & t \in \left(0, \dfrac{T}{2}\right), \\ I\sqrt{2}\sin\omega t, & t \in \left(\dfrac{T}{2}, T\right), \end{cases} \tag{7}$$

unde T reprezintă perioada tensiunii de alimentare ($T = 2\pi/\omega$).

Dacă se presupune că miezurile feromagnetice ale oscilomotorului nu sînt saturate, inductivităţile proprii L_1, L_2 ale celor două căi de curent între care inductivităţile mutuale sînt practic neglijabile în raport cu inductivităţile proprii nu depind de curent. În consecinţă, aceste inductivităţi pot fi considerate numai funcţii de deplasarea instantanee x a armăturii faţă de poziţia sa mediană. Cînd armătura se găseşte în această poziţie, $x = 0$ şi

$$L_1(0) = L_2(0) = L_0.$$

Folosind dezvoltarea în serie MacLaurin şi reţinînd numai primii doi termeni ai dezvoltării, se obţine

$$L_1(x) \simeq L_1(0) + \frac{x}{1!}\left(\frac{\mathrm{d}L_1}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = L_0 + lx,$$

cu

$$l = \left(\frac{\mathrm{d}L_1}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -\left(\frac{\mathrm{d}L_2}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0}. \tag{8}$$

Aşadar,

$$L_s(x) \simeq L_0 + (-1)^{1+s} lx \quad (s = 1;\ 2). \tag{9}$$

Viteza instantanee v şi deplasarea instantanee x ale armăturii mobile fiind în regim stabilizat funcţii armonice, avînd aceeaşi pulsaţie ca şi tensiunea de alimentare a înfăşurărilor de lucru, se poate scrie

$$v = V\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha), \tag{10}$$

$$x = \int v\,\mathrm{d}t = -\frac{V\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \alpha). \tag{10'}$$

Amplitudinea deplasării armăturii $X_m = V\sqrt{2}/\omega$ este însă mărginită superior, iar inductivităţile proprii L_1, L_2 nu pot fi decît pozitive. De aceea

$$X_m < L_0/l, \tag{11}$$

ceea ce se arată în [2].

Forţa electromagnetică instantanee rezultantă care se exercită asupra armăturii feromagnetice mobile se calculează aplicînd a doua teoremă a forţelor generalizate lagrangiene în cîmpul magnetic. Luînd drept coordonată generalizată deplasarea instantanee x a armăturii faţă de poziţia sa mediană şi notînd cu W_m energia acumulată în cîmpul magnetic al bobinelor de fază, se deduce

$$f_{em} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_{i_s=\text{const}} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2)_{i_s=\text{const}} = \frac{1}{2}\left(i_1^2\frac{\mathrm{d}L_1}{\mathrm{d}x} + i_2^2\frac{\mathrm{d}L_2}{\mathrm{d}x}\right),$$

cu $s = 1, 2$. Avînd în vedere egalităţile (9), se obţine expresia

$$f_{em} = \frac{1}{2}(i_1^2 - i_2^2).$$

Această expresie a forţei instantanee rezultante axiale presupune implicit că nu depinde de amplitudinea mişcării, ci numai de curenţii de fază

i_1, i_2. Descompunîndu-i pe aceştia în serie Fourier, se obţin formele echivalente

$$i_1 = I\sqrt{2}\left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos(2k\omega t)}{4k^2-1}\right],$$

$$i_2 = I\sqrt{2}\left[-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos(2k\omega t)}{4k^2-1}\right]. \tag{12}$$

Forţa instantanee f_{em} devine

$$f_{em} = \begin{cases} \dfrac{lI^2}{4}(1-\cos 2\omega t), & \text{pentru } t \in \left(0, \dfrac{1}{2}T\right), \\ -\dfrac{lI^2}{4}(1-\cos 2\omega t), & \text{pentru } t \in \left(\dfrac{1}{2}T, T\right), \end{cases}$$

iar dezvoltarea sa în serie Fourier este

$$f_{em} = -\frac{8lI^2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\sin[(2k+1)\omega t]}{(2k+3)(4k^2-1)}. \tag{13}$$

Se relevă descreşterea foarte rapidă a amplitudinilor armonicilor superioare ale forţei electromagnetice f_{em}, fundamentala sa avînd amplitudinea

$$F_{m1} = \frac{8lI^2}{3\pi}. \tag{13'}$$

Notînd cu R rezistenţa pe calea de curent în sensul de trecere al diodelor, ecuaţiile de echilibru al tensiunilor sînt

$$Ri_s + \frac{\mathrm{d}(L_s i_s)}{\mathrm{d}t} = Ri_s + L_0\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + (-1)^{1+s}\, l\,\frac{\mathrm{d}(\mathrm{x}i_s)}{\mathrm{d}t} = u, \tag{14}$$

cu $s = 1, 2$. Prima dintre aceste ecuaţii este valabilă în intervalul de timp $t \in \left(0, \dfrac{1}{2}T\right)$, iar cealaltă pentru $t \in \left(\dfrac{1}{2}T, T\right)$.

La ecuaţiile (14) se adaugă ecuaţia mişcării echipajului mobil, presupus cu frecare vîscoasă:

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + rv + k\int v\cdot\mathrm{d}t = f_{em}(t), \tag{15}$$

unde m, r, k reprezintă parametrii mecanici echivalenți ai ansamblului mobil oscilomotor — receptor mecanic oscilant, presupuși constanți. Viteza v a armăturii mobile se consideră față de statorul fix sau de masă infinită.

Rezolvarea sistemului de ecuații (14), (15) comportă evidente complicații de calcul. O rezolvare aproximativă care permite însă sesizarea anumitor aspecte de ordin fizic se poate obține după cum urmează. Luîndu-se în ecuația mișcării (15) numai fundamentala forței $f_{em}(t)$, adică $f_1 = F_{m1} \sin \omega t$, sinorul vitezei devine

$$\underline{V} = \frac{F_{m1}}{\sqrt{2}\underline{Z}_m} = \frac{F_{m1}}{\sqrt{2}}(G_m - \mathrm{j}B_m) = Ve^{j\alpha}, \tag{16}$$

$\underline{Z}_m$ fiind impedanța mecanică complexă fundamentală, iar $\underline{Y}_m = G_m - \mathrm{j}B_m = 1/\underline{Z}_m$ admitanța mecanică fundamentală a echipajului mobil. Se știe că există relațiile

$$\underline{Z}_m = r + \mathrm{j}\left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right); \quad Z_m = \sqrt{r^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}; \tag{16'}$$

$$G_m = \frac{r}{Z_m^2}; \quad B_m = \frac{m\omega - \frac{k}{\omega}}{Z_m^2}.$$

Dacă din ecuațiile (14) se alege numai ecuația corespunzătoare fazei 1, lucrînd numai cu armonicile curentului i_1 capabile să genereze componente ale armonicii fundamentale ale cantității $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(xi_1)$, deplasarea instantanee x fiind dată de relația (10'), se ajunge la următoarea expresie în complex :

$$\underline{I} = I = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_0 + aF_{m1}(G_m - \mathrm{j}2B_m)} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_0 + bI^2(G_m - \mathrm{j}2B_m)}, \tag{17}$$

în care

$$\underline{Z}_0 = R + \mathrm{j}\omega L_0$$

este impedanța electrică corespunzătoare bobinelor din circuitul uneia dintre diodele redresoare ; în R este înglobată și rezistența de trecere a diodei, iar armătura mobilă este fixă într-o poziție mediană (R fiind rezistența activă și ωL_0 reactanța inductivă). În relația (17), mărimile constante a și b au expresiile

$$a = \frac{4l}{3\pi}; \quad b = \frac{32 \cdot l^2}{9\pi^2}. \tag{18}$$

În lucrarea [2] se indică valoarea lui b fără detalii de calcul, examinîndu-se și unele diagrame în planul complex. Nu se deduce însă expresia impedanței electrice $\underline{Z}$ echivalente oscilomotorului sau vibratorului electromagnetic în doi timpi, pornind de la relațiile (17). De aici se obține imediat

$$\underline{Z} = R + bG_m \frac{U^2}{Z^2} + \mathrm{j}\left(X_0 - 2bB_m \frac{U^2}{Z^2}\right). \tag{19}$$

Deoarece

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(\mathrm{Re}\underline{Z})^2 + (\mathrm{Im}\underline{Z})^2},$$

cu

$$\mathrm{Re}(\underline{Z}) = R + bG_m \frac{U^2}{Z^2}; \qquad \mathrm{Im}(\underline{Z}) = X_0 - 2bB_m \frac{U^2}{Z^2},$$

egalitatea (19) conduce la ecuația algebrică de gradul 6 în Z

$$Z^6 - Z_0^2 Z^4 + 2b(2B_m X_0 - G_m R)\, U^2 Z^2 - b^2(G_m^2 + 4B_m^2)\, U^4 = 0, \tag{20}$$

în care $Z_0^2 = R^2 + X_0^2$. Cu substituția

$$Z^2 = Z',$$

ecuația (20) trece în

$$Z'^3 - Z_0^2 Z'^2 + AZ' - C = 0, \tag{20'}$$

în care

$$A = 2b(2B_m X_0 - G_m R)U^2 = \frac{2b}{Z_m^2}(2X_m X_0 - rR)\, U^2, \tag{20''}$$

$$C = b^2(G_m^2 + 4B_m^2)\, U^4 \geqslant 0.$$

Prin noua substituție

$$Z' = Z'' + \frac{Z_0^2}{3}, \tag{21}$$

ecuația (20') se transformă în

$$Z''^3 + pZ'' + q = 0, \tag{22}$$

unde

$$p = A - \frac{Z_0^4}{3}; \qquad q = -\frac{2}{27} Z_0^6 + \frac{AZ_0^2}{3} - C. \tag{22'}$$

Discriminantul ecuației cubice (22) este

$$\Delta = \frac{27q^2 + 4p^2}{4 \cdot 27} = (4CZ_0^6 - A^2Z_0^4 - 18ACZ_0^2 + 4A^3 + 27C^2)\frac{1}{108}.$$

Folosind formula lui Cardan, soluția ecuației (22) este

$$Z'' = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\Delta}}.$$

Cu luarea în considerare a substituțiilor introduse se deduce că impedanța echivalentă întregului oscilomotor electromagnetic cu curent pulsatoriu este

$$Z = \sqrt{\frac{Z_0^2}{3} + Z''}. \tag{24}$$

Se verifică ușor că, dacă armătura este imobilă și în poziția sa mediană, cînd $G_m = 0$, $B_m = 0$, se calculează $\Delta = 0$, $q = -\frac{2}{27}Z_0^6$, impedanța Z devenind egală cu Z_0, cum era de așteptat.

Explicitînd pe q în funcție de mărimile A și C, care depind, la rîndul lor, de parametrii mecanici echivalenți ai sarcinii oscilomotorului, se ajunge la expresia de mai jos a impedanței electrice echivalente:

$$Z = \sqrt{\frac{Z_0^2}{3} + \sqrt[3]{\frac{Z_0^6}{27} - \frac{AZ_0^2}{6} + \frac{1}{2}C + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{Z_0^6}{27} - \frac{AZ_0^2}{6} + \frac{1}{2}C - \sqrt{\Delta}}}. \tag{24'}$$

La rezonanța mecanică $\left(Y_m = G_m = \frac{1}{r};\ m\omega - \frac{k}{\omega} = 0,\ B_m = 0,\ Z_m = r\right)$,

expresia impedanței electrice echivalente rămîne, totuși, destul de complicată.

3.2. PARAMETRII IMPEDANȚEI ELECTRICE ECHIVALENTE A OSCILOMOTORULUI

Din cele expuse anterior rezultă că în funcționarea în regim mecanic sinusoidal de deplasare a armăturii mobile rezistența electrică activă echivalentă oscilomotorului studiat are expresia

$$\mathrm{Re}(\underline{Z}) = R + R' \geqslant R, \tag{25}$$

iar reactanța electrică echivalentă devine

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}) = X = X_0 - X' \leqslant X_0. \tag{26}$$

Mai sus R şi X_0 reprezintă rezistenţa electrică activă, respectiv reactanţa electrică inductivă în poziţie centrală fixă a armăturii mobile. Parametrii R' şi X' rezultă imediat din examinarea relaţiei (19):

$$R' = \frac{bG_m U^2}{Z^2}; \quad X' = \frac{2bB_m U^2}{Z^2}. \tag{27}$$

Intervenţia modulului Z al impedanţei electrice echivalente în formulele (27) conduce la calcule complicate. Dacă se introduce cursa S_c, dublul amplitudinii deplasării armăturii în regim stabilizat, $S_c = 2X_m$, amplitudinea primei armonici a forţei electromagnetice devine

$$F_{m1} = V_m Z_m = \frac{1}{2} \omega S_c Z_m.$$

Observînd egalităţile (17), mărimile R' şi X' care modifică rezistenţa activă, respectiv reactanţa inductivă a oscilomotorului în funcţionare, capătă forma

$$R' = \frac{1}{2} a\omega G_m S_c Z_m = bG_m I^2 = aG_m F_{m1}, \tag{27'}$$

$$X' = a\omega B_m S_c Z_m = 2bB_m I^2 = 2aB_m F_{m1}.$$

Inductivitatea proprie echivalentă oscilomotorului în funcţionarea în regim sinusoidal de mişcare a armăturii sale este, prin urmare,

$$L_e = L_0 - \frac{X'}{\omega}.$$

Pe baza egalităţilor (16) rezultă

$$\arg(\underline{V}) = \alpha = -\arg(\underline{Z}_m) = \arg(G_m - jB_m)$$

şi deci

$$\sin\alpha = -\frac{B_m}{Y_m} = -\frac{m\omega - \frac{K}{\omega}}{Z_m}; \quad \cos\alpha = \frac{G_m}{Y_m} = rY_m = \frac{r}{Z_m}. \tag{28}$$

Prin intermediul unghiului de defazaj α dintre viteza instantanee şi curentul instantaneu total, rezistenţa electrică activă R_e şi inductivitatea electrică L_e, echivalente motorului în funcţionare, se pot scrie

$$R_e = \mathrm{Re}(\underline{Z}) = R + \frac{1}{2} a\omega S_c \cos\alpha, \tag{29}$$

$$L_e = \mathrm{Im}(\underline{Z}) = L_0 + aS_c \sin\alpha. \tag{29'}$$

Deoarece $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}\right]$, R_e rămîne mereu pozitiv; oscilomotorul absoarbe putere activă de la reţeaua de alimentare indiferent de natura impedanţei mecanice de sarcină a receptorului oscilant. În cazul-limită $\alpha = -\frac{\pi}{2}$, viteza v a armăturii rămîne în cvadratură în urmă faţă de fundamentala forţei electromagnetice axiale, sarcina fiind pur inerţială. În această situaţie,

$$R_e = R;\ X_e = X_0 - a\omega S_e.$$

La rezonanţa mecanică ($\alpha = 0$, $Z_m = r$), parametrii electrici R_e şi X_e sînt

$$R_e = R + \frac{1}{2}a\omega S_e;\quad X_l = X_0.$$

În fine, pentru $\alpha = \frac{\pi}{2}$ viteza este în cvadratură înaintea fundamentalei forţei electromagnetice, impedanţa mecanică fiind pur reactivă cu caracter de resort. Se obţine

$$R_e = R;\ X_e = X_0 + a\omega S_e.$$

În cazul general de funcţionare pe o sarcină oscilantă $\left(0 \neq |\alpha| \neq \frac{\pi}{2}\right)$, impedanţa electrică complexă echivalentă a oscilomotorului este

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \zeta,\ \text{cu}\ \underline{\zeta} = R' - jX'.$$

Impedanţa complexă de mişcare ζ se anulează în cazul $S_e = 0$, cînd nu există mişcare a armăturii mobile, ceea ce se verifică imediat.

3.3. CONSIDERAŢII ENERGETICE

Din expresiile deduse se constată că reactanţa echivalentă X_e în funcţionare rămîne mereu inductivă, neputîndu-se anula. Într-adevăr,

$$X_e = X_0 + a\omega S_e \sin\alpha = X_0 + \frac{4 \cdot l}{3\pi}\omega S_e \sin\alpha = X_0 + \frac{8 \cdot l}{3\pi}X_m \sin\alpha.$$

Dar, conform inegalităţii (11), $X_m < L_0/l$, încît

$$X_e = X_0\left(1 + \frac{8\sin\alpha}{3\pi}\right) = X_0\,(1 + 0{,}85\sin\alpha) > 0.$$

Aşadar, oricare ar fi sarcina mecanică a receptorului oscilant liniar, reactanţa electrică echivalentă X_e a oscilomotorului nu poate fi anulată. Factorul de putere electric al acestui oscilomotor va rămîne în permanenţă inductiv, neputînd atinge valoarea unitară. Imposibilitatea unui curent capacitiv al oscilomotorului studiat, care poate fi considerat excitat de componenta continuă a curenţilor ce parcurg bobinele sale, se poate explica fizic prin insuficienţa acestei componente pentru oricare sarcină mecanică. Expresia analitică a factorului de putere este

$$\cos\varphi = \frac{\mathrm{Re}\,(\underline{Z})}{Z} = \frac{R + 0{,}5\, a\omega S_c \cos\alpha}{\sqrt{(R + 0{,}5 a\omega\, S_c \cos\alpha)^2 + (X_0 + a\omega S_c \sin\alpha)^2}}. \tag{30}$$

La rezonanţa mecanică, factorul de putere devine

$$(\cos\varphi)_{\alpha=0} = \frac{R + 0{,}5 a\omega S_c}{\sqrt{Z_0^2 + a\omega S_c + 0{,}25\, a^2\, \omega^2\, S_c^2}}$$

sau

$$(\cos\varphi)_{\alpha=0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{X_0}{R + 0{,}5\, a\omega S_c}\right)^2}}. \tag{30'}$$

Puterea activă absorbită de la reţeaua de alimentare, neglijînd pierderile în fier, este

$$P = R_e I^2 = \frac{U^2 R_e}{Z^2} = \frac{(R + 0{,}5 a\omega S_c \cos\alpha)\, U^2}{(R + 0{,}5\, a\omega S_c \cos\alpha)^2 + (X_0 + a\,\omega S_c \sin\alpha)^2}. \tag{31}$$

Deoarece $I^2 = \dfrac{3\pi F_{m1}}{8l}$, puterea P se transformă în

$$P = R_e \cdot \frac{3\pi F_{m1}}{8l} = (R + 0{,}5\, a\omega S_c \cos\alpha)\frac{3\pi F_{m1}}{8l}. \tag{31'}$$

Puterea activă mecanică are expresia

$$P_m = rV^2 = \frac{rF_{m1}^2}{2Z_m}; \tag{32}$$

randamentul mecanic, cu neglijarea pierderilor electrice, va fi, în consecinţă

$$\eta_m = \frac{4rlF_{m1}}{3\pi Z_m(R + 0{,}5 a\omega S_c \cos\alpha)} = \frac{4rlF_{m1}}{3\pi Z_m(R + aF_{m1}G_m)}. \tag{33}$$

Randamentul mecanic η_m poate fi exprimat şi în funcţie de cursa S_c, deoarece $F_{m1} \simeq 0{,}5\omega S_c Z_m$:

$$\eta_m = \frac{2rl\omega S_c}{3\pi Z_m(R + 0{,}5a\omega S_c \cos\alpha)}. \tag{33'}$$

4. OSCILOMOTORUL SINCRON BIFAZAT REACTIV

4.1. REACTANŢA ELECTRICĂ ECHIVALENTĂ PE FAZĂ

Pentru acest tip de oscilomotor electric s-a prezentat în lucrarea [3] o teorie. S-a arătat că în ipoteza neglijării rezistenţei active a bobinelor de fază, dar a luării în consideraţie a inductivităţii de dispersie a acestor bobine, armonica fundamentală a curentului de fază este de forma

$$i_1 = I_{rm}\left\{\left[-\frac{A'^2}{2(1+k_1)}\right]\sin\omega t + \frac{k_1 A'}{1+k_1}\cos(\omega t - \alpha)\right\}, \tag{34}$$

unde

$I_{rm} = \dfrac{U_m}{X_0 + X_\sigma}$ reprezintă amplitudinea curentului de repaus pe fază, armătura mobilă fiind fixată într-o poziţie mediană, iar U_m, X_0, X_σ amplitudinea tensiunii sinusoidale de alimentare pe fază, respectiv reactanţele corespunzătoare fluxurilor magnetice util şi de dispersie,

$A' = X_m/l_0'$ — un coeficient subunitar pozitiv, raportul dintre amplitudinea X_m a deplasării instantanee a armăturii în regim stabilizat faţă de o poziţie mediană şi l_0' lungimea corectată a întrefierului longitudinal util,

$k_1 = X_0/X_\sigma$ — coeficient supraunitar pozitiv, superior în practică lui 10 (la un oscilomotor realizat, $k_1 \simeq 25$).

Unghiul α reprezintă în relaţia (34) defazajul dintre fundamentala forţei electromagnetice $F_m \cos 2\omega t$ şi viteza instantanee a armăturii mobile $v = V_m \cos(2\omega t - \alpha)$. În consecinţă

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left\{\frac{\operatorname{Im}(\underline{Z}_m)}{\operatorname{Re}(\underline{Z}_m)}\right\} = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\omega m - \dfrac{k}{2\omega}}{r}\right), \tag{35}$$

folosind parametrii mecanici echivalenţi din ecuaţia mişcării (15).

După calcule elementare, valoarea efectivă a armonicii fundamentale a curentului de fază (34) capătă forma

$$I_1 = \frac{I_{rm}}{K_m} = \frac{U}{K_m(X_0 + X_\sigma)},$$

K_m fiind coeficientul

$$K_m = \frac{2(1 + k_1)}{\sqrt{4(1+k_1)^2+A'\{[(k_1-2)^2-8]\,A'+A'^3+2[2(1+k_1)-A'^2]\,k_1 \sin\alpha\}}}. \tag{36}$$

În concluzie, reactanța totală pe fază se modifică în funcționare, devenind

$$X_s = K_m(X_0 + X_\sigma).$$

În lipsa mișcării ($A' = 0$), această reactanță X_s trece în $X_0 + X_\sigma$, deoarece $\lim_{A'\to 0} K_m = 1$. Dacă expresia din acolada relației (36) este pozitivă, coeficientul K_m este subunitar; dacă este negativă, atunci K_m devine supraunitar. Deoarece $k_1 > 10$, iar $A' \in (0,1)$, se pot neglija termenii care conțin pe A'^2, A'^3, încît cu bună aproximație coeficientul K_m poate fi scris

$$K_m \simeq \frac{2(1 + k_1)}{\sqrt{4(1 + k_1)^2 + A'\{[(k_1 - 2)^2 - 8]\,A' + 4(1 + k_1)\,k_1 \sin\alpha\}}}. \tag{36'}$$

Mărimea adimensională K_m, raport al amplitudinii curentului de repaus pe fază și valoarea efectivă a armonicii fundamentale a curentului pe fază, reprezintă o funcție de A' și $\sin\alpha$ pentru un k_1 dat, depinzînd, prin urmare, de impedanța mecanică a oscilomotorului și de natura acesteia, întrucît $\sin\alpha = \mathrm{Im}(\underline{Z}_m)/Z_m$, iar

$$A' = \frac{X_m}{l'_0} = \frac{F_m}{2l'_0 Z_m}.$$

4.2. FACTORUL DE PUTERE

Cosinusul unghiului de defazaj φ dintre tensiunea $u = U\sqrt{2}\cdot\cos\omega t$ și curentul de fază i, aproximat prin fundamentala sa (34), se poate reda prin egalitatea

$$\cos\varphi = \frac{A'k_1\cos\alpha}{\sqrt{A'^4-2A'^3k_1\sin\alpha+[k_1^2-4(1+k_1)]\,A'^2+4(1+k_1)k_1A'\sin\alpha+4(1+k_1)^2}}. \tag{37}$$

Cum însă $k_1 = X_0/X_\sigma$, în lipsa fluxului de dispersie $k_1 = \infty$, verificîndu-se că

$$\lim_{k_1\to\infty} \cos\varphi = \frac{A'\cos\alpha}{\sqrt{A'^2+4A'\sin\alpha+4}}, \tag{37'}$$

regăsindu-se formula (2.20) din lucrarea [4].

Avînd în vedere considerațiile expuse în subcapitolul 4.1 cu privire la valorile numerice ale coeficienților A' și k_1, o expresie simplificată pentru factorul de putere este

$$\cos\varphi \simeq \frac{k_1 A' \cos\alpha}{2(1+k_1)\sqrt{1+\frac{k_1 A' \sin\alpha}{1+k_1}}}. \tag{37''}$$

La rezonanța mecanică a echipajului mobil oscilomotor — receptor mecanic, unghiul $\alpha = 0$ și factorul de putere (37'') se transformă în

$$(\cos\varphi)_{\alpha=0} \simeq \frac{k_1 A'}{2(1+k_1)}. \tag{38}$$

În cazul neglijării fluxului de dispersie, $X_\sigma = 0$ și factorul de putere optim devine

$$\lim_{k_1 \to \infty} (\cos\varphi)_{\alpha=0} = \frac{1}{2} A',$$

verificînd un rezultat cunoscut din teoria simplificată a oscilomotoarelor sincrone reactive.

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

5.1. OSCILOMOTORUL ELECTROMAGNETIC CU CURENT PULSATORIU

Utilizarea relației (24) este greoaie pentru calcule. S-au executat unele verificări după o metodică ce se expune în continuare.

Inițial se ridică caracteristica $S_c(U)$, adică cursa în funcție de tensiunea de alimentare pentru diferite mase m ale armăturii mobile. Se măsoară apoi impedanța corespunzătoare oscilomotorului pe calea de curent; măsurarea se face în curent alternativ de frecvență constantă la diferitele tensiuni U menționate anterior. În acest fel se determină $\underline{Z}_0 = R + jX_0$, în R reflectîndu-se pierderile în fier, iar X_0 poate fi influențat de curenții turbionari. În timpul acestei măsurări, armătura va fi fixă în poziția sa mediană. În orice caz, $\underline{Z}_0$ este funcție de tensiunea U.

Relațiile (29) furnizează prin eliminarea unghiului de defazaj:

$$a\omega S_c = \sqrt{4(R_e - R)^2 + (X - X_0)^2}.$$

Din egalitatea (29') se scoate

$$\sin\alpha = \frac{X - X_0}{a\omega S_c}.$$

Se verifică apoi uşor factorul de putere $\cos\varphi$ şi impedanţa echivalentă a oscilomotorului, măsurate direct în funcţionare.

Pentru un prototip s-a găsit la tensiunea $U = 40$ V, cu masa armăturii mobile $m_0 = 267{,}5$ g, în gol, cursa $S_c = 6{,}1 \cdot 10^{-3}$ m. Experimental s-au măsurat $R = 7{,}85\ \Omega$; $X_0 = 35{,}6\ \Omega$; $R_e = 11{,}2$; $X = 32{,}6\ \Omega$ şi $\cos\varphi = 0{,}33$.

Cu aceste date s-au calculat

$$a\omega S_c = 7{,}33\Omega;\ \sin\alpha = -0{,}41;\ \cos\alpha = 0{,}91.$$

Factorul de putere calculat conform egalităţii (30) este 0,33, deci concordanţă foarte bună.

Dacă se calculează parametrii R_e şi X, aceştia trebuie să fie

$$R_e = R + \frac{1}{2} a\omega S_c \cos\alpha = 7{,}85 + 0{,}5 \cdot 7{,}33 \cdot 0{,}912 = 11{,}2\ \Omega;$$

$$X = X_0 + a\omega S_c \sin\alpha = 35{,}6 - 7{,}33 \cdot 0{,}41 = 32{,}6\ \Omega.$$

Rezultă $Z_e = \sqrt{R_e^2 + X^2} = 33{,}47\ \Omega$ faţă de $Z_e = 34{,}5\ \Omega$ măsurat.

Extinderea teoriei elaborate pentru tensiuni U diferite faţă de cea pentru care s-a executat verificarea prezintă însă neconcordanţe mai mari între calcul şi experiment, deoarece Z_0 este funcţie de U, pe de o parte, iar curentul pe calea de curent în alternanţa permisă se mai şi abate de la sinusoidă. Aşadar, cu toată concordanţa relativ bună pentru unii parametri, teoria elaborată poate fi apreciată ca o teorie aproximativă, care are însă meritul de a scoate în evidenţă comportarea în sarcină a oscilomotorului şi influenţa parametrilor mecanici ai sarcinii.

5.2. OSCILOMOTORUL BIFAZAT SINCRON REACTIV

Pentru verificările experimentale s-a folosit un oscilomotor bifazat sincron reactiv, descris în [4]. La funcţionarea în gol fără resort, cu tensiunea de fază de 110 V, frecvenţa $f = 25$ Hz şi o masă a armăturii $m_0 = 2{,}07$ kg, s-a realizat o cursă $S_c = 2{,}8$ mm, şi o valoare efectivă a armonicii fundamentale a curentului $I_1 = 2{,}66$ A. Pentru acest motor, coeficientul $k_1 \simeq 25$. Mărimea l_0' definită în [3], a rezultat 10,05 mm, cu care $A' = S_c/2l_0' = 0{,}28$. Coeficientul K_m, dat de relaţia (36), rezultă pentru mersul în gol, cînd $\sin\alpha \simeq 1$, de 0,89.

Prin măsurare s-a determinat, la frecvenţa de 25 Hz şi pentru o poziţie mediană fixă a armăturii mobile, $X_0 + X_\sigma = 42{,}4\Omega$. Calculînd, curentul I_1 se determină

$$I_1 = \frac{U}{K_m(X_0 + X_\sigma)} = \frac{110}{0{,}89 \cdot 42{,}4} = 2{,}9\ \text{A},$$

față de 2,66 A, rezultat din măsurare. Se poate aprecia aceasta ca o concordanță bună, avînd în vedere că în formula anterioară s-a neglijat rezistența bobinei de fază.

6. CONCLUZII

Introducerea impedanței de mișcare în studiul mașinilor electrice oscilante liniare permite dezvoltarea teoriei acestora. Studierea oscilomotorului electromagnetic parametric de tip Marinescu, alimentat cu tensiuni pulsatorii sinusoidale pe calea de curent, conduce la expresii analitice a impedanței echivalente a oscilomotorului, necunoscute în literatură. S-a dezvoltat teoria prezentată în [2], completînd-o cu noi aspecte, care permit înțelegerea mai bună din punct de vedere fizic a funcționării acestui motor oscilant. S-a ajuns și la aprecierea cantitativă a factorului de putere.

Teoria poate fi extinsă și la studiul vibratorului electromagnetic în doi timpi. Rezultatele analitice pot fi considerate însă aproximative în regimurile de funcționare în care se constată o deformare sensibilă a curentului pe calea de curent de la forma sinusoidală. Verificările experimentale efectuate arată o concordanță bună între calcul și experiment, dar ele se referă la un regim de funcționare la care abaterea curbei curentului era mică față de forma sinusoidală.

Lucrarea a abordat și extinderea teoriei oscilomotorului sincron bifazat reactiv, expusă în [3], evidențiind analitic modificarea reactanței electrice echivalente pe fază a oscilomotorului în funcție de mișcarea armăturii și de parametrii mecanici echivalenți. Se obțin rezultate îmbunătățite și cu privire la factorul de putere a oscilomotorului. Încercările experimentale verifică teoria elaborată.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Saal, *Utilizarea oscilomotoarelor electrice pentru măsurarea parametrilor receptoarelor mecanice oscilante*, Metrologia aplicată, **17**, 7, 316—319 (1970).
2. V. Baranauskas, B. Kudarauskas, *Švytuojančio judesio sinchroninio variklio, maitinamo pulsuojančia srove, charakteristikos*, Lietuvos TSR aukštuju mokyklu mokslo darbai. Elektrotechnika ir automatika, Lituania, U.R.S.S., **V**, 69—75 (1969).
3. C. Saal, *Teoria oscilomotorului bifazat sincron reactiv*, Electrotehnica, **18**, 1, 1—7 (1970).
4. — *Studii privind acționările electromecanice cu motoare liniare cu mișcare alternativă*, rezumatul tezei de doctorat, Institutul politehnic Iași, 1968.

STUDIUL ARMONICILOR DE SPAȚIU LA MOTOARELE LINIARE CU CÎMP MOBIL

DE

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.0,25.3.0,13

În lucrare se face un studiu al armonicilor de spațiu care apar la motoarele liniare cu cîmp mobil pe ale căror statoare sînt așezate înfășurări cu număr impar de poli, polii marginali fiind semibobinați. În porțiunea centrală, complet bobinată, curba rezultantă a tensiunii magnetice este o funcție periodică, căreia i se poate aplica o descompunere în serie Fourier. În porțiunile marginale, în care curba nu reprezintă o funcție periodică, s-a aplicat o metodă care permite obținerea armonicilor de spațiu.

În literatura de specialitate, studiul cîmpului electromagnetic la motorul liniar cu cîmp mobil se face, în general, plecînd de la fundamentala păturii de curent [1] — [5]. La aceste mașini, repartiția cîmpului electromagnetic în întrefier conține armonici superioare, ca și la mașinile clasice. Nu se găsesc nici un fel de indicații asupra studiului armonicilor de spațiu ale cîmpului magnetic produs de inductoare plane pe care se află înfășurări cu număr impar de poli, cu polii marginali semibobinați, deși s-a dovedit că înfășurările de acest tip dau cele mai bune rezultate din punctul de vedere al cîmpului electromagnetic din întrefier și implicit al forței [1], [2], [6].

În această lucrare se propune un studiu al armonicilor de spațiu ale cîmpului magnetic pentru un motor liniar cu cîmp mobil realizat, pe ale cărui inductoare este așezată cîte o înfășurare trifazată plană, ca cea reprezentată în figura 1. Această înfășurare a fost obținută dintr-o înfășurare cilindrică în dublu strat, avînd datele : $Z = 18$, $p = 3$, $q = 1$, secționată ca în figura 2. În urma secționării, prin desfășurare se obține un număr impar de pași polari, respectiv șapte.

Înfășurarea din figura 1 cuprinde trei domenii : un domeniu de mijloc complet bobinat și două domenii marginale semibobinate.

În figura 3 este reprezentată, la diferite momente, curba în scară a tensiunii magnetice rezultante la funcționarea în gol a mașinii, produsă

de înfăşurarea din figura 1, considerată parcursă de un sistem simetric de curenţi.

Se observă că, în zona complet bobinată, variaţia tensiunii magnetice este periodică, pe cînd la capete variaţia este oarecare. Datorită situaţiei de la capete, apar dificultăţi la stabilirea armonicilor de spaţiu.

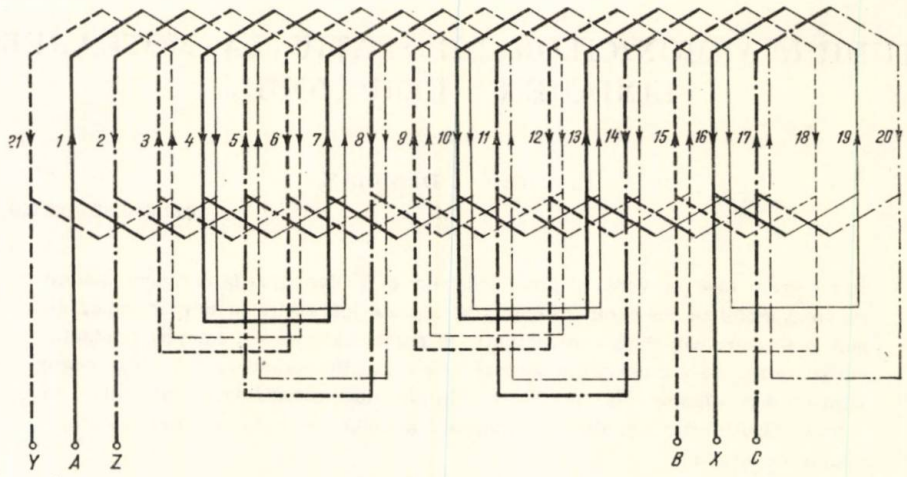


Fig. 1. — Înfăşurarea trifazată plană.

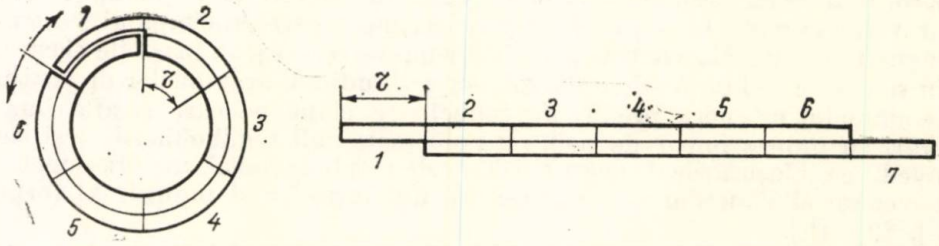


Fig. 2. — Modul de obţinere a înfăşurării plane dintr-o înfăşurare cilindrică.

1. DETERMINAREA ARMONICILOR ÎN PORŢIUNEA COMPLET BOBINATĂ

Datorită faptului că pe această porţiune curba tensiunii magnetice satisface condiţiile Dirichlet, se poate face o descompunere în serie Fourier cu perioada 2τ. Funcţia studiată este o funcţie pară $f(-x) = f(x)$, deci dezvoltarea în serie va conţine numai termeni în cosinus şi va fi de forma :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{\pi}{\tau} x, \qquad (1)$$

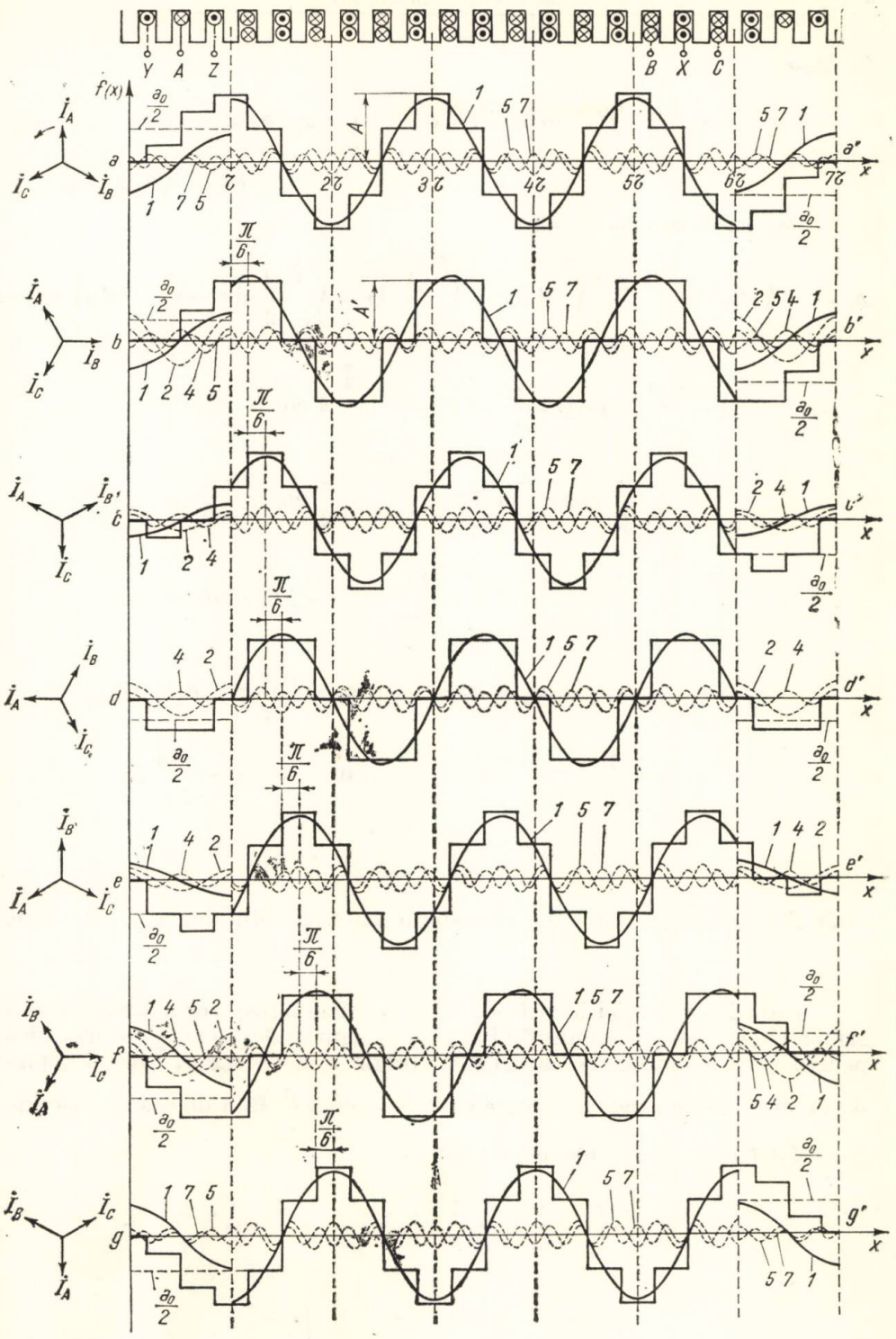


Fig. 3. — Curba rezultantă a tensiunii magnetice obținută prin construcție grafică la diferite momente și armonicile de spațiu.

în care

$$a_n = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x \qquad (2)$$

$$(n = 0, 1, 2\ldots).$$

Pentru figura 3*a* rezultă:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_0^{\frac{\tau}{6}} A\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A}{2}\,\mathrm{d}x - \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} \frac{A}{2}\,\mathrm{d}x - \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A\,\mathrm{d}x\right] = 0;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_0^{\frac{\tau}{6}} A\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$+\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{A}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\mathrm{d}x +$$

$$\left.+\int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} -A\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{2A}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}\left(1+\cos n\frac{\pi}{3}\right);$$

$$a_1 = \frac{3A}{\pi}; \quad a_2 = a_3 = a_4 = 0; \quad a_5 = \frac{3A}{5\pi}; \quad a_6 = 0;$$

$$a_7 = -\frac{3A}{7\pi}; \quad a_8 = a_9 = a_{10} = 0; \quad a_{11} = -\frac{3A}{11\pi};$$

$$a_{12} = 0; \quad a_{13} = \frac{3A}{13\pi}; \quad \ldots,$$

unde A este valoarea maximă a tensiunii magnetice din figura 3*a*, şi anume

$$A = 2I_m.$$

Datorită variaţiei identice a tensiunii magnetice, vor apărea aceleaşi armonici cu aceleaşi amplitudini şi pentru figurile 3*c*, 3*e* şi 3*g*. Se modifică pentru fiecare din aceste cazuri doar originea armonicilor, care se deplasează spre dreapta pentru fiecare cu $2\frac{\tau}{6}$, adică $\frac{\tau}{3}$ faţă de cea anterioară. Deci forma tensiunii magnetice va fi

$$f(x) = \frac{3A}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{\tau}x + \frac{1}{5}\cos 5\frac{\pi}{\tau}x - \frac{1}{7}\cos 7\frac{\pi}{\tau}x - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{11}\cos 11\frac{\pi}{\tau}x + \ldots\right). \qquad (3)$$

Din aceleași considerente ca cele de la figura 3*a*, figura 3*b* va admite o descompunere în serie Fourier, tot numai în cosinus :

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_0^{\frac{\tau}{3}} A'\,\mathrm{d}x - \int_{2\frac{\tau}{3}}^{\tau} A'\,\mathrm{d}x\right] = 0;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_0^{\frac{\tau}{3}} A'\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{2\frac{\tau}{3}}^{\tau} - A'\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{4A'}{n\pi}\sin\frac{\pi}{2}\cos n\frac{\pi}{6};$$

$$a_1 = \frac{2A'\sqrt{3}}{\pi}; \quad a_2 = a_3 = a_4 = 0; \quad a_5 = -\frac{2A'\sqrt{3}}{5\pi},$$

$$a_6 = 0; \quad a_7 = \frac{2A'\sqrt{3}}{7\pi}; \quad a_8 = a_9 = a_{10} = 0; \quad a_{11} = -\frac{2A'\sqrt{3}}{11\pi},$$

$$a_{12} = 0; \quad a_{13} = \frac{2A'\sqrt{3}}{13\pi}; \quad \ldots,$$

unde A' este valoarea maximă a tensiunii magnetice din figura 3*b*. Forma tensiunii magnetice va fi deci :

$$f(x) = \frac{2A'\sqrt{3}}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{\tau}x - \frac{1}{5}\cos 5\frac{\pi}{\tau}x + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{7}\cos 7\frac{\pi}{\tau}x - \frac{1}{11}\cos 11\frac{\pi}{\tau}x + \ldots\right). \qquad (4)$$

Din figura 3 rezultă

$$A' = A\frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (5)$$

Pentru figurile 3*d* și 3*f*, descompunerea este identică cu cea de la 3*b*, modificîndu-se doar originea armonicilor, care se deplasează spre dreapta cu $\frac{\tau}{3}$ față de cea anterioară.

Se remarcă că în porțiunea centrală, complet bobinată, apar numai armonici impare. Din armonicile impare lipsesc armonica a treia și armonicile multiplu de trei. Deci se poate afirma că, din punctul de vedere

al armonicilor, în porțiunea complet bobinată există identitate cu mașina asincronă clasică.

În figura 3 au fost reprezentate la scară : armonica fundamentală și armonicile de ordin cinci și șapte, indicate prin cifrele corespunzătoare. Celelalte armonici fiind de amplitudini mai mici, nu s-au reprezentat.

Se remarcă și aici, ca și la mașina asincronă, că raportul amplitudinilor armonicilor față de amplitudinea fundamentalei satisface egalitatea

$$\left|\frac{a_n}{a_1}\right| = \frac{1}{n}. \tag{6}$$

Se observă de asemenea că amplitudinile armonicilor de același ordin sînt egale.

2. DETERMINAREA ARMONICILOR ÎN PORȚIUNILE SEMIBOBINATE

Pentru obținerea armonicilor în porțiunile marginale s-a pornit de la ideea indicată în [7], că orice funcție $f(x)$ definită și absolut integrabilă în domeniul $[0, \tau]$ poate fi dezvoltată în serie Fourier. Dezvoltarea poate fi realizată în două moduri distincte :

a. În primul caz se face o prelungire impară a funcției $f(x)$ pe domeniul $[-\tau, 0]$. În acest caz, în virtutea imparității va trebui să se pună condiția suplimentată $f(0) = 0$. Se vor obține :

$$a_0 = a_n = 0 \qquad (n = 1,2,3,\ldots); \tag{7}$$

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x) \sin n\frac{\pi}{\tau} x \, dx \tag{8}$$

$$(n = 1,2,3,\ldots).$$

Deoarece se dau doar valorile lui $f(x)$ pentru domeniul $[0, \tau]$, se poate renunța la prelungirea efectivă a funcției $f(x)$ de pe domeniul $[0, \tau]$ pe domeniul $[-\tau, 0]$. Cu toate acestea, pentru a nu folosi greșit criteriul de convergență, este bine a se face schița graficului funcției $f(x)$ cu prelungirea ei pe segmentul $[-\tau, 0]$.

b. În al doilea caz se face o prelungire pară a funcției $f(x)$ pe domeniul $[-\tau, 0]$. În acest caz se vor obține :

$$b_n = 0 \qquad (n = 1,2,3\ldots); \tag{9}$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x) \cos n\frac{\pi}{\tau} x \, dx \tag{10}$$

$$(n = 1, 2, 3\ldots).$$

Cele două moduri de dezvoltare se aplică și domeniului $[6\tau, 7\tau]$.

În figura 4 pot fi urmărite prelungirile impare amintite mai sus pentru porțiunile marginale.

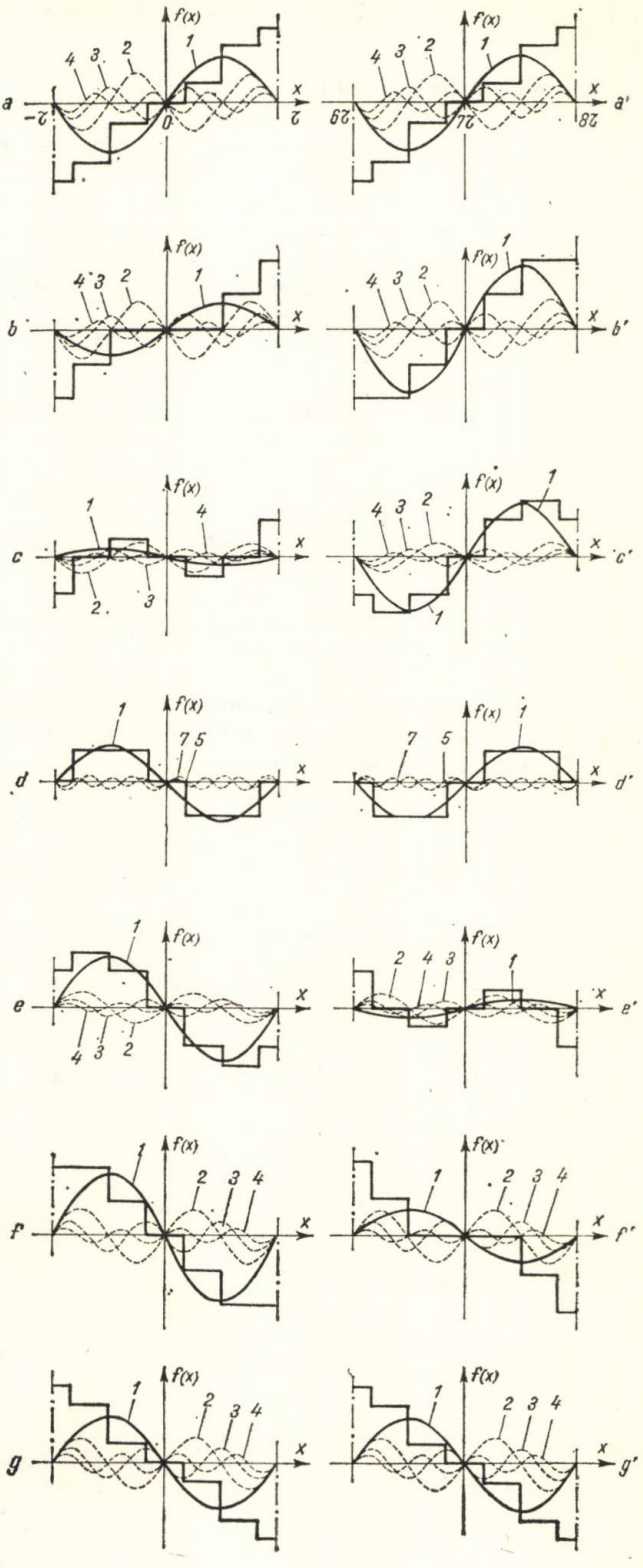


Fig. 4. — Descompunerea impară a curbei tensiunii magnetice rezultante pe porţiunile semibobinate.

Pentru figura 4*a*:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\,x\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A}{4}\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} \frac{3A}{4}\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x\right] =$$

$$= -\frac{A}{n\pi}\left[2\cos n\pi - \cos n\,\frac{\pi}{2}\left(\cos n\,\frac{\pi}{3} + 1\right)\right];$$

$$b_1 = \frac{2A}{\pi}; \quad b_2 = -\frac{5A}{4\pi}; \quad b_3 = \frac{2A}{3\pi}; \quad b_4 = -\frac{3A}{8\pi};$$

$$b_5 = \frac{2A}{5\pi}; \quad b_6 = -\frac{2A}{3\pi}; \quad b_7 = \frac{2A}{7\pi}; \quad b_8 = -\frac{3A}{16\pi}; \ldots$$

Pentru figura 4*a'*, armonicile sînt identice, deoarece prelungirea impară a curbei este identică cu porțiunea $[0, \tau]$ din figura 3*a*.

Pentru figura 4*b*:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} \frac{A'}{2}\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A'\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{2A'}{n\pi}\left(\cos n\,\frac{2\pi}{3}\cdot\cos n\,\frac{\pi}{6} - \cos n\pi\right);$$

$$b_1 = \frac{A'(4-\sqrt{3})}{2\pi}; \quad b_2 = -\frac{5A'}{4\pi}; \quad b_3 = \frac{2A'}{3\pi};$$

$$b_4 = -\frac{3A'}{8\pi}; \quad b_5 = \frac{A'(4+\sqrt{3})}{10\pi}; \quad b_6 = -\frac{2A'}{3\pi}; \ldots$$

Pentru figura 4*b'*:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A'}{2}\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} A'\sin n\,\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{2A'}{n\pi}\left(\cos n\,\frac{\pi}{3}\cdot\cos n\,\frac{\pi}{6} - \cos n\pi\right);$$

$$b_1 = \frac{A'(4+\sqrt{3})}{2\pi}; \quad b_2 = -\frac{5A'}{4\pi}; \quad b_3 = \frac{2A'}{3\pi}; \quad b_4 = -\frac{3A'}{8\pi};$$

$$b_5 = \frac{A'(4-\sqrt{3})}{10\pi}; \quad b_6 = -\frac{2A'}{3\pi}; \ldots$$

Pentru figura 4*c*:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{4}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} \frac{A}{2}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx\right] = \frac{A}{n\pi}\left(\cos n\frac{5\pi}{6} - \cos n\pi - \sin n\frac{\pi}{3}\cdot\sin n\frac{\pi}{6}\right);$$

$$b_1 = \frac{A(4-3\sqrt{3})}{4\pi}; \quad b_2 = -\frac{5A}{8\pi}; \quad b_3 = \frac{A}{3\pi}; \quad b_4 = -\frac{3A}{16\pi};$$

$$b_5 = \frac{A(4+3\sqrt{3})}{20\pi}; \quad b_6 = -\frac{A}{3\pi}; \ldots$$

Pentru figura 4*c'*:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A}{2}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$+ \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} \frac{3A}{4}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \left.\int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} \frac{A}{2}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx\right] =$$

$$= \frac{A}{n\pi}\left(\cos n\frac{\pi}{3}\cdot\cos n\frac{\pi}{6} - \cos n\pi + \sin n\frac{\pi}{2}\cdot\sin n\frac{\pi}{3}\right);$$

$$b_1 = \frac{A(4+3\sqrt{3})}{4\pi}; \quad b_2 = -\frac{5A}{8\pi}; \quad b_3 = \frac{A}{3\pi}; \quad b_4 = -\frac{3A}{16\pi};$$

$$b_5 = \frac{A(4-3\sqrt{3})}{20\pi}; \quad b_6 = -\frac{A}{3\pi}; \ldots$$

Pentru figura $4d$:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\int_{\frac{\tau}{6}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{A'}{2}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx =$$

$$= -\frac{2A'}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}\sin n\frac{\pi}{3};$$

$$b_1 = -\frac{A'\sqrt{3}}{\pi};\quad b_2 = b_3 = b_4 = 0;\ b_5 = \frac{A'\sqrt{3}}{5\pi};\quad b_6 = 0;$$

$$b_7 = \frac{A'\sqrt{3}}{7\pi};\ b_8 = b_9 = b_{10} = 0;\ b_{11} = -\frac{A'\sqrt{3}}{11\pi};\ \ldots$$

Pentru figura $4d'$:

$$b_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\int_{\frac{\tau}{6}}^{5\frac{\tau}{6}} \frac{A'}{2}\sin n\frac{\pi}{\tau}x\,dx =$$

$$= \frac{2A'}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}\cdot\sin n\frac{\pi}{3};$$

$$b_1 = \frac{A'\sqrt{3}}{\pi};\ b_2 = b_3 = b_4 = 0;\ b_5 = -\frac{A'\sqrt{3}}{5\pi};\ b_6 = 0;$$

$$b_7 = -\frac{A'\sqrt{3}}{7\pi};\ b_8 = b_9 = b_{10} = 0;\ b_{11} = \frac{A'\sqrt{3}}{11\pi};\ldots$$

Pentru figurile $4e$, $4e'$, $4f$, $4f'$, $4g$ şi $4g'$, descompunerile sînt identice cu acelea din figurile $4c'$, $4c$, $4b'$, $4b$, $4a'$ şi $4a$, dar amplificate cu -1.

Armonicile rezultate din calcule au fost reprezentate la scară în figura 4 şi indicate prin cifrele corespunzătoare. În general, în porţiunile de margine apar toate armonicile pare şi impare, cu excepţia figurii $4d$ şi $4d'$, în care apar doar armonicile de acelaşi ordin cu cele din zona centrală.

În figura 5 pot fi urmărite prelungirile pare pentru porţiunile marginale.

Pentru figura $5a$:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{A}{4}\,dx + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}}\frac{3A}{4}\,dx + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A\,dx\right] = A;$$

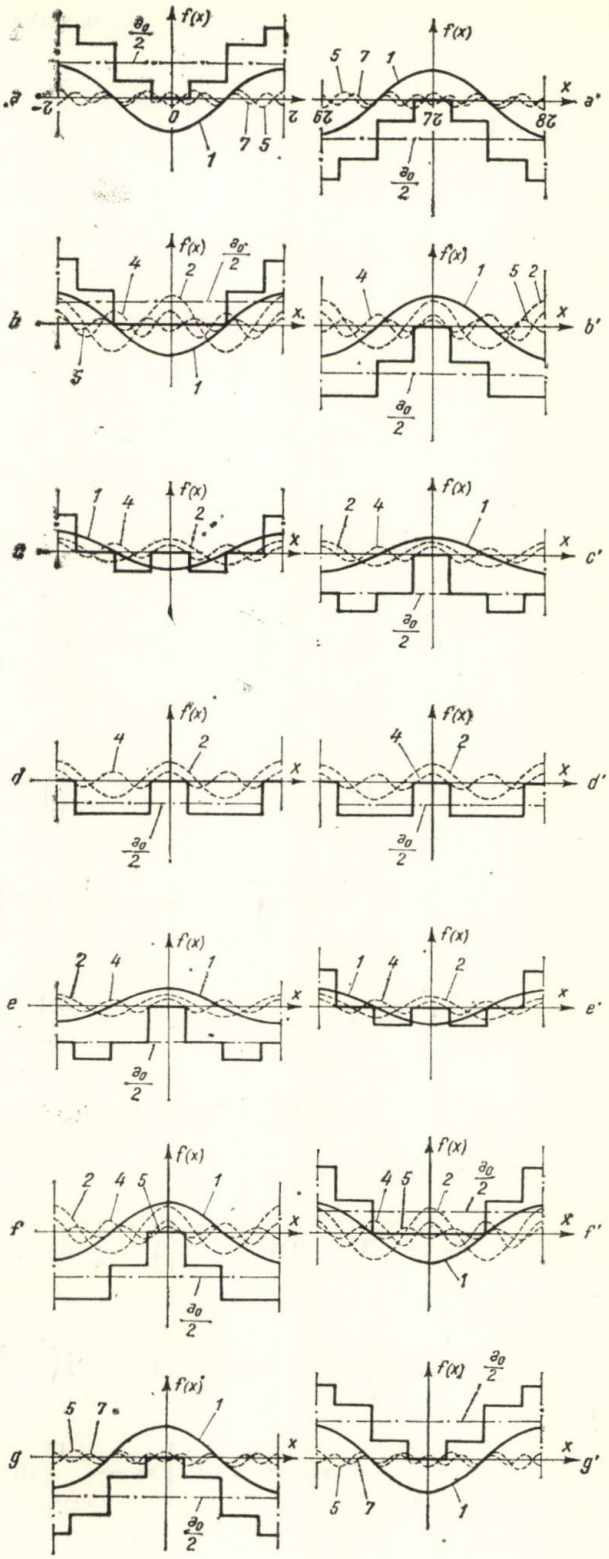


Fig. 5. — Descompunerea pară a curbei tensiunii magnetice rezultante pe porţiunile semibobinate.

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}}\frac{3A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx\right] = -\frac{A}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}\left(1+\cos n\frac{\pi}{3}\right);$$

$$a_1 = -\frac{3A}{2\pi};\quad a_2 = a_3 = a_4 = 0;\quad a_5 = -\frac{3A}{10\pi};\quad a_6 = 0;\quad a_7 = \frac{3A}{14\pi};$$

$$a_8 = a_9 = a_{10} = 0;\quad a_{11} = \frac{3A}{22\pi};\ldots$$

Pentru figura $5a'$:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{4}\,dx - \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}}\frac{3A}{4}\,dx - \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A\,dx\right] = -A;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{3A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} -A\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx\right] = \frac{A}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{2}\left(1+\cos n\frac{\pi}{3}\right);$$

$$a_1 = \frac{3A}{2\pi};\quad a_2 = a_3 = a_4 = 0;\quad a_5 = \frac{3A}{10\pi};\quad a_6 = 0;\quad a_7 = -\frac{3A}{14\pi};$$

$$a_8 = a_9 = a_{10} = 0;\quad a_{11} = -\frac{3A}{22\pi};\ldots$$

Pentru figura $5b$:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}}\frac{A'}{2}\,dx + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A'\,dx\right] = \frac{2A'}{3};$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}}\frac{A'}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} A'\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,dx\right] = -\frac{2A'}{n\pi}\sin n\frac{2\pi}{3}\cdot\cos n\frac{\pi}{6};$$

$$a_1 = -\frac{3A'}{2\pi}; \quad a_2 = \frac{A'\sqrt{3}}{4\pi}; \quad a_3 = 0; \quad a_4 = \frac{A'\sqrt{3}}{8\pi};$$

$$a_5 = -\frac{3A'}{10\pi}; \quad a_6 = 0; \quad a_7 = \frac{3A'}{14\pi}; \ldots$$

Pentru figura 5*b'*:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A'}{2}\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} -A'\,\mathrm{d}x\right] = -\frac{4A'}{3};$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A'}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} -A'\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{2A'}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{3}\cdot\cos n\frac{\pi}{6};$$

$$a_1 = \frac{3A'}{2\pi}; \quad a_2 = \frac{A'\sqrt{3}}{4\pi}; \quad a_3 = 0; \quad a_4 = \frac{A'\sqrt{3}}{8\pi};$$

$$a_5 = \frac{3A'}{10\pi}; \quad a_6 = 0; \quad a_7 = -\frac{3A'}{14\pi}; \quad a_8 = -\frac{A'\sqrt{3}}{16\pi}; \quad a_9 = 0; \ldots$$

Pentru figura 5*c*:

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{4}\,\mathrm{d}x + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} \frac{A}{2}\,\mathrm{d}x\right] = 0;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} \frac{A}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}x\,\mathrm{d}x\right] = \frac{A}{2n\pi}\left(\sin n\frac{\pi}{6} - \sin n\frac{\pi}{2} - 2\sin n\frac{5\pi}{6}\right);$$

$$a_1 = -\frac{3A}{4\pi}; \quad a_2 = \frac{3\sqrt{3}A}{8\pi}; \quad a_3 = 0; \quad a_4 = \frac{3\sqrt{3}A}{16\pi};$$

$$a_5 = -\frac{3A}{20\pi}; \quad a_6 = 0; \ldots$$

Pentru figura 5*c'* :

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{2}\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{3A}{4}\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} -\frac{A}{2}\,\mathrm{d}x\right] = -A\,;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\left[\int_{\frac{\tau}{6}}^{\frac{\tau}{2}} -\frac{A}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\tau}{2}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{3A}{4}\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x + \int_{5\frac{\tau}{6}}^{\tau} -\frac{A}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x\right] =$$

$$= \frac{A}{2n\pi}\left(\sin n\frac{\pi}{2} + 2\sin n\frac{\pi}{6} - \sin n\frac{5\pi}{6}\right);$$

$$a_1 = \frac{3A}{4\pi}\,; \quad a_2 = \frac{3\sqrt{3}A}{8\pi}\,; \quad a_3 = 0\,; \quad a_4 = \frac{3\sqrt{3}A}{16\pi}\,;$$

$$a_5 = \frac{3A}{20\pi}\,; \quad a_6 = 0\,; \ldots$$

Pentru figura 5*d* :

$$a_0 = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\int_{\frac{\tau}{6}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{A'}{2}\,\mathrm{d}x = -\frac{2A'}{3}\,;$$

$$a_n = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} f(x)\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\tau}\int_{\frac{\tau}{6}}^{5\frac{\tau}{6}} -\frac{A'}{2}\cos n\frac{\pi}{\tau}\,x\,\mathrm{d}x =$$

$$= -\frac{2A'}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{3}\cos n\frac{\pi}{2}\,;$$

$$a_1 = 0\,; \quad a_2 = \frac{A'\sqrt{3}}{2\pi}\,; \quad a_3 = 0\,; \quad a_4 = \frac{A'\sqrt{3}}{4\pi}\,;$$

$$a_5 = a_6 = a_7 = 0\,; \quad a_8 = -\frac{A'\sqrt{3}}{8\pi}\,; \ldots$$

Pentru figurile 5*d'*, 5*e*, 5*e'*, 5*f*, 5*f'*, 5*g* și 5*g'*, descompunerile sînt identice cu acelea din figurile 5*d*, 5*c'*, 5*c*, 5*b'*, 5*b*, 5*a'* și 5*a*.

Armonicile rezultate din calcule au fost reprezentate la scară în figurile 3 și 5 și indicate prin cifrele corespunzătoare. În general, apar toate armonicile pare și impare, precum și o undă constantă notată cu $\frac{a_0}{2}$.

3. CONCLUZII

S-a făcut un studiu al armonicilor de spațiu care apar la motoarele liniare cu cîmp mobil pe ale căror statoare sînt dispuse înfășurări cu un număr impar de poli, polii marginali fiind semibobinați. În porțiunea centrală, complet bobinată, apar numai armonici impare, mai puțin armonica de ordinul trei și armonicile multiplu de trei, ca la mașina asincronă clasică. Pentru porțiunile marginale, semibobinate, s-a stabilit o metodă care permite determinarea armonicilor prin descompunere în serie Fourier, deși funcția nu este periodică. În aceste porțiuni apar în general toate armonicile pare și impare. Metoda respectivă poate fi aplicată și în cazul unui sistem nesimetric de curenți, prin descompunerea acestuia într-un sistem direct și unul invers.

Stabilirea armonicilor de spațiu, considerăm, deschide drumul aprofundării studiului cîmpului electromagnetic, al forței, al forțelor parazite etc., în cazul motoarelor liniare cu cîmp mobil.

BIBLIOGRAFIE

1. K. H. Bromkamp, *Elektromagnetische Wanderfelder flacher Drehstrominduktoren und ihre elektrodynamischen Wirkungen*, Dissertation an der Technische Hochschule Aachen, 1961.
2. E. M. Schuster, *Unsymetrien im Stromsystem beim Leerlaufbetrieb flacher linearer Induktionspumpen*, Dissertation an der Technische Universität Dresden, 1964.
3. E. R. Laithwaite, *Induction machines for special purposes*, London, 1966.
4. M. Poloujadoff, *Theorie des linearen Induktionsmotors in vereinfachter Darstellung*, Elektrotehnische Zeitschrift, A, Heft 21, 1969, S. 545–548.
5. E. Dîmboiu, *Studiul cîmpului electromagnetic în întrefierul și în miezul statorului unui motor liniar cu cîmp mobil*, Electrotehnica, *3*, 77–83 (1970).
6. E. Dîmboiu, *Contribuții la studiul motorului liniar plan cu cîmp mobil*, Teză de doctorat, Institutul politehnic Brașov, 1970.
7. G. P. Tolstov, *Serii Fourier*, București, Edit. tehnică (traducere din limba rusă), 1955.

REZOLVAREA PROBLEMEI INTERCONECTĂRII REŢELELOR ELECTRICE CU AJUTORUL MATRICEI DE INCIDENŢĂ ARBORE-COARBORE

DE

M. PREDA, P. CRISTEA

621.311.161

Se prezintă o metodă de rezolvare a reţelelor electrice complexe prin descompunerea acestora în multipoli componenţi pe baza secţionării arborelui reţelei în subarbori. Topologia reţelei şi a multipolilor este caracterizată cu matrice de incidenţe esenţiale arbore-coarbore cu număr minim de elemente. Aceasta permite rezolvarea unor reţele de complexitate sporită pe un calculator cu o capacitate dată a memoriei.

1. INTRODUCERE

Rezolvarea reţelelor electrice complexe este legată de un mare volum de calcule şi, ceea ce face problema mai dificilă, de necesitatea de a înmagazina în memoria calculatoarelor un volum foarte mare de informaţii relative la structura reţelei. În legătură cu aceasta se pune, pe de o parte, problema găsirii unui algoritm de rezolvare a reţelelor electrice complexe pe o cale care să reducă pe cît posibil calculele necesare şi, pe de altă parte, problema minimizării informaţiilor necesare pentru caracterizarea reţelelor electrice complexe. Una dintre metodele utilizate pentru rezolvarea reţelelor electrice complexe se bazează pe secţionarea acestora în subreţele, rezolvarea independentă a acestora şi deducerea soluţiei pentru ansamblul reţelei prin interconectarea subreţelelor.

Într-o lucrare precedentă [1] s-a demonstrat că structura topologică a unei reţele electrice poate fi caracterizată în măsura necesară pentru scrierea ecuaţiilor reţelei cu ajutorul unei matrice de incidenţă arbore-coarbore cu un număr minim de elemente. În această lucrare se studiază problema rezolvării reţelelor electrice complexe utilizînd interconectarea multipolilor, topologia reţelei fiind descrisă de matricea de conexiune de tipul arbore-coarbore.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 923—939, 1971

2. DIVIZAREA UNEI REȚELE COMPLEXE ÎN MULTIPOLI ACTIVI

Considerăm rețeaua R din figura *1*, pe care s-a ales un arbore A și corespunzător un coarbore C. Structura topologică a acestei rețele este complet determinată de matricea de conexiune arbore — coarbore $[\lambda_{ca}]$, dată alăturat.

$$[\lambda_{ca}] = \begin{array}{c|ccccccccc} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \\ \hline c_1 & 1 & 1 & & & & & & & \\ c_2 & & -1 & -1 & & & & & & \\ c_3 & & & 1 & 1 & & & & & \\ \hline c_4 & & & & & & 1 & & 1 & \\ c_5 & & & & & 1 & 1 & & 1 & 1 \\ \hline p_1 = c_6 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & & \\ p_2 = c_7 & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & \\ p_3 = c_8 & & & 1 & 1 & 1 & & & & \end{array} = \begin{array}{c|c} \lambda_1 & \\ \hline & \lambda_2 \\ \hline \pi_1 & \pi_2 \end{array}$$

Descompunem rețeaua în multipoli, pornind de la o descompunere a arborelui A într-o serie de subarbori A_k:

$$A = \bigcup_{k=1}^{m} A_k \tag{1}$$

și asociind fiecărui subarbore A_k mulțimea C_k a laturilor coardă, subîntinse numai de laturile arbore aparținînd subarborelui A_k. Vom denumi în continuare mulțimea laturilor C_k coarborele multipolului M_k:

$$M_k = A_k \cup C_k. \tag{2}$$

Laturile-coardă ale coarborelui C necuprinse în nici un coarbore C_k vor fi denumite în continuare laturi-punte. Mulțimea laturilor-punte alcătuiește subrețeaua P de interconectare a multipolilor M_k. Evident, avem

$$C = \left(\bigcup_{k=1}^{m} C_k\right) \cup P \tag{3}$$

și, respectiv,

$$R = \left(\bigcup_{k=1}^{m} M_k\right) \cup P, \tag{4}$$

cu alte cuvinte s-a descompus rețeaua R în multipolii componenți M_k și o rețea de interconectare P.

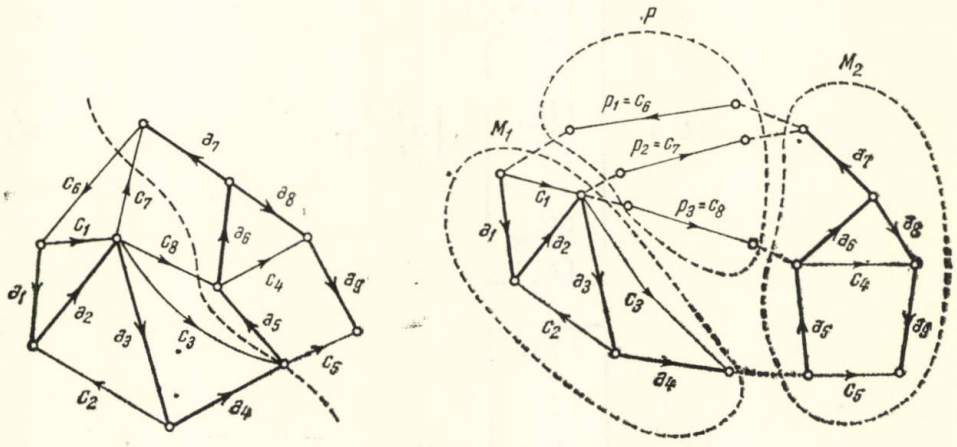


Fig. 1

Matricea de conexiune arbore-coarbore $[\lambda_{ca}]$ a rețelei R poate fi partiționată în matricele de conexiune arbore-coarbore $[\lambda]_k$ ale fiecărui multipol M_k și matricele de conexiune $[\pi]_k$ ale laturilor punte la subarborii multipolilor:

$$[\lambda_{ca}] = \left[\begin{array}{ccccc} [\lambda]_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & [\lambda]_k & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & [\lambda]_m \\ \hline [\pi]_1 \cdots & [\pi]_k & \cdots & [\pi]_m & \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} [\lambda] \\ \hline [\pi] \end{array}\right]. \tag{5}$$

3. ECUAȚIILE DE CONEXIUNE ALE REȚELEI ȘI ALE MULTIPOLILOR

S-a demonstrat [1] că pentru o rețea electrică sînt valabile relațiile

$$[U_C] = [\lambda_{ca}]\ [U_A], \tag{6}$$

$$-[I_A] = [\lambda_{ca}]_t\ [I_C], \tag{7}$$

unde $[U_c]$ şi $[I_c]$ sînt matricele imaginilor tensiunilor la borne şi,respectiv, ale intensităţilor curenţilor laturilor-coardă, iar $[U_A]$ şi $[I_A]$ matricele similare ale laturilor-arbore.

Partiţionînd matricea $[\lambda_{ca}]$ conform relaţiei (5) şi descompunînd matricele tensiunilor la borne şi ale curenţilor laturilor reţelei în matricele tensiunilor la borne şi ale curenţilor multipolilor ca mai jos :

$$[U_c] = \begin{bmatrix} [U_c]_1 \\ \vdots \\ [U_c]_k \\ \vdots \\ \hline [U_c]_m \\ [U_p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U_c] \\ \hline [U_p] \end{bmatrix}, \tag{8}$$

$$[U_A] = \begin{bmatrix} [U_a]_1 \\ \vdots \\ [U_a]_k \\ \vdots \\ [U_a]_m \end{bmatrix} = [U_a], \tag{9}$$

$$[I_c] = \begin{bmatrix} [I_c]_1 \\ \vdots \\ [I_c]_k \\ \vdots \\ \hline [I_c]_m \\ [I_p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_c] \\ \hline [I_p] \end{bmatrix}, \tag{10}$$

$$[I_A] = \begin{bmatrix} [I_a]_1 \\ \vdots \\ [I_a]_k \\ \vdots \\ [I_a]_m \end{bmatrix} = [I_a], \tag{11}$$

ecuațiile (6) și (7) iau forma

$$[U_c] = [\lambda]\ [U_a], \tag{12}$$

$$[U_p] = [\pi]\ [U_a], \tag{13}$$

$$-[I_a] = [\lambda_t]\ [I_c] + [\pi]_t\ [I_p] \tag{14}$$

sau, scriind pentru un multipol k,

$$[U_c]_k = [\lambda]_k\ [U_a]_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, m), \tag{15}$$

$$[U_p] = \Sigma[\pi]_k\ [U_a]_k, \tag{16}$$

$$-[I_a]_k = [\lambda]_{kt}\ [I_c]_k + [\pi]_{kt}\ [I_p] \tag{17}$$

$$(k = 1, 2, \ldots m).$$

Ecuațiile (12) și, respectiv, (15) sînt relațiile dintre tensiunile la bornele laturilor pentru multipolii componenți, ecuațiile (13) și, respectiv, (16) exprimă legătura dintre tensiunile la bornele laturilor arbore ale multipolilor și tensiunile la bornele laturilor-punte, avînd rolul unor relații de interconexiune în tensiuni, iar ecuațiile (14) și echivalentele lor (17) exprimă relațiile dintre curenții laturilor multpiolilor și cei ai rețelei-punte, de interconexiune, avînd rolul unor relații de interconexiune în curenți.

4. ECUAȚIILE CURENȚI DE LATURI-TENSIUNI LA BORNE ALE MULTIPOLILOR NEINTERCONECTAȚI

După cum se știe, între imaginile tensiunilor la borne și curenților laturilor rețelei R există legătura dată de legea lui Ohm generalizată:

$$[U] = [Z]\ [I] - [E] \tag{18}$$

sau de duala ei:

$$[I] = [Y]\ [U] + [J], \tag{19}$$

unde $[U]$ și $[I]$ sînt matricele tensiunilor la borne și, respectiv, ale curenților laturilor rețelei, $[Z]$ și $[Y]$ matricele impedanțelor, respectiv admitanțelor operaționale ale laturilor, iar $[E]$ și $[J]$ matricele tensiunilor electromotoare operaționale, respectiv imaginile curenților de scurtcircuit ai laturilor.

Partiționînd matricea impedanțelor corespunzător descompunerii rețelei în subrețele componente, se obține

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{cp} \\ Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ap} \\ Z_{pc} & Z_{pa} & Z_{pp} \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Vom presupune în cele ce urmează că este posibilă și că se realizează descompunerea rețelei astfel încît să nu existe cuplaje mutuale între multipoli, pe de o parte, și între multipoli și rețeaua de interconexiune, pe de alta. O astfel de descompunere conduce, evident, la o simplificare a calculelor și face mai avantajoasă metoda prezentată față de metodele în care nu se separă laturile cu cuplaje magnetice.

În acest caz avem

$$[Z_{ap}] = [Z_{pc}] = [Z_{pa}] = 0, \tag{21}$$

iar

$$[Z_{cc}] = \begin{bmatrix} [Z_{cc}]_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & [Z_{cc}]_k & \\ & & & \ddots \\ & & & & [Z_{cc}]_m \end{bmatrix}, \tag{22}$$

$$[Z_{aa}] = \begin{bmatrix} [Z_{aa}]_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & [Z_{aa}]_k & \\ & & & \ddots \\ & & & & [Z_{aa}]_m \end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$[Z_{ac}] = [Z_{ca}]_t = \begin{bmatrix} [Z_{ac}]_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & [Z_{ac}]_k & \\ & & & \ddots \\ & & & & [Z_{ac}]_m \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Relațiile (18) iau forma

$$[U_c] = [Z_{cc}]\ [I_c] + [Z_{ca}]\ [I_a] - [E_c], \tag{25}$$

$$[U_a] = [Z_{ac}]\ [I_c] + [Z_{aa}]\ [I_a] - [E_a], \tag{26}$$

$$[U_p] = [Z_{pp}]\ [I_p] - [E_p] \tag{27}$$

sau, pentru multipolul k,

$$[U_c]_k = [Z_{cc}]_k\ [I_c]_k + [Z_{ca}]_k\ [I_a]_k - [E_c]_k, \tag{28}$$

$$[U_a]_k = [Z_{ac}]_k\ [I_c]_k + [Z_{aa}]_k\ [I_a]_k - [E_a]_k \tag{29}$$

$$k = 1, 2, \ldots, m,$$

unde $[E_c]$ și $[E_a]$ sînt matricele tensiunilor electromotoare din laturile coardă și respectiv, laturile arbore pentru ansamblul de multipoli, iar $[E_c]_k$ și $[E_a]_k$ matricele similare pentru multipolul k.

Asemănător se poate descompune relația (19) pentru fiecare subrețea componentă prin partiționarea matricei admitanțelor:

$$[I_c] = [Y_{cc}]\ [U_c] + [Y_{ca}]\ [U_a] + [J_c], \tag{30}$$

$$[I_a] = [Y_{ac}]\ [U_c] + [Y_{aa}]\ [U_a] + [J_a], \tag{31}$$

$$[I_p] = [Y_{pp}]\ [U_p] + [J_p] \tag{32}$$

și, corespunzător pentru multipolul k,

$$[I_c]_k = [Y_{cc}]_k\ [U_c]_k + [Y_{ca}]_k\ [U_a]_k + [J_c]_k \tag{33}$$

$$[I_a]_k = [Y_{ac}]_k\ [U_c]_k + [Y_{aa}]_k\ [U_a]_k + [J_a]_k \tag{34}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, m).$$

5. ECUAȚIILE ÎN CURENȚI ALE MULTIPOLILOR INTERCONECTAȚI

Introducînd $[I_a]$ din (14) în relațiile (25) și (26), se obține

$$[U_c] = \{[Z_{cc}] - [Z_{ca}]\ [\lambda]_t\}\ [I_c] - [Z_{ca}]\ [\pi]_t\ [I_p] - [E_c] =$$

$$= [Z_{cc}]_R\ [I_c] - [Z_{cp}]_R\ [I_p] - [E_c] \tag{35}$$

și

$$[U_a] = \{[Z_{ac}] - [Z_{aa}]\ [\lambda]_t\}\ [I_c] - [Z_{aa}]\ [\pi]_t\ [I_p] - [E_a] =$$

$$= [Z_{ac}]_R\ [I_c] - [Z_{ap}]_R\ [I_p] - [E_a]. \tag{36}$$

Utilizînd relația (12), se elimină tensiunile la bornele laturilor, obținîndu-se relațiile

$$\{[Z_{cc}]_R - [\lambda]\ [Z_{ac}]_R\}\ [I_c] - \{[Z_{cp}]_R - [\lambda]\ [Z_{ap}]_R\}\ [I_p] = [E_c] - [\lambda]\ [E_a] \tag{37}$$

sau

$$\{[Z_{cc}] - [Z_{ca}]\,[\lambda]_t - [\lambda]\,[Z_{ac}] + [\lambda]\,[Z_{aa}]\,[\lambda]_t\}\,[I_c] + \\ + \{-[Z_{ca}]\,[\pi]_t + [\lambda]\,[Z_{aa}]\,[\pi]_t\}\,[I_p] = [E_c] - [\lambda]\,[E_a] \tag{38}$$

sau încă

$$[Z'_{cc}]\,[I_c] + [Z'_{cp}]\,[I_p] = [E'_c]. \tag{39}$$

Similar, utilizînd (13), avem

$$[U_p] = [\pi]\,[Z_{ac}]_R\,[I_c] - [\pi]\,[Z_{ap}]_R\,[I_p] - [\pi]\,[E_a]$$

şi, ţinînd seama de (27),

$$-[\pi]\,[Z_{ac}]_R\,[I_c] + \{[Z_{pp}] + [\pi]\,[Z_{ap}]_R\}\,[I_p] = [E_p] - [\pi]\,[E_a] \tag{40}$$

sau

$$\{-[\pi]\,[Z_{ac}] + [\pi]\,[Z_{aa}]\,[\lambda]_t\}\,[I_c] + \{[Z_{pp}] + [\pi]\,[Z_{aa}]\,[\pi]_t\}\,[I_p] = \\ = [E_p] - [\pi]\,[E_a], \tag{41}$$

care poate fi scrisă

$$[Z'_{pc}]\,[I_c] + [Z'_{pp}]\,[I_p] = [E'_p]. \tag{42}$$

Relaţiile (39) şi (42) reprezintă ecuaţiile multipolilor interconectaţi, exprimate în funcţie de curenţii laturilor coardă şi ai laturilor-punte.

Se vede cu uşurinţă că

$$[Z'_{pc}] = [Z'_{cp}]_t. \tag{43}$$

De asemenea se vede că relaţia (39) poate fi scrisă sub forma

$$[I_c] = [Z'_{cc}]^{-1}\{[E'_c] - [Z'_{cp}]\,[I_p]\} \tag{44}$$

sau

$$[I_c] = [I_{co}] - [Z'_{cc}]^{-1}\,[Z'_{cp}]\,[I_p], \tag{45}$$

unde $[I_{co}]$ este matricea curenţilor laturilor coarbore ale multipolilor înainte de interconectare.

Eliminînd curenţii laturilor coardă dintre ecuaţiile (42) şi (44), obţinem

$$\{[Z'_{pp}] - [Z'_{pc}]\,[Z'_{cc}]^{-1}\,[Z'_{cp}]\}\,[I_p] = [E'_p] - [Z'_{pc}]\,[Z'_{cc}]^{-1}\,[E'_c], \tag{46}$$

care poate fi scrisă sub forma

$$[Z''_{pp}]\ [I_p] = [E''_p] \tag{47}$$

și care este ecuația rețelei interconectate, scrisă pentru curenții laturilor-punte.

6. ANALIZA MATRICELOR CARE INTERVIN ÎN ECUAȚIILE ÎN CURENȚI ALE MULTIPOLILOR

Vom analiza pe rînd matricele din ecuația (47) pentru a stabili algoritmul de rezolvare. Conform relațiilor (46) și (47) avem

$$[Z''_{pp}] = [Z'_{pp}] - [Z'_{pc}]\ [Z'_{cc}]^{-1}\ [Z'_{cp}], \tag{48}$$

unde, conform relațiilor (41) și (42),

$$[Z'_{pp}] = [Z_{pp}] + [\pi]\ [Z_{aa}]\ [\pi]_t. \tag{49}$$

Exprimînd matricele $[\pi]$ și $[Z_{aa}]$ în funcție de matricele corespunzătoare ale multipolilor (relațiile (5) și (24)) obținem

$$[Z'_{pp}] = [Z_{pp}] + \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k\ [Z_{aa}]_k\ [\pi]_{kt}, \tag{50}$$

care permite deducerea matricei impedanțelor de calcul ale buclelor atașate laturilor-punte funcție de impedanțele laturilor-punte și impedanțele tuturor laturilor-arbore. Termenii diagonali Z'_{pp} sînt egali cu suma tuturor impedanțelor din bucla atașată laturii-punte p și care se închide numai prin laturi arbore, iar termenii nediagonali Z'_{pq} sînt egali cu impedanțele comune buclelor atașate laturilor-punte p și q, luate cu semnul plus dacă sînt parcurse la fel de ambele sensuri de referință pe bucle și cu semnul minus în cazul contrar.

Similar se poate arăta cu ușurință că

$$[Z'_{pc}] = -[\pi]\ [Z_{ac}] + [\pi]\ [Z_{aa}]\ [\lambda]_t = -[\pi]\ [Z_{ac}]_R =$$

$$= -[[\pi]_1\ [Z_{ac}]_{R1}; \ldots; [\pi]_m\ [Z_{ac}]_{R_m}] = [[Z'_{pc}]_1 \ldots [Z'_{pc}]_m], \tag{51}$$

care este matricea impedanțelor (de calcul) comune buclelor atașate laturilor-punte și laturilor-coardă.

De asemenea rezultă

$$[Z'_{pc}]\ [Z'_{cc}]^{-1}\ [Z'_{pc}]_t = \sum_{k=1}^{m} [Z'_{pc}]_k\ [Z'_{cc}]_k^{-1}\ [Z'_{pc}]_{kt}. \tag{52}$$

Relaţia (48) ia deci forma

$$[Z''_{pp}] = [Z'_{pp}] + \sum_{k=1}^{m} [\sigma]_k \, [Z'_{pc}]_{kl}, \tag{53}$$

în care s-a notat

$$[\sigma]_k = - [Z'_{pc}]_k \, [Z'_{cc}]_k^{-1} \tag{54}$$

matricea coeficienţilor de reflecţie din buclele ataşate laturilor-coardă în buclele ataşate laturilor punte.

Relaţia (48) mai poate fi scrisă şi sub forma

$$[Z''_{pp}] = [Z_{pp}] + \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k \, [Z_{aa}]_k \, [\pi]_{kl} - \sum_{k=1}^{m} [Z'_{pc}]_k \, [Z'_{cc}]^{-1} \, [Z'_{pc}]_{kl}. \tag{55}$$

Matricea tensiunilor electromotoare echivalente ale laturilor punte poate fi scrisă conform relaţiilor (46) şi (47):

$$[E''_p] = [E'_p] - [Z'_{pc}] \, [Z'_{cc}]^{-1} \, [E'_c], \tag{56}$$

în care $[E'_p]$ este matricea tensiunilor electromotoare ale buclelor ataşate laturilor-punte şi care se închid numai prin laturi-arbore (vezi (41) şi (42)):

$$[E'_p] = [E_p] - [\pi] \, [E_a]. \tag{57}$$

Utilizînd matricele pentru multipoli componenţi, rezultă

$$[E'_p] = [E_p] - \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k \, [E_a]_k. \tag{58}$$

Similar se poate arăta uşor că

$$- [Z'_{pc}] \, [Z'_{cc}]^{-1} [E'_c] = - \sum_{k=1}^{m} [Z'_{pc}]_k \, [Z'_{cc}]_k^{-1} \, [E'_c]_k = \sum_{k=1}^{m} [\sigma]_k \, [E'_c]_k. \tag{59}$$

Rezultă pentru relaţia (56) formele

$$[E''_p] = [E'_p] + \sum_{k=1}^{m} [\sigma]_k \, [E'_c]_k \tag{60}$$

şi, respectiv,

$$[E''_p] = [E_p] - \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k \, [E_a]_k - \sum_{k=1}^{m} [Z'_{pc}]_k \, [Z'_{cc}]_k^{-1} \, [E'_c]_k. \tag{61}$$

7. ALGORITMUL REZOLVĂRII REȚELEI INTERCONECTATE PRIN METODA INDICATĂ

a) Se precizează matricele $[\lambda]_k$, $[\pi]_k$, $[Z_{cc}]_k$, $[Z_{aa}]_k$, $[Z_{ac}]_k$, $[E_c]_k$ și $[E_a]_k$ pentru fiecare multipol și matricele $[Z_p]$ și $[E_p]$ ale rețelei de interconexiune.

b) Se determină curenții laturilor-coardă ale fiecărui multipol înainte de interconectare.

Se calculează succesiv

$$[Z_{ac}]_{Rk} = [Z_{ac}]_k - [Z_{aa}]_k\ [\lambda]_{kl}, \tag{62}$$

$$[Z_{cc}]_{Rk} = [Z_{cc}]_k - [Z_{ca}]_k\ [\lambda]_{kl}, \tag{63}$$

$$[Z'_{cc}]_k = [Z_{cc}]_{Rk} - [\lambda]_k\ [Z_{ca}]_{Rk}, \tag{64}$$

$$[E'_c]_k = [E_c]_k - [\lambda]_k\ [E_a]_k, \tag{65}$$

$$[I_{co}]_k = [Z'_{cc}]_k^{-1}\ [E'_c]_k. \tag{66}$$

c) Se calculează matricea factorilor de reflexie $[\sigma]_k$ ale fiecărui multipol:

$$[\sigma]_k = -\ [Z'_{pc}]_k\ [Z'_{cc}]_k^{-1};\quad [Z'_{pc}]_k = -\ [\pi]_k\ [Z_{ac}]_{Rk}. \tag{67}$$

d) Se calculează matricea impedanțelor echivalente ale rețelei raportate la laturile-punte:

$$[Z''_{pp}] = [Z'_{pp}] + \sum_{k=1}^{m} [\sigma]_k\ [Z'_{pc}]_{kl}, \tag{53}$$

unde

$$[Z'_{pp}] = [Z_{pp}] + \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k\ [Z_{aa}]_k\ [\pi]_{kl}. \tag{50}$$

e) Se stabilește matricea tensiunilor electromotoare echivalente ale rețelei raportate la laturile-punte:

$$[E'_{pp}] = [E'_p] + \sum_{k=1}^{m} [\sigma]_k\ [E'_c]_k, \tag{60}$$

unde

$$[E'_p] = [E_p] - \sum_{k=1}^{m} [\pi]_k\ [E_a]_k. \tag{58}$$

f) Se calculează curenții laturilor-punte :

$$[I_p] = [Z''_{pp}]^{-1} [E''_p]. \tag{68}$$

g) Se determină curenții laturilor-coardă pentru fiecare multipol după interconectare :

$$[I_c]_k = [I_{co}]_k + [\sigma]_{kt} [I_p]. \tag{45), (69}$$

h) Se stabilesc curenții laturilor-arbore pentru fiecare multipol :

$$- [I_a]_k = [\lambda]_{kt} [I_c]_k + [\pi]_{kt} [I_p]. \tag{17}$$

8. CONCLUZII

Metoda reprezintă o combinare a două metode eficiente de rezolvare a ecuațiilor de funcționare a rețelelor electrice : metoda secționării unei rețele complexe în subrețele componente și metoda descrierii topologiei unei rețele cu matricea incidențelor esențiale arbore-coarbore.

Metoda realizează o programare serie a calculului unei rețele electrice complexe prin descompunerea ei în multipoli componenți și interconectarea lor ulterioară. Descrierea topologiei rețelei se face cu matrice avînd un număr minim de elemente. Ca urmare, rezolvarea necesită un volum mai mic de calcule atît pentru fiecare etapă, cît și global. Aceasta permite rezolvarea pe un calculator dat a unor probleme de complexitate sporită. Totodată, trecerea de la structura dată a rețelei la alta în cazul cînd afectează numai interconectarea multiplilor componenți permite utilizarea rezultatelor parțiale obținute anterior, ceea ce constituie un avantaj în calculul circuitelor electrice realizate cu blocuri funcționale.

9. APLICAȚIE

Vom ilustra metoda expusă anterior, rezolvînd în regim sinusoidal circuitul din figura 2. Valorile corespunzătoare elementelor de circuit sînt

$$R_2 = 1\Omega,\ R_3 = 2\Omega,\ R_6 = 1\Omega,\ R_7 = 2\Omega,\ R_9 = 1\Omega;$$

$$\omega L_1 = 2\Omega,\ \omega L_2 = 1\Omega,\ \omega L_4 = 2\Omega,\ \omega L_5 = 2\Omega,\ \omega L_9 = 3\Omega;$$

$$\frac{1}{\omega C_2} = 2\Omega,\ \frac{1}{\omega C_6} = 1\Omega,\ \frac{1}{\omega C_7} = 2\Omega,\ \frac{1}{\omega C_8} = 1\Omega,\ \frac{1}{\omega C_9} = 2\Omega$$

$$\omega L_{12} = 1\Omega,\ \omega L_{59} = 1\Omega;$$

$$\underline{E}_2 = 10\ \text{V},\ \underline{E}_5 = 10j\ \text{V},\ \underline{E}_6 = -10\ \text{V},\ \underline{E}_7 = 10\ \text{V},\ \underline{E}_9 = -10j\ \text{V}.$$

Se alege un arbore al rețelei notat $A = 1, 2, 4, 7, 8$ și coarborele conjugat $C = 3, 5, 6, 9$, astfel încît să nu existe cuplaje mutuale între laturile arborelui și laturile-coardă. Se descompune rețeaua în doi multipoli, pornind de la secționarea arborelui în subarbori : $A_1 = 1, 2$; $A_2 = 4, 7, 8$, și asociind fiecăruia laturile-coardă pe care le subîntinde : $C_1 = 6$; $C_2 = 5, 9$. Subrețeaua de interconectare va fi formată din singura latură

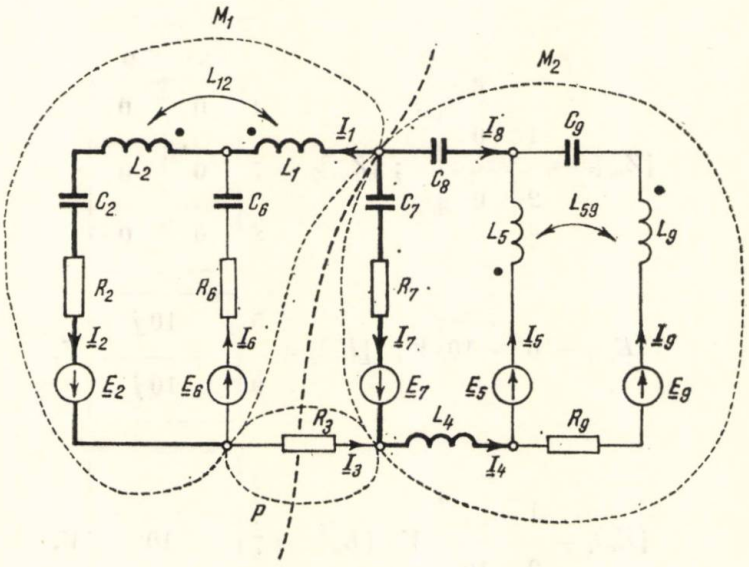


Fig. 2

coardă necuprinsă în cei doi multipoli : $P = 3$. S-a avut din nou în vedere evitarea cuplajelor mutuale între multipoli.

În continuare vom urma etapele succesive ale algoritmului expus la paragraful 6.

a) Se stabilesc direct matricele

$$[\lambda]_1 = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 6 & & -1 \end{array} \quad ; \quad [\lambda]_2 = \begin{array}{c|ccc} & 4 & 7 & 8 \\ \hline 5 & -1 & -1 & 1 \\ 9 & -1 & -1 & 1 \end{array},$$

$$[\pi]_1 = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 3 & -1 & -1 \end{array} \quad ; \quad [\pi]_2 = \begin{array}{c|ccc} & 4 & 7 & 8 \\ \hline 3 & & 1 & \end{array},$$

$$[\underline{Z}_{cc}]_1 = \begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline 6 & 1-j \end{array} \Omega ; \quad [\underline{Z}_{cc}]_2 = \begin{array}{c|cc} & 5 & 9 \\ \hline 5 & j2 & -j \\ 9 & -j & 1+j \end{array} \Omega,$$

$$[\underline{Z}_{aa}]_1 = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & j2 & -j \\ 2 & -j & 1-j \end{array} \Omega; \quad [\underline{Z}_{aa}]_2 = \begin{array}{c|ccc} & 4 & 7 & 8 \\ \hline 4 & j2 & & \\ 7 & & 2-j2 & \\ 8 & & & -j \end{array} \Omega,$$

$$[\underline{Z}_{ac}]_1 = \begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{array}; \quad [\underline{Z}_{ac}]_2 = \begin{array}{c|cc} & 5 & 9 \\ \hline 4 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \end{array},$$

$$[\underline{E}_c]_1 = 6 \begin{array}{|c|} \hline -10 \\ \hline \end{array} V; \quad [\underline{E}_c]_2 = \begin{array}{c|c} & 5 \\ \hline 9 & -10j \end{array} V,$$

$$[\underline{E}_a]_1 = \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 2 & 10 \end{array} V; \quad [\underline{E}_a]_2 = \begin{array}{c|c} & 4 \\ \hline 7 & 10 \\ 8 & \end{array} V,$$

$$[\underline{Z}_p] = 3 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \Omega; \quad [\underline{E}_p] = 3 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array}.$$

b) Calculul curenților din laturile-coardă ale multipolilor înainte de interconectare. Utilizînd relațiile (62)—(66), se obține succesiv :

$$[\underline{Z}_{ac}]_{R1} = \begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline 1 & -j \\ 2 & 1-j \end{array} \Omega; \quad [\underline{Z}_{ac}]_{R1} = \begin{array}{c|cc} & 5 & 9 \\ \hline 4 & j2 & j2 \\ 7 & 2-j2 & 2-j2 \\ 8 & j & j \end{array} \Omega,$$

$$[\underline{Z}_{cc}]_{R1} = 6 \begin{array}{|c|} \hline 1-j \\ \hline \end{array} \Omega; \quad [\underline{Z}_{cc}]_{R2} = \begin{array}{c|cc} & 5 & 9 \\ \hline 5 & j2 & -j \\ 9 & -j & 1-j \end{array} \Omega,$$

$$[\underline{Z}'_{cc}]_1 = 6\,\overset{6}{\boxed{2-j2}}\ \Omega; \qquad [\underline{Z}'_{cc}] = \begin{array}{c|c|c} & 5 & 9 \\ \hline 5 & 2+j & 2-j2 \\ \hline 9 & 2-j2 & 3 \end{array}\ \Omega,$$

$$[\underline{E}'_c]_1 = 6\,\boxed{0}\ ; \qquad [\underline{E}'_c]_2 = \begin{array}{c|c} 5 & 10+j10 \\ \hline 9 & 10-j10 \end{array}\ V,$$

$$[\underline{I}_{co}]_1 = 6\,\boxed{0}\ ; \qquad [\underline{I}_{co}]_2 = \begin{array}{c|c} 5 & 6{,}1+j0{,}585 \\ \hline 9 & -1{,}09+j0{,}319 \end{array}\ A.$$

c) Matricele factorilor de reflexie rezultă din relațiile (54) și (67):

$$[\underline{Z}'_{pc}]_1 = 3\,\overset{6}{\boxed{1-j2}}\ \Omega; \quad [\underline{Z}'_{pc}]_2 = 3\,\overset{\begin{array}{cc}5 & 9\end{array}}{\boxed{-2+j2 \mid -2+j2}}\ \Omega,$$

$$[\underline{\sigma}]_1 = 3\,\begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline -1+j2 \\ \hline 2-j2 \end{array}; \quad [\underline{\sigma}]_2 = 3\,\begin{array}{c|c|c} & 5 & 9 \\ \hline 2+j6 & 2+j6 & 6+j6 \\ \hline 6+j11 & 6+j11 \end{array}.$$

d) Matricea impedanțelor echivalente ale rețelei raportate la laturile-punte. Din relația (50) se obține

$$[\underline{Z}'_{pp}] = \boxed{2} + \boxed{1-j}_1 + \boxed{2-j2}_2 = 3\,\overset{5}{\boxed{5-j3}}\ \Omega,$$

iar din (53) rezultă

$$[\underline{Z}''_{pp}] = \boxed{5-j3} + \boxed{-0{,}25+j1{,}75}_1 + \boxed{-0{,}98+j3{,}13}_2 =$$

$$= 3\,\overset{3}{\boxed{3{,}77-j1{,}88}}\ \Omega.$$

e) Matricea tensiunilor electromotoare echivalente ale rețelei, raportate la laturile-punte. Similar se calculează mai întîi cu (58):

$$[\underline{E}'_p] = \boxed{0} + \boxed{10}_1 + \boxed{-10} = 3\,\boxed{0},$$

apoi cu (60) :

$$[\underline{E}_p''] = \boxed{0} + \boxed{0}_1 + \boxed{11{,}7 - j\,8{,}1}_2 = 3\,\boxed{11{,}7 - j\,8{,}1}\ V.$$

f) Se calculează curenții laturilor-punte cu relația (68) :

$$[\underline{I}_p] = 3\,\boxed{1{,}62 - j\,2{,}96}\ A.$$

g) Se determină curenții din laturile-coardă ale multipolilor după interconectare cu (69) :

$$[\underline{I}_c]_1 = 6\,\boxed{-0{,}476 + j\,2{,}6}\ A\ ;\quad [I_c]_2 = \begin{matrix} 5 \\ 9 \end{matrix}\boxed{\begin{matrix} 5{,}69 - j\,1{,}05 \\ \hline -0{,}58 - j\,1{,}88 \end{matrix}}\ A.$$

h) Curenții laturilor arbore se calculează cu (17) :

$$[\underline{I}_a]_1 = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}\boxed{\begin{matrix} 1{,}62 - j\,2{,}96 \\ \hline 1{,}15 - j\,0{,}36 \end{matrix}}\ A\ ;\qquad [\underline{I}_a]_2 = 7\begin{matrix} 4 \\ \\ 8 \end{matrix}\boxed{\begin{matrix} 5{,}07 - j\,2{,}93 \\ \hline 3{,}45 + j\,0{,}03 \\ \hline -5{,}07 + j\,2{,}93 \end{matrix}}\ A.$$

În acest fel s-au calculat succesiv curenții din toate laturile rețelei :

$$[\underline{I}] = 5\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}\boxed{\begin{matrix} 1{,}6 - j\,2{,}89 \\ \hline 1{,}1 - j\,0{,}3 \\ \hline 1{,}6 - j\,2{,}89 \\ \hline 5 - j\,2{,}9 \\ \hline 5{,}7 - j\,1{,}05 \\ \hline -0{,}47 + j\,2{,}6 \\ \hline 3{,}45 + j\,0{,}03 \\ \hline 5 - j\,2{,}9 \\ \hline -0{,}59 - j\,1{,}9 \end{matrix}}\ A.$$

În tot decursul calculelor nu s-a operat cu matrice avînd mai mult de trei linii și trei coloane (nouă elemente). În cazul aplicării directe a metodei curenților de contur fără descompunerea rețelei în multipoli, s-ar fi operat cu matrice avînd $9 \times 4 = 36$ de elemente. De asemenea, utilizînd matricea de conexiune arbore-coarbore (matricea incidențelor fundamentale), matricea maximă ar fi avut $5 \times 4 = 20$ de elemente.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Preda, P. Cristea, *Utilizarea matricei de conexiune arbore-coarbore în scrierea ecuațiilor unei rețele electrice*, Simpozionul „Analiza și sinteza rețelelor electrice", București, octombrie 1967.
2. M. Preda, P. Cristea, *Calculul rețelelor complexe pe baza generalizării unor teoreme din teoria rețelelor electrice pentru ansambluri de multipoli activi*, Buletinul I. P. B., XXVI—4, 1964.
3. H.H. Happ, *Special cases of orthogonal networks tree and link*, IEEE Trans. Power Appar. and Syst., *8*, 880 (1966).
4. G. Kishi, H. Kajitani, *On Hamilton Circuits in Tree Graphs*, IEEE Trans. Circuit Theory CT—15, *1*, 42—50 (1968).
5. L. Weinberg, *Networks Analysis and Synthesis*, McGraw-Hill, 1962.
6. G. Kron, *Diakoptique*, New York, 1965.

ASUPRA PROTECȚIEI POSTURILOR DE TRANSFORMARE CU AJUTORUL DESCĂRCĂTOARELOR TUBULARE SAU ECLATOARELOR DE PROTECȚIE

DE

G. DRĂGAN, D. CRISTESCU

621.316.933

1. INTRODUCERE

Analiza protecției posturilor de transformare contra supratensiunilor atmosferice nu se efectuează în mod obișnuit pe o bază științifică. Din aceste considerente, soluțiile adoptate nu sînt întotdeauna cele mai corespunzătoare.

În țara noastră au fost stabilite metodele de calcul privind schemele de protecție a stațiilor de distribuție [1] și de transformare [2], echipate cu descărcătoare cu rezistență variabilă. Mai puțin știută din punct de vedere teoretic este problema protecției în cazul utilizării descărcătoarelor tubulare sau a eclatoarelor de protecție; în literatura de specialitate se găsesc relativ puține referiri cu privire la metodele de calcul a supratensiunii, iar ipotezele luate în considerare simplifică relativ mult problema.

În cadrul lucrării de față se determină forma undei de supratensiune care apare în dreptul eclatorului de protecție sau a descărcătorului tubular pentru diferite forme ale undei incidente și pentru două cazuri caracteristice ale schemelor de protecție care cuprind de fapt majoritatea schemelor posibile. Cunoscîndu-se forma undei de tensiune după amorsarea aparatului de protecție, prin metoda reflexiilor succesive se poate determina supratensiunea în dreptul aparatului de protejat.

2. CARACTERISTICILE UNDEI INCIDENTE

Se vor considera două scheme de protecție caracteristice, una referindu-se la legătura directă a liniei aeriene la postul de transformare (fig. 1 *a*), cealaltă la legătura prin intermediul unui cablu (fig. 1 *b*).

Amplitudinea supratensiunii la bornele transformatorului depinde de momentul intrării în funcțiune a aparatului de protecție. Influența formei caracteristicii tensiune-timp asupra momentului amorsării, precum

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 941—959, 1971

și valoarea tensiunii în momentul amorsării se pot calcula cu relații date în [1]—[3].

Funcție de forma undei incidente și momentul amorsării aparatului de protecție pot apărea diferite forme ale undei ce se propagă spre aparatul de protejat, forme date în figura 2.

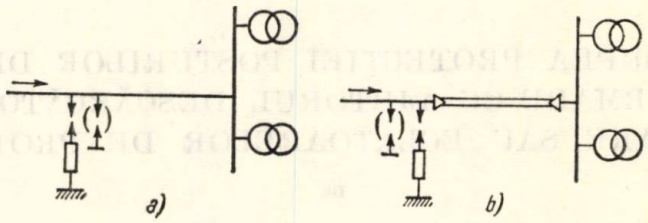


Fig. 1

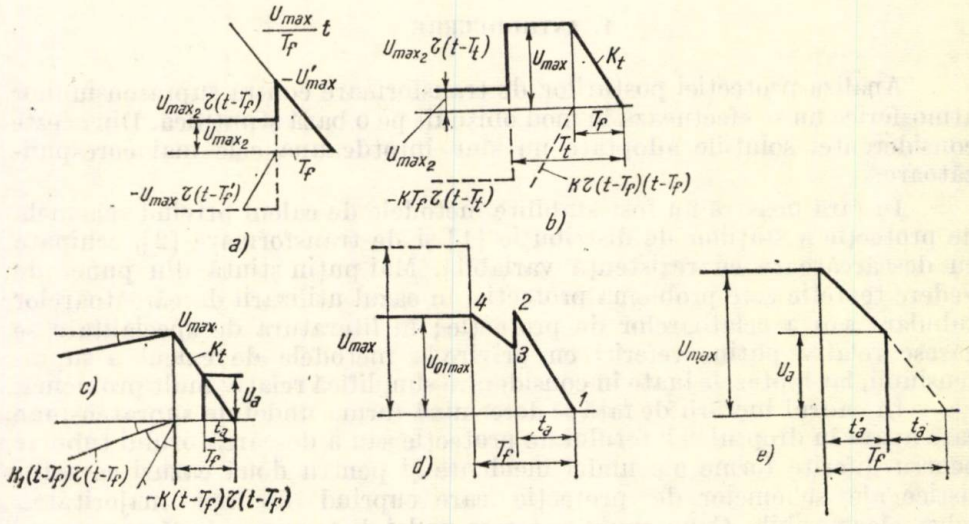


Fig. 2

Considerîndu-se o undă cu spate infinit și ipoteza că amorsarea undei are loc pe front, iar rezistența de punere la pămînt a aparatului de protecție nu este neglijabilă, se obține unda reprezentată în figura 2 *a*.

Notîndu-se panta undei incidente cu k, funcția de timp a undei de tensiune care trece dincolo de aparatul de protecție este dată de relația

$$U_{01}(t) = K\left[t - \frac{U'_{\max}}{K}\left(1 - \frac{U_{\max_2}}{U'_{\max}}\right)\tau(t - T'_f) - (t - T'_f)\,\tau(t - T'_f)\right], \quad (1)$$

unde mărimile din formulă sînt reprezentate în figura 2 *a*. Valoarea $U'_{\max}$ a tensiunii, respectiv T'_f a timpului se pot calcula cu relațiile prezentate în [2].

Luînd în considerare că între U'_{max} și T'_f există relația $U'_{max} = KT_f$, funcția de timp a undei $U_{01}(t)$ devine

$$U_{01}(t) = K\left[t - T'_f\left(1 - \frac{U_{max_2}}{U'_{max}}\right)\tau(t - T'_f) - (t - T'_f)\,\tau(t - T'_f)\right], \quad (2)$$

a cărei imagine se scrie

$$U_{01}(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 - pT'_f\left(1 - \frac{U_{max_2}}{U'_{max}}\right)e^{-T'_f p} - e^{-T'_f p}\right]. \quad (3)$$

Cînd se neglijează rezistența prizei de pămînt a aparatului de protecție, deci $U_{max2} = 0$, relația devine

$$U_{01}(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 - pT'_f e^{-T'_f p} - e^{-T'_f p}\right], \quad (4)$$

care reprezintă un impuls triunghiular.

În cazul neamorsării aparatului de protecție, deci pentru $U'_{max} = U_{max_2}$, se obține

$$U_{01}(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 - e^{-T'_f p}\right]. \quad (5)$$

Pentru amorsarea aparatelor de protecția la un timp corespunzător spatelui undei, dedus din relația

$$T_t = \frac{T_0}{\left(\frac{U_{max}}{U_{min}}\right)^2 - 1},$$

care are loc cînd

$$KT_f = U_{max} < U_{min},$$

forma undei de impulsie care trece dincolo de aparatul de protecție este

$$U_{01}(t) = K\left[t - \tau(t - T_f)\,(t - T_f) + \frac{U_{max_2}}{K}\tau(t - T_f) - T_f\,\tau(t - T_t)\right]. \quad (6)$$

În operațional se obține relația

$$U_{01}(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 - e^{-T_f p} - p\,T_f\left(1 - \frac{U_{max_2}}{KT_f}\right)e^{-T_t p}\right]. \quad (7)$$

La deducerea relațiilor de mai sus s-a considerat o undă cu spate infinit. O undă de impulsie mai apropiată ca formă de supratensiunile atmosferice reale este dată în figura 2 *d*.

Ecuația undei în spațiul real este

$$U_{01}(t) = K\left[t - \left(1 + \frac{K_1}{K}\right)\left((t - T_f)\,\tau(t - T_f)\right]\right. \tag{8}$$

sau, în operațional,

$$U_{01}(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 - \left(1 + \frac{K}{K_1}\right)e^{-T_f p}\right]. \tag{9}$$

Funcție de parametrii undei de impulsie se poate determina raportul dintre panta spatelui k_1 și panta frontului k. Luînd în considerare că $U_{max} = K.\ T_{front}$,

$$\text{se obține } U = U_{max}\frac{2T_{spate} - T_{front}}{T_{spate} - T_{front}} - t\frac{K}{2\left(\frac{T_{spate}}{T_{front}} - 1\right)},$$

de unde rezultă expresia raportului dintre k_1 și k :

$$\frac{K_1}{K} = \frac{1}{2\left(\frac{T_{spate}}{T_{front}} - 1\right)}. \tag{10}$$

Pentru unda standardizată $\frac{T_{spate}}{T_{front}} \cong 50$, pentru care, pe baza relației (10), se obține $\frac{K_1}{K} = \frac{1}{98}$.

În ipoteza unei legături directe a liniei aeriene la postul de transformare, expresia în operațional a tensiunii U_{01} este, în ipoteza că se ține seama de inductanța conducătorului de legare la pămînt,

$$U_{01}(p) = U_0(p)\frac{2(R_{DT} + Lp)}{z + 2R_{DT} + 2Lp}. \tag{11}$$

În cazul legării liniei aeriene prin intermediul unui cablu (schema de calcul din figura 3*a*) în ipoteza că se neglijează inductanța conductorului de legare la pămînt, tensiunea $U_{01}(p)$ este exprimată prin relația

$$U_{01}(p) = U_0(p)\frac{2z_1(R_{DT})}{zz_1 + (z + z_1)R_{DT}}. \tag{12}$$

Dacă se ia în considerare influența inductanței, aplicînd regula lui Petersen ca și în cazul precedent, se obține

$$U_{01}(p) = U_{0p}\frac{2z_1(R_{DT}+L_p)}{zz_1+(z+z_1)R_{DT}+(z+z_1)L_p}. \tag{13}$$

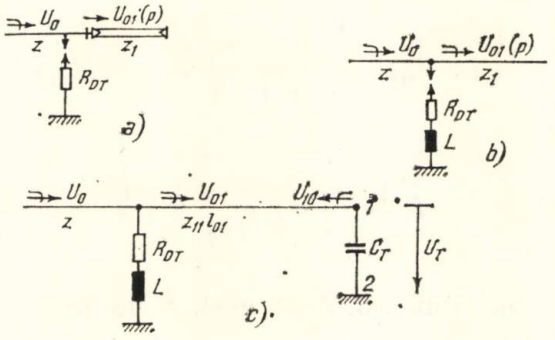


Fig. 3

Forma reală a tensiunii după amorsarea aparatului de protecție este cea din figura 2 *d*. Pentru a determina expresia tensiunii se va considera că schemei i se aplică o tensiune de forma din figura 2 *e* după momentul amorsării aparatului de protecție. Considerînd pentru aceste calcule originea de timp momentul amorsării, rezultatele obținute vor trebui translate pe axa timpului cu timpul t_a.

Aplicînd raționamentele menționate cu privire la tăierea undei la timpul t_a de către aparatul de protecție, se propune următoarea expresie a tensiunii (fig. 2*e*) în domeniul timpului real, considerînd originea de timp în momentul amorsării :

$$U_0(t) = U_a + Kt - K(t - T_f + t_a)\,\tau(t - T_f + t_a) - K_1(t - T_f + t_a)\,\tau(t - T_f + t_a) \tag{13'}$$

sau, în operațional,

$$U_0(p) = \frac{K}{p^2}\left[1 + t_a p - \left(1 + \frac{K}{K_1}\right)e^{(-T_f - t_a)p}\right]. \tag{14}$$

Aceste relații permit calcularea tensiunii care trece dincolo de aparatul de protecție :

$$U_{01}(p) = \frac{2K\left[1 + pt_a - \left(1 + \frac{K_1}{K}\right)e^{(-T_f - t_a)p}\right]z_1(R_{DT} + Lp)}{p^2\,[zz_1 + (z + z_1)\,R_{DT} + (z_1 + z)\,L_p]}. \tag{15}$$

Făcînd notaţiile

$$T_{DT} = \frac{L}{R_{DT}}, \quad T_1 = \frac{(z + z_1) L}{zz_1 + (z + z_1) R_{DT}}, \quad \alpha_{01} = \frac{2z_1}{z + z_1}, \tag{16}$$

se obţine

$$U_{01}(p) = K \alpha_{01} \left[\frac{1}{T_{DT}} \frac{1}{p^2\left(p + \frac{1}{T_1}\right)} + \left(\frac{t_a}{T_{DT}} + 1\right) \frac{1}{p\left(p + \frac{1}{T_1}\right)} + \right.$$

$$\left. + t_a \frac{1}{p + \frac{1}{T_1}} - \frac{1}{T_{DT}} \left(1 + \frac{K_1}{K}\right) \times \frac{e^{-(T_f - t_a)p}}{p^2\left(p + \frac{1}{T_1}\right)} - \left(1 + \frac{K_1}{K}\right) \frac{e^{-(T_f - t_a)p}}{p\left(p + \frac{1}{T_1}\right)} \right]. \tag{17}$$

În domeniul timpului real, după unele transformări relaţia devine

$$U_{01}(t) = K \frac{\alpha_{01}}{\lambda} \left[t + T_2 + t_a + (\lambda t_a - T_2 - t_a)\, e^{-\frac{t}{T_1}} - \right.$$

$$\left. - \left(1 + \frac{K_1}{K}\right) (t + T_2 + t_a - T_f - T_2 e^{-\frac{t - T_f + t_a}{T_1}})\, \tau(1 - T_f + t_a) \right]. \tag{18}$$

unde s-a notat

$$T_2 = T_{DT} - T_1 = \frac{Lzz_1}{R_{DT}[zz_1 + (z + z_1) R_{DT}]}; \quad \lambda = \frac{zz_1 + (z_1 + z) R_{DT}}{R_{DT}(z + z_1)}. \tag{19}$$

Luînd ca origine de timp momentul ajungerii undei la bornele aparatului de protecţie care amorsează, se obţine

$$U_{01}(t) = K \alpha_{01} \left\{ t[1 - \tau(t - t_a)] + \frac{1}{\lambda} \left[t + T_2 + (\lambda t_a - T_2 - t_a) e^{-\frac{t - t_a}{T_1}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left(1 + \frac{K_1}{K}\right) (t + T_2 - T_f - T_2 e^{-\frac{t - T_f}{T_1}})\, \tau(t - T_f) \right] \tau(t - t_a) \right\}. \tag{20}$$

Relaţia (20) a fost dedusă în ipoteza unei unde incidente cu spate căzător; ea se poate particulariza şi pentru cazul undei cu spate infinit, considerînd $\frac{K_1}{K} = 0$.

Se va determina expresia tensiunii U_{01} care se propagă de la aparatul de protecţie spre aparatul de protejat în domeniul real, considerîndu-se cele două scheme clasice mai importante (fig. 1 *a* şi *b*).

2.1. SCHEMA DE PROTECȚIE CU INTRARE AERIANĂ ÎN POSTUL DE TRANSFORMARE

Se va presupune că unda incidentă este cea din figura 2 *c*, celelalte cazuri putînd fi deduse din acest caz mai general.

Considerînd și influența inductanței, coeficienții din relația (20) capătă valorile

$$T_1 = \frac{2L}{z+2R_{DT}}; \quad \alpha_{01} = i; \quad T_2 = \frac{Lz}{R_{DT}(z+2R_{DT})}; \quad \lambda = \frac{z+2R_{DT}}{2R_{DT}},$$

de unde se obține pentru diferite intervale de timp

$$U_{01} = \begin{cases} Kt & 0 < t \leqslant t_a, \\ \dfrac{K}{\lambda}\left[t + T_2 + \left(\dfrac{z}{2R_{DT}} t_a - T_2\right) e^{-\frac{t-t_a}{T_1}}\right] & t_a \leqslant t \leqslant T_f, \\ \dfrac{K_1}{\lambda}\left[-t - T_2 + \left(1+\dfrac{K}{K_1}\right) T_f + \left(\dfrac{z}{2R_{DT}} t_a - T_2\right)\dfrac{K}{K_1} e^{-\frac{t-t_a}{T_1}} + \right. & \\ \left. + \left(1+\dfrac{K}{K_1}\right) T_2 e^{-\frac{t-T_f}{T_1}}\right] & T_f \leqslant t \leqslant 5T_f. \end{cases} \tag{21}$$

Tensiunea este continuă pentru $t = t_a$, avînd valoarea $U_{01}(t_a) = K \cdot t_a$.

Tensiunea nu scade instantaneu în momentul amorsării aparatului de protecție. Valoarea minimă a tensiunii este

$$U_{01\min}(t_{\min}) = \frac{K}{\lambda}\left\{t_a + \frac{L}{R_{DT}} + T_1 \ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1} - 1\right)\right]\right\}, \tag{22}$$

care are loc în momentul

$$t_{\min} = t_a + T_1 \ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1} - 1\right)\right]. \tag{23}$$

Valoarea maximă a tensiunii care are loc pentru $t = T_f$ este dată de relația

$$U_{01\max}(T_f) = \frac{K}{\lambda}\left[T_f + T_2 + \left(\frac{z}{2R_{DT}} t_a - T_2\right) e^{-\frac{T_f - t_a}{T_1}}\right]. \tag{24}$$

Este indicat ca expresia tensiunii $U_{01}(t)$, dată de relația (21), să fie utilizată pentru $t \leqslant (4 \div 5)\, T_f$, deoarece pentru valori mai mari ale timpului forma undei adoptate diferă relativ mult de cea reală.

În ipoteza că se neglijează influența inductanței conductorului de coborîre, se obțin următoarele expresii pentru tensiunea $U_{01}(t)$:

$$U_{01}(t)=\begin{cases} Kt, & 0<t\leqslant t_a, \\ \dfrac{K}{\lambda}t, & t_a\leqslant t\leqslant T_f, \\ \dfrac{K_1}{\lambda}\left[-t+\left(1+\dfrac{K}{K_1}\right)T_f\right], & T_f\leqslant t\leqslant 5T_f. \end{cases} \tag{25}$$

În punctul $t=t_a$ apare o discontinuitate a frontului, iar valoarea tensiunii la stînga, respectiv la dreapta, acestui punct este

$$\begin{aligned} U_{01}(t_{a-0}) &= Kt_a, \\ U_{01}(t_{a+0}) &= \frac{K}{\lambda}t_a, \end{aligned} \tag{26}$$

iar valoarea maximului undei este

$$U_{01}(T_f)=\frac{K}{\lambda}T_f. \tag{27}$$

Făcîndu-se o comparație între valorile obținute în cazul cînd inductanța e diferită de zero și cînd inductanța e nulă, rezultă

$$\frac{t_{\min}}{t_a}=1+\frac{T_1}{t_a}\ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1}-1\right)\right]=f_1(\lambda,\ R_{DT}),$$

$$\frac{U_{01\min}(t_{\min})}{U_{01}(t_a+0)}=\frac{t_{\min}}{t_a}+\frac{1}{t_a}\frac{L}{R_{DT}}=f_2(\lambda,\ R_{DT}), \tag{28}$$

$$\frac{U_{01\max}(T_f)}{U_{01}(T_f)}=1+\frac{T_2}{T_f}+\frac{1}{T_f}\left[\frac{z}{2R_{DT}}t_a-T_2\right]e^{-\frac{T_f-t_a}{T_1}}=f_3(\lambda,\ R_{DT}).$$

Aceste relații permit să se analizeze influența diferiților parametri.

Pentru valorile $z=400\ \Omega$; $R_{DT}=20\ \Omega$; $L=20\ \mu H$; $t_a=0{,}5\ \mu s$; $T_f=2\ \mu s$, se obține

$$t_{\min}=1{,}693\ t_a;\quad U_{01\min}=3{,}693\ U_{01}(t_a);\quad U_{01\max}=1{,}0455\ U_{01}(T_f).$$

2.2. SCHEME DE PROTECȚIE CU INTRARE ÎN CABLU

Considerînd influența inductanței, relația (2) a tensiunii $U_{01}(t)$ capătă următoarele valori pentru diverse intervale de timp :

$$U_{01}(t)=\begin{cases} K\alpha_{01}t & 0<t\leqslant t_a, \\ K\dfrac{\alpha_{01}}{\lambda}\left[t+T_2+\left(\dfrac{z}{2R_{DT}}\alpha_{01}t_a-T_2\right)e^{-\frac{t-t_a}{T_1}}\right. & t_a\leqslant t\leqslant T_f, \\ K_1\dfrac{\alpha_{01}}{\lambda}\left[-t-T_2+\left(1+\dfrac{K}{K_1}\right)T_f+\dfrac{K}{K_1}\left(\dfrac{z}{2R_{DT}}\alpha_{01}t_a-T_2\right)e^{-\frac{t-t_a}{T_1}}+\right. & \\ \left.+\left(1+\dfrac{K}{K_1}\right)T_2e^{-\frac{t-T_f}{T_1}}\right] & T_f\leqslant t\leqslant 5T_f, \end{cases}$$

unde

$$T_1=\frac{(z+z_1)L}{zz_1+(z+z_1)R_{DT}};\quad T_2=\frac{Lzz_1}{R_{DT}[zz_1+(z+z_1)R_{DT}]};\quad \lambda=\frac{zz_1+(z+z_1)R_{DT}}{R_{DT}(z+z_1)}. \tag{29}$$

În momentul amorsării aparatului de protecție, tensiunea la bornele lui are valoarea

$$U_{01}(t_a)=K\alpha_{01}t_a. \tag{30}$$

Timpul la care tensiunea devine minimă după momentul amorsării, se obține ca fiind egal cu

$$t_{\min}=t_a+T_1\ln\left[\alpha_{01}\frac{z}{R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1}-1\right)\right]. \tag{31}$$

Această valoare, datorită lui α_{01}, face ca $t_{\min}$ să fie mai apropiat de t_a, deci de momentul amorsării în comparație cu schema precedentă.

Valoarea minimă a tensiunii corespunzătoare acestui timp este

$$U_{01\min}(t_{\min})=K_1\frac{\alpha_{01}}{\lambda}\left\{t_a+\frac{L}{R_{DT}}+T_1\ln\left[\alpha_{01}\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1}-1\right)\right]\right\}. \tag{32}$$

Valoarea maximă a tensiunii după momentul amorsării pentru $t=T_f$ este

$$U_{01\max}(T_f)=K\frac{\alpha_{01}}{\lambda}\left[T_f+T_2+\left(\frac{z}{2R_{DT}}\alpha_{01}t_a-T_2\right)e^{-\frac{T_f-t_a}{T_1}}\right]. \tag{33}$$

Atît $U_{01\min}(t_{\min})$, cît şi $U_{01\max}(T_f)$ au valori mai mici decît valorile corespunzătoare ale tensiunii în cazul intrării cu linie aeriană în postul de transformare.

În ipoteza că se neglijează influenţa inductanţei, relaţiile se simplifică, obţinîndu-se

$$U_{01}(t) = \begin{cases} K\alpha_{01}t, & 0 < t \leqslant t_a, \\ K\dfrac{\alpha_{01}}{\lambda}t, & t_a \leqslant t \leqslant T_f, \\ K_1\dfrac{\alpha_{01}}{\lambda}\left[-t+\left(1+\dfrac{K}{K_1}\right)T_f\right], & T_f \leqslant t < 5T_f, \end{cases} \tag{34}$$

unde

$$T_1 = T_2 = 0; \quad \alpha_{01} = \frac{2z_1}{z+z_1}; \qquad \lambda = \frac{z_1 z + (z+z_1)R_{DT}}{R_{DT}(z+z_1)}.$$

În momentul amorsării, funcţia prezintă discontinuitate:

$$\begin{aligned} U_{01}(t_{a-0}) &= K\alpha_{01}t_a, \\ U_{01}(t_{a+0}) &= K\frac{\alpha_{01}}{\lambda}t_a. \end{aligned} \tag{35}$$

Valoarea tensiunii maxime după amorsare este

$$U_{01}(T_f) = K\frac{\alpha_{01}}{\lambda}T_f. \tag{36}$$

Relaţiile de comparaţie cu scheme în care se consideră şi inductanţa conductorului de coborîre sînt

$$\begin{aligned} \frac{t_{\min}}{t_a} &= 1 + \frac{T_1}{t_a}\ln\left[\alpha_{01}\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_1}-1\right)\right] = f_4(\lambda, \alpha_{01}, R_{DT}), \\ \frac{U_{01\min}(t_{\min})}{U_{01}(t_{a+0})} &= \frac{t_{\min}}{t_a} + \frac{1}{t_a}\frac{L}{R_{DT}} = f_5(\lambda, \alpha_{01}, R_{DT}), \\ \frac{U_{01\max}(T_f)}{U_{01}(T_f)} &= 1 + \frac{T_2}{T_f} + \frac{1}{T_f}\left(\frac{z}{2R_{DT}}\alpha_{01}t_a - T_2\right)e^{-\frac{T_f-t_a}{T_1}} = f_6(\lambda, \alpha_{01}, R_{DT}). \end{aligned} \tag{37}$$

2.3. COMPARAREA SCHEMEI CU INTRARE AERIANĂ ȘI CU INTRARE PRIN INTERMEDIUL UNUI CABLU

Notînd prin $f(t)_{z=z_1}$ în cazul intrării aeriene și cu $f(t)_{z\neq z_1}$ în cazul intrării prin intermediul unui cablu în postul de transformare, după o serie de transformări se obțin următoarele relații comparative:

$$\frac{t_{\min z=z_1}}{t_{\min z\neq z_1}} = \alpha_{01}\Omega \frac{\ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_{1\,z=z_1}}-1\right)e^{\frac{t_a}{T_{1\,z=z_1}}}\right]}{\ln\alpha_{01}+\ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_{1\,z\neq z_1}}-1\right)e^{\frac{t_a}{T_{1\,z\neq z_1}}}\right]} = f_7(R_{DT}, L, t_a),$$

$$\frac{U_{01\min}(t_{\min})_{z=z_1}}{U_{01\min}(t_{\min})_{z\neq z_1}} =$$

$$= \alpha_{01}\Omega^2 \frac{\ln\left[\frac{z}{2R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_{1\,z=z_1}}-1\right)e^{\frac{t_a+\frac{L}{R_{DT}}}{T_{1\,z=z_1}}}\right]}{\ln\alpha_{01}+\ln\left[\frac{z}{R_{DT}}\left(\frac{t_a}{T_{1\,z\neq z_1}}-1\right)e^{\frac{t_a+\frac{L}{R_{DT}}}{T_{1\,z\neq z_1}}}\right]} = f_8(R_{DT}, L, t_a), \tag{38}$$

$$\frac{U_{01\max}(T_f)_{z=z_1}}{U_{01\max}(T_f)_{z\neq z_1}} =$$

$$= \Omega^2 \frac{1+\frac{T_f}{T_{2\,z=z_1}}+\left(\frac{z}{2R_{DT}}\cdot\frac{t_a}{T_{2\,z=z_1}}-1\right)e^{-\frac{T_f-t_a}{T_{1\,z=z_1}}}}{1+\frac{T_f}{T_{2\,z\neq z_1}}+\left(\alpha_{01}\frac{z}{R_{DT}}\cdot\frac{t_a}{T_{2\,z\neq z_1}}-1\right)e^{-\frac{T_f-t_a}{T_{1\,z\neq z_1}}}} = f_9(R_{DT}, L, t_a).$$

Valoarea constantei Ω este

$$\Omega = \frac{1}{\alpha_{01}}\frac{\lambda_{z=z_1}}{\lambda_{z\neq z_1}} = \frac{zz_1+(z+z_1)R_{DT}}{z_1(z+2R_{DT})}. \tag{39}$$

2.4. INTERPRETAREA REZULTATELOR DE CALCUL OBȚINUTE

S-au considerat funcțiile (28), (37) și (39) pentru a studia influența diferiților parametri. S-a ales variabila principală rezistența de punere la pămînt R_{DT}, pentru care s-au luat valorile: 1,5; 5; 10; 15; 25 și 30 Ω.

Totodată s-a variat valoarea inductanței L, și anume $L = 7; 10; 13; 16; 20$ μH, precum și valoarea timpului de amorsare, și anume $t_a = 0{,}3; 0{,}5; 0{,}75; 1{,}00; 1{,}25$ μs.

În figura 4 se indică variația raportului t_{min}/t_a funcție de rezistența de punere la pămînt R_{DT} pentru diferite momente de amorsare și pentru diferite valori ale inductanței (formula (28), respectiv (37)). Se consideră că, cît valoarea rezistenței R_{DT} crește, cu atît valoarea timpului pentru care tensiunea are valoarea minimă, t_{min}, se apropie de timpul t_a.

Totodată se observă că influența inductanței apare îndeosebi pentru timpi de amorsare mai mari și pentru valori mai reduse ale rezistenței de punere la pămînt R_{DT}, ceea ce este explicabil. Influența intrării prin cablu asupra raportului t_{min}/t_a se exercită îndeosebi pentru valori mai mici ale rezistenței R_{DT}. Pentru timpi de amorsare mici [$t_a \leqslant 1$ μs] este posibil ca raportul $\frac{t_{min}}{t_a}$ să fie mai mare în cazul intrării în cablu în comparație

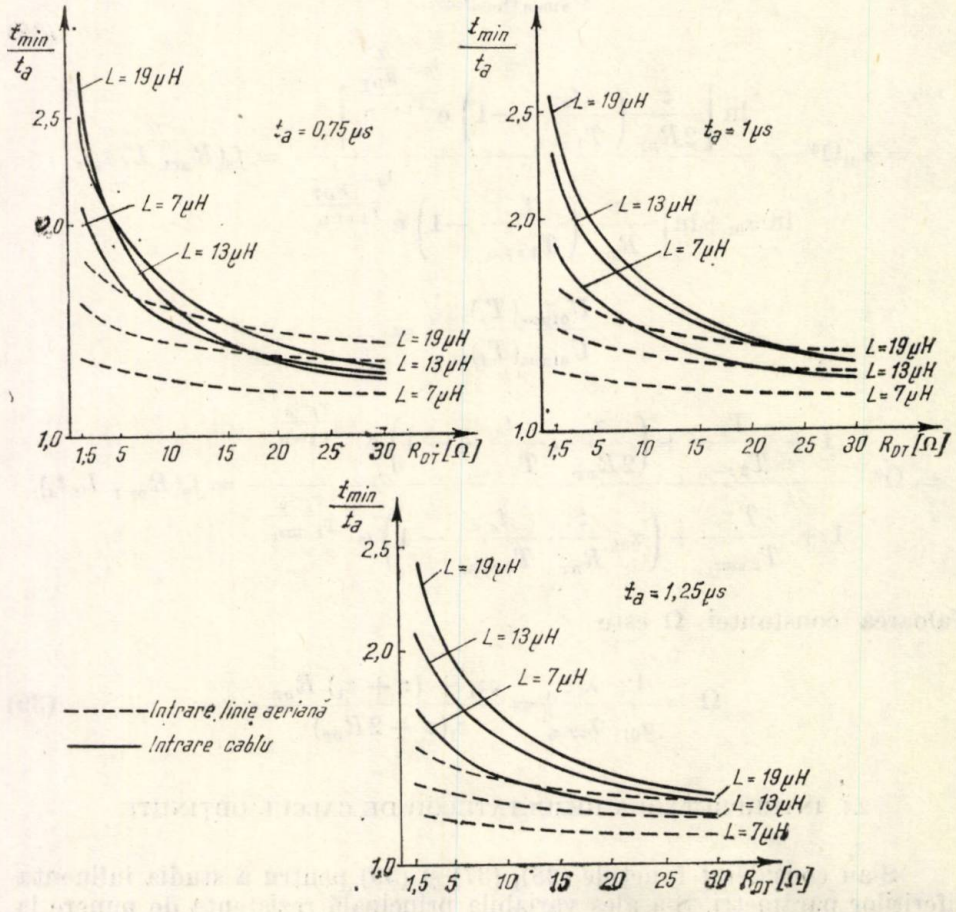


Fig. 4

în cazul legăturii directe ale liniei aeriene la postul de transformare pentru valori mari ale rezistenței R_{DT}.

Se constată că neglijarea inductanței conductorului de coborîre poate fi admisă doar pentru valori mai mari ale rezistenței R_{DT} și îndeosebi în cazul intrării liniei aeriene prin cablu. Această neglijare nu e admisibilă în cazul legăturii directe a liniei aeriene și mai ales pentru valori ale rezistenței R_{DT} mai mici de 10—15 ohmi.

Figura 5 se referă la variația raportului $\frac{U_{01\min}}{U_{01}}$ funcție de valoarea rezistenței R_{DT} pentru diferite valori ale inductanței L în cazul legăturii directe ale liniei aeriene (formula 28) și al legăturii prin intermediul unui cablu (formula (37)).

Se poate observa că raportul celor două tensiuni este practic același fie că legătura liniei aeriene la postul de transformare se face direct, fie prin intermediul unui cablu. Totodată se constată că, cu cît timpul de amorsare e mai mic, cu atît raportul $\frac{U_{01\min}}{U_{01}}$ este mai mare, îndeosebi pentru valorile mici ale rezistenței R_{DT}. Este de remarcat influența deosebită a inductanței L asupra valorii tensiunii minime îndeosebi pentru valorile rezistenței R_{DT} mai mici de 5—10 ohmi și pentru timpi de amorsare mai reduși. În consecință, pentru determinarea tensiunii $U_{01\,\min}$ este necesar să se considere și influența inductanței L.

Compararea dintre cele două scheme este dată în figurile 6, 7 și 8.

Din diagramele date în figura 6 se observă că raportul $\frac{t_{1\,\min\, z=z_1}}{t_{1\,\min\, z\neq z_1}}$ este, în general, subunitar pentru valori mai mici ale rezistenței R_{DT}; cu alte cuvinte, valoarea minimă a tensiunii are loc la timpi mai mici în cazul legăturii directe a liniei aeriene dacă $R_{DT}=10+15$ oh îndeosebi pentru momente de amorsare mai mari. Influența inductanței asupra diferenței dintre cele două scheme apare pentru timpi de amorsare mai mici.

Raportul dintre valorile minime ale tensiunii U_{01} pentru cele două scheme (intrare aeriană intrare în cablu) este dat în figura 7. Se constată că pentru timpi de amorsare mai mari acest raport este subunitar pentru o gamă largă a valorilor rezistenței R_{DT} și că în acest caz depinde puțin de valoarea inductanței L; pentru timpi de amorsare relativi mici, valoarea subunitară a acestui raport are loc pentru valori mai mici ale rezistenței R_{DT} și ale inductanței L. Ca o concluzie generală se poate afirma că tensiunea $U_{01\,\min}$ are valori relativ apropiate pentru cele două scheme.

Influența inductanței se observă îndeosebi în cazul determinării valorii maxime a tensiunii $U_{01\,\max}(t)$ (fig. 8), mai ales pentru valori mici ale rezistenței R_{DT}.

Din analiza diagramelor prezentate în figurile 4 și 8 rezultă că neglijarea în calcule a inductanței conductorului de legare la pămînt a aparatului de protecție nu este admisibilă îndeosebi pentru valorile rezistenței R_{DT} mai mici de 10—15 ohmi. Această inductanță modifică nu numai valoarea tensiunii ce se propagă spre aparatul de protejat, ci și momentul în care tensiunea are valoarea maximă sau minimă.

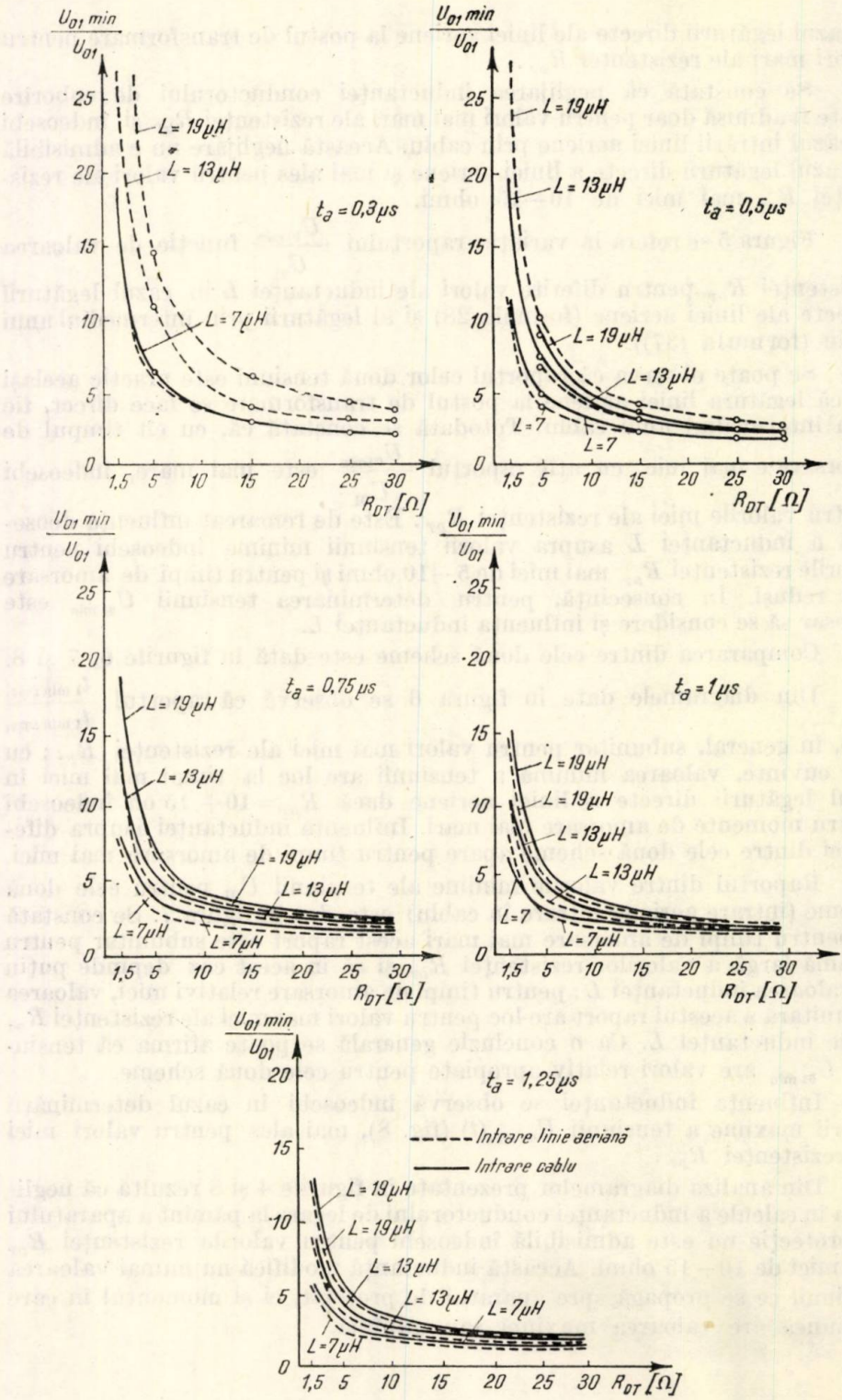
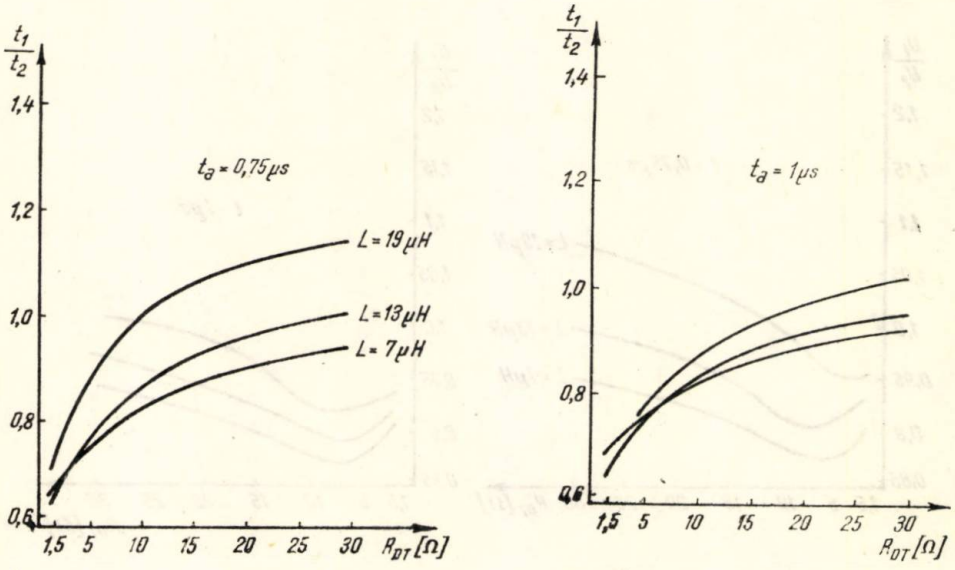
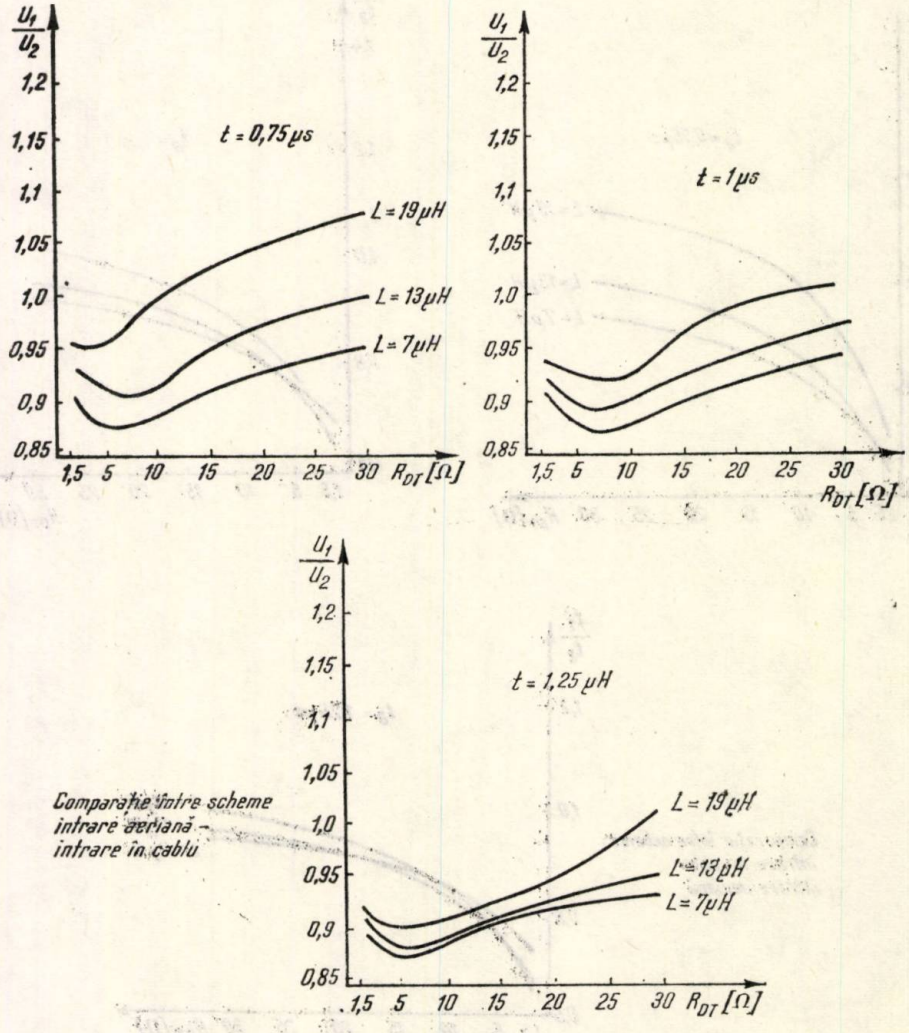

$U_{01\,min}/U_{01}$
$t_a = 0{,}3\,\mu s$
$t_a = 0{,}5\,\mu s$
$t_a = 0{,}75\,\mu s$
$t_a = 1\,\mu s$
$t_a = 1{,}25\,\mu s$
L = 19 μH
L = 13 μH
L = 7 μH
R_{DT} [Ω]
Intrare linie aeriană
Intrare cablu

Fig. 5



Comparație între scheme - intrare în cablu - intrare aeriană

Fig. 6



Comparație între scheme intrare aeriană – intrare în cablu

Fig. 7

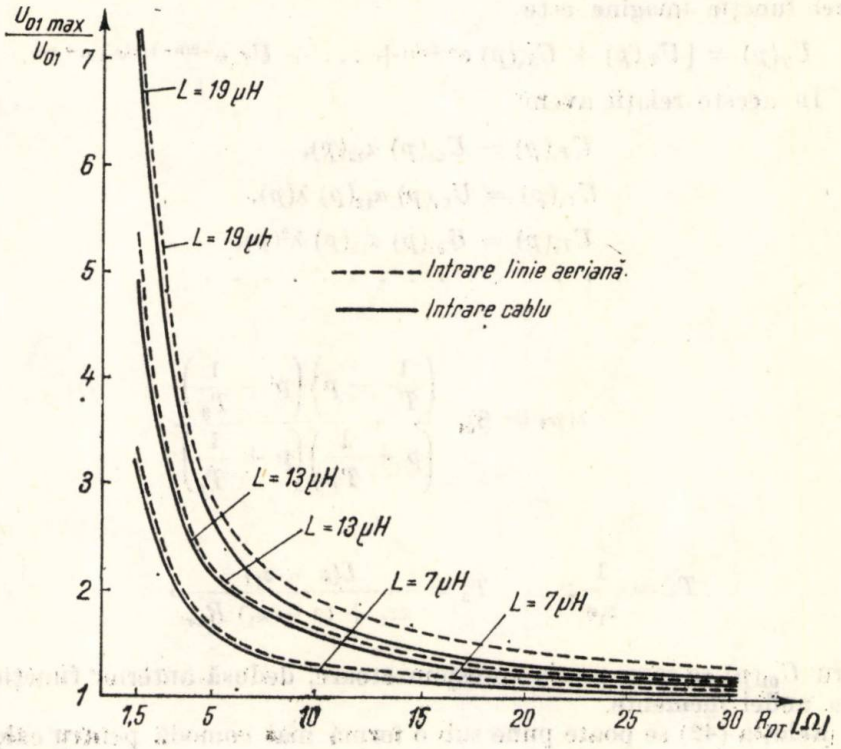


Fig. 8

3. DETERMINAREA EXPRESIEI TENSIUNII LA BORNELE APARATULUI PROTEJAT

Se consideră schema echivalentă din figura 3 *c*. Totodată se face presupunerea că deionizarea canalului descărcării nu se face instantaneu; în acest mod, aparatul de protecție se comportă ca o rezistență înseriată cu o inductanță.

Notînd cu

$$\alpha_{12} = \frac{\frac{2}{T_T}}{p + \frac{1}{T_T}}; \quad \beta_{01}(p) = \frac{z - z_1}{z + z_1} \frac{p + \frac{1}{T_3}}{p + \frac{1}{T_1}}; \quad \beta_{01}(p) = \frac{\frac{1}{T_T} - p}{\frac{1}{T_T} + p} \tag{40}$$

coeficienții de transmitere și de reflexie și ținînd seama de decalajul de timp de propagare a undelor succesive egal cu $2t_{01}$, unde t_{01} reprezintă timpul necesar propagării de către undă a intervalului de linie dintre aparatul de protecție și aparatul de protecție, se obține următoarea expresie a tensiunii la bornele lui C_T:

$$U_T(t) = U_{T_1}(t - t_{01})\,\tau(t - t_{01}) + U_{T_3}(t - 3t_{01})\,\tau(t - 3t_{01}) + \ldots$$
$$\ldots + U_{T_n}[t - (2n-1)\,t_{01}]\,\tau[t - (2n-1)\,t_{01}], \tag{41}$$

a cărei funcţie imagine este

$$U_T(p) = [U_{T_1}(p) + U_{T_2}(p)\, e^{-2pt_{01}} + \ldots + U_{T_n} e^{-2(n-1)pt_{01}}]\, e^{-pt_{01}}. \quad (42)$$

În aceste relaţii avem

$$\begin{aligned} U_{T_1}(p) &= U_{01}(p)\, \alpha_{12}(p), \\ U_{T_2}(p) &= U_{01}(p)\, \alpha_{12}(p)\, \lambda(p), \\ U_{T_3}(p) &= U_{01}(p)\, \alpha_{12}(p)\, \lambda^2(p), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \quad (43)$$

unde

$$\lambda(p) = \beta_{01} \frac{\left(\frac{1}{T_T} - p\right)\left(p + \frac{1}{T_3}\right)}{\left(p + \frac{1}{T_T}\right)\left(p + \frac{1}{T_1}\right)}, \quad (44)$$

iar

$$T_T = \frac{1}{z_1 c}; \qquad T_3 = \frac{L(z - z_1)}{z z_1 + (z - z_1) R_{DT}}.$$

Pentru $U_{01}(p)$ se ia expresia corespunzătoare, dedusă anterior funcţie de forma undei incidente.

Relaţia (42) se poate pune sub o formă mai comodă pentru calcule, observînd că în paranteză e o progresie geometrică, în consecinţă se obţine după unele transformări

$$U_T(p) = \frac{U_{01}(p)\, \alpha_{12}(p)}{(\mathrm{sh}\, pt_{01} + \mathrm{ch}\, pt_{01}) - \lambda(p)\, (\mathrm{ch}\, pt_{01} - \mathrm{sh} pt_{01})}. \quad (45)$$

Notînd prin

$$\mathrm{tg}\, \omega(p) = \frac{1 - \lambda(p)}{1 + \lambda(p)}, \quad (46)$$

relaţia (45) se poate scrie

$$U_T(p) = \frac{U_{01}(p)\, \alpha_{12}(p)}{[1 + \lambda(p)]\, [\mathrm{th}\, pt_{01} + \mathrm{th}\, \omega(p)]\, \mathrm{ch}\, pt_{01}}. \quad (47)$$

Pentru aplicarea teoremei dezvoltării este necesară exprimarea lui tg $\omega(p)$ în funcţie de constantele schemei. După unele dezvoltări relativ simple se obţine

$$\mathrm{tg}\omega(p) = \frac{p^2 \alpha_{01} + p\left(\frac{1}{T_4} + \alpha_{01}\frac{1}{T_T}\right) + \frac{1}{T_T}\cdot\frac{1}{T_5}}{p^2 \alpha_{01} + p\left(\frac{1}{T_5} + \alpha_{01}\frac{1}{T_T}\right) + \frac{1}{T_T}\cdot\frac{1}{T_4}}, \quad (48)$$

unde

$$\frac{1}{T_4}=\frac{1}{T_1}+\beta_{01}\frac{1}{T_3} \qquad \frac{1}{T_5}=\frac{1}{T_1}-\beta_{01}\frac{1}{T_3}. \tag{49}$$

Determinarea directă a funcției original a expresiei (45) întîmpină dificultăți ; pentru aceasta este util un calculator numeric.

4. CONCLUZII

Analiza schemelor de protecție a posturilor și a stațiilor de transformare trebuie făcută pe baze științifice, luînd în considerare ipoteze cît mai apropiate de cele reale. În țara noastră au fost stabilite metode de calcul privind schemele de protecție contra supratensiunilor atmosferice, utilizînd descărcătoare cu rezistență variabilă. Mai puțin studiată din punct de vedere analitic, problema protecției în cazul utilizării descărcătoarelor tubulare sau a eclatoarelor de protecție, care au o largă utilizare pentru protecția posturilor de transformare și a stațiilor de distribuție.

În literatura de specialitate se analizează pe cale analitică scheme de protecție, considerînd o formă simplificată a tensiunii (de obicei sub formă de treaptă) și neglijîndu-se influența inductanței conductorului de coborîre a aparatului de protecție. Adoptarea unei forme a undei de tensiune incidente cu frontul reprezentat de o parte oblică și cu spate infinit. sau finit complică relațiile de calcul, însă rezultatele obținute sînt mai apropiate de cele reale. Neglijarea inductanței conductorului de coborîre nu este admisibilă, îndeosebi pentru valori reduse ale rezistenței prizei, deoarece în acest caz rezultatele de calcul obținute diferă mult de cele reale.

Pentru determinarea supratensiunii din dreptul aparatului de protejat în urma reflexiilor succesive este indicată utilizarea unui calculator numeric, deoarece funcția-imagine a acestei supratensiuni este relativ complexă.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Drăgan, *Folosirea cablurilor pentru protecția instalațiilor de înaltă tensiune (3—10 kV) împotriva supratensiunilor atmosferice*, teză de doctorat, I.P.B., 1958.
2. Đ. Cristescu, *Protecția stațiilor de 110 kV împotriva supratensiunilor atmosferice*, teză de doctorat, I.P.B., 1967.
3. G. Drăgan, D. Cristescu, *Sur les schemas de protection des installations a moyenne tension contre les surtensions atmosphériques*, 9-ème Conférence Internationale de la protection contre la foudre, Lugano, 1967.

CVADRIPOLUL SIMETRIC ÎN PUNTE DEZECHILIBRAT

DE

CRISTOFOR VASILIU

621.396

Se determină proprietățile cvadripolului în punte simetric și dezechilibrat și se prezintă cîteva aplicații practice posibile ale acestui cvadripol.

1. INTRODUCERE

Cvadripolul în punte simetric și echilibrat (fig. 1*a*) reprezintă, după cum se știe, forma cea mai generală a cvadripolilor simetrici, în sensul că oricărui cvadripol simetric i se poate găsi un asemenea cvadripol realizabil fizic. Pentru acest motiv, acest cvadripol are un rol deosebit de important în problemele de sinteză a rețelelor electrice, iar proprietățile lui sînt bine cunoscute.

Există însă și o formă dezechilibrată a cvadripolului simetric în punte, aceea arătată în figura 1 *b*.

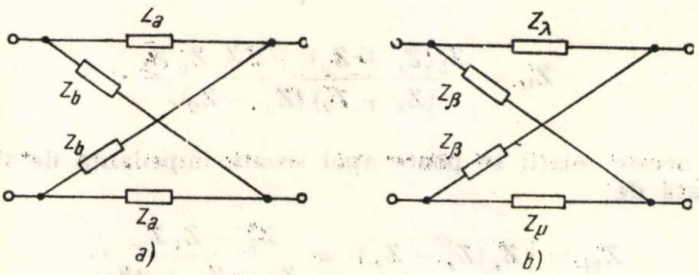


Fig. 1. — Cvadripoli simetrici în punte : *a* — echilibrat ; *b* — dezechilibrat.

Pentru orice cvadripol simetric în punte dezechilibrat se poate găsi unul echilibrat echivalent, realizabil fizic (impedanțele Z_β, Z_λ și λ_μ fiind date, impedanțele Z_a și Z_b rezultă în mod univoc determinate și realizabile fizic), dar afirmația reciprocă nu mai este totdeauna valabilă. Acest fapt poate fi justificat în felul următor : un cvadripol simetric este univoc determinat de doi parametri independenți.

Dacă aceşti parametri sînt daţi şi matricea lor este pozitiv reală, impedanţele Z_a şi Z_b capătă expresii bine definite şi, pe baza proprietăţii specificate la început, sînt totdeauna realizabile fizic. Cvadripolul în punte simetric şi dezechilibrat este format din trei impedanţe, care nu pot fi univoc determinate de numai doi parametri. Dacă una dintre aceste impedanţe, să zicem Z_μ, ar fi fixată arbitrar, celelalte două ar rezulta univoc determinate ca expresii matematice, dar nu neapărat realizabile fizic.

Pentru motivul expus mai sus, cvadripolul în punte simetric şi dezechilibrat este mai puţin general şi deci mai puţin important atît în problemele teoretice, cît şi în cele practice de sinteză a reţelelor. De aceea el este mai puţin cunoscut şi nu este complet studiat în literatură. Există însă situaţii particulare în care acest cvadripol poate avea aceleaşi proprietăţi cu cel echilibrat şi să conţină mai puţine elemente componente, adică să fie mai economic.

Scopul prezentului articol este să determine proprietăţile cvadripolului simetric în punte dezechilibrat şi să arate cîteva aplicaţii practice posibile ale acestui cvadripol.

2. PROPRIETĂŢILE CVADRIPOLULUI ÎN PUNTE SIMETRIC ŞI DEZECHILIBRAT

Vom începe prin a determina impedanţele Z_a şi Z_b ale cvadripolului în punte echilibrat, echivalent cu cel dezechilibrat. Pentru aceasta vom folosi parametrii de scurt şi gol ai cvadripolului dezechilibrat. Se obţine astfel

$$Z_{11} = Z_a = \frac{(Z_\lambda + Z_\beta)(Z_\mu + Z_\beta)}{Z_\lambda + Z_\mu + 2Z_\beta} \tag{1}$$

şi

$$Z_{sc} = \frac{Z_\beta^2(Z_\lambda + Z_\mu) + 2Z_\lambda Z_\mu Z_\beta}{(Z_\lambda + Z_\beta)(Z_\mu + Z_\beta)}. \tag{2}$$

Din aceste relaţii se poate apoi scoate impedanţa de transfer de gol Z_{12}, dată de

$$Z_{12} = \sqrt{Z_a(Z_a - Z_{sc})} = \frac{Z_\beta^2 - Z_\lambda Z_\mu}{Z_\lambda + Z_\mu + 2Z_\beta}. \tag{3}$$

Pe de altă parte, parametrii de impedanţe de gol ai cvadripolului echilibrat sînt cunoscuţi şi exprimaţi de egalităţile

$$Z_{11} = \frac{1}{2}(Z_a + Z_b); \qquad Z_{12} = \frac{1}{2}(Z_b - Z_a). \tag{4}$$

Echivalenţa cere egalitatea impedanţelor Z_{11} şi Z_{12} corespunzătoare celor doi cvadripoli. Impunînd această egalitate, din (1), (3) şi (4) se obţin

impedanțele cvadripolului echilibrat în funcție de cele ale celui dezechilibrat, și anume

$$Z_b = Z_\beta \tag{5}$$

și

$$Z_a = \frac{Z_\lambda (Z_\mu + Z_\beta) + Z_\mu (Z_\lambda + Z_\beta)}{Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta}. \tag{6}$$

Nu este necesar să verificăm realizabilitatea fizică a impedanței Z_a din (6), deoarece sîntem asigurați de acest lucru prin faptul că cvadripolul în punte echilibrat simetric reprezintă forma canonică a cvadripolilor simetrici, așa cum a fost menționat în introducere.

Egalitatea (6) se poate rezolva în raport cu Z_λ, obținîndu-se

$$Z_\lambda = \frac{2 Z_a Z_b + Z_\mu (Z_a - Z_b)}{2 Z_\mu + Z_b - Z_a}. \tag{7}$$

Ecuațiile (5) și (7) dau două dintre cele trei impedanțe ale cvadripolului dezechilibrat în funcție de cele două impedanțe Z_a și Z_b ale cvadripolului echilibrat, cea de-a treia, Z_μ, rămînînd arbitrară. Expresia (7) arată că impedanța Z_λ nu este, în general, realizabilă fizic. Condiția de realizabilitate va depinde atît de expresia particulară aleasă pentru impedanța arbitrară Z_μ, cît și impedanțele Z_a și Z_b.

Impedanțele Z_a și Z_b ale cvadripolului echilibrat se pot obține și prin aplicarea teoremei bisecțiunii, deoarece cvadripolul dezechilibrat este simetric și ca structură, avînd o axă de simetrie transversală care împarte cvadripolul în două jumătăți identice, fără cuplaj prin inductanțe mutuale între ele, așa cum se vede în figura 2. Nu se poate însă aplica

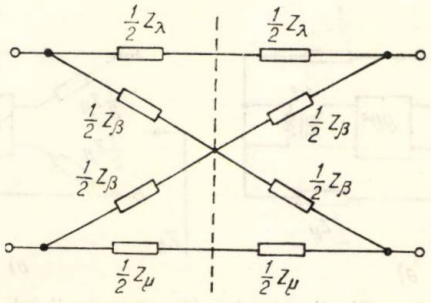


Fig. 2. — Simetria structurală a a cvadripolului dezechilibrat simetric în punte.

direct teorema lui Bartlett, deoarece în planul de simetrie sînt și conexiuni ce se încrucișează. Vom aplica de aceea generalizarea acestei teoreme, dată de Belevitch [1]. Conform acestei teoreme generalizate, teorema lu Bartlett inițială trebuie aplicată cvadripolului din figura 3, echivalent cu cel din figura 2.

În figura 3, transformatoarele cu raport de transformare egal cu unitatea sînt transformatoare ideale, iar cei doi cvadripoli reprezintă defazori de 90°. Prin urmare, cvadripolul încadrat cu linie întreruptă este un defazor de 180°, echivalent cu o încrucişare de conexiuni. Este, poate, indicat să se menţioneze faptul că cvadripolul încadrat cu linie

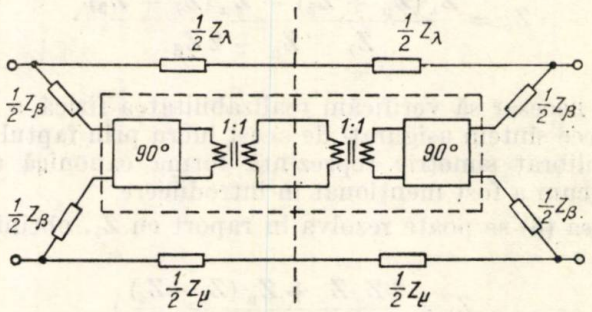


Fig. 3. — Cvadripol echivalent cu cel din figura 2.

întreruptă nu poate fi înlocuit cu un transformator ideal cu raport de transformare — 1 şi să se aplice extensiunea teoremei lui Bartlett dată de Brune [2], deoarece această înlocuire ar duce la un cvadripol care n-ar mai fi echivalent cu acela din figura 2.

Aplicînd acum teorema cunoscută a lui Bartlett cvadripolului din figura 3, se obţin dipolii care dau impedanţele Z_a şi Z_b ale cvadripolului echilibrat echivalent, dipoli reprezentaţi în figura 4.

Se ştie însă că un defazor de 90° (linie sfert de lungime de undă) transformă un scurtcircuit în circuit deschis (în gol) şi invers. Pe baza acestui fapt şi pe acela că un scurt (sau gol) la o poartă a unui transformator ideal constituie un scurt (sau gol) şi la cealaltă poartă, dipolii din

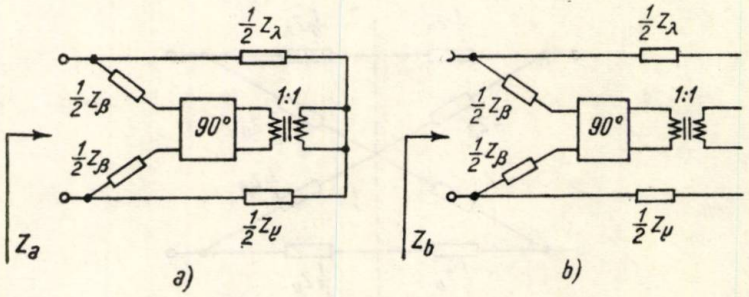


Fig. 4. — Dipoli care dau impedanţele Z_a şi Z_b.

figura 4 se transformă în dipoli din figura 5. În figura 5 *a*, autotransformatorul ideal (inductanţe infinite) are rolul să păstreze tensiunile longitudinale iniţiale în cvadripol, corespunzătoare alimentării care duce la impedanţa Z_a. Acest autotransformator ideal poate fi înlocuit cu un transformator ideal cu raportul de transformare — 1, ca în figura 6. Dipolul astfel obţinut constituie o realizare (sinteză) a impedanţei Z_a din (6),

deşi, în general, nu cea mai economică (ca număr de elemente) şi nici cea mai convenabilă practic (conţine un transformator ideal). Această realizare confirmă aserţiunea că Z_a în (6) este totdeauna fizic realizabilă.

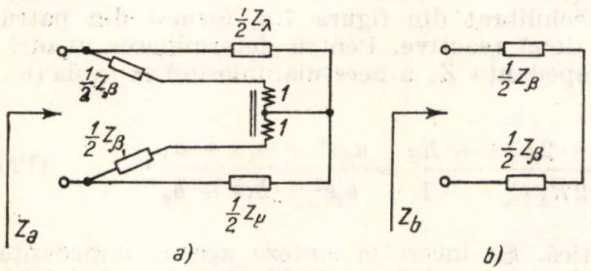


Fig. 5. — Impedanţe echivalente cu cele din figura 4.

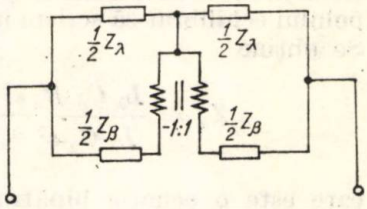


Fig. 6. — Dipol care constituie o posibilă realizare a impedanţei Z_a.

Să determinăm acum parametrii imagine şi cei de lucru ai cvadripolului în punte simetric şi dezechilibrat. Vom folosi pentru aceasta relaţiile care exprimă aceşti parametri în funcţie de parametrii de scurt şi gol, relaţii ce se pot găsi grupate, spre exemplu, în [3]. Plecînd de la parametrii de scurt şi gol din (1) şi (2), găsim pentru impedanţa imagine W şi exponentul de transfer pe imagini g expresiile

$$W = \sqrt{\frac{Z_\beta^2 (Z_\lambda + Z_\mu) + 2 Z_\lambda Z_\mu Z_\beta}{Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta}} \tag{8}$$

şi

$$g = \ln \frac{\sqrt{Z_\beta (Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta)} + \sqrt{Z_\beta (Z_\lambda + Z_\mu) + 2 Z_\lambda Z_\mu}}{\sqrt{Z_\beta (Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta)} - \sqrt{Z_\beta (Z_\lambda + Z_\mu) + 2 Z_\lambda Z_\mu}}. \tag{9}$$

Dacă presupunem cvadripolul închis la intrare pe impedanţa Z_1 şi la ieşire pe Z_2, exponentul compus (de lucru) este dat de egalitatea

$$g_c = \ln \frac{Z_1 Z_2 (Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta) + (Z_1 + Z_2)(Z_\lambda + Z_\beta)(Z_\mu + Z_\beta) + Z_\beta^2 (Z_\lambda + Z_\mu) + 2 Z_\lambda Z_\mu Z_\beta}{2 (Z_\beta^2 - Z_\lambda Z_\mu) \sqrt{Z_1 Z_2}}. \tag{10}$$

Cu ieşirea închisă pe impedanţa Z_2, expresia impedanţei la intrarea cvadripolului este

$$Z_{in} = \frac{Z_2 (Z_\lambda + Z_\beta)(Z_\mu + Z_\beta) + Z_\beta^2 (Z_\lambda + Z_\mu) + 2 Z_\lambda Z_\mu Z_\beta}{Z_2 (Z_\lambda + Z_\mu + 2 Z_\beta) + (Z_\lambda + Z_\beta)(Z_\mu + Z_\beta)}. \tag{11}$$

Puntea este echilibrată cînd $Z_\beta^2 = Z_\lambda Z_\mu$, ceea ce face ca exponentul pe imagini în (9) şi cel de lucru în (10) să fie infinit (transmisie nulă).

3. APLICAȚII

Vom prezenta acum cîteva aplicații cu scopul de a sugera eventuale utilizări practice ale cvadripolului în punte simetric și dezechilibrat.

1. Fie cvadripolul dezechilibrat din figura 7 *a*, format din patru elemente: două rezistive și două reactive. Pentru determinarea cvadripolului echilibrat să scriem impedanța Z_a a acestuia, folosind expresia (6). Se obține

$$Z_a' = \frac{L_\lambda C_\mu R_\beta s^2 + 2L_\lambda s + R_\beta}{L_\lambda C_\mu s^2 + 2R_\beta C_\mu s + 1} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \tag{12}$$

care este o ecuație bipătratică. Să încercăm sinteza acestei impedanțe sub forma unui dipol de tipul serie-paralel cu relațiile date în [4]. Găsim astfel

$$\begin{aligned} \delta_{20} &= a_2 b_0 - a_0 b_2 = 0, \\ \delta_{10} &= a_1 b_0 - a_0 b_1 = 2(L_\lambda - R_\beta^2 C_\mu), \\ \delta_{21} &= a_2 b_1 - a_1 b_2 = 2L_\lambda C_\mu (C_\mu R_\beta^2 - L_\lambda). \end{aligned} \tag{13}$$

Aceste egalități arată că Z_a este totdeauna realizabilă sub forma dipolului tip serie-paralel, deci cu minim de elemente, și anume: pentru $\delta_{10} > 0$ în (13) se obține din [4] structura 2, tabela 1, iar pentru $\delta_{10} < 0$ structura 3 din aceeași tabelă. Rezultă astfel cvadripolii echivalenți din figura 7*b*, respectiv 7 *c*.

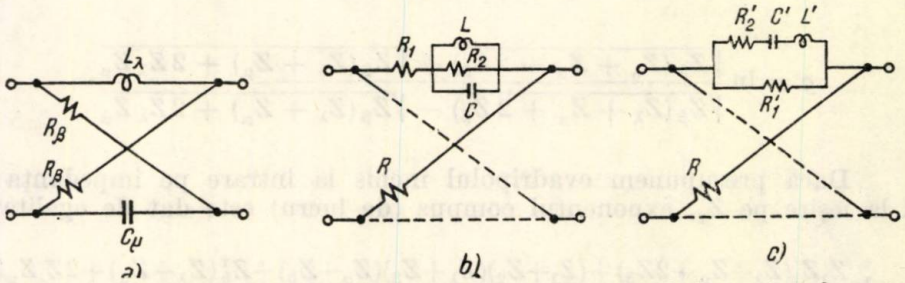


Fig. 7. — Cvadripol dezechilibrat; cvadripol echilibrat echivalent cînd $\delta_{10} > 0$ (*b*); idem cînd $\delta_{10} < 0$ (*c*).

Valorile elementelor se deduc din aceeași tabelă. Pentru cvadripolul din figura 7 *b* se găsește

$$R_1 = R_\beta; \qquad R_2 = \frac{L_\lambda - R_\beta^2 C_\mu}{R_\beta C_\mu};$$

$$L = 2(L_\lambda - R_\beta^2 C_\mu); \qquad C = \frac{L_\lambda C_\mu}{2(L_\lambda - R_\beta^2 C_\mu)}; \tag{14}$$

şi

$$R = R_1; \qquad L(R_1 + R_2) = 4CR_1R_2^2. \tag{15}$$

Pentru trecerea de la cvadripolul echilibrat la cel dezechilibrat se obţine:

$$R_\beta = R; \qquad L_\lambda = 2CR_1R_2; \qquad C_\mu = \frac{L}{2R_1R_2}. \tag{16}$$

Tot aşa, pentru cvadripolul din figura 7 *c*, obţinem:

$$\begin{aligned} R_1' &= R_\beta; \qquad R_2' = \frac{L_\lambda R_\beta}{R_\beta^2 C_\mu - L}; \\ L' &= \frac{L_\lambda C_\mu R_\beta^2}{2(C_\mu R_\beta^2 - L_\lambda)}; \qquad C' = \frac{2(R_\beta^2 C_\mu - L_\lambda)}{R_\beta^2}; \end{aligned} \tag{17}$$

şi

$$R = R_1'; \qquad 4L' = C'R_2'(R_1' + R_2'). \tag{18}$$

Trecerea inversă se face prin relaţiile

$$R_\beta = R; \qquad L_\lambda = \frac{1}{2} C'R_1'R_2'; \qquad C_\mu = \frac{2L'}{R_1'R_2'}. \tag{19}$$

Egalităţile (15), respectiv (18), reprezintă condiţiile pe care trebuie să le satisfacă elementele cuadripolului echilibrat, pentru ca trecerea inversă, exprimată de relaţiile (16) respectiv (19), să fie posibilă.

Din figura 7 se poate constata că cvadripolul dezechilibrat conţine numai 4 elemente (2 reactive şi 2 rezistive), pe cînd cel echilibrat echivalent 10 elemente (4 reactive şi 6 rezistive).

2. O a doua structură pe care o vom analiza este aceea din figura 8 *a*. Pentru impedanţa Z_a din (6) se obţine expresia

$$Z_a = \frac{2LCR_1R_2s^2 + L(2R_1 + R_2)s + R_1R_2}{LCR_2s^2 + (L + CR_1R_2)s + R_1 + 2R_2}, \tag{20}$$

de unde se deduc egalităţile:

$$\begin{aligned} \delta_{20} &= L\,C\,R_2(3R_1R_2 + 2R_1^2) > 0, \\ \delta_{10} &= 2\,L(R_1 + R_2)^2 - C\,R_1^2R_2^2, \\ \delta_{21} &= LCR_2^2(2\,C\,R_1^2 - L). \end{aligned} \tag{21}$$

O analiză făcută pe baza relațiilor ce se găsesc în tabela 1 din [4] arată că impedanța Z_a se poate realiza cu un număr minim de elemente sub forma dipolilor din figura 8 *a* sau *b*. Mai interesant este însă aici faptul

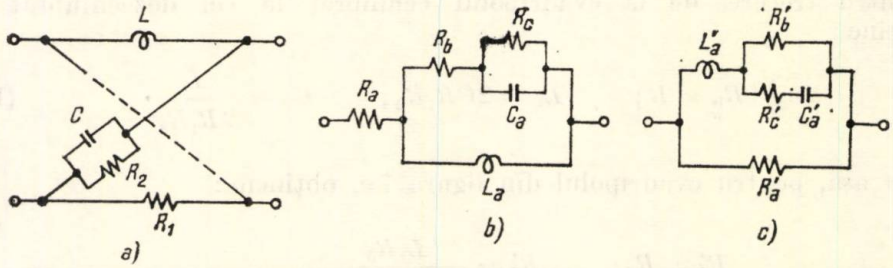


Fig. 8. — Cvadripol dezechilibrat și două forme ale impedanței Z_a a cvadripolului echilibrat.

că pentru anumite valori ale elementelor cvadripolului dezechilibrat nici una dintre aceste două forme nu este realizabilă fizic și este deci necesar să apelăm la structuri de tip Brune sau Bott-Duffin. Pentru exemplificare să considerăm următoarele valori (într-un sistem de unități oarecare):

$$L = 3, \quad C = 1,$$
$$R_1 = 1, \quad R_2 = 3, \tag{22}$$

care conduc la impedanța

$$Z_a = \frac{18\,s^2 + 15\,s + 3}{9\,s^2 + 6\,s + 7}, \tag{23}$$

care nu poate fi realizată prin dipolii din figura 8 *a*, *b*. Sinteza se poate face dezvoltînd în mod obișnuit ciclul Brune sau cel Bott-Duffin simplificat. Este însă mai comod să se folosească relațiile din [5], care dau direct valo-

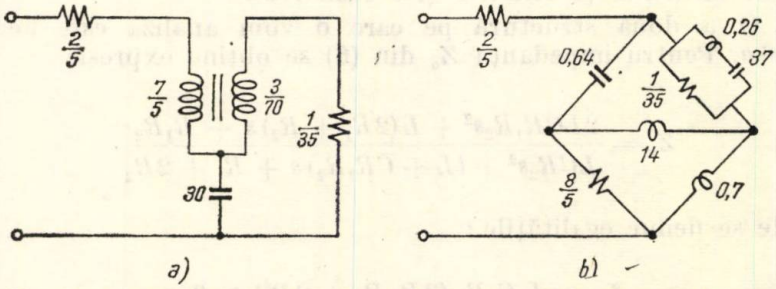


Fig. 9. — Sinteza impedanței Z_a din (23) prin metodele Brune (*a*) și Bott-Duffin simplificat (*b*).

rile elementelor dipolului în funcție de coeficienții impedanței Z_a. Se ajunge astfel la dipolii din figura 9.

Dacă se compară cvadripolul dezechilibrat din figura 8*a*, care cuprinde pe braţele longitudinale doar două elemente (o inductanţă şi o rezistenţă), cu numărul de elemente cuprinse în două impedanţe Z_a (cele două braţe longitudinale ale cvadripolului echilibrat), realizate sub forma dipolilor din figurile 8 *a*, *b* şi 9 *a*, *b*, se poate constata marea economie de elemente pe care o prezintă cvadripolul dezechilibrat faţă de cel echilibrat.

3. Vom analiza acum un cvadripol pur reactiv, adică un filtru electric, aşa cum este reprezentat în figura 10 *a*. Pentru impedanţa Z_a din (6) se obţine în acest caz

$$Z_a = \frac{L_1 L_2 C_1 C_2 s^4 + (2 L_2 C_1 + L_2 C_2 + L_1 C_1) s^2 + 1}{C_1 C_2 (2L_1 + L_2) s^3 + C_1 + 2 C_2}. \tag{24}$$

Sintetizînd această impedanţă (funcţie de reactanţă), se obţine

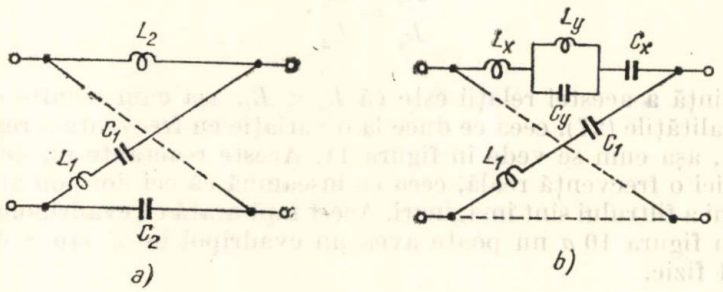


Fig. 10. — Filtru de bandă în punte.

cvadripolul echivalent echilibrat din figura 10 *b*. Dacă luăm

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 = \frac{1}{\omega_0^2}, \tag{25}$$

atunci se constată

$$L_x C_x = L_y C_y = L_1 C_1, \tag{26}$$

şi cvadripolul devine un filtru de bandă cu simetrie geometrică în raport cu ω_0. Valorile elementelor cvadripolului echilibrat se pot obţine prin procesul de sinteză şi sînt date de egalităţile

$$L_x = \frac{L_1 L_2}{2L_1 + L_2}; \quad L_y = \frac{L_2^2}{2L_1 + L_2}, \tag{27}$$

$$C_x = C_1 + 2C_2; \quad C_y = \frac{2L_1 + L_2}{L_2} C_2.$$

Pentru trecerea inversă se găsesc expresiile

$$L_1 = \frac{2L_x + L_y}{L_y} L_x \; ; \quad L_2 = 2L_x + L_y \, ,$$
$$C_1 = \frac{L_y C_x}{2L_x + L_y} \; ; \quad C_2 = \frac{L_x C_x}{2L_x + L_y} \, . \tag{28}$$

Desigur, cvadripolul dezechilibrat din figura 10 *a* nu poate acoperi toată gama celulelor de filtru trece-bandă cu simetrie geometrică din figura 10 *b*, deoarece relațiile de mai sus arată că, pentru ca trecerea de la cvadripolul echilibrat la cel dezechilibrat să fie posibilă (să ducă la un cvadripol realizabil fizic), între elementele cvadripolului echilibrat trebuie să existe relația

$$\frac{L_x}{L_y} = \frac{L_1}{L_2} \, . \tag{29}$$

O consecință a acestei relații este că $L_x < L_1$, așa cum rezultă din prima dintre egalitățile (27), ceea ce duce la o variație cu frecvența a reactanțelor X_a și X_b, așa cum se vede în figura 11. Aceste reactanțe nu devin egale pentru nici o frecvență reală, ceea ce înseamnă că cei doi poli ai atenuării pe imagini a filtrului sînt imaginari. Acest fapt arată că cvadripolul dezechilibrat din figura 10 *a* nu poate avea un cvadripol în T sau π echivalent realizabil fizic.

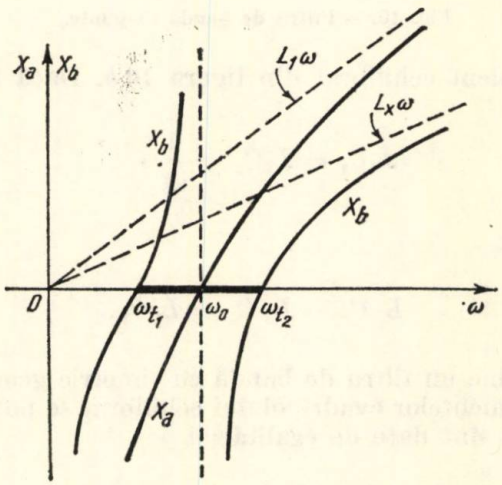


Fig. 11. — Variația cu frecvența a reactanțelor X_a și X_b aparținînd cvadripolului din figura 10 *b*.

Filtrul din figura 10*a* conține numai jumătate din numărul de elemente din care este compus cvadripolul echivalent echilibrat din figura 10*b* și este deci mult mai economic.

4. În general, cvadripolul dezechilibrat conține mai puține elemente decît cel echilibrat echivalent, așa cum a rezultat din exemplele precedente și cum o sugerează însăși expresia impedanței Z_a din (6). Sînt însă cazuri particulare în care acest lucru nu are loc. Așa este cazul cu cvadripolii

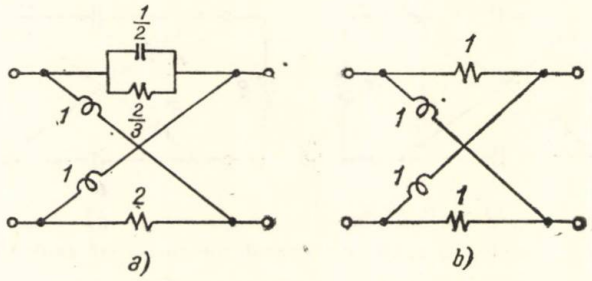


Fig. 12. — Exemplu de cvadripol echilibrat (*b*) mai simplu decît cel dezechilibrat echivalent (*a*)

din figura 12. Acest exemplu mai prezintă un aspect paradoxal la prima vedere, acela că unul dintre cvadripoli conține ambele elemente reactive, pe cînd celălalt numai inductanțe.

5. Un ultim exemplu care să ilustreze posibilitatea de utilizare practică a cvadripolului în punte dezechilibrat este arătat în figura 13, care constituie patentul lui Darlington [6]. Dacă expresia (10) a exponentului compus al cvadripolului dezechilibrat este scrisă pentru cvadripolul din figura 13, se obține egalitatea

$$g_c = \ln\left(1 + \frac{\alpha + \frac{1}{\alpha}}{2}\right) + \ln \frac{(R + Z_a)(R + Z_b)}{R(Z_b - Z_a)}. \tag{30}$$

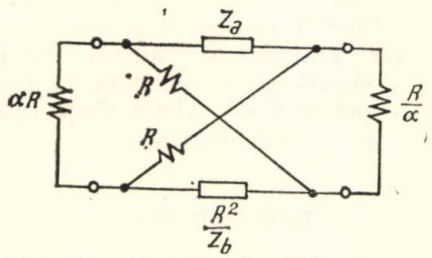


Fig. 13. — Cvadripol dezechilibrat pentru care exponentul compus diferă printr-o atenuare constantă de cel al cvadripolului din figura 1 *a*, închis pe R.

Însă termenul al doilea din membrul doi al acestei egalități reprezintă atenuarea compusă a cvadripolului în punte echilibrat din figura 1*a*, închis la ambele porți pe rezistența R. Așadar, exponentul compus al cvadripolului din figura 13 diferă de cel al cvadripolului din figura 1*a* printr-o atenuare constantă, egală cu primul termen din membrul al doilea

al egalității (30). Această atenuare este minimă pentru $\alpha = 1$, cînd ia valoarea de 0,7 N. Acceptînd acest surplus de atenuare, se poate face economie de doi dipoli cu impedanțele Z_a și Z_b.

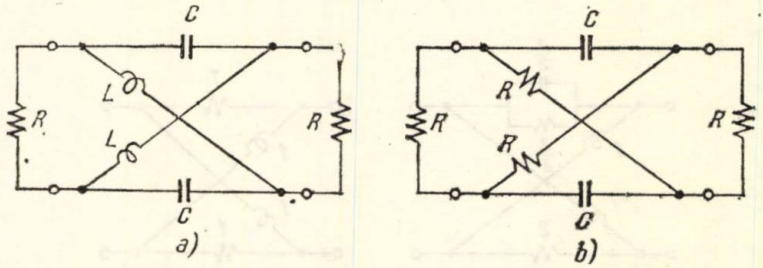


Fig. 14. — Cvadripoli al căror exponent compus diferă prin 0,7 N.

Un caz particular interesant este acela arătat în figura 14, din care se vede că primul cvadripol este un corector de fază cu atenuare nulă, iar cel de-al doilea tot un corector de fază, cu o atenuare constantă egală cu 0,7 N, dar care nu conține inductanțe.

CONCLUZII

Prezentul articol s-a ocupat cu studiul cvadripolului în punte simetric și dezechilibrat. Au fost stabilite mai întîi proprietățile acestui cvadripol, determinîndu-se parametrii de impedanțe de gol, parametrii-imagine și parametrii de lucru. S-a determinat apoi cvadripolul în punte echilibrat echivalent, stabilindu-se expresii pentru impedanțele acestui cvadripol în funcție de cele ale cvadripolului dezechilibrat. Folosind teorema bisecțiunii a lui Bartlett sub forma generalizată a lui Belevitch, s-a găsit și o formă generală de realizare a impedanței longitudinale a cvadripolului echilibrat cînd impedanțele cvadripolului dezechilibrat echivalent sînt date. În a doua parte a lucrării au fost date cîteva exemple cu rolul de a ilustra eventuale utilizări practice a cvadripolului în punte simetric și dezechilibrat. S-a arătat astfel că, în anumite condiții, cvadripolul dezechilibrat poate fi mai economic decît cel echilibrat echivalent, fiind constituit dintr-un număr mai mic de elemente.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Belevitch, *Théorie des Circuits de Télécommunication*, Paris, Gauthier—Villars, 1957.
2. W. Cauer, *Synthesis of Liniar Communication Networks*, New York, McGraw-Hill, 1958.
3. Cr. Vasiliu, *Proprietățile transformatorului diferențial nesimetric în condiții de lucru arbitrare*, St. cerc. energ. electr., **20**, *4*, 883—896 (1970).
4. — *Sinteza în serie-paralel a funcției de intrare bipatratică*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3*, 617—635 (1969).
5. — *Sinteza în punte a funcției de intrare bipatratică*, St. cerc. energ. electr., **20**, *1*, 203—218 (1970).
6. S. Darlington, *U. S.* Patent No. 1 991 195.

INFLUENȚA FUNCȚIONĂRII CU INTERMITENȚĂ ASUPRA SIGURANȚEI ÎN FUNCȚIONARE

DE

AL. GHIȚĂ

(62.50 : 519.2)

În articol sînt arătate principalele aplicații ale modelului matematic al funcționării cu intermitență, prezentat în lucrarea [9]. Pe lîngă aspecte tratate și în alte lucrări privind funcționarea ciclică sau a sistemelor de elemente [1]) care nu funcționează simultan, sînt expuse și posibilități noi privind determinarea regimului preferabil, prognoza siguranței elementului ce va funcționa intermitent sau aprecierea siguranței elementului care a funcționat cu intermitență din datele statistice asupra defectărilor.

1. INTRODUCERE

Influența funcționării cu intermitență asupra siguranței a stat în atenția mai multor lucrări. Au interesat: funcționarea ciclică (regim intermitent, nealeator, constant) a aparaturii [11], calculul siguranței sistemelor de elemente care nu lucrează simultan [7] și al sistemelor cu rezervă ciclică [2]) [5], [14], calculul și optimizarea întreruperilor preventive [1], [8], aprecierea siguranței din datele statistice asupra defectărilor [3], [12], [14] ș.a. O rezolvare aproximativă a problemei funcționării cu intermitență poate fi găsită de asemenea în lucrarea [10].

În lucrarea [9] este prezentat un model matematic general al funcționării cu intermitență, incluzînd trei noțiuni: *regim intermitent*, *element cu funcționare intermitentă* și *răspuns intermitent*. Conținutul lor în cazul funcționării pînă la prima defecțiune este dat în prima parte a lucrării. Prin *regim intermitent* se înțelege perechea de procese aleatoare $((l_i)_{i\in N}, (p_i)_{i\in N})$, în care l_i sînt *durate de lucru*, iar p_i sînt *durate de pauză*. Prin *element cu funcționare intermitentă* se înțelege procesul aleator

[1]) În tot cuprinsul lucrării înțelegem prin element orice instalație dispozitiv etc. a cărei siguranță este studiată independent de siguranța părților ei componente ([10], p. 97).

[2]) Sisteme de mai multe elemente care funcționează succesiv într-o ordine ciclică ([5], p. 81).

$(f_i)_{i\in N}$, în care f_i sînt *duratele de funcționare continuă* din intervalele de lucru. Variabilele aleatoare l_i, p_j, f_κ; i, j, $k \in N$ sînt nenegative și independente, avînd funcțiile de repartiție L_i, P_j, R_k și valorile medii λ_i, π_j, φ_k. Prin *răspuns intermitent* se înțelege cvadruplul $(\eta, \tau, \tau_l, \tau_p)$, în care η este *numărul de cicluri pînă la apariția defecțiunii* [1]), τ *durata de funcționare intermitentă pînă la apariția defecțiunii*, τ_l *durata de funcționare intermitentă efectivă pînă la apariția defecțiunii* [2]), *iar* τ_p *durata totală a pauzelor pînă la apariția defecțiunii*. Variabila aleatoare η este caracterizată de probabilitatea $q_n = \boldsymbol{P}(\eta = n)$ și de valoarea medie N_0. Variabilele aleatoare τ, τ_l, τ_p sînt caracterizate de funcțiile de repartiție F, F_l, F_p și de valorile medii T, T_l, T_p. Teorema 1 a lucrării dă relațiile de legătură dintre caracteristicile *răspunsului intermitent* și caracteristicile *regimului intermitent* și ale *elementului cu funcționare intermitentă*. Conform formulei 5° a teoremei,

$$F_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (H_n \ast A_n)(t)\ [3]), \tag{1}$$

unde $H_x(t) = \int_0^t [1 - L_n(x)]\,\mathrm{d}R_n(x)$, $A_n = (L_1 - G_1) \ast \ldots \ast (L_{n-1} - G_{n-1})$, iar $G_i(t) = \int_0^t R_i(x)\,\mathrm{d}L_i(x)$ și sînt presupuse că există pentru orice t. Formulele obținute pentru valorile medii N_0, T, T_l, T_p se simplifică considerabil în ipoteze suplimentare de staționaritate ($L_i = L$, $P_i = P$, $R_i = R$, ceea ce implică $\lambda_i = \lambda$, $\pi_i = \pi$, $\varphi_i = \varphi$), după cum se arată în corolarul 1. Conform formulei 2° a corolarului,

$$N_0 = \theta^{-1}, \tag{2}$$

unde $\theta = \int_0^\infty R(x)\,\mathrm{d}L(x)$ și satisface condiția $\theta > 0$ [4]), iar conform formulei 6°

$$T_l = \theta^{-1}(\varphi - \delta + \lambda - \gamma), \tag{3}$$

unde $\delta = \int_0^\infty xL(x)\,\mathrm{d}R(x)$, $\gamma = \int_0^\infty xR(x)\,\mathrm{d}L(x)$; λ, π, φ și, implicit, δ, γ sînt finite.

În partea a doua a lucrării [9] este studiată funcționarea intermitentă a unui element cu restabilire [5]) în ipotezele că *regimul intermitent* este dat

---

[1]) Incluzînd și intervalul în care apare defecțiunea.
[2]) Excluzînd durata (cumulată) a pauzelor pînă în momentul apariției defecțiunii.
[3]) Simbolul $\ast$ înseamnă produsul de convoluție.
[4]) $\theta = 0$ este un caz neinteresant (elementul nu se defectează cu siguranță în intervalul de lucru).
[5]) Element care după defectare își restabilește funcționarea (prin reparare sau prin înlocuire).

apriori, restabilirea este instantanee și după fiecare restabilire elementul așteaptă pînă la următoarea pornire. În aceste condiții, noțiunile *regim intermitent* și *element cu funcționare intermitentă* sînt înțelese ca și anterior, fiind menținute aceleași notații pentru caracteristicile lor. Prin *răspunsul intermitent al elementului cu restabilire* se înțelege însă cvadruplul $(\eta_n, \tau_n^1, \tau_n^2, \tau_n)_{n\in N}$, în care η_n este *numărul de cicluri dintre defectul al* $(n-1)$*-lea și al n-lea*, τ_n^1 *durata totală a ciclurilor dintre cel de-al* $(n-1)$*-lea și al* n*-lea defect*, τ_n^2 *durata ciclului în care apare cel de-al n-lea defect*, iar $\tau_n = \tau_n^1 + \tau_n^2$ *perioada celui de-al n-lea defect*. Se notează $q(n) = \boldsymbol{P}(\eta_i = n)$, $N_0 = \boldsymbol{M}[\eta_i]$ [1]. De asemenea se notează cu F_1, F_2, F_r și T_1, T_2, T_r funcțiile de repartiție, respectiv valorile medii ale variabilelor aleatoare τ_n^1, τ_n^2, τ_n. Relațiile de legătură dintre caracteristicile *răspunsului intermitent* și caracteristicile *regimului intermitent* și ale *elementului cu funcționare intermitentă* pentru ipotezele de staționaritate $L_i = L$, $P_i = P$, $R_i = R$, $i \in N$ sînt date de teorema 2 a lucrării, conform căreia $(\eta_n)_{n\in N}$ este un proces de reînnoire ordinar [2]) caracterizat de valoarea medie N_0, determinată cu relația (2), iar $(\tau_n)_{n\in N}$ un proces de reînnoire ordinar, caracterizat de valoarea medie

$$T_r = \theta^{-1}(\lambda + \pi), \tag{4}$$

unde din nou λ și π sînt finite, iar $\theta > 0$.

În prezenta lucrare sînt arătate posibilitățile de aplicare a rezultatelor lucrării [9] atît în direcția regăsirii unor rezultate deja cunoscute de la studiul funcționării ciclice sau a sistemelor de elemente ce nu lucrează simultan) sau intuitiv evident, cît și în direcții noi (privind determinarea regimului preferabil, prognoza siguranței elementului ce va funcționa intermitent sau aprecierea siguranței elementului care a funcționat cu intermitență din datele statistice asupra defectărilor). Se insistă pe formule simple de calcul și pe concluzii practice pentru a se evidenția mai bine avantajele modelului. Nu este tratată de loc problema optimizării regimurilor intermitente, care face obiectul unei lucrări separate.

2. FUNCȚIONAREA CICLICĂ ȘI FUNCȚIONAREA SISTEMELOR DE ELEMENTE CE NU LUCREAZĂ SIMULTAN

Dacă *regimul intermitent* este nealteator, atunci $L_i(t) = U(t - \lambda_i)$, $P_i(t) = U(t - \pi_i)$, U fiind funcția Heaviside. Punînd în teoremele 1 și 2 și în corolarul 1 aceste condiții suplimentare și știind că convoluția cu o funcție Heaviside revine la o translație, se obțin formule de calcul simple atît pentru valori medii, cît și pentru funcții de repartiție. Se

[1]) În condițiile teoremei 2 a lucrării, nici una dintre aceste caracteristici nu depinde de i.

[2]) Se numește proces de reînnoire ordinar un proces aleator $(X_i)_{i\in N}$ în care variabilele aleatoare X_i sînt nenegative, independente și identic repartizate. Pentru noțiunile de teorie reînnoirii vezi, de exemplu [5].

poate constata ușor că

$$F_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)] \{R_n(t - \Lambda_{n-1}) \times$$

$$\times [U(t - \Lambda_{n-1}) - U(t - \Lambda_n)] + R_n(\lambda_n) U(t - \Lambda_n)\}, \tag{5}$$

unde $\Lambda_n = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i$, iar, prin convenție $R_0(\lambda_0) = 0$, $\lambda_0 = 0$.

Funcționarea ciclică și cazul sistemelor de elemente care nu lucrează simultan sînt cazuri particulare de regimuri intermitente, în general nealeatoare, care pot fi studiate pe această bază. Întrucît cazurile tratate în literatură sînt caracterizate de repartiții $R_i(t)$ derivabile, prezintă interes deosebit determinarea ratei defectelor [1]).

TEOREMA 1. *Dacă regimul intermitent este nealeator, iar* $(R_i)_{i \in N}$ *sînt derivabile admițînd ratele* $(r_i)_{i \in N}$, *atunci* F_l *este derivabilă în fiecare interval de lucru și admite rata*

$$r_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} r_n(t - \Lambda_{n-1}) [U(t - \Lambda_{n-1}) - U(t - \Lambda_n)].$$

Demonstrație. Dacă R_i sînt derivabile, rezultă din (5) că F_l e derivabilă în fiecare interval de lucru, admițînd o densitate $f_l(t) = F_l'(t)$ a.p., care se determină cu relația

$$f_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{n-1} [(1 - R_i(\lambda_i)] R_n'(t - \Lambda_{n-1}) [U(t - \Lambda_{n-1}) - U(t - \Lambda_n)].$$

Atunci F_l admite rata

$$r_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)] \frac{R_n'(t - \Lambda_{n-1})}{1 - F_l(t)} [U(t - \Lambda_{n-1}) - U(t - \Lambda_n)]. \tag{6}$$

Însă pentru $t \in [\Lambda_{n-1}, \Lambda_n)$ rezultă din (5) că $1 - F_l(t) = 1 - \sum_{k=1}^{n-1} \prod_{i=0}^{k-1} [1 - R_i(\lambda_i)] R_k(\lambda_k) - \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)] R_n(t - \Lambda_n)$, din care, observînd că $1 - \sum_{k=1}^{n-1} \prod_{i=0}^{k-1} [1 - R_i(\lambda_i)] R_k(\lambda_k) = \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)]$, obținem

[1]) Dacă F este funcția de repartiție a *duratei de funcționare fără defecte* și admite o densitate f, atunci caracteristica $r(t) = f(t)/[1 - F(t)]$ se numește rata defectelor și e ușor de văzut că $F(t) = 1 - e^{-\int_0^t r(x)dx}$. Noțiunile de „defect" și „defecțiune" au în prezenta lucrare același conținut.

rezultatul

$$1 - F_l(t) = \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)][1 - R_n(t - \Lambda_{n-1})]. \tag{7}$$

Substituind (7) în (6), se obține, după simplificare cu $\prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)]$ rezultatul căutat.

OBSERVAȚIA 1. Teorema 1 arată că rata defectelor la funcționarea cu intermitență este egală în orice moment t cu rata defectelor corespunzătoare funcționării continue din intervalul de lucru ce conține momentul t (ceea ce intuitiv este evident).

COROLARUL 1. *Dacă sînt satisfăcute condițiile teoremei 1 și, în plus,* $r_i(t) = r$ or. $t \leqslant \lambda_i$, $i = 1, 2, \ldots$, *atunci* $F_l(t) = 1 - e^{-rt}$.

Demonstrație. Dacă $r_i(t) = r$, or. $t \leqslant \lambda_i$, $i = 1, 2, \ldots$, atunci, conform teoremei 1, $r_l(t) = r$ și deci $F_l(t) = 1 - e^{-rt}$.

Observația 2. Corolarul 1 confirmă de asemenea intuiția practică a fenomenului; dacă rata defectelor e constantă și are aceeași valoare în orice interval de lucru ($r_i(t) = r$, or. $t \leqslant \lambda_i$), atunci e indiferent ($F_l \equiv R$) dacă elementul lucrează continuu sau cu intermitență.

Teorema 1 și relația (5) dau posibilitatea studierii funcționării ciclice și a sistemelor de elemente ce nu lucrează simultan.

Exemplul 1. Să se determine influența funcționării ciclice asupra siguranței, cunoscînd că elementul care funcționează ciclic are în regim continuu rata defectelor r, iar după fiecare conectare rata crește cu valoarea ρ.

Rezolvare. Compararea siguranței în cele două regimuri se face comod cu raportul $\Lambda_l(t)/\Lambda_c(t)$, unde $\Lambda_l(t) = \int_0^t r_l(x)\,dx$, $\Lambda_c(t) = rt$. Fie t un moment arbitrar. Împărțind intervalul $[0, t)$ în n subintervale de lungime Δ rezultă în baza teoremei 1 că $\Lambda_l(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i\Delta$, unde, conform datelor problemei, $r_i = r + (i-1)\rho$. Întrucît $\Lambda_c(t) = rn\Delta$, avem $\Lambda_l(t)/\Lambda_c(t) = 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(i-1)\frac{\rho}{r}$. Dar $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(i-1) = \frac{n-1}{2}$. Atunci

$$\Lambda_l(t) = \Lambda_c(t)\left(1 + \frac{n-1}{2}\,\frac{\rho}{r}\right). \tag{8}$$

Observația 3. Formula (8) exprimă raportul dintre numărul mediu de defecte, în regim ciclic și în regim continuu, funcție de numărul de cicluri n și este echivalentul formulei empirice date în [11] pentru funcționarea ciclică.

Exemplul 2. Se dă un sistem de n elemente care funcționează succesiv o singură dată [1]) pe duratele $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$. Cunoscîndu-se funcțiile de

[1]) Celelalte cazuri pot fi reduse ușor la acesta.

repartiție R_i ale elementelor, să se determine caracteristicile de siguranță ale sistemului.

Rezolvare. Sistemul examinat poate fi considerat ca un *element cu funcționare intermitentă*, avînd repartițiile R_1, R_2, ..., R_n și lucrînd în cele n intervale de lucru, cu pauze nule între ele. *Regimul intermitent* corespunzător este λ_1, λ_2, ..., λ_n. Conform (5), avem

$$F_l(t) = \sum_{k=1}^{n} \prod_{i=0}^{k-1} [1 - R_i(\lambda_i)] R_k(t - \Lambda_{k-1}) [U(t - \Lambda_{k-1}) - U(t - \Lambda_k)] + R_k(\lambda_k) U(t - \Lambda_k)\}.\ ^{1}) \tag{9}$$

Probabilitatea ca sistemul să lucreze fără defecte pînă la momentul Λ_n este atunci

$$1 - F_l(\Lambda_n) = 1 - \sum_{k=1}^{n} \prod_{i=0}^{k-1} [1 - R_i(\lambda_i)] R_k(\lambda_k) = \prod_{i=0}^{n-1} [1 - R_i(\lambda_i)]. \tag{10}$$

Dacă $R_i(t)$ sînt și absolut continue, avînd ratele $r_i(t)$, conform teoremei 1 avem

$$r_l(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i(t - \Lambda_{i-1}) [U(t - \Lambda_{i-1}) - U(t - \Lambda_i)]. \tag{11}$$

Cu ajutorul caracteristicilor (9) sau (11) pot fi deduse și alte caracteristici derivate.

Observația 4. Formulele (10) și (11) sînt deduse pe altă cale și în lucrarea [7]. Aici s-a obținut în plus formula (9), ceea ce reprezintă deja o generalizare. O altă generalizare e posibilă, pe baza formulei (1), pentru cazul duratelor de lucru aleatoare.

3. DETERMINAREA REGIMULUI PREFERABIL

În practică se pune problema aprecierii dacă utilizarea intermitentă realizează o siguranță mai bună decît utilizarea continuă, criteriul de comparație constituindu-l duratele medii de funcționare efectivă corespunzătoare. Dacă răspunsul e afirmativ, mai prezintă interes indicarea *regimurilor intermitente* care realizează acest lucru. Interesul pentru problemă e sporit și de faptul că ea se pune și se rezolvă similar și în cazul înlocuirilor sau al profilacticelor. În cele ce urmează vom da o rezolvare a ei pentru cazul staționar ($L_i = L$, $R_i = R_c$, $i = 1, 2, \ldots$)[2]). Notăm cu $\mathcal{C}$ clasa repartițiilor L și cu T_l valoarea medie a duratei τ_l corespunzătoare lui L. De asemenea notăm cu T_c valoarea medie corespunzătoare repartiției R_c.

[1]) Prin convenție $\lambda_0 = 0$ și $R_0(\lambda_0) = 0$.

[2]) Asupra duratelor de pauză nu se face nici o ipoteză, întrucît, conform (3), T_l nu depinde de caracteristicile duratelor de pauză.

DEFINIȚIA 1. *Fiind dat elementul cu funcționare intermitentă* $(f_i)_{i\in N}$, *satisfăcînd condiția* $R_i = R_c$, $i = 1, 2, \ldots$, *spunem că regimul intermitent este preferabil regimului continuu (pe scurt, regimul intermitent este preferabil) dacă* ex. $L \in \mathcal{C}$, *astfel încît* $T_l > T_c$, *și spunem că regimul continuu este preferabil regimului intermitent (pe scurt, regimul continuu este preferabil) dacă* or. $L \in \mathcal{C}$, $T_l < T_c$. *Dacă* $T_l = T_c$ or. $L \in \mathcal{C}$ *spunem că nu există regim preferabil.*

Observăm că, dacă *regimul intermitent este preferabil*, se pot găsi totuși repartiții $L \in \mathcal{C}$, astfel încît $T_l < T_c$. Definiția arată deci posibilitatea ca printr-o alegere convenabilă a *regimului intermitent* să se realizeze durate medii $T_l > T_c$.

TEOREMA 2. *Fie* $(f_i)_{i\in N}$ *un element cu funcționare intermitentă satisfăcînd condiția* $R_i = R_c$; $i = 1,2, \ldots$, *cu* $T_c < \infty$. *Fie* $\Phi_c(t)$ *funcția definită astfel*:

$$\Phi_c(t) = \int_0^t [1 - R_c(x)]\,dx - T_c R_c(t).$$

Atunci dacă ex. $t \in [0, \infty)$ *astfel încît* $\Phi_c(t) > 0$, *regimul intermitent este preferabil, inegalitatea* $T_l > T_c$ *fiind realizată de repartiții L concentrate în aceste puncte*[1]). *Dacă* $\Phi_c(t) \leqslant 0$ or. $t \in [0, \infty)$, *atunci regimul continuu este preferabil, iar dacă* $\Phi_c(t) \equiv 0$, *atunci nu există regim preferabil.*

Demonstrație. Analizăm diferența $T_l - T_c$, în care T_l are expresia (3). Însă

$$\delta = \int_0^\infty xL(x)\,dR_c(x) = \int_0^\infty [1 - R_c(x)]\,d\,[xL(x)], \tag{12}$$

deoarece, integrînd prin părți,

$$\int_0^\infty [1 - R_c(x)]\,d\,[xL(x)] = [1 - R_c(x)]\,xL(x)\Big|_0^\infty -$$

$$-\int_0^\infty xL(x)\,d\,[1 - R_c(x)] = \int_0^\infty xL(x)\,dR_c(x)$$

(anularea primului termen fiind justificată de faptul că $x(1-R_c(x)) \to 0$ cînd $x \to \infty$ [2])). Din (12) mai rezultă

$$\delta = \int_0^\infty [1 - R_c(x)]\,x\,dL(x) + \int_0^\infty [1-R_c(x)]\,L(x)\,dx =$$

$$= \lambda - \gamma + \int_0^\infty [1 - R_c(x)]\,L(x)\,dx. \tag{13}$$

[1]) O repartiție L este concentrată pe o mulțime $\mathfrak{M} \in [0, \infty)$ dacă măsura generată de ea este concentrată pe $\mathfrak{M}$.

[2]) Vezi [4], p. 54.

Însă

$$\int_0^\infty [1 - R_c(x)]\, L(x)\, dx = T_c - \int_0^\infty \int_0^x [1 - R_c(z)]\, dz\, dL(x), \tag{14}$$

deoarece, integrînd prin părți,

$$\int_0^\infty \int_0^x [1 - R_c(z)]\, dz\, dL(x) = L(x) \int_0^x [1 - R_c(z)]\, dz \Big|_0^\infty -$$

$$\int_0^\infty [1 - R_c(x)]\, L(x)\, dx = \int_0^\infty [1 - R_c(z)]\, dz - \int_0^\infty [1 - R_c(x)]\, L(x)\, dx,$$

iar

$$\int_0^\infty [1 - R_c(x)]\, dx = T_c.$$

Din (14), (13) și (3) se obține

$$T_l = \theta^{-1} \int_0^\infty \int_0^x [1 - R_c(z)]\, dz\, dL(x). \tag{15}$$

Rezultă $\left(\text{știind și că } \theta = \int_0^\infty R_c(x)\, dL(x)\right)$

$$T_l - T_c = \theta^{-1} \int_0^\infty \Phi_c(t)\, dL(x).$$

Constatăm astfel că, dacă ex. $t \in [0, \infty)$ așa încît $\Phi_c(t) > 0$, atunci, alegînd $L(t)$ concentrată în aceste puncte, se obține $\int_0^\infty \Phi_c(x)\, dL_x > 0$ și deci *regimul intermitent este preferabil.* Dacă $\Phi_c(t) \leqslant 0$ or. $t \in [0, \infty)$, atunci $\int_0^\infty \Phi_c(x)\, dL(x) \leqslant 0$ și deci *regimul continuu este preferabil*, iar dacă $\Phi_c(t) \equiv 0$, atunci $\int_0^\infty \Phi_c(x)\, dL(x) = 0$ or. $L \in \mathcal{C}$ și deci *nu există regim preferabil.*

Teorema 2 oferă un criteriu simplu de determinare a *regimului preferabil*, care necesită cunoașterea doar a funcției de repartiție R_c. Altfel spus, *regimul preferabil al unui element depinde doar de element.* Pentru cazuri particulare, ea oferă chiar posibilitatea obținerii unor rezultate definitive așa după cum rezultă din

COROLARUL 2. *Fie R_c derivabilă și cu $T_c < \infty$. Dacă R_c aparține clasei* RCD [1]), *regimul intermitent este preferabil; dacă R_c aparține clasei* RDD, *regimul continuu este preferabil, iar dacă R_c este exponențială, nu există regim preferabil.*

Demonstrație. Dacă R_c e derivabilă, Φ_c e derivabilă și e ușor de văzut că

$$\Phi_c'(t) = [1 - R_c(t)][1 - T_c r_c(t)]. \tag{16}$$

Dacă R_c aparține clasei RCD, $r_c(t)$ crește de la $r_c(0)$ la $r_c(+\infty)$ cînd t crește de la 0 la ∞. Folosind definițiile valorii medii T_c și a ratei r_c, e ușor de arătat atunci că $r_c(0) < \frac{1}{T_c} < r_c(+\infty)$. Atunci, ex. $t_0 \in [0, \infty)$, astfel încît $r_c(t) \leqslant \frac{1}{T_c}$ pentru $t \leqslant t_0$ și $r_c(t) \geqslant \frac{1}{T_c}$ pentru $t \geqslant t_0$. Din (16) rezultă că $\Phi_c'(t) \geqslant 0$ pentru $t \leqslant t_0$ și $\Phi_c'(t) \leqslant 0$ pentru $t \geqslant t_0$, ceea ce arată, întrucît Φ_c e continuă și $\Phi_c(0) = \Phi_c(+\infty) = 0$, că $\Phi_c(t) \geqslant 0$ or. $t \in [0, \infty)$. Dar atunci teorema 2 arată că *regimul intermitent este preferabil.*

Similar, dacă R_c aparține clasei RDD, $r_c(t)$ scade de la $r_c(0)$ la $r_c(+\infty)$ cînd t crește de la 0 la ∞ și atunci $r_c(0) > \frac{1}{T_c} > r_c(+\infty)$, de unde rezultă că $\Phi_c(t) \leqslant 0$ or. $t \in [0, \infty)$. Conform teoremei 2, *regimul continuu este preferabil.*

Dacă R_c e exponențială, atunci $r_c(t) = r_c = \frac{1}{T_c}$ și, ca urmare, $\Phi_c'(t) \equiv 0$, ceea ce implică $\Phi_c(t) \equiv 0$. Conform teoremei 2, *nu există regim preferabil.*

Observația 5. Rezultatele corolarului 2 concordă cu intuiția practică a fenomenului. Concluziile cu privire la cazurile RCD *sau* RDD *au fost obținute și de alți autori în problema similară a înlocuirilor* [2], [6], [7].

4. POSIBILITĂȚI DE PROGNOZĂ

Prin prognoza defecțiunilor se înțelege de obicei prevederea analitică sau experimentală a apariției acestora. Dacă elementul funcționează cu intermitență, momentul defectării depinde de *regimul intermitent* utilizat și, ca urmare, acesta trebuie avut în vedere în prognoză. Teorema 1 a lucrării [9] oferă posibilitatea prognozei siguranței elementului ce va funcționa cu intermitență pentru orice *regim intermiten* dat. Prognoza valorilor medii devine și mai comodă în condițiile corolarului 1 și teoremei 2 ale lucrării [9], cînd formulele de calcul sînt mult simplificate. Aceste

---

[1]) R_c aparține clasei RCD (rată crescătoare a defectelor) dacă rata $r_c(t)$ corespunzătoare este nedescrescătoare și aparține clasei RDD (rată descrescătoare a defectelor) dacă $r_c(t)$ este necrescătoare.

formule se simplifică și mai mult pentru repartiții particulare. Astfel, dacă $R(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_0}}$, iar $L(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}$, atunci expresia valorii medii N_0, calculată cu formula (2) pentru acest caz particular, devine

$$N_0 = 1 + \frac{T_0}{\lambda}, \tag{17}$$

unde raportul $\frac{T_0}{\lambda}$ exprimă *numărul de cicluri pînă la apariția defecțiunii* (excluzînd intervalul în care aceasta apare) formula (17) constituind argumentarea riguroasă a unei practici frecvente în literatură ([3], [12]) în legătură cu elemente care funcționează intermitent.

Pentru un element dat se pot obține chiar grafice ale caracteristicilor de siguranță, ceea ce simplifică la maximum procesul de prognoză. Ilustrăm această posibilitate pe următorul exemplu.

Exemplul 3. Se dă un element cu funcționare intermitentă care satisface condiția $R_i = R$, $i = 1, 2, \ldots$, în care $R(t)$ admite rata $r(t)$, avînd expresia

$$r(t) = \begin{cases} r_1 \text{ dacă } t < t_1, \\ r_2 \text{ dacă } t \geqslant t_1, \end{cases} \tag{18}$$

în care $r_1 = 0{,}1$ ore^{-1}, $r_2 = 0{,}01$ ore^{-1}, $t_1 = 2$ ore[1]). Se cere să se determine numărul mediu N_0 de cicluri pînă la apariția defecțiunii și durata medie T_l de funcționare intermitentă efectivă fără defecte în următoarele două situații:

a) regimul intermitent este nealeator, avînd duratele de lucru de lungimea λ;

b) regimul intermitent este aleator, duratele de lucru fiind identic repartizate după legea $L(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}$.

În ambele cazuri, limita maximă a duratei medii de lucru, λ, este de 24 de ore.

Rezolvare. a) Făcînd în (2) și (15), $L(t) = U(t-\lambda)$, se obțin pentru N_0 și T_l formulele

$$N_0 = \frac{1}{R(\lambda)}; \qquad T_l = \frac{1}{R(\lambda)} \int_0^{\lambda} [1 - R(x)]\,dx. \tag{19}$$

Repartiția corespunzătoare ratei $r(t)$ date de (18) este

$$R(t) = \begin{cases} 1 - e^{-r_1} & \text{dacă } t < t_1 \\ 1 - e^{-(r_1 - r_2)t_1} \cdot e^{-r_2 t}, & \text{dacă } t \geqslant t_1. \end{cases} \tag{20}$$

---

[1]) Forma și valorile concrete ale caracteristicii $r(t)$ rezultă din idealizarea exemplului dat la p. 168 a lucrării [14] în legătură cu bombardierele B–52.

Valorile concrete N_0 și T_l funcție de λ, ținînd seama de (19), (20) și de valorile concrete r_1, r_2 și t_1 date în enunț, sînt trecute în tabela 1 și sînt reprezentate grafic în figura 1.

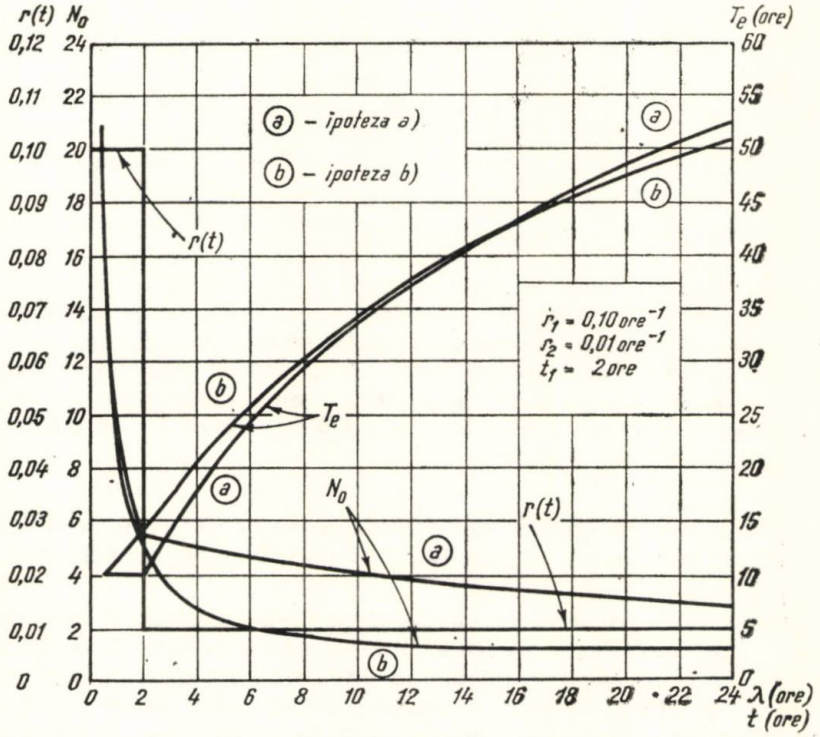


Fig. 1. — Variația caracteristicilor N_0 și T_l funcție de durata medie de lucru λ_0.

b) Făcînd în (2) și (15) $L(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}}$ și ținînd seama de (20), se obțin pentru N_0 și T_l formulele

$$N_0 = \theta^{-1}; \qquad \theta = \frac{\lambda}{1+\lambda r_1}\left[r_1 - \left(\frac{r_2}{1+\lambda r_2} - \frac{r_1}{1+\lambda r_1}\right) e^{-\frac{1+\lambda r_1}{\lambda} t_1}\right], \tag{21}$$

$$T_l = \frac{1 + \left(\frac{1+\lambda r_1}{1+\lambda r_2} - 1\right) e^{-\frac{1+\lambda r_1}{\lambda} t_1}}{r_1 - \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1+\lambda r_1}{1+\lambda r_2} - 1\right) e^{-\frac{1+\lambda r_1}{\lambda} t_1}}. \tag{22}$$

Valorile concrete N_0 și T_l, funcție de λ, calculate cu relațiile (21) și (22) pentru valorile r_1, r_2, t_1 din enunț, sînt trecute în tabela 1 și reprezentate grafic în figura 1.

Tabela 1

Variația caracteristicilor N_0 și T_l funcție de λ

	λ	ore	0,5	1	2	4	6	8	10	12	16	20	24
Ipoteza a)	N_0	—	20,50	10,50	5,51	5,06	4,68	4,36	4,09	3,85	3,46	3,16	2,91
	T_l	ore	10	10	10	17,38	23,54	28,74	33,19	37,05	43,39	48,39	52,43
Ipoteza b)	N_0	—	20,73	10,09	4,91	2,67	2,03	1,73	1,56	1,46	1,33	1,26	1,22
	T_l	ore	10,14	11,20	14,34	20,55	25,87	30,40	34,29	37,65	43,16	47,50	51,01

Observația 6. Graficele din figura 1 permit să se prevadă ușor, în medie, momentul defectării și numărul de cicluri pînă la el pentru orice regim intermitent care satisface condițiile din enunț. Ele scot în evidență influența categorică a regimului intermitent asupra răspunsului intermitent. Se mai constată că regimurile intermitente convenabile sînt cele cu durate medii de lucru λ mari (pentru care N_0 scade foarte puțin, în schimb T_l crește considerabil).

5. CU PRIVIRE LA APRECIEREA SIGURANȚEI ELEMENTULUI CARE A FUNCȚIONAT INTERMITENT DIN DATELE STATISTICE ASUPRA DEFECTĂRILOR

Aprecierea siguranței elementelor pe baza datelor asupra defectărilor intervine foarte des în practică. În legătură cu elementele care au funcționat intermitent se pune problema după care caracteristici să se aprecieze siguranța. Prin analogie cu cazul funcționării continue, este răspîndită practica potrivit căreia aprecierea să fie făcută după caracteristicile *răspunsului intermitent* [3], [12]. Exemplul 3 arată însă convingător că pentru o categorie largă de elemente (în special echipamente complexe) aprecierea după caracteristicile *răspunsului intermitent* nu este concludentă. Soluția ce se impune în baza rezultatelor lucrării [9] este ca aprecierea siguranței elementului care a funcționat intermitent să fie făcută după funcțiile de repartiție $(R_i)_{i\in N}$. În cazul staționar, aceasta revine la determinarea unei singure repartiții, $R(t)$. Se poate prefera, eventual, aprecierea după rata $r(t)$ corespunzătoare dacă aceasta poate fi aproximată ușor cu o caracteristică constantă pe porțiuni (ca în exemplul 3). Aceasta arată în cazul încercărilor de laborator că de fiecare dată trebuie făcute *încercări pe durate de lucru cît mai mari.* Sublinierea e importantă, întrucît adesea aceste încercări sînt făcute după durate arbitrare sau egale cu durata medie, ipotetică, de exploatare.

BIBLIOGRAFIE

1. Barlow R., Hunter, L., *Optimum Preventive Maintenance Policies,* Operations Research, **8**, *1* 90—100 (1960).
2. Barlow, R., Proschan, F., *Matematiceskaia teoria nadejnosti* (trad. din l. engleză), Moskva, *Sovetskœ* radio, 1969.

3. CĂTUNEANU, V., GEORGESCU, M., *Fiabilitatea produselor electrotehnice de larg consum pe baza datelor statistice din perioada de garanție*, Comunicare la a doua Conferință a electricienilor, București, 23—26 septembrie 1969.
4. CIUCU, G., *Elemente de teoria probabilităților și statistică matematică*, București, Edit. didactică și pedagogică, 1963.
5. COX, D. R., *Renewal Theory*, New York, John Wiley, 1963.
6. DENARDO, E., BENNETT, F., *Nonoptimality of Planned Replacement in Intervals of Decreasing Failure Rate*, Operations Research, **15**, *2* 358—359 (1968).
7. DRUJININ, G., *Siguranța în funcționare a sistemelor* (trad. din l. rusă), București, Edit. tehnică, 1968.
8. FLEIHINGER, B., *System Reliability as a Function of System Age, Effect of Intermittent Component Usage and Periodic Maintenance*, Operations Research, **8**, *1* 30—40 (1960).
9. GHIȚĂ, A., *The Influence of Intermittent Operation on Reliability*, Revue Roumaine de Mat. Pures et Appl. (în curs de apariție).
10. GNEDENKO, B. V., BELIAEV, I. K., SOLOVIEV ,A. D., *Metode matematice în teoria siguranței* (trad. din l. rusă), București, Edit. tehnică, 1968.
11. KLOSS, P. J., *Cycling Tests Increase Reliability Factor*, Aviation Week, **73**, *10* (1960).
12. MILEA, N., MITRAN, I., LAZAROVICI, G., *Cercetări asupra siguranței în funcționare a unui receptor de fabricație românească*, Lucrările ICPE, *19*, 71—82 (1968).
13. NICOLESCU, M., DINCULEANU, N., MARCUS S., *Manual de analiză matematică*, vol. II, București, Edit. didactică și pedagogică, 1964.
14. SHOOMAN, M., *Probabilistic Reliability*, McGraw-Hill, 1968.

SINTEZA FUNCȚIEI DE TRANSFER A CALCULATOARELOR NUMERICE SPECIALIZATE PENTRU CORECȚIA SISTEMELOR AUTOMATE NUMERICE OPTIMALE

DE

P. CONSTANTIN

65. 011. 5

În această lucrare se face o adaptare a metodei lui I. Tîpkin pentru sinteza corecției discrete din sistemele cu impulsuri la sinteza funcției de transfer a calculatoarelor numerice folosite ca dispozitive de corecție în sistemele automate numerice optimale.

În ultimul timp, utilizarea calculatoarelor numerice pentru automatizarea proceselor industriale a căpătat o mare dezvoltare.

Dintre diferitele forme de introducere a calculatoarelor numerice în automatizare, corecția sistemelor automate numerice prezintă o mare importanță teoretică și practică.

Un avantaj important al introducerii calculatoarelor numerice pentru corecția sistemelor automate numerice este posibilitatea reglării sistemelor cu mai multe bucle folosind un singur calculator, ceea ce nu este posibil cu tehnica analogică. Deoarece costul calculatorului numeric este mai ridicat în raport cu al celui analogic, pentru a obține și un avantaj economic este necesar să se regleze un număr minim de bucle care deocamdată nu este precizat (50—200).

Calculatorul numeric CN se plasează de obicei pe bucla principală a sistemului, în serie cu elementul de cuantificare în timp și nivel (un convertor analog numeric cu funcționare periodică) CAN, convertorul numeric analog CNA, interpolatorul I (considerat de ordinul zero) și instalația tehnologică, în care se înglobează și elementul de execuție, IT (fig. 1.).

Constructiv, convertorul numeric-analog și interpolatorul formează un bloc comun. Interpolatorul și instalația automatizată formează partea continuă a sistemului.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 987—997, 1971

Calculatorul numeric îndeplineşte funcţia de element de corecţie, transformînd succesiunea de numere primită la intrare într-o altă succesiune de numere, în conformitate cu programul stabilit prin sinteză în vederea obţinerii performanţelor optime din regim static şi dinamic în sistemul automat.

Se folosesc calculatoare numerice specializate cu program fix funcţionînd în timp real. În vederea întocmirii programului calculatorului numeric este necesar să se cunoască funcţia sa de transfer $D(z)$.

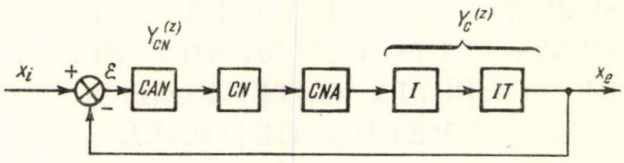


Fig. 1. — Structura sistemului automat numeric.

Problema sintezei funcţiei de transfer a calculatorului numeric utilizat în calitate de dispozitiv de corecţie pentru sisteme automate numerice optimale din punctul de vedere al vitezei de răspuns este studiată în lucrările [1], [2].

În aceste lucrări, sistemul automat numeric este considerat un sistem automat cu impulsuri (eşantionare), neglijîndu-se efectul de cuantificare în nivel. Acest punct de vedere este însuşit de majoritatea lucrărilor consacrate studiului sistemelor automate numerice, ţinînd seama că, pe de o parte, efectul de cuantificare în nivel nu are importanţă dacă se ia un număr mare de nivele şi semnalele care apar în sistem sînt mari, iar pe de altă parte că luarea în considerare a acestui efect complică foarte mult studiul sistemelor numerice [6], [7].

Sinteza dispozitivelor discrete de corecţie pentru sistemele cu impulsuri, optimale din punctul de vedere al vitezei de răspuns, este expusă în lucrările clasice de teorie a sistemelor cu impulsuri [3], [4] şi în alte lucrări [5].

Metodele de sinteză apărute necesită o serie de corectări, completări şi precizări care se prezintă în această lucrare, în care se consideră de asemenea sistemul automat numeric ca un sistem automat cu impulsuri (eşantionare).

Pentru sinteza calculatorului unui sistem numeric optimal la viteză de răspuns se pun următoarele condiţii :

a) dispozitivul de corecţie să fie fizic realizabil ;

b) răspunsul să fie finit şi minim, adică regimul tranzitoriu să se termine după un număr finit şi minim de perioade de eşantionare (cicluri) ;

c) abaterea (eroarea) staţionară să fie nulă.

Condiţia de realizabilitate fizică impune ca, la valori negative ale timpului, mărimea de ieşire să fie nulă. De obicei această condiţie este impusă răspunsului la un impuls unitar. Elementul sau sistemul este fizic realizabil dacă funcţia de transfer este un raport de polinoame în z şi gradul polinomului de la numărător este mai mic sau egal cu gradul polinomului de la numitor.

Este necesar să se precizeze că această condiție rămîne valabilă și pentru mărimi de intrare cu orice formă de variație.

În anexa I se demonstrează că, dacă este îndeplinită condiția de realizabilitate fizică pentru o mărime de intrare de forma unui impuls unitar, este îndeplinită și pentru mărimi de intrare de orice altă formă.

În ceea ce privește *condiția de regim tranzitoriu finit*, este necesar de asemenea să se facă unele precizări. În primul rînd să se precizeze forma de variație a mărimii de intrare, deoarece condiția de regim tranzitoriu finit depinde de aceasta. Cum în unele lucrări se consideră că la intrare se aplică un impuls unitar, este necesar să se enunțe condiția pentru un caz mai general.

În al doilea rînd să se precizeze dacă, după terminarea regimului tranzitoriu, mărimea staționară este nulă sau diferită de zero. Acest aspect al problemei nu este tratat în literatură.

Se știe că pentru ca o mărime caracterizată de funcția discretă $f(nT)$ să aibă un regim tranzitoriu finit cu valoarea finală nulă la momente de timp discrete este necesar și suficient ca transformata z a acestei funcții să fie de forma

$$F(z) = \frac{P(z)}{b_0 z^m}. \tag{1}$$

În anexa 2 se demonstrează că pentru a obține în aceleași condiții un regim tranzitoriu finit cu valoare finală diferită de zero este necesar și suficient ca $F(z)$ să fie de forma

$$F(z) = \frac{P(z)}{b_0(z^m - z^{m-1})}. \tag{2}$$

Condiția abaterii staționare nule nu mai este necesară dacă impunem condiția regimului tranzitoriu finit cu valoare finală nulă, deoarece în acest caz valoarea finală a abaterii reprezintă valoarea ei staționară.

În lucrarea [3] în vederea sintezei se impune și *condiția de sensibilitate* a sistemului la abateri mici ale parametrilor dispozitivului de corecție construit față de valorile rezultate din proiectare.

Pentru ca sistemul să nu-și modifice sensibil proprietățile cînd parametrii dispozitivului de corecție variază puțin față de cei rezultați din proiectare, este necesar ca:

— funcția de transfer a sistemului închis $Y_0(z)$ să cuprindă toate zerourile funcției de transfer a părții continue $Y_c(z)$ situate în afara cercului de rază unitară;

— funcția $1 - Y_0(z)$ să cuprindă toți polii funcției $Y_c(z)$, situați în afara cercului cu rază unitară.

Prima condiție se limitează și mai mult dacă se cere sistemului să aibă un răspuns impus nu numai la momente de timp discrete, ci și în intervalele dintre aceste momente. În [3] se arată că în acest caz este necesar ca $Y_0(z)$ să cuprindă toate zerourile funcției $Y_c(z)$.

Condiția a doua nu este strict necesară, deoarece instalațiile tehnologice sînt în general stabile, încît nu se va lua în considerare în sinteză.

Sinteza funcției de transfer a calculatorului. Pentru sinteză se va adopta metodica indicată de I. Tîpkin în [3] pentru sisteme cu impulsuri cu o serie de precizări, completări și modificări, dintre care o parte au fost expuse anterior și altele vor fi prezentate în continuare.

Sistemul optimal proiectat trebuie să îndeplinească următoarele condiții :

— calculatorul și sistemul în ansamblu să fie fizic realizabil;

— abaterea să aibă un regim tranzitoriu finit și minim cu valoarea finală nulă la mărimi de intrare de forma $x_i(t) = t^{r-1}$, unde $r \leqslant r_M$ (r_M fiind valoarea maximă a puterii r pentru care dorim să obținem o comportare optimală în sensul arătat).

Presupunem că funcția de transfer a părții continue este de forma

$$Y_c(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}, \tag{3}$$

unde $P(z)$ și $Q(z)$ sînt polinoame în z de gradul p și, respectiv, $q (p \leqslant q)$, iar $Q(z)$ are toate rădăcinile în interiorul cercului de rază unitară.

Impunînd funcției de transfer a sistemului închis $Y_0(z)$, condiția de realizabilitate fizică și prima condiție de sensibilitate, aceasta va fi de forma

$$Y_0(z) = \frac{P(z)\, M(z)}{G(z)}, \tag{4}$$

unde $M(z)$ și $G(z)$ sînt polinoame în z de gradul m și, respectiv, g, iar între p, m și g există relația

$$p + m \leqslant g. \tag{5}$$

Să urmărim în ce condiții se obțin regimul tranzitoriu finit cu valoare finală nulă, cînd la intrare se aplică o mărime de forma

$$x_i(t) = d_0 t^{r-1} + d_1 r^{r-2} + \cdots + d_{r-1}. \tag{6}$$

Din tabela de transformate rezultă că transformata z a funcției $x_i(t)$ are forma

$$X_i(z) = \frac{z}{(z-1)^r} \cdot A(z), \tag{7}$$

unde $A(z)$ este un polinom în z, care n-are divizori pe z și $z - 1$.

Transformata abaterii este

$$\varepsilon(z) = [1 - Y_0(z)] \cdot X_i(z) = \frac{z\, A(z)[G(z) - P(z) \cdot M(z)]}{(z-1)^r\, G(z)}. \tag{8}$$

Condițiile ca abaterea să aibă un regim tranzitoriu finit de durată egală cu l perioade de eșantionare și valoarea finală nulă, adică în momen-

tul $nT = lT$ abaterea să aibă ultima valoare diferită de zero, iar pentru $nT > lT$ să fie nulă, sînt

$$G(z) = z^{l+1} \tag{9}$$

$$G(z) - P(z)\, M(z) = (z-1)^{r_M} \cdot B(z), \tag{10}$$

unde $B(z)$ este un polinom în z care n-are rădăcini pe $z = 0$ sau $z=1$ și $r_M \geqslant r$. Dacă b este gradul polinomului $B(z)$, avem, evident,

$$r_M + b = g = l + 1. \tag{11}$$

Studiul regimului tranzitoriu, plecînd de la transformata z a abaterii exprimată sub forma (8), permite să se tragă concluzii privitoare la comportarea sistemului în cazul cînd la intrare se aplică mărimi de forma (6) și r are valori diferite.

După cum s-a arătat, în cazul cînd $r \leqslant r_M$, regimul tranzitoriu este finit cu valoarea finală nulă.

Dacă $r = r_M + 1$, din relațiile (8) și (2) demonstrate în anexa 2, se deduce că în sistem are loc un regim tranzitoriu finit cu valoare finală diferită de zero.

Cînd $r > r_M + 1$, sistemul devine instabil.

Funcția de transfer a calculatorului este

$$Y_{CN}(z) = \frac{1}{Y_c(z)} \cdot \frac{Y_0(z)}{1 - Y_0(z)}. \tag{12}$$

Introducînd expresiile (3) și (4) și ținînd seama de relația (10), obținem

$$Y_{CN}(z) = \frac{M(z) \cdot Q(z)}{(z-1)^{r_M} B(z)}. \tag{13}$$

În vederea sintezei acestei funcții de transfer este necesar să se determine polinoamele $M(z)$ și $B(z)$ și valoarea minimă a duratei regimului tranzitoriu.

În acest scop scriem relația (10) sub forma

$$P(z) \cdot N(z) + (z-1)^{r_M} B(z) = z^{l+1} \tag{14}$$

și identificăm coeficienții termenilor de același grad din cei doi membri ai acestei relații.

Numărul de ecuații ce se formează nu trebuie să depășească numărul coeficienților polinoamelor $B(z)$ și $M(z)$ pentru ca sistemul să fie compatibil.

Numărul de ecuații ce se formează este $l+2$, iar numărul coeficienților de determinat este $m + b + 2$, încît

$$l \leqslant m + b \tag{15}$$

sau, luînd în considerare relația (11),

$$m \geqslant r_M - 1. \tag{16}$$

Pentru a obține un polinom simplu pentru m se va lua valoarea minimă

$$m_{\min} = r_M - 1. \tag{17}$$

Condiția de realizabilitate fizică a calculatorului aplicată funcției de transfer (13) conduce la

$$b + r_M \geqslant m + q. \tag{18}$$

Din (16) și (18) se deduce că valoarea minimă a parametrului b este

$$b_{\min} = q - 1. \tag{19}$$

În sfîrșit, din (11) se deduce valoarea minimă a regimului tranzitoriu :

$$l_{\min} = r_M + q - 2. \tag{20}$$

În concluzie, sinteza calculatorului se desfășoară în modul următor :
1) se calculează m, b și l cu relațiile (17), (19), (20) ;
2) se determină coeficienții polinoamelor $M(z)$ și $B(z)$, identificînd coeficienții termenilor de același grad în relația (14) ;
3) se introduc expresiile polinoamelor $M(z)$ și $B(z)$ în funcția de transfer a calculatorului (13).

Relația (20) pentru calculul duratei minime a regimului tranzitoriu corespunde relației (13.28) stabilită de I. Tîpkin în [3], însă r_M are altă semnificație și durata obținută este mai mică cu o unitate. Această diferență se datorează faptului că în relația (13.24) Tîpkin nu pune în evidență divizorul $e^q(z)$ al polinomului $R^*(q, \varepsilon)$.

Exemplu. Să se determine funcția de transfer a calculatorului numeric utilizat ca dispozitiv de corecție discretă pe bucla principală a unui sistem automat numeric în serie cu un interpolator de ordinul zero și o instalație tehnologică cu funcția de transfer :

$$Y(s) = \frac{2}{s(s+1)^2}.$$

Abaterea trebuie să aibă regimul tranzitoriu finit și minim cu valoare finală nulă pentru mărimi de intrare de forma $x_i = t^{r-1}$, în care r are valoarea maximă $r_M = 2$. Perioada de eșantionare este $T = 1$ s.

Funcția de transfer a părții continue este

$$G(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s} \cdot \frac{2}{s(s+1)^2},$$

$$G(z) = \frac{0{,}208(z + 2{,}32)(z + 0{,}158)}{(z-1)(z - 0{,}368)^2},$$

$$p = 2, \quad q = 3.$$

Din (17), (19), (20) rezultă

$$m = 1, \quad b = 2, \quad l = 3.$$

Polinoamele $M(z)$, $B(z)$ sînt de forma

$$M(z) = a_1 z + a_0, \qquad B(z) = b_2 z^2 + b_1 z + b_0.$$

Introducînd datele stabilite în relația (14), se obține

$$0{,}208(z + 2{,}32)(z + 0{,}158)(a_1 z + a_0) + (z - 1)^2 (b_2 z^2 + b_1 z + b_0) = z^4.$$

Identificînd coeficienții termenilor de același grad, se obține sistemul de ecuații

$$\begin{aligned}
&b_2 = 1,\\
&0{,}208\, a_1 + b_1 - 2b_2 = 0,\\
&0{,}515\, a_1 + 0{,}208\, a_0 + b_0 - 2b_1 + b_2 = 0,\\
&0{,}076 + 0{,}51\, a_0 - 2b_0 + b_1 = 0,\\
&0{,}076\, a_0 + b_0 = 0.
\end{aligned}$$

Rădăcinile sistemului sînt

$$\begin{aligned}
a_0 &= -2{,}02, \quad b_1 = 1{,}27,\\
a_1 &= 3{,}508, \quad b_2 = 1.\\
b_0 &= 0{,}1535,
\end{aligned}$$

Funcția de transfer a calculatorului este

$$Y_{CN}(z) = \frac{3{,}508\,(z - 0{,}576)\,(z - 0{,}368)^2}{(z-1)\,(z^2 + 1{,}27\, z + 0{,}1535)}.$$

ANEXE

1. GENERALIZAREA CONDIȚIEI DE REALIZABILITATE FIZICĂ

Presupunem că s-a îndeplinit condiția de realizabilitate fizică pentru un impuls unitar, aplicat la intrare. În acest caz, funcția de transfer, care reprezintă în același timp transformata mărimii de ieșire, are forma unui raport de polinoame $P(z)$, $Q(z)$, de grad p, respectiv q și $p \leqslant q$

$$Y(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}.$$

Aplicăm la intrare în momentul $t = 0$ o mărime oarecare $x_i = f(t)$, care, evident, este nulă pentru valori negative ale timpului. În aceste condiții, transformata mărimii x_i este de asemenea de forma unui raport de polinoame $M(z)$ și $N(z)$ de grad m și, respectiv n și $m \leqslant n$.

În acest caz, transformata mărimii de ieșire este

$$X_e(z) = Y(z) \cdot X_i(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \cdot \frac{M(z)}{N(z)} = \frac{A(z)}{B(z)} .$$

Gradul polinomului $A(z)$ este $p + m$ și al polinomului $B(z)$ este $q+n$. Ținînd seama de inegalitățile precedente, rezultă

$$p + m \leqslant q + n.$$

Deci și în acest caz mărimea de ieșire nu apare înainte de momentu $t = 0$, încît condiția de realizabilitate fizică este de asemenea îndeplinită.

2. GENERALIZAREA CONDIȚIEI DE REGIM TRANZITORIU FINIT

În literatură se demonstrează că spre a obține un regim tranzitoriu finit cu valoare finală nulă pentru o mărime caracterizată de funcția discretă $f(nT)$ este necesar și suficient ca transformata z a acestei funcții să fie de forma

$$F(z) = \frac{P(z)}{b_0 z^m} , \tag{1}$$

în care $P(z)$ este un polinom de gradul p în z și $p \leqslant m$.

În acest caz, valorile funcției sînt nule pentru $nT > mT$ și putem considera că regimul tranzitoriu se termină în momentul $nT = m\mathrm{T}$, cînd funcția are ultima valoare diferită de zero.

În cele ce urmează se va arăta că pentru a obține un regim tranzitoriu cu valoare finală diferită de zero pentru o funcție discretă $f(nT)$ este necesar și suficient ca transformata z a acestei funcții să fie de forma

$$F(x) = \frac{P(z)}{b_0 (z^m - z^{m-1})} , \tag{2}$$

Condiția este necesară: se va arăta că, dacă transformata funcției $f(nT)$ are forma (2), valorile discrete ale funcției pentru $n > m$ sînt egale și diferite de zero:

$$f(nT) = f(m + 1)\, T = f(m+2)\, T = \ldots \tag{3}$$

Utilizînd definiția transformatei z, relația (2) devine

$$\frac{a_0 z^p + a_1 z^{p-1} + \ldots + a_p}{b_0 z^m - b_0 z^{m-1}} = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)\, z^{-n} \tag{4}$$

După cîteva transformări simple, relația (4) se aduce la forma

$$\frac{a'_p z^{-p} + a'_{p-1} z^{-(p-1)} + \ldots + a'_0}{1 - z^{-1}} = \sum_{n=m-p}^{\infty} f(nT)\, z^{-(n+p-m)}. \qquad (5)$$

În această expresie avem:

$$a'_p = \frac{a_p}{b_0},\ a'_{p-1} = \frac{a_{p-1}}{b_0},\ \ldots,\ a'_0 = \frac{a_0}{b_0}, \qquad (6)$$

iar însumarea se face începînd de la $n = m-p$, deoarece pentru $n < m-p$ puterile lui z sînt pozitive și valorile lui $z(nT)$ trebuie să fie nule.

Dacă în (5) se înmulțesc ambii membri cu $1-z^{-1}$ și se egalează coeficienții termenilor de același grad, se obțin relațiile

$$\begin{aligned}
&f[(m-p)\,T] = a'_0,\\
&f[(m-p+1)\,T] - f[(m-p)\,T] = a'_1,\\
&\text{---------------------}\\
&f(mT) - f[(m-1)\,T] = a'_p,\\
&f[(m+1)\,T] - f(mT) = 0,\\
&f[(m+2)\,T] - f[(m+1)\,T] = 0.
\end{aligned}$$

Din ultimele egalități se deduce proprietatea enunțată (3).

Condiția este suficientă: presupunem că funcția $F(z)$ este de forma unui raport de polinoame de grad p, m, astfel că $p \leqslant m$:

$$F(z) = \frac{a_0 z^p + a_1 z^{p-1} + \ldots + a_p}{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_m}. \qquad (7)$$

Efectuînd împărțirea polinoamelor după regula împărțirii nelimitate, se obține o serie infinită în z la puteri negative descrescătoare începînd cu z^{p-m}.

$$F(z) = c_0 z^{p-m} + c_1 z^{p-m-1} + \ldots c_p z^{p-m-p} + c_{p+1} z^{p-m-(p+1)} + \ldots \qquad (8)$$

Înmulțind numitorul funcției cu seria de puteri, se obține egalitatea

$$\begin{aligned}
&a_0 z^p + a_1 z^{p-1} + \ldots + a_p =\\
&= b_0 c_0 z^p + b_1 c_0 z^{p-1} + \ldots + b_p c_0 z^{p-n} + \ldots + b_m c_0 z^{p-m} +\\
&+ b_0 c_1 z^{p-1} + b_1 c_1 z^{p-2} + \ldots + b_m c_1 z^{p-m-1} +\\
&\text{---------------------}\\
&+ b_0 c_p z^{p-p} + b_1 c_p z^{p-p-1} + \ldots + b_m c_p z^{p-m-p} +\\
&+ b_0 c_{p+1} z^{-1} + b_1 c_{p+1} z^{-2} + \ldots + b_m c_{p+1} z^{-m-1} +\\
&\text{---------------------}
\end{aligned}$$

Identificînd coeficienţii termenilor de acelaşi grad, se obţin următoarele ecuaţii :

$$
\begin{aligned}
a_0 &= b_0 c_0, \\
a_1 &= b_0 c_1 + b_1 c_0, \\
a_2 &= b_0 c_2 + b_1 c_1 + b_2 c_0, \\
&\text{---------------------} \\
a_p &= b_0 c_p + b_1 c_{p-1} + \ldots + b_{p-1} c_1 + b_p c_0, \\
0 &= b_0 c_{p+1} + b_1 c_p + \ldots + b_p c_1 + b_p c_1 + b_{p+1} c_0, \qquad (9) \\
0 &= b_0 c_{p+2} + b_1 c_{p+1} + \ldots + b_{p+1} c_1 + b_{p+2} c_0, \\
&\text{---------------------} \\
0 &= b_0 c_m + b_1 c_{m-1} + \ldots + b_{m-1} c_1 + b_m c_0, \\
0 &= b_0 c_{m+1} + b_1 c_m + \ldots + b_{m-1} c_2 + b_m c_1, \\
&\text{---------------------} \\
0 &= b_0 c_{m+p-1} + b_1 c_{m+p-2} + \ldots + b_{m-1} c_p + b_m c_{p-1}, \qquad (10) \\
0 &= b_0 c_{m+p} + b_1 c_{m+p-1} + \ldots + b_{m-1} c_{p+1} + b_m c_p. \qquad (11)
\end{aligned}
$$

Conform ipotezei admise, regimul tranzitoriu trebuie să fie finit şi diferit de zero ; în acest caz, valorile funcţiei începînd de la $nT = mT$ trebuie să fie egale şi diferite de zero (3). Aceasta se întîmplă cînd

$$c_p = c_{p+1} = c_{p+2} = \ldots = c \neq 0, \qquad (12)$$

Cu această condiţie, din (10) şi (11) rezultă

$$b_0 + b_1 + \ldots + b_m = 0,$$

$$(b_0 + b_1 + \ldots + b_{m-1})\, c + b_m c_{p-1} = 0.$$

Din aceste două ecuaţii rezultă

$$b_m (c_{p-1} - c) = 0 \qquad \text{şi } b_m = 0. \qquad (13)$$

În acelaşi mod se arată că

$$b_{m-1} = b_{m-2} = \ldots = b_2 = 0. \qquad (14)$$

Înlocuim valorile coeficienţilor din (13) şi (14) în ecuaţia (9) şi obţinem

$$b_0 c_p = b_1 c_p = 0,$$

de unde se deduce

$$b_1 = - b_0. \qquad (15)$$

Înlocuind valorile coeficienţilor b_1, b_2, ..., b_n date de (15), (14), (13) în relaţia (7), se obţine relaţia (2), care trebuie demonstrată.

BIBLIOGRAFIE

1. B. C. Kuo, *Analysis and synthesis of sampled data Control systems Prentice Hall New-Jersei* SUA, 1965.
2. I. T. Tou, *Digital and Sampled-data Control systems* New York, McGraw-Hill, 1959.
3. Ia. Z. Tîpkin, *Teoriia lineinîh impulsnîh sistem*, Moskva, Fizmatghiz, 1963.
4. E. I. Jury, *Sampled-data Control Systems* New York, John Wiley 1958.
5. M. Potapov, *Sintez Korektiruiuscih ustroistv na osnove criteriia Konecinovo Vremeni reguli-rovaniia*, Avtomatika i telemehanika *4* 433—440 (1962).
6. E. I. Djuri, *Sovremenîi dostijeniia v oblasti impulsnîh i țifrovîh sistem regulirovaniia*, Trudî I-mejdunarodnovo Kongressa mejdunarodnoi federații po avtomaticeskomu upra-vleniiu, Moskva, Izd. Akad. Nauk, 1961, p. 9—27.
7. Ia. Z., Tîpkin, *Elementi teorii țifrovîh avtomaticeskih sistem*, Ibidem, p. 63—79.
8. E. K. Krug, *Nekotorîe voprosu primeneniia țifrovîh metodov Korekții*, Avtomatika i telemeha-nika *8*, 48—55 (1967).
9. A. Ia. Andrienko, *Statisticeski sintez optimalnîh impulsnîh sistem upravleniia*, Avtomatika i telemehanica, *7*, 44—52 (1968).

ASUPRA UNOR METODE DE ELABORARE A ALGORITMILOR DE CONDUCERE PRIN CALCULATOR

DE

M. VARTOLOMEI

681.142 : 62.011.56

În lucrare sînt expuse metode numerice pentru simularea comportării obiectelor dinamice continue, precum şi utilizarea lor în elaborarea algoritmilor de conducere prin calculator. Materialul cuprinde, pe lîngă dezvoltările teoretice necesare, unele aplicaţii şi exemple.

Cunoaştem şi utilizăm în momentul de faţă două modele conceptuale pentru algoritmii de calcul cu rol de elemente numerice ale sistemelor automate.

Algoritmii cu discretizare iniţială sînt obţinuţi prin sinteza buclelor cu metode proprii teoriei sistemelor discrete, după ce în prealabil se exprimă sub formă discretă partea continuă a sistemului.

Algoritmii cu discretizare finală se obţin prin transcrierea sub formă discretă a unor elemente din bucle de reglare a căror sinteză s-a făcut clasic, după teoria sistemelor continue.

În ambele cazuri, este necesară reprezentarea în calculatorul numeric a unor funcţii ce se comportă faţă de semnalele aplicate la fel ca obiectele dinamice pe care le reprezintă.

La fel ca în cazul modelării analogice, un obiect dinamic liniar poate fi înlocuit printr-un ansamblu de elemente efectuînd operaţii de însumare, multiplicare şi integrare.

Integrarea numerică se poate efectua prin metode într-un singur pas, de tip Runge-Kutta, sau în mai mulţi paşi.

Un exemplu de metodă într-un singur pas este următorul :

Fie ecuaţia

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(t, x), \quad x(t_n) = x(n\ T),$$

unde $x = \mathrm{col}\ [x_1 \ldots x_n]$, iar T este incrementul de timp sau perioada de eşantionare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 999—1010, 1971

20—c. 2912

Fie coeficienţii calculaţi după cum urmează :

$$\alpha_1 = T f[n\,T,\ x(n\,T)],$$

$$\alpha_2 = T f[n\,T + T/2,\ x(nT) + \alpha_1/2],$$

$$\alpha_3 = T f[n\,T + T/2,\ x(nT) + \alpha_2/2],$$

$$\alpha_4 = T f[n\,T + T,\ x(n\,T) + \alpha_3/2].$$

Noua valoare a necunoscutei este dată de

$$x[(n+1)\,T] = x(nT) + \frac{1}{6}[\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 + \alpha_4].$$

Algoritmul numit Runge — Kutta de ordinul 4 dă o eroare de trunchiere proporţională cu T^5.

Alegerea unui increment suficient de mic pentru variabila independentă duce la soluţii de precizia dorită, dar durata calculului se prelungeşte peste limitele care ar permite, sub aspectul economic, repetarea lui periodică, în timp real [1].

Metodele de integrare în mai mulţi paşi calculează valoarea funcţiei la un moment dat pe baza cunoaşterii unui număr de valori anterioare ale funcţiei şi ale primei derivate

$$x_n = \sum_{i=1}^{N} a_i\, x_{n-i} + h \sum_{i=0}^{M} b_e \dot{x}_{n-i}.$$

Dacă $b_0 \neq 0$, evaluarea x_n necesită cunoaşterea valorii $\dot{x}_n$.

Metodele se numesc corectoare sau închise (CLOSED), notate prescurtat C_{MN} [2], [3].

În cazul $b_0 \neq 0$, $\dot{x}_n$ nu este necesar. Metodele se numesc predictoare sau deschise (OPEN), notate prescurtat O_{MN}.

Metodele de tip predictor—corector calculează noile valori x şi $\dot{x}$ uzînd de valori anterioare cu ajutorul unei prime formule de tip predictor pentru x, al ecuaţiei date pentru $\dot{x}$, apoi o formulă de tip corector calculează definitiv noua valoare a variabilei x :

$$x^P_{n+1} = a_0 x_n + \ldots + a_{k-1} x_{n-(k-1)} + h[b_0 \dot{x}_n + b_1 \dot{x}_{n-1} + \ldots + b_{k-1} \dot{x}_{n-(k-1)}],$$

$$\dot{x}^P_{n+1} = f[x^P_{n+1},\ t_{n+1}],$$

$$x_{n+1} = c_0 x_n + c_1 x_{n-1} + \ldots + c_k x_{n-(k-1)} + h[d_{-1} \dot{x}^P_{n+1} + d_0 \dot{x}_n + \ldots +$$

$$+ d_{k-1} \dot{x}_{n-(k-1)}].$$

Determinarea coeficienților pe bază de specificații privind eroarea, răspunsul la frecvență etc. constituie o problemă de sinteză, care iese din cadrul prezentei lucrări.

Pentru simularea cu ajutorul calculatorului o comportării obiectelor dinamice, a devenit uzuală descrierea proprietăților acestora cu ajutorul transformatelor discrete, în particular al transformatei z. Funcțiile de transfer discrete pot fi implementate în calculator sub forma de ecuație cu

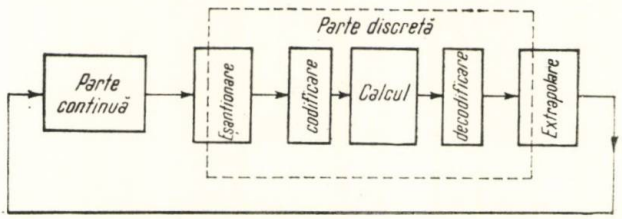


Fig. 1

diferențe finite sau prin procedeul de largă răspîndire al „programării funcțiilor de transfer" [4], [5] etc.

Rămîne deschisă problema calculului funcțiilor de transfer discrete corespunzînd părții continue a sistemelor.

Fie o buclă de reglare hibridă ca în figura 1. După dispozitivul numeric de reglare urmează un extrapolator de ordinul zero, a cărui funcție de transfer în s este $\frac{1-e^{-Ts}}{s}$, apoi partea continuă a buclei, cu funcția de transfer.

Este necesar calculul funcției de transefer în z a ansamblului extrapolator-parte continuă, adică

$$w(z) = (1 - z^{-1})\, Z\left(\frac{H(s)}{s}\right).$$

În mod normal aceasta se face prin descompunerea în fracții simple a funcției $\frac{H(s)}{s}$, pentru care se găsește din tabele funcția de transfer în z corespunzătoare [4]—[6].

De exemplu, unei descompuneri după Heaviside corespunzînd la poli simpli

$$Y(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{\alpha_i + s}$$

îi corespunde un regim tranzitoriu $y(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{\alpha_i}(1 - e^{-\alpha_i t})$,

apoi o funcție de transfer în z

$$w(z) = (1 - z^{-1}) \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{\alpha_i} \cdot \frac{1 - d_i}{z - d_i}, \quad d_i = e^{-\alpha_i T}.$$

Aceste calcule pot fi evitate prin înlocuirea operatorului de integrare din funcțiile de transfer în s cu operatori digitali de integrare [1], [7], [10].

Procedeul Fryer-Schultz recomandă următoarea corespondență, care se poate continua cu ceea ce rezultă direct din tabelele de transformate z:

$$\frac{1}{s} \to \frac{T z^{-1}}{1 - z^{-1}},$$

$$\frac{1}{s^2} \to \frac{T^2 z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2},$$

$$\frac{1}{s^3} \to \frac{T^3 z^{-1}(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})^3}.$$

Procedeul Madwed-Truxal calculează prin aproximări polinomiale mai precise operatori de integrare care pot substitui operatorii din funcțiile de transfer ale părții continue.

Primii 3 operatori de acest tip sînt următorii:

$$\frac{1}{s} \to \frac{T(+ z^{-1})}{2(1 - z^{-1})}$$

$$\frac{1}{s^2} \to \frac{T^2(1 + 4z^{-1} + z^{-2})}{6(1 - z^{-1})^2},$$

$$\frac{1}{s^3} \to \frac{T^3(1 + 11\, z^{-1} + 11\, z^{-2} + z^{-3})}{24(1 - z^{-1})^3}$$

Procedeul Boxer-Thaler, prezentat în continuare, se deosebește de cele anterioare prin faptul că substituția nu se efectuează direct asupra funcției de transfer în s, ci utilizînd expresii de tip special, denumite forme z.

Deducerea acestor forme se face pornind de la schimbarea de variabilă $s^{-1} = \dfrac{T}{\ln Z}$.

Prin dezvoltarea funcției $\ln z$ într-o serie rapidă convergentă se obține $s^{-1} = \dfrac{T}{2\left(u + \dfrac{u^3}{3} + \dfrac{u^5}{5}\right)}$, apoi prin împărțire se obține $s^{-1} = \dfrac{T}{2}\left(u^{-1} - \right.$

$\left. - \dfrac{u}{3} - \dfrac{4u^3}{45} - \cdots\right)$.

Analog se procedează cu operatorii s^{-2}, s^{-3}, ... s^{-n}, după care urmează substituţia $u = \dfrac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$.

Primele 3 forme z obţinute prin acest procedeu sînt cele ce urmează :

$$\frac{1}{s} \to \frac{T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})},$$

$$\frac{1}{s^2} \to \frac{T^2(1+10z^{-1}+z^{-2})}{12(1-z^{-1})^2},$$

$$\frac{1}{s^3} \to \frac{T^3(1+z^{-1})z}{2(1-z^{-1})^3}.$$

În sfîrşit, un ultim mod de lucru de care ne ocupăm este procedeul Tustin.

Bazat pe integrarea repetată după regula trapezului, procedeul a fost utilizat iniţial în scopul reprezentării funcţiilor de timp sub forma de serii numerice.

O funcţie de transfer liniară, $G(S)$, exprimată sub forma raportului a două polinoame în s se poate trece sub formă numerică prin efectuarea substituţiei

$$s^n = \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^n.$$

Deşi procedeul nu este cel mai precis dintre cele prezentate, are în schimb avantaje deosebite, ţinînd de comoditatea utilizării, datorită operatorului unic utilizat.

Vom ilustra aceasta printr-un exemplu simplu. Fie de discretizat funcţia de transfer

$$G(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{(1+\tau s)^n},$$

reprezentînd elementul de extrapolare, urmat de obiectul automatizat (în forma lui Streje).

Utilizarea metodei transformatelor z dă pentru $\dfrac{1}{s(s+a)}$ corespondenţa $\dfrac{1}{a} \cdot \dfrac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$, iar pentru $\dfrac{1}{s(s+a)^2}$ corespondenţa $\dfrac{1}{a^2}\left[\dfrac{z}{z-1} - \dfrac{z(z-a\cos aT)}{z^2-2z\cos aT+1}\right]$.

Aceste transformate, pentru $a = \tau$, se înmulţesc cu $(1-z^{-1})$, obţinînd rezultatul.

Pentru valori ale lui $n > 2$, este necesară descompunerea în fracții simple cu utilizarea tabelelor, ceea ce duce la calcule laborioase și rezultate complicate.

Utilizarea procedeului Tustin ne permite să scriem direct, pe baza binomului lui Newton:

$$G(z) = \frac{\frac{T}{2} \cdot \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} (1-z^{-1})}{\sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} C_n^k \tau^k \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^k} = \frac{1-z^{-1}}{\sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} C_n^k \tau^k \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^{k+1}}.$$

Forma obținută este deosebit de compactă și s-a obținut remarcabil de simplu.

Ne vom ocupa în continuare de problema reprezentării în calculator a funcțiilor de transfer discrete, deduse prin procedeul Tustin.

Fie funcția de transfer în s

$$H(s) = \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0},$$

pe care dorim să o discretizăm în vederea introducerii în calculator.

Utilizînd procedeul Tustin, obținem

$$H(z) = \frac{b_m \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^m + \ldots + b_1 \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right] + b_0}{a_n \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right]^n + \ldots + a_1 \left[\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right] + a_0}.$$

În continuare este necesară aducerea la același numitor și înlăturarea fracțiilor etajate, operații laborioase, pe care nu le mai efectuăm.

Urmează apoi reprezentarea funcției de transfer discrete în calculatorul numeric printr-una din metodele standard ale programării directe, serie sau paralel, dintre care a doua necesită calculul polilor și zerourilor, iar ultima, descompunerea în fracții simple, operații de asemenea laborioase.

În loc de toate acestea, vom urma o altă cale, bazată pe metoda tehnicilor de realizare, a lui Zadeh [8]. Aceste tehnici se bazează, la rîndul lor, pe modelarea analogică a sistemelor continue și au fost utilizate în scopul deducerii ecuațiilor de stare ale acestor sisteme.

Unui sistem cu funcția de transfer $H(s) = \frac{1}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0}$ îi corespunde o schemă de modelare cu n integratoare, după cum urmează (fig. 2).

În cazul funcției de transfer $H(s) = b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0$, schema de modelare rezultă de forma din figura 3.

În sfîrșit, pentru cazul general al sistemelor descrise prin ecuații diferențiale de tipul $L(p)y = M(p)u$,

adică $(a_n p^n + \ldots + a_0)\, y = (b_n p^n + \ldots + b_0\, u)\left(p = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\right)$, există două realizări posibile.

Realizarea pentru $\frac{1}{L(p)} M(p)_1\, a_n \neq 0$ este cea din figura 4.

Realizarea pentru $M(p)\frac{1}{L(p)}$ este arătată în figura 5.

În cazul cînd operatorii $L(p)$ și $M(p)$ nu au factori comuni, cele două modele sînt echivalente și pot reprezenta funcția de transfer

$$H(s) = \frac{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + \ldots + b_1 s + b_0}.$$

În schemele de realizare ale lui Zadeh, pe cale le-am reluat mai sus, vom înlocui operatorul de integrare analogic $\frac{1}{s}$ prin integratorul numeric al lui Tustin, cu expresia deja cunoscută $\frac{T}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}$.

Rezultă astfel direct scheme pentru reprezentarea în calculatorul numeric a funcțiilor de transfer ale părții continue a sistemelor.

Pentru a preciza complet modul de lucru, vom reprezenta în continuare schema logică pentru programarea operatorului Tustin sub forma din figura 6.

Observăm că, de fapt, aceasta este schema de programare pentru $D_k(z) = \frac{1 + c_k z^{-1}}{1 + d_k z^{-1}}$ din cazul programării în cascadă, în care s-a făcut $c_k = 1$ și $d_k = -1$.

Implementarea după schema propusă se poate generaliza pentru metode de integrare mai precise.

Fie sistemul de ecuații de stare

$$\dot{x} = Ax + br,$$

$$y = < c, x >.$$

Prin utilizarea unei formule de tip predictor sau corector rezultă $x_{n+k} + \alpha_1 x_{n+k-1} + \ldots + \alpha_k x_n = AT(\beta_0 x_{n+k} + \ldots + \beta_k x_n) + bT(\beta_0 r_{n+k} + + \ldots + \beta_k r_n)$.

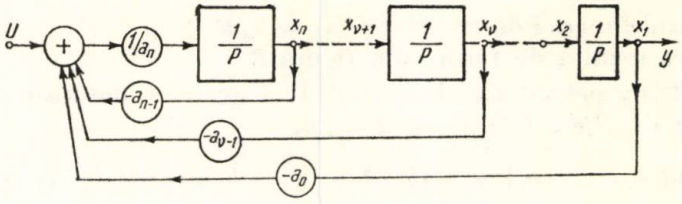


Fig. 2

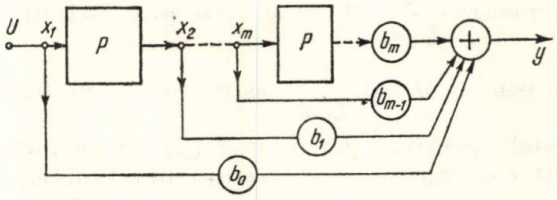


Fig. 3

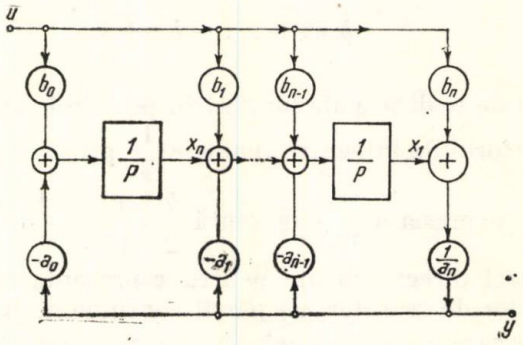


Fig. 4

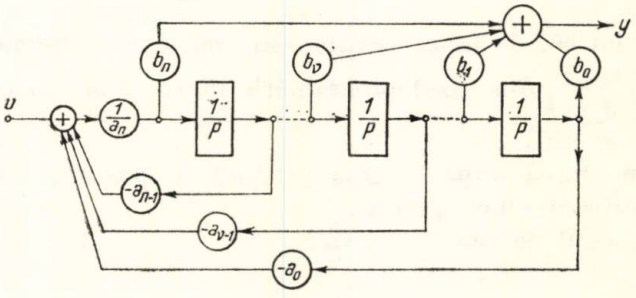


Fig. 5

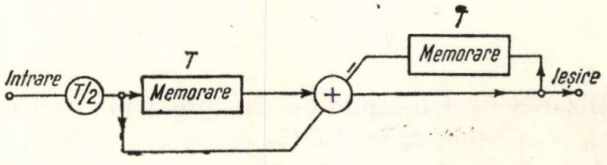


Fig. 6

Aplicînd transformata z în ambii membri, putem scrie :

$$(z^k + \alpha_1 z^{k-1} + \ldots + \alpha_\alpha) X^*(z) = T(\beta_0 z^k + \ldots + \beta k)(AX^*(z) + bR^*(z)],$$

$$X^*(z) = \frac{T}{M(z)}[AX^*(z) + bR^*(z)],$$

unde s-a notat $M(z) = \dfrac{z^k + \alpha_1 z^{k-1} + \ldots + \alpha_k}{\beta_0 z^k + \beta_1 z^{k-1} + \ldots + \beta^k}$.

Putem scrie, în continuare,

$$X^*(z) = [T^{-1} M(z) I - A]^{-1} bR^*(z),$$

$$Y^*(z) = < c, [T^{-1} M(z) I - A]^{-1} bR^*(z) >.$$

În cazul sistemelor continue [8], se cunosc relaţiile $Y(s) = < c, (sI - A)^{-1} bR(s) >$ pentru calculul răspunsului şi $H(s) = < c, (sI - A)^{-1} b >$ pentru funcţia de transfer.

Corespunzător, pentru sistemul discret putem scrie

$$H(z) = < c_1 [T^{-1} M(z) I - A]^{-1} b >.$$

Rezultă astfel posibilitatea de discretizare a funcţiei de transfer prin substituţia directă $s = T^{-1} M(z)$.

Se poate arăta, în continuare, că pentru metodele de tip predictor-corector nu este posibilă substituţia cu operator unic.

O funcţie de transfer corespunzătoare unui sistem continuu se poate descompune în fracţii simple, care în cazul polilor simpli au forma $\dfrac{\gamma_i}{s - \lambda_i}$, unde λ_i este valoarea polului real sau complex.

Se poate arăta că operatorul de substituţie care rezultă prin aplicarea formulei de tip predictor-corector nu poate fi unic, întrucît este dependent de valoarea λ, fiind de forma

$$s = \frac{1}{h} \cdot \frac{C(z) + d_{-1} h \lambda A(z)}{D(z) + d_{-1} h \lambda B(z)}$$

în care

$$A(z) = z - a_0 - a_1 z^{-1} - \ldots - a_{k-1} z^{-(k-1)},$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_{k-1} z^{-(k-1)},$$

$$C(z) = z - C_0 - C_1 z^{-1} - \ldots - C_{k-1} z^{-(k-1)},$$

$$D(z) = d_{-1} z + d_0 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_{k-1} z^{-(k-1)}.$$

Justificare:

$$x(t) = \gamma\, e^{\lambda t}\, \dot{x}_n, = (\dot{x})_n = \lambda\,(x)\,n,$$

$$\dot{x}^P_{n+1} = \frac{d}{dt}\{[z - A(z)]\,x_n + hB(z)\;\dot{x}_n\} = [z - A\,(z)]\,\frac{d}{dt}\,x_n + hB(z)\,\frac{d}{dt}\,\dot{x}_n =$$

$$= [z - A(z)]\,\lambda x_n + hB\,(z)\,\frac{d}{dt}\,[\lambda x_n],$$

$$\dot{X}^P_{n+1}\,(s) = [z - A\,(z)]\,X_n\,(s)\lambda + hB\,(z)\,X_n\,(s)\lambda\, s,$$

$$x_{n+1}(t) = zx_n = [zC\,(z)]\,x_n + d_1 h\,\dot{x}^P_{n+1} + h[D\,(z) - d_{-1}z]\,\frac{d}{dt}\,x_n.$$

În continuare, ţinînd seama şi că $hd_{-1}\; z\,\frac{d}{dt}\,x_n \approx zh\lambda d_{-1}x, zX_n\,(s) =$ $= [z - C(z)]X_n(s) + d_{-1}h\{[z - A(z)]\,\lambda X_n(s) + hsB\,(z)\lambda X_n(s)\} + hD(z)\,sX_n\,(s) -$ $- hd_{-1}z\lambda\,X_n\,(s)$ Simplificînd $X_n\,(s)$ în ambii membri, putem scrie

$$C\,(z) = h\,\lambda h\,s\,d_{-1}\,B\,(z) + hs\,D(z) - d_{-1} - h\,\lambda\,A(z),$$

din care rezultă pentru operatorul de substituţie expresia dată mai sus.

Formulele tip Runge-Kutta conţinînd operaţii succesive de predicţie şi corecţie, concluzia privind inexistenţa substituţiei unice se poate extinde şi asupra lor.

Încheiem prezenta expunere cu o aplicaţie privind utilizarea algoritmului Tustin-Zadeh.

Fie un sistem de ordinul 4, dat prin funcţia sa de transfer

$$G_4\,(s) = \frac{0{,}5\,s^2 + 3{,}5\,s + 1}{(s+1)^4}\,.$$

Ne propunem să calculăm răspunsul la treaptă al sistemului prin algoritmul elaborat în paragraful precedent.

Problema se reduce la rezolvarea repetată pentru diverse valori ale lui k a următorului sistem de ecuaţii:

$$V_{n+1-i}\,(k\,T) = B_i\,U\,(k\,T) - A_i\,Y\,[(k-1)T] + X_n + 2 - i,$$

$$X_{n+1-i}\,(kT) = (T/2)\,\{V_{n+1-i}(kT) + V_{n+1-i}\,[(k-1)T]\} + X_{n+1-i}[(k-1)T]\;\Big|\; i =$$

$$= 1 \ldots n,$$

$$y\,(kT) = \frac{1}{A_{n+1}}\,[X_1(k\,T) + B_{n+1}\,U\,(k\,T)].$$

Sistemul se rezolvă ținînd seama de valorile prestabilite

$$x_{n+1} = 0,$$

$$u\,(kT) = 1 \qquad (k = 1 \ldots \infty)$$

și de condiția inițială $y\,[(k-1)\,T\,] = 0$.

A fost ales un exemplu pentru care dispunem de valorile răspunsului de treaptă calculat prin mai multe metode, printre care un calcul de mare precizie prin metoda Runge-Kutta-Merson, un calcul prin metoda variabilelor de stare și un calcul efectuat prin substituția directă a operatorului Tustin. Toate aceste rezultate au fost obținute pentru puncte echidistante (scara timpului la intervale de 1 secundă) integrarea efectuîndu-se cu pasul $h = 0{,}1$ secunde [9].

Acestor rezultate le alăturăm pe cele obținute prin algoritmul prezentat în lucrarea de față, de asemenea la intervale de 1 secundă, utilizînd același pas h = 0,1 secunde.

Calculele au fost efectuate cu ajutorul unor echipamente mari pentru rezultatele anterioare și un calculator de birou OLIVETI PROGRAMMA 101 pentru rezultatele nou obținute. Tabela ce urmează permite o comparație a acestor rezultate.

Timpul	Metoda variabilelor de stare	Runge-Kutta-Merson	Tustin direct	Tustin-Zadeh
1	0,29498	0,29497	0,123457	0,29858
2	0,319553	0,819553	0,510288	0,83583
3	1,136914	1,136915	0,968450	1,14286
4	1,225892	1,225893	1,216278	1,22891
5	1,198208	1,198208	1,247676	1,20982
6	1,13810	1,13810	1,187420	1,14326
7	1,085793	1,085793	1,117208	1,10385
8	1,048866	1,048866	1,065352	1,04917
9	1,013499	1,013499	1,016424	1,01352

Examinarea tabelei de mai sus duce la următoarele concluzii. Aplicarea directă a subtituției Tustin dă naștere pe porțiunea inițială a răspunsului la treaptă la erori importante față de metodele mai precise prezentate în primele două coloane. Semnul acestor erori este la început negativ, apoi devine pozitiv. Această oscilație a erorii produce deplasarea maximului cu un interval de 1 secundă și o creștere sensibilă a lui în valoarea absolută.

Algoritmul simplu utilizat în prezenta lucrare generează valori destul de apropiate de cele obținute prin metodele laborioase și de mare precizie prezentate pentru comparație. Valoarea absolută a maximului diferă doar la a patra cifră semnificativă, iar precizia sa în timp coincide cu cea calculată anterior.

Simularea prin această metodă apare deci ca utilizabilă.

BIBLIOGRAFIE

1. A. P. Sage S. L. Smith, *Real-Time Digital Simulation for Systems Control*, Proceedings, of the IEEE, **54**, *12*, December (1966).
2. R. E. Gagne, D. C. Baxter, *Techniques for the design of linear digital simulations*, SIMULATION **11**, *2*, August (1968).
3. P. R. Benyon, *A review of numerical methods for digital simulation*. SIMULATION, **11**, *5*, November (1968).
4. Kuo, C. Benjamin, *Sisteme automate cu eşantioanre*, Bucureşti, Edit. tehnică 1967.
5. B. Liu, T. Kaneko *Error analysis of Digital Filters Realized with Floating Point Arithmetic*, Proceedings of the IEEE, **57**, *10*, October, 1969.
6. D. P. Lindorff, *Theory of Sampled — Data Control systems*, John Wiley, N. Y., 1965.
7. J. E. Gibson, *Sisteme automate neliniare*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1967.
8. L. A. Zadeh *Linear System Theory*, N. Y, McGraw Hill, 1963.
9. H. R. Martens, *A Comparative Study of Digital Integration Methods*, SIMULATION, **12**, *2*, February, 1969.
10. E. G. Gilbert, *Dinamic — error analysis of digital and combined analog — digital computer systems*, SIMULATION, **6**, *4*, Avril, 1966.

MODULUL DE ELASTICITATE AL COMBUSTIBILILOR OBȚINUȚI DIN ȚIȚEI

DE

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER

Curgerea în regim nepermanent apare frecvent la studiul procesului de injecție în motoarele cu aprindere prin comprimare. Variația presiunii și a vitezei în conducta de injecție poate fi descrisă de sistemul de ecuații

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = -\left(\frac{1}{E} + b\right)\frac{\partial p}{\partial \tau},$$

expresii în care $E\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right]$ reprezintă modulul de elasticitate al combustibilului și b un factor care ține seama de elasticitatea materialului conductei și de raportul dintre diametrul interior al conductei și grosimea pereților acesteia.

În literatură sînt puține date asupra valorii modulului de elasticitate al combustibililor și asupra factorilor care îl influențează. În nota de față se elucidează această problemă teoretic și practic. Pentru calculul valorilor modulului de elasticitate s-au folosit datele existente în literatură.

1. O primă posibilitate de calcul pornește de la cunoașterea variației densității cu presiunea și cu temperatura.

Relația masei ($m = \rho V$) permite să se scrie

$$\rho \, \mathrm{d}\, V + V \, \mathrm{d}\, \rho = 0$$

și

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = -\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}.$$

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 1011–1016, 1971

Se ţine seama de relaţia cunoscută

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dp}{E}$$

şi se obţine

$$E = \rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T, \tag{1}$$

presupunîndu-se că procesul de comprimare adiabatică practic nu modifică temperatura fluidului.

Pentru calculul modulului de elasticitate este necesar să se cunoască densitatea la o presiune şi temperatura dată $\rho\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ şi variaţia presiunii cu densitatea $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T$ la temperatură constantă în $\left[\frac{N \cdot m}{kg}\right]$.

Din literatură [1], [2] se redau în tabelele 1 şi 2 cîteva date pentru diferiţi combustibili obţinuţi din ţiţei.

2. Se poate aborda problema ţinînd seama de faptul că modulul de elasticitate al unui lichid este inversul coeficientului său de compresibilitate la temperatură constantă $\chi = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T$ (deoarece în relaţia $\chi_S = \frac{\chi_T}{\varkappa}$, s-a luat $\varkappa = 1$), deci

$$E = \frac{1}{\chi}. \tag{2}$$

Date din literatură arată că termenul χ variază cu densitatea, cu temperatura [3] şi cu presiunea [3,4]:

— cu densitatea după relaţia

$$\chi_c = \frac{36}{\rho_0^3} 10^{-2}$$

(unde ρ_0 este densitatea la temperatura de 15°C şi presiunea de 1 bar);

— cu temperatura după relaţia

$$\chi_t = \chi_0 [1 + 0{,}0045\,(t - 15)],$$

iar cu presiunea după relaţia

$$\chi_p = \chi_0 [1 - 0{,}027 \cdot 10^{-7} p].$$

Tabela 1

Variația densității unor combustibili obținuți din țiței în funcție de presiune (t = 20°C)

p, N/m²	10^5	$50 \cdot 10^5$	$100 \cdot 10^5$	$150 \cdot 10^5$	$200 \cdot 10^5$	$250 \cdot 10^5$	$300 \cdot 10^5$	$350 \cdot 10^5$	$400 \cdot 10^5$	$450 \cdot 10^5$	$500 \cdot 10^5$	$550 \cdot 10^5$	$600 \cdot 10^5$	$650 \cdot 10^5$	$700 \cdot 10^5$	$750 \cdot 10^5$	$800 \cdot 10^5$
Densitate ρ, kg/m³	700	704	707	709	712	715	717	719	721	724	726	729	731	734	737	739	741
	750	755	758	761	764	766	769	772	774	776	778	781	783	785	787	787	791
	800	805	808	811	814	817	819	823	825	828	831	834	837	839	842	845	848
	850	855	859	862	865	868	872	875	877	880	883	887	890	893	895	898	901
	870	875	879	883	886	888	892	894	897	900	904	907	910	914	917	921	924
	900	905	909	913	915	919	923	926	929	932	935	938	941	944	946	949	952

Tabela 2

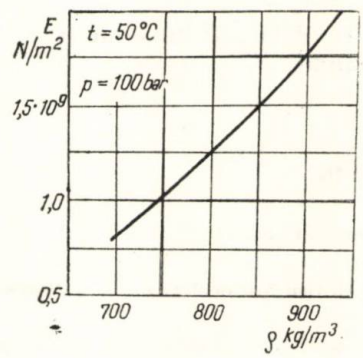
Variația densității unor combustibili obținuți din țiței în funcție de presiune (t = 300°C)

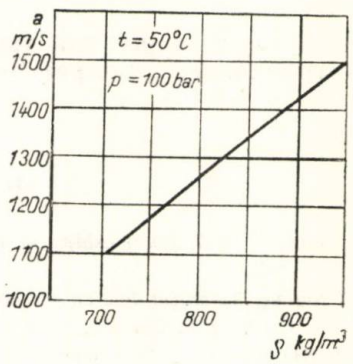
Combustibil cu densitatea la 20°C (kg/m³)	p, N/m²	10^5	$50 \cdot 10^5$	$100 \cdot 10^5$	$150 \cdot 10^5$	$200 \cdot 10^5$	$250 \cdot 10^5$	$300 \cdot 10^5$	$350 \cdot 10^5$	$400 \cdot 10^5$	$450 \cdot 10^5$	$500 \cdot 10^5$	$550 \cdot 10^5$	$600 \cdot 10^5$	$650 \cdot 10^5$	$700 \cdot 10^5$	$750 \cdot 10^5$	$800 \cdot 10^5$
	700	510	540	560	573	582	590	595	600	605	610	615	620	625	630	635	640	645
	750	545	581	600	612	623	632	637	643	648	653	659	664	670	676	682	687	693
	800	582	620	640	653	663	671	679	684	690	697	702	708	714	719	725	731	737
	850	619	660	679	692	703	714	721	727	734	740	746	752	758	764	771	777	782
	870	633	675	696	709	720	729	738	745	751	757	764	770	777	783	789	795	802
	900	655	699	720	734	745	754	763	770	778	784	790	796	802	808	815	821	828

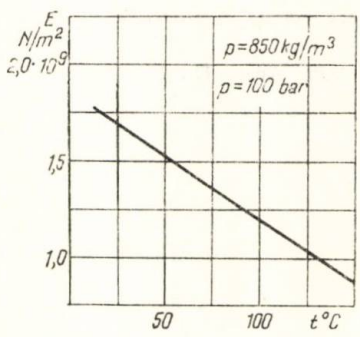
Valoarea modulului de elasticitate se poate calcula deci cu relația

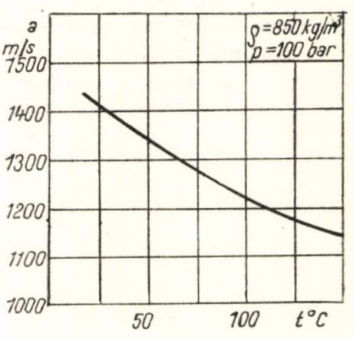
$$E = \frac{1}{\frac{36}{\rho_0^3} 10^{-4} [1 + 0{,}0045 (t - 15)] (1 - 0{,}027.10^{-7} p)}. \quad (3)$$

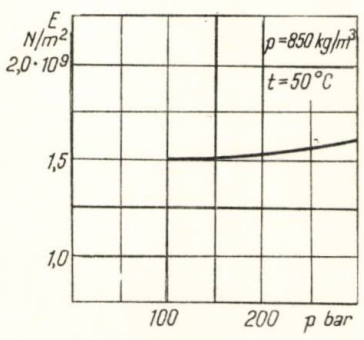
În figura 1 se prezintă variația modulului de elasticitate al combustibilului cu densitatea, cu temperatura și cu presiunea.











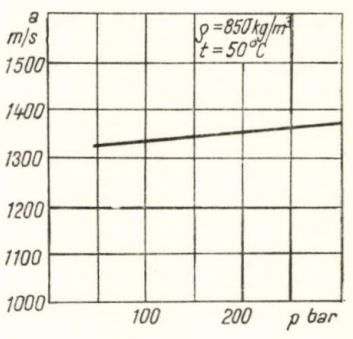


Fig. 1. — Variația modulului de elasticitate E cu densitatea ρ, temperatura t și presiunea p la combustibili obținuți din țiței.

Fig. 2. — Variația vitezei sunetului a cu densitatea ρ, temperatura t și presiunea p în combustibili obținuți din țiței.

3. Din examinarea relației (3) și a figurii 1 se constată că modulul de elasticitate crește relativ mult dacă crește densitatea, scade relativ mult dacă crește temperatura și crește relativ puțin dacă crește presiunea.

4. Variația modulului de elasticitate se reflectă direct în viteza sunetului, care (neglijînd efectul conductei) se calculează cu relația

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{4}$$

În figura 2 se prezintă variația vitezei sunetului cînd se modifică parametrii densitate, temperatură, presiune.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Docksey, *P-V-T relationships of hydrocarbons*, Science of Petroleum, 2, 1263–1269 (1938).
2. H. M. Spiers, *Technical data on fuel*, ed. 5, The British National Committee-World Power Conference, London, 1950.
3. L. B. Certkov, *Sovremenîie i perspektivnîe uglevodorodnîe reaktivnîe i dizelnîe topliva*, Moskva, „Himia", 1968.
4. A. Pischinger, O. Cordier, *Gemischbildung und Verbrennung im Dieselmotor*, Viena, Julius Springer, 1939.
5. E. Bădărău, *Introducere în acustică*, București, Edit. Acad. R.P.R., 1953.

Teoria, rasciot i konstruirovanie elktromagnitnîh maşin udarnogo deistvia (Teoria, calculul şi construcţia maşinilor electromagnetice cu acţiune percutantă), red. resp. prof. dr. şt. tehn. N. P. Riaşenţev, Novosibirsk, Edit. „Nauka", 1970, 260 p. şi 211 ref. bibl.

Se prezintă o sinteză a rezultatelor cercetărilor din domeniul maşinilor liniare percutante, care în ultimul timp suscită un interes crescut, ca şi maşinile liniare oscilante în regim lipsit de percuţii.

Autorii încep prin a trece în revistă maşinile electrice cu acţiune percutantă, utilizate mai ales la ciocanele electrice, şi examinează comutatoarele bobinelor de la unele tipuri de maşini electrice oscilante. Se propun noi tipuri constructive şi scheme de alimentare a ciocanelor electrice manuale, acţionate cu motoare sincrone cu una sau cu mai multe bobine, şi se compară performanţele lor. Se determină caracteristicile dinamice ale electromagneţilor, dîndu-se indicaţii despre utilizarea metodei similitudinii în calculul maşinilor percutante, însoţite de exemple de calcul care fac uşor de înţeles metodica expusă.

Procesul de lucru al maşinilor electromagnetice percutante este descris pe larg în lucrare, începîndu-se prin compararea critică a diferitelor ciocane electrice existente, cu sau fără comutatoare sincrone, studiindu-se transformările energetice şi dîndu-se metodica încercărilor experimentale. Se examinează de asemenea procesele termice din funcţionarea ciocanelor.

Un capitol aparte îl constituie determinarea parametrilor optimi ai diferitelor organe din componenţa maşinilor electromagnetice cu acţiune percutantă. Contribuţia autorilor se reflectă din plin în acest capitol, care se încheie cu indicaţii privitoare la studiul maşinilor percutante pe calculatorul analogic. Se mai dau calcule şi studii cu privire la circuitul magnetic, cu referiri la cazul concret al unor bobine cu forme optime.

Lucrarea se încheie cu o bogată bibliografie (211 titluri).

Prin elaborarea acestei lucrări, colectivul condus de prof. dr. şt. tehnice N. P. Riaşenţev a contribuit la dezvoltarea teoriei încă deficitară a maşinilor electrice percutante cu mişcare rectilinie alternativă. Lucrarea recenzată este valoroasă şi modernă, deşi nu epuizează toate problemele tematicii, cum de altfel precizează şi autorii în prefaţă. Probabil că volumul relativ restrîns a împiedicat pe autori să arate cum se determină şi cum influenţează mişcarea armăturii în regim stabilizat percutant pe diferite tipuri de sarcină asupra maşinilor electrice de acţionare, în particular asupra încălzirii şi asupra unor parametri electromecanici importanţi. Într-o ediţie viitoare, pe care o dorim cît mai rapid realizată, lucrarea ar putea fi extinsă în acest sens.

C. Saal

St. cerc. energ. electr., tom 21, nr. 4, p. 1017—1021, 1971

Elektriceskie udarnie maşini vozvratno-postupatelnogo dvijenia (Maşini electrice percutante cu mişcare rectilinie alternativă), red. resp. prof. dr. şt. tehn. P. M. Alabujev, Novosibirsk, Edit. „Nauka", secţia siberiană, 1969, 288 p. şi 261 ref. bibl.

Lucrarea reprezintă o culegere de articole, rod al muncii ştiinţifice a unor cercetători siberieni de la Institutul minier al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S., secţia siberiană, cu sediul la Novosibirsk. Tematica lucrării se referă la noile realizări ale acestora în crearea de maşini electrice percutante cu mişcare rectilinie alternativă, utilizate în tehnica minieră şi în alte domenii industriale.

Partea întîi a cărţii se ocupă de direcţiile de bază ale dezvoltării acestor maşini electrice speciale, cuprinzînd patru articole. Se subliniază avantajele folosirii maşinilor electrice percutante în forarea puţurilor petroliere şi de gaze, ca şi în mecanizarea alegerii probelor în explatările extractive. Utilajele folosite sînt acţionate de maşini electrice liniare, la care armătura mobilă — berbecele — posedă o mişcare rectilinie alternativă combinată cu o mişcare de rotaţie şi cu percuţii la o extremitate a cursei. Asemenea maşini au fost dezvoltate de un colectiv condus de prof. N. P. Riaşenţev de la Institutul minier al Academiei de ştiinţe a U.R.S.S., secţia siberiană.

Un număr de 21 de articole sînt cuprinse în partea a doua a lucrării, care posedă cel mai mare volum; ea este dedicată metodelor de cercetare şi de calcul. Se desprind preocupări legate de utilizarea teoriei modelării, metodica proiectării electromagneţilor cu armătură întrebuinţată pentru a furniza şocuri mecanice (caracteristici mecanice dinamice, forme optime ale bobinelor, determinarea experimentală a parametrilor optimi la dimensiuni impuse, aplicarea teoriei similitudinii etc.), teoria vibratorului electromagnetic în regim lipsit de percuţii. Alte articole sînt consacrate măsurării energiei mecanice de percuţie, a parametrilor vibraţiilor, calculului forţei electromagnetice şi a pierderilor în fier.

Analiza şi fundamentarea construcţiilor utilizate se dezvoltă în partea a treia, care conţine şapte articole. Se expun rezultate cu privire la crearea şi la studiul maşinilor de forat electrice, cu mişcare rotativă şi de percuţie, realizate de către Institutul electrotehnic din Novosibirsk. La aceste maşini, berbecele posedă, în afara mişcării de rotaţie obţinute de la un motor convenţional, o mişcare oscilatorie, imprimată cu ajutorul unei bobine parcursă de curent. Se expun şi rezultatele cu privire la automatizarea acestor maşini şi comportarea ciocanelor electromecanice cu camă. Se redau de asemenea consideraţii referitoare la parametrii raţionali ai unor maşini electrice de forat.

Partea finală a lucrării este destinată studiului şocurilor şi vibraţiilor, cuprinzînd şase articole.

Nivelul general al lucrării este ridicat şi exprimarea concisă. Ea umple un gol în literatura mondială, demonstrînd atît prin rezultatele practice obţinute, cît şi prin teoria referitoare la sinteza şi la analiza maşinilor electrice cu mişcare rectilinie alternativă posibilitatea obţinerii de avantaje prin utilizarea acestor maşini electrice speciale în industria extractivă şi petrolieră.

C. Saal

Ia. Z. ŢÎPKIN, *Osnovi teorii obuceaiuşcihsia sistem* (Bazele teoriei sistemelor instruibile), Moskva, Edit. „Nauka", 1970, 251 p., 95 fig. şi 206 ref. bibl.

Prezenta lucrare în domeniul sistemelor instruibile este o continuare firească a lucrării *Adaptarea şi instruirea în sistemele automate* a aceluiaşi autor, apărută în 1968.

Ambele lucrări reflectă preocupările autorului și colectivului pe care acesta îl conduce în cadrul Institutului de cibernetică tehnică și problemele conducerii (Automatică și telemecanică) al Academiei de Științe a U.R.S.S. în ultimii șase ani. Autorul, prof. Ia. Z. Țipkin, reputat specialist sovietic în domeniul teoriei moderne a sistemelor automate, pornește de la concepția generală că metoda aproximației stohastice este o metodă universală pentru elaborarea de algoritmi care să realizeze funcții foarte diverse în sistemele automate. Acest lucru este vizibil prin caracterul unitar al prezentării unor probleme foarte diverse : sisteme adaptive, modele instruibile, identificarea obiectelor etc.

Spre deosebire de lucrarea din 1968, lucrarea de față își propune să trateze un domeniu mult mai restrîns, dat cu exemplificări concrete. Domeniul ales este cel al sistemelor instruibile pentru recunoaștere și filtrare.

Cartea este împărțită în nouă capitole, realizîndu-se o complicare progresivă a materialului.

Capitolul I este intitulat „Scopul instruirii". Aici se precizează în special ideea că scopul instruirii nu este pe deplin precizat de la început, deoarece în acest caz instruirea nu ar mai fi necesară. Se precizează avantajele alegerii unei funcționale stohastice care să exprime sintetic scopul instruirii. Un mic paragraf are caracter polemic, fiind îndreptat împotriva unei clasificări uzuale în instruire : „cu instructor" și „fără instructor".

Capitolul al II-lea, „Algoritmi de instruire", descrie o serie de algoritmi cu caracter universal bazați pe metoda gradientului, algoritmi cu caracter continuu sau discret. Se pune în discuție problema convergenței acestor algoritmi. Rezolvarea acestei probleme revine la studiul stabilității unor ecuații stohastice, continue sau discrete.

Capitolul al III-lea, „Algoritmi de instruire optimală", este o continuare firească a celui precedent. Se prezintă criterii de calitate a procesului de instruire, algoritmi continui și discreți, de instruire optimală, acordîndu-se o pondere importantă algoritmilor liniari. Algoritmii de instruire optimală sînt de obicei complicați și greu de realizat. Ei se studiază doar pentru a evalua limita către care se poate tinde prin îmbunătățirea algoritmilor obișnuiți de instruire.

Capitolul al IV-lea este consacrat teoriei deciziilor statistice. Acesta este un domeniu cunoscut și din el se selectează ceea ce este necesar pentru teoria sistemelor instruibile. Cu acest capitol se termină partea de probleme generale a lucrării.

Capitolele V—VIII, intitulate respectiv „Sisteme instruibile de recunoaștere", „Sisteme instruibile de clasificare", „Modele instruibile" și „Filtre instruibile", tratează probleme specifice ale procesului de instruire la aceste clase de sisteme. Stilul de tratare este aproximativ același : se formulează scopul instruirii, după care, considerînd diferite reguli de decizie (din cele enumerate la capitolul al IV-lea), se descrie procesul de instruire conform acestor reguli. În încheierea capitolului se face o comparație între avantajele și dezavantajele folosirii uneia sau alteia dintre regulile de decizie.

Capitolul al IX-lea cuprinde exemple de sisteme instruibile, fiind cel mai concret capitol al lucrării. Se studiază procesul de instruire pentru următoarele dispozitive : perceptronul, „Adalina" (element adaptiv liniar cu prag), receptorul instruibil, clasificatorul instruibil, filtrele instruibile, un sistem instruibil de orientare a antenei, un sistem de comunicație instruibil, codificatorul instruibil, cuantizatorul instruibil, un sistem de comandă automată cu autoinstruire și un sistem instruibil de diagnoză. Pentru multe dintre aceste dispozitive se dau nu numai algoritmii de instruire, ci și scheme efective de realizare, însoțite de date experimentale. Acest lucru mărește valoarea lucrării și încrederea în principiile enunțate.

Stilul lucrării este concis și clar ; se folosesc în mod echilibrat raționamentele euristice și demonstrațiile matematice, acestea din urmă fiind accesibile în limitele pregătirii matematice a inginerului electrician.

Bibliografia este neobișnuit de bogată pentru dimensiunile lucrării, iar comentariile, grupate pe capitole (ca și bibliografia de altfel), permit o excelentă orientare în varietatea de idei pe care le cuprinde.

Lucrarea este utilă specialiștilor din automatică și electronică care studiază și construiesc sisteme instruibile, doctoranzilor și chiar și studenților cu pregătire matematică avansată.

Considerăm că traducerea în limba română a acestei lucrări este binevenită.

Vladimir Răsvan

Dr. doc. ing. IANUSZ TUROWSKI, *Elektrodynamika techniczna* (Electrodinamica tehnică) Varșovia, Edit. W.N.T., 365 p., 210 fig., 15 tabele și 155 ref. bibl. (dintre care 26 aparțin autorului).

În lucrare se prezintă în zece capitole probleme speciale și actuale de electrodinamică, cu referire îndeosebi la sistemele tehnice de puteri foarte mari : transformatoarele și mașinile electrice.

Proprietățile electrice și magnetice ale metalelor sînt tratate în primul capitol. Fenomenul Hall, supraconductivitatea, fenomenele termoelectrice, dependența rezistivității metalelor de temperatură, fenomenele de magnetizare și pierderile în mediile fero-magnetice sînt explicate succint o dată cu prezentarea caracteristicilor și tabelelor în care sînt cuprinse proprietățile metalelor și aliajelor folosite în industria electrotehnică.

Capitolul 2 tratează ecuațiile cîmpului electromagnetic. Se dau unele explicații privind cîmpul magnetic în medii anizotrope și se particularizează ecuațiile cîmpului pentru plasma electrodinamică. Se examinează metodele potențialului vector și potențialului scalar pentru rezolvarea problemelor de cîmp și se studiază apoi pătrunderea cîmpului electromagnetic în medii omogene.

În capitolul 3 sînt cuprinse problemele referitoare la transmisia și la transformarea energiei cîmpului, inclusiv conversia electromecanică a energiei. Aplicațiile se referă la pierderile care se produc în capacul cuvei transformatoarelor datorită trecerii conductoarelor parcurse de curent, la transmisia energiei în cabluri și la transmisia puterii în transformatoare. Explicații fizice detaliate bazate pe aplicarea vectorului Poynting se dau cu privire la circulația puterii în mașinile electrice (asincrone, sincrone și electrostatice).

Capitolul 4 este consacrat problemelor de ecranare magnetică și electromagnetică. La început se prezintă ecranele magnetice cilindrice normale pe cîmpul magnetic continuu plan paralel și ecranele cilindrice coaxiale cu cîmpul magnetic alternativ. O atenție deosebită este acordată ecranării electromagnetice și aplicațiilor acesteia la transformatoarele și la generatoarele sincrone de mare putere ; se examinează și problema ecranării electromagnetice a barelor conductoare.

În capitolul 5 se studiază problema cîmpului magnetic al conductoarelor parcurse de curent și situate în vecinătatea mediilor feromagnetice, precum și aplicațiile acestei probleme la determinarea cîmpului magnetic de dispersie în transformatoare prin metoda imaginilor magnetice, la calculul reactanței de dispersie în crestătură, respectiv în zona frontală (la capetele de bobină).

În capitolul 6 se examinează fenomenele electromagnetice în metalele cu permeabilitatea magnetică constantă. Se dau expresiile de calcul pentru pierderile și puterea reactivă produse în tola electrotehnică supusă magnetizării în direcția axială. Dintre aplicațiile studiate menționez rotorul masiv în mașină de inducție, servomotorul cu rotorul sub formă de pahar și fenomenele de proximitate întîlnite la conductoarele parcurse de curent alternativ.

Fenomenele electromagnetice în mediile feromagnetice formează obiectul capitolului 7; la început se prezintă un studiu asupra funcțiilor analitice de aproximare a caracteristicii de magnetizare a mediilor feromagnetice și a permeabilității magnetice. În continuare se prezintă metodele de rezolvare a problemelor neliniare: metodele numerice, metodele Neiman, Rosenberg ș.a. Se dau apoi expresiile de calcul pentru pierderile care se produc în miezul feromagnetic și în piesele masive feromagnetice ale transformatoarelor. Capitolul se încheie cu examinarea pierderilor care se produc în cuva transformatoarelor.

Capitolul 8 este consacrat problemei forțelor în sistemele electrodinamice cu aplicație la calculul forțelor care se exercită asupra înfășurărilor transformatorului și asupra conductoarelor așezate în crestătură.

În capitolul 9 se examinează problema încălzirilor locale datorită producerii unor pierderi însemnate, cu aplicație la transformatoarele de putere.

Metodele experimentale de studiu fenomenelor electromagnetice sînt cuprinse în capitolul 10. După prezentarea unor aspecte teoretice ale problemei se examinează cîteva probleme speciale: măsurarea puterilor la factor de putere foarte mic, măsurarea tensiunilor magnetice și a vectorului Poynting.

Lucrarea se încheie cu două anexe: în prima se dau lămuriri privind sistemul internațional de unități, iar în a doua elemente de algebră și analiză vectorială.

Bibliografia este prezentată separat pe capitole.

★

În lucrare se abordează cele mai actuale probleme puse în prezent de industria electrotehnică. Conținutul lucrării este bazat în special pe cercetările proprii ale autorului, precum și pe unele rezultate cunoscute din literatura tehnică de specialitate pînă acum cîțiva ani. Lucrarea reprezintă în bună parte o sinteză a publicațiilor în domeniu citate de autor.

În perioada din urmă au apărut și alte lucrări care dezvoltă mai departe unele probleme dintre cele tratate în lucrare, fiind aplicate cu succes metodele numerice și cele analogice în rezolvarea problemelor de cîmp; completarea lucrării la o viitoare ediție cu aceste noi elemente ar fi bine venită.

Nivelul matematic și electrotehnic superior la care sînt tratate problemele, prezentarea gradată a problemelor și strînsa lor legătură cu aplicațiile practice dintre cele mai importante constituie elementele de reușită ale lucrării. Publicarea lucrării într-o limbă internațională ar mări sensibil cercul specialiștilor interesați în consultarea și aplicarea cercetărilor cuprinse în capitolele lucrării.

Constantin Bălă

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN «REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES» — SÉRIE ELECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE, TOM. 16, NR. 4, 1971

REMUS RĂDULEȚ, I.R. CIRIC

51.538.12 : 621.3.011.1

Funcțiunile generalizate în teoria cîmpurilor

Se prezintă densitățile diferitelor repartiții ale surselor cîmpurilor fizice cu ajutorul funcțiunilor generalizate și se generalizează anumite teoreme integrale din teoria cîmpurilor cu ajutorul operatorilor generalizați gradient, divergență, rotor și laplacian.

Rezultatele obținute se aplică pentru prezentarea ecuațiilor generalizate ale lui Maxwell din teoria cîmpului electromagnetic, iar ca aplicație, se calculează cîmpul electrostatic determinat de o sarcină punctuală în spațiul presupus ocupat de doi dielectrici isotropi și omogeni cu permitivități diferite, separați printr-un plan.

C. FLUERAȘU

538.3

Schemele echivalente ale instalațiilor de formare electromagnetică

Se stabilesc schemele echivalente ale instalațiilor pentru formare electromagnetică a metalelor ținînd seama de efectele inductive ale mișcării piesei și de efectul pelicular tranzitoriu.

C. I. MOCANU

621.3.018.44 : 621.3.09 : 621.315.2

Efectul pelicular tranzitoriu al barei dreptunghiulare situată în crestătura unei mașini electrice

Bara dreptunghiulară situată în crestătura de aceeași formă a unei mașini electrice este caracterizată în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente ale căror elemente au rezistențe și inductanțe constante, proporționale cu rezistența și inductanța de curent continuu. Schemele avînd elementele conectate în paralel P, în serie S și în lanț L, sînt independente de modul de excitație. Se studiază regimurile tranzitorii la diferite moduri de excitație și se calculează timpul de răspuns tranzitoriu al curentului.

C. ŞORA

621.3.011

Asupra condiţiei de antireciprocitate la plăcile Hall avînd o geometrie oarecare

Generatorul Hall este, în general, un circuit nereciproc, iar în unele condiţii antireciproc, comportîndu-se ca un girator. În plăcile Hall cu structură simetrică valabilitatea acestei condiţii apare ca evidentă.

În lucrare se prezintă o demonstraţie privind valabilitatea condiţiei de antireciprocitate la plăci Hall avînd o geometrie oarecare. Este vorba deci de o demonstraţie de principiu referitoare la un caz mai general, independentă de posibilităţile de calcul, respectiv de determinare experimentală. Rezultatele obţinute permit cunoaşterea cazurilor şi regimurilor de funcţionare pentru care este satisfăcută condiţia de antireciprocitate, ceea ce prezintă interes în scopuri tehnice.

I. BARBALAT, A. HALANAY

62.501

Noi aplicaţii ale metodei frecvenţiale în teoria oscilaţiilor

Folosind teoriile lui V. M. Popov se obţine o condiţie frecvenţială pentru disipaţia sistemelor nelineare. Pentru ecuaţiile de ordinul al doilea, al treilea şi al patrulea aceste condiţii frecvenţiale conduc la criterii de disipaţie efective şi simple obţinute într-un mod uniform.

VL. RĂSVAN

62.501.32

Criterii frecvenţiale de stabilitate absolută pentru o clasă de sisteme automate cu întîrziere, cu mai multe neliniarităţi, într-un caz critic

Lucrarea prezintă extinderea unor criterii frecvenţiale de stabilitate absolută la sistemele automate cu întîrziere şi mai multe neliniarităţi; se studiază cazul critic al aşa numitei „reglări indirecte". Rezultatele sînt aplicate pe un exemplu de sistem de reglare de ordinul IV, cu două neliniarităţi.

ADELAIDA MATEESCU, N. NICULA

621.372.552

Proiectarea pe calculator a egalizoarelor de timp de propagare de grup

Se prezintă o metodă iterativă pentru aproximarea în sens Cebîşev a caracteristicilor concave de timp de propagare de grup, folosind o funcţie realizabilă fizic. $h(\omega)$.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1971

INDEX ALFABETIC

Economie energetică

	Nr.	Pag.
CARACUDOVICI VICTOR, CS. NAGY, S. MANEA, Îmbunătăţirea calităţii prognozelor energetice prin modificarea exponenţilor funcţiilor de modelare	1	3
CARACUDOVICI VICTOR, Separarea influenţei factorilor climatici asupra seriilor temporale care servesc la fundamentarea prognozelor statistice în domeniul consumului casnic de energie	1	13
LICIU NICOLAE, (v.) MANEA SORA	4	713
MANEA SORA, (v.) CARACUDOVICI VICTOR	1	3
MANEA SORA, N. LICIU, Prognoza consumului de energie electrică prin comparaţie cu alte ţări	4	716
NAGY CSABA (v.) CARACUDOVICI VICTOR	1	3
NITU VASILE, Factorii care determină siguranţa centralelor termoelectrice	1	19
PAP ALEXANDRU, Conducerea operativă unitară a aprovizionării cu combustibili a economiei naţionale	4	697

Termoenergetică şi termotehnică

BARBESCU BOGDAN, Consideraţii privind efectul răcirii aerului la admisie asupra presiunii optime de supraalimentare a motorului Diesel	2	337
BARBESCU BOGDAN, O metodă pentru calculul regimului de curgere prin turbina cu impuls a motorului Diesel supraalimentat	4	767
CARABOGDAN ION, C. CRĂCIUNEANU, Consideraţii asupra posibilităţii de predeterminare a regimului aerodinamic şi termic dintr-un focar ciclon cu ajutorul modelării izotermice	3	475
CONSTANTINESCU LIDIA, (v.) HAIDUC, C.	1	39
COROIU CORNEL, Procese de uscare la arderea particulelor de combustibili solizi	3	493
COROIU CORNEL, Procese pirolitice la arderea particulelor de combustibili solizi	4	731
CRĂCIUNEANU CONSTANTIN (v.) CARABOGDAN, I.	3	475
COSTEA LIVIU, D. SECARĂ, Contribuţii la calculul caracteristicilor de debit ale pulverizatoarelor cu cameră de turbionare şi retur periferic	4	759
DĂMĂCEANU ELENA, (v.) GRECOV, D.	3	483
DĂNILĂ NICULAE, A. NABIJOVICI, Determinarea consumului specific de abur la centralele nucleare-electrice cu abur saturat	1	55

	Nr.	Pag.
GHIA V. VICTOR, N. LEMNEANU, Viteza minimă a picăturii de diametru maxim pulverizată de injectoarele cu cameră de turbionare	1	293
GHIA V. VICTOR, N. LEMNEANU, C. JIANU, Cercetări pe machete în vederea ameliorării performanţelor arzătoarelor	4	749
GRECOV DAMIAN, I. MINEA, EL. DĂMĂCEANU, V. MOCEAROV, Arderea difuzivă a carbonului depus în strat poros cu aplicaţii la procesul de regenerare al catalizatorilor	3	483
HAIDUC CONSTANTIN, L. CONSTANTINESCU, D. MIHAI, Model matematic pentru analiza uniformizării repartiţiei fluxului de neutroni în reactoare nucleare energetice cu reflector radial MODUNIF-1	1	39
JIANU CONSTANTIN, (v.) GHIA, V. VICTOR	4	749
LEMNEANU NICULAE, (v.) GHIA V. VICTOR	2	293
LEMNEANU NICULAE, (v.) GHIA V. VICTOR	4	749
MĂRĂCINEANU ION, Utilizarea algebrei lineare şi analizei dimensionale la studiul curgerilor vîscoase permanente cu schimb de căldură	3	513
MIHAI DUMITRU (v.) HAIDUC, C.	1	39
MINEA ION, (v.) GRECOV D.	3	483
MOCEAROV VLADIMIR (v.) GRECOV, D.	3	483
NABIJOVICI ABDULAH (v.) DĂNILĂ, N.	1	55
NISTOR ION, C. PANAITESCU, Transformări structurale la obţinerea cocsului brichete prin tratament termochimic	3	587
PANAITESCU CORNELIA (v.) NISTOR, I.	3	587
PETRESCU STOIAN, Consideraţii cinetice privind presiunea pe un piston mobil	1	93
PIMSNER VICTOR, ST. ŞTEFAN, Dependenţa dintre mărimea stratului limită şi soluţia constructivă a reţelei de palete	1	85
PIMSNER VICTOR (v.) VASILESCU, C. A.	3	525
PIMSNER VICTOR (v.) VASILESCU, C.A. (notă)	4	1011
POPA BAZIL, Compararea procesului de retur realizat printr-un orificiu central şi oficiile multiple la injectoarele cu cameră de turbionare	1	73
POPA BAZIL, Distribuţia presiunii statice din camera injectorului turbionar. Dependenţa de numărul orificiilor de intrare şi de criteriul Reynolds.	3	545
SECARĂ DANA (v.) COSTEA, L.	4	759
STOICA NICULAE (v.) VASILESCU, C.A.	3	561
STOICA NICULAE, Asupra unui optim al dimensiunilor geometrice ale camerelor de ardere în piston	4	
ŞOVA VASILE, Analiza fenomenelor de schimb de căldură şi de masă în procesul uscării convective forţate, pe baza investigării experimentale a stratului-limită	2	305
ŞTEFAN STERIE, (v.) PIMSNER, V.	1	85
ŞTEFAN STERIE, Influenţa intensităţii turbulenţei din amontele unei reţele confuzoare de palete asupra coeficientului disipaţiei de energie	3	553
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Model al proceselor din motorul Diesel foarte înalt supraalimentat	2	321
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, V. PIMSNER, Sisteme polifazice în mişcare. Aplicaţie la antrenarea prin compresoare cu jet a fluidelor petroliere.	3	525
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, N. STOICA, Distribuţia temperaturii şi concentraţiei de produşi poluanţi în camera de ardere a motorului cu aprindere prin scînteie	3	561

	Nr.	Pag.
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, V. PIMSNER, Modulul de elasticitate al combustibililor obținuți din țiței (notă)	4	1011

Electroenergetică și electrotehnică

APETREI CONSTANTIN, M. DOGARU, Analiza unor regimuri speciale de funcționare în circuitul de excitație al mașinii sincrone	2	415
BIDIAN DUMITRU (v.) DÎMBOIU, E.	4	907
CIRIC R. ION (v.) TIMOTIN, AL.	4	793
CONDREA SERGIU, Contribuții la sinteza rețelelor trece-tot	2	443
CONSTANTIN EMILIA, Influența conectărilor nesimultane asupra valorii supratensiunilor la punerea sub tensiune a unei linii de transport trifazate.	1	191
CONSTANTIN PANTELIMON, Sinteza funcției de transfer a calculatoarelor numerice specializate pentru corecția sistemelor automate numerice optimale	4	987
CRISTEA PETRE, (v.) PREDA, M.	4	923
CRISTESCU DORIN (v.) DRĂGAN GLEB	4	
CRISTOVICI ANDREI, M. STAADECKER, Model matematic pentru calculul numeric al supratensiunilor interne în rețelele trifazice	1	181
DABA DUMITRU, Unele considerații privind forțele efective și echivalente exercitate de cîmpul electromagnetic macroscopic asupra mediilor fluide	2	389
DÎMBOIU EUGEN, BIDIAN D., Studiul armonicelor de spațiu la motoarele lineare cu cîmp mobil	4	907
DOGARU MIHAI, (v.) APETREI, C.	2	415
DRĂGAN GLEB, Asupra utilizării teoriei similitudinii pentru studiul descărcării corona	1	129
DRĂGAN GLEB, Considerații asupra utilizării tensiunilor foarte înalte.	3	597
DRĂGAN GLEB, D. CRISTESCU, Asupra protecției posturilor de transformare cu ajutorul descărcătoarelor tubulare sau eclatoarelor de protecție	4	941
DUMITRESCU GHEORGHE, TURCU, I. V. Metodă de determinare a variației curentului de-a lungul unei linii electrice lungi deschise la capăt și îndeplinind condiția Heaviside	2	399
FLUERAȘU CEZAR, Studiul unui concentrator de cîmp pentru formarea electromagnetică	1	145
GHIȚA ALEXANDRU, Influența funcționării cu intermitență asupra siguranței în funcționare	4	973
GRISARU HORIA, Metode rapide pentru dimensionarea conductelor electrice concentrate (notă)	3	681
LEONTE DINU, PETROIANU, A. O abordare pas cu pas a analizei defectelor multiple	3	615
LUPAȘ LAURENȚIU, Asupra aprecierii performanțelor unor clase de comenzi suboptimale	3	659
MARGA GHEORGHE, D. STOIA, Îmbunătățirea stabilității statice și dinamice a arborelui electric prin introducerea condensatoarelor în circuitele statoarelor motoarelor principale	3	645
MATEESCU ADELAIDA, Cîteva criterii cu privire la prescrierea erorii de aproximare de tip Cebîșev în corectarea distorsiunilor de tip de propagare de grup	1	223

	Nr.	Pag.
MOCANU I. CONSTANTIN, Regimul tranzitoriu de pătrundere a cîmpului electromagnetic nestaţionar în conductoare la excitaţie treaptă de cîmp magnetic	2	363
MOCANU I. CONSTANTIN, Schemele canonice PSL ale plăcii şi conductoarelor cilindrice circulare, masi şi cav, la efect pelicular tranzitoriu	4	807
MOCANU I. CONSTANTIN, Efectul de proximitate tranzitoriu între două plăci dreptunghiulare, paralele	4	831
MORARU AUGUSTIN, Oscilaţii lineare şi nelineare ale armăturii motorului electromagnetic	1	203
NICOLAU EDMOND, Utilizarea funcţiilor Lambda în analiza antenelor	2	455
OPRIŞAN POMPILIU, Cu privire la funcţionarea motoarelor sincrone în regim de oscilaţii forţate şi variaţii ale tensiunii de alimentare	3	629
PETROIANU ALEXANDRU, (v.) LEONTE, D.	3	615
PONNER ION, Contribuţii privind calculul circuitelor de curent alternativ care conţin un singur element nelinear simetric ohmic sau reactiv	1	167
PORŢEANU MIRCEA, Circuitele logice cu tranzistoare în schemele de comandă din centralele şi staţiile electrice	1	265
PREDA MARIUS, CRISTEA P., Rezolvarea problemei interconectării reţelelor electrice cu ajutorul matricei de incidenţă arbore-coarbore	4	923
RĂDĂCEANU EDMOND, Un tip de sensitivitate a indicelui de performanţă şi problema conducerii suboptimale a unei clase de sisteme nelineare	1	247
RĂDĂCEANU EDMOND, AL. TEODORESCU, Asupra conducerii ierarhizate descentralizate a sistemelor complexe	3	667
RĂDULEŢ REMUS, ŢUGULEA A., TIMOTIN AL., Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale cîmpului electromagnetic	1	109
SAAL CAROL, Comportarea în sarcină a unor oscilomotoare sincrone	4	891
SPINEI FĂNICĂ, Regimul permanent al circuitelor cu elemente neinerţiale cu caracteristici linearizate pe porţiuni, la tensiuni sinusoidale	4	851
STAADECKER MIHAI, (v.) CRISTOVICI, A.	1	181
STOIA DAN, (v.) MARGA, Gh.	3	645
SZABO WILDEBALD, Contribuţii privind determinarea experimentală a caracteristicilor materialelor feromagnetice în curent alternativ	4	873
TEODORESCU ALEXANDRU, (v.) RĂDĂCEANU, ED.	3	667
TIMOTIN ALEXANDRU (v.) RĂDULEŢ, R.	1	109
TIMOTIN ALEXANDRU, Elementul electromagnetic pasiv de circuit	2	347
TIMOTIN ALEXANDRU, CIRIC, R. I., Asupra interacţiunei unui magnet situat într-un fluid cu cîmp exterior	4	793
TURCU VALER, (v.) DUMITRESCU, GH.	2	399
ŢUGULEA ANDREI (v.) RĂDULEŢ, R.	1	109
VARTOLOMEI MIHAI, Asupra unor metode de elaborare a algoritmilor de conducere prin calculator	4	999
VASILIU CRISTOFOR, Cuadripolul simetric în punte dezechilibrat	4	961

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare: desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a legendelor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

AL. PAP

620.9 : 338.061

CONDUCEREA OPERATIVĂ UNITARĂ A APROVIZIONĂRII CU COMBUSTIBILI A ECONOMIEI NAȚIONALE

Se tratează aspectele cele mai importante ale conducerii operative unitare a aprovizionării cu combustibili a economiei naționale, la nivelul posibilităților actuale de dotare cu echipamente de transmiterea informațiilor și de prelucrare automată a datelor.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 697—711, 1971

SORA MANEA, N. LICIU

620.9

PROGNOZA CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ PRIN COMPARAȚIE CU ALTE ȚĂRI

Folosind metoda comparațiilor internaționale, se stabilesc unele corelații între consumul de energie electrică și dezvoltarea economică. Se calculează gradul de siguranță al legăturii, precum și limitele de încredere pentru coeficienții ecuațiilor de regresie.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 713—729, 1971

C. COROIU

662.611

PROCESE PIROLITICE LA ARDEREA PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

Sînt prezentate cercetările privind procesele pirolitice care însoțesc arderea particulelor de cărbuni fosili în diferite stadii de carbonificare. Curbele de încălzire ale particulelor combustibile supuse pirolizei reproduc curbele de încălzire ale particulelor din timpul arderii acestora în incinte încălzite la temperaturi de 500, 700, 900, 1100°C și în condiții aerodinamice cvasistaționare.

Pe baza considerațiilor de structură chimică a fost dezvoltat un nou model matematic al proceselor pirolitice a cărbunilor cu grad redus de carbonificare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 731—748, 1971

V. GHIA, N. LEMNEANU, C. JIANU

621.89

CERCETĂRI PE MACHETE ÎN VEDEREA AMELIORĂRII PERFORMANȚELOR ARZĂTOARELOR

Pe baza rezultatelor experimentale obținute pe macheta unui arzător turbionar se deduce relația de calcul a rezistenței aerodinamice a arzătorului și se propune metodica de calcul a unui dispozitiv de măsurat debitul de aer prevăzut cu profile aerodinamice înglobat în corpul arzătorului.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 749—757, 1971

L. COSTEA, D. SECARĂ 621.694

CONTRIBUȚII LA CALCULUL CARACTERISTICILOR DE DEBIT ALE PULVERIZATOARELOR CU CAMERĂ DE TURBIONARE ȘI RETUR PERIFERIC

Se prezintă o metodă de calcul a caracteristicilor de debit ale pulverizatoarelor cu cameră de turbionare la care reglajul de sarcină se realizează prin variația debitului de lichid returnat din camera de turbionare.

Calculul caracteristicilor de debit se poate efectua direct cu ajutorul unei mașini electronice de calcul sau cu ajutorul graficului, prezentat în lucrare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 759—765, 1971

BOGDAN BARBESCU 621.436

O METODĂ PENTRU CALCULUL REGIMULUI DE CURGERE PRIN TURBINA CU IMPULS A MOTORULUI DIESEL SUPRAALIMENTAT

Pentru calculul turbocompresorului de supraalimentare al motorului diesel este necesară cunoașterea a două mărimi de bază : randamentul și lucrul mecanic periferic al turbinei.

La turbina cu impuls, aceste mărimi sînt variabile în cursul unui ciclu de evacuare funcție de raportul vitezelor u/c_1. Se prezintă o metodă pentru calculul curgerii gazelor din cilindru prin canalizația de evacuare și prin turbină, din care rezultă mărimile căutate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 767—777, 1971

N. STOICA 621.43.044

ASUPRA UNUI OPTIM AL DIMENSIUNILOR GEOMETRICE ALE CAMERELOR DE ARDERE ÎN PISTON

Se prezintă rezultatele încercărilor cu 12 tipuri diferite de camere de ardere în piston, corelîndu-se arhitectura camerelor de ardere cu performanțele motorului.

Se deduce existența unui optim al caracteristicilor geometrice.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 779—792, 1971

A. TIMOTIN, I. R. CIRIC 538.69

ASUPRA INTERACȚIUNII UNUI MAGNET SITUAT ÎNTR-UN FLUID CU UN CÎMP EXTERIOR

Se stabilesc expresii pentru calculul energiei și al coenergiei de interacțiune între un magnet cu magnetizație permanentă rigidă și magnetizație temporară lineară situat într-un fluid și un cîmp magnetic exterior. Materialul magnetului și cel al fluidului pot avea permeabilități magnetice diferite, însă independente de cîmp, și pot fi neomogene. Aceste expresii sînt utile pentru determinarea forțelor și a cuplurilor exercitate de cîmpul magnetic exterior asupra corpurilor magnetizate permanent.

Pentru exemplificarea procedeului de folosire a formulelor stabilite se calculează cuplul exercitat asupra unui elipsoid magnetizat uniform cufundat într-un fluid și în prezența unui cîmp magnetic exterior, inițial omogen. Se dă și expresia momentului magnetic aparent al acestui elipsoid, situat în cîmpul magnetic exterior.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 793—806, 1971

C. I. MOCANU

621.301.1.538.542.537.226.3

SCHEMELE CANONICE PSL ALE PLĂCII ŞI ALE CONDUCTOARELOR CILINDRICE CIRCULARE, MASIV ŞI CAV LA EFECT PELICULAR TRANZITORIU

Conductoarele cilindrice circulare masiv şi tubular şi placă sînt caracterizate în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente, ale căror elemente au rezistenţe şi inductanţe constante. Schemele cu elemente conectate în paralel *P*, în serie *S* şi în lanţ *L* sînt independente de modurile de excitaţie şi pot fi utilizate în rezolvarea reţelelor electrice conţinînd elementele de circuit nefiliforme

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 807—829, 1971

C. I. MOCANU

EFECTUL DE PROXIMITATE TRANZITORIU ÎNTRE DOUĂ PLĂCI DREPTUNGHIULARE PARALELE

Două plăci conductoare dreptunghiulare paralele şi conectate în serie sau în paralel sînt caracterizate în regim tranzitoriu prin trei scheme echivalente ale căror elemente au rezistenţe şi inductanţe constante. Schemele, avînd elementele conectate în paralel *P*, în serie *S* şi în lanţ *L*, sînt independente de modurile de excitaţie. Se studiază principalele regimuri electrocinetice ale schemelor *PSL* corespunzînd regimurilor tranzitorii în plăci pentru diferite moduri de excitaţie a curentului. Se calculează forţa electrodinamică tranzitorie şi se stabilesc parametrii lineici longitudinali ai liniei de transmisiune a celor două plăci conectate în serie.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 831—849, 1971

F. SPINEI

621.3.025.1:621.3.018.7

REGIMUL PERMANENT AL CIRCUITELOR CU ELEMENTE NEINERŢIALE CU CARACTERISTICI LINIARIZATE PE PORŢIUNI, LA TENSIUNI SINUSOIDALE

În lucrare se propune o metodă de analiză a circuitelor simple conţinînd elemente neliniare neinerţiale, cu caracteristici linearizate pe porţiuni, alimentate cu surse sinusoidale, bazată pe considerarea regimului permanent ca o succesiune de regimuri tranzitorii, ale căror condiţii iniţiale se repetă la interval de o perioadă.

În lucrare se demonstrează de asemenea că, în circuitele simple de tipul considerat (*RL*, *RC* serie), condiţiile iniţiale nu influenţează asupra regimului stabilit în circuit după un timp foarte lung, indiferent de tipul sursei de alimentare.

Lucrarea se încheie cu un exemplu de calcul şi verificarea experimentală a acestuia.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 851—872, 1971

W. SZABO

631.317.017.3

CONTRIBUŢII PRIVIND DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A CARACTERISTICILOR MATERIALELOR FEROMAGNETICE ÎN CURENT ALTERNATIV

În lucrare se analizează o nouă schemă de punte pentru măsurări magnetice, propusă de autor, care permite determinarea caracteristicilor materialelor feromagnetice în regim de inducţie practic sinusoidală. Se indică schema punţii, se deduc condiţiile de echilibru şi se studiază apoi erorile, sensibilitatea şi convergenţa punţii. În încheiere se dau rezultatele încercărilor experimentale efectuate.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 873—890, 1971

CAROL SAAL 621.313.323

COMPORTAREA ÎN SARCINĂ A UNOR OSCILOMOTOARE SINCRONE

După sublinierea importanţei de mişcare la oscilomotoarele sincrone şi a introducerii unor permise de calcul, se deduce expresia impedanţei electrice echivalente oscilomotorului electromagnetic parametric alimentat cu curent pulsatoriu. Se examinează parametrii impedanţei electrice echivalente serie a oscilomotorului şi se evaluează factorul de putere al acestuia, care poate fi numai inductiv. Se extinde teoria oscilomotorului sincron bifazat reactiv, determinîndu-se expresia reactanţei pe fază a oscilomotorului în funcţionare, ca şi o formulă îmbunătăţită pentru calculul factorului de putere. Se regăsesc rezultate anterioare ca nişte cazuri particulare.

Încercările experimentale efectuate verifică teoria elaborată.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 891—906, 1971

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN 621.313.39.0,25.3.0,13

STUDIUL ARMONICILOR DE SPAŢIU LA MOTOARELE LINIARE CU CÎMP MOBIL

În lucrare se face un studiu al armonicilor de spaţiu care apar la motoarele liniare cu cimp mobil pe ale căror statoare sînt aşezate înfăşurări cu număr impar de poli, polii marginali fiind semibobinaţi. În porţiunea centrală, complet bobinată, curba rezultată a tensiunii magnetice este o funcţie periodică, căreia i se poate aplica o descompunere în serie Fourier. În porţiunile marginale, în care curba nu reprezintă o funcţie periodică, s-a aplicat o metodă care permite obţinerea armonicilor de spaţiu.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 907—921, 1971

MARIUS PREDA, PAUL CRISTEA 621.311.161

REZOLVAREA PROBLEMEI INTERCONECTĂRII REŢELELOR ELECTRICE CU AJUTORUL MATRICEI DE INCIDENŢĂ ARBORE — COARBORE

În lucrare este prezentată o metodă de rezolvare a reţelelor electrice complexe prin descompunerea acestora în multipoli componenţi, pe baza secţionării arborelui reţelei în subarbori. Topologia reţelei şi a multipolilor este caracterizată cu matrice de incidenţe esenţiale arbore — coarbore, cu număr minim de elemente. Aceasta permite rezolvarea unor reţele de complexitate sporită pe un calculator cu o capacitate dată a memoriei.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 923—939, 1971

CRISTOFOR VASILIU

CVADRIPOLUL SIMETRIC ÎN PUNTE DEZECHILIBRAT

Se determină proprietăţile cvadripolului în punte simetric şi dezechilibrat şi se prezintă citeva aplicaţii practice posibile ale acestui cvadripol.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 961—971, 1971

AL. GHIȚĂ

62.50 : 519.2

INFLUENȚA FUNCȚIONĂRII CU INTERMITENȚA ASUPRA SIGURANȚEI ÎN FUNCȚIONARE

În articol sînt arătate principalele aplicații ale modelului matematic al funcționării cu intermitență, prezentat în lucrarea [9]. Pe lîngă aspecte tratate și în alte lucrări privind funcționarea ciclică sau a sistemelor de elemente care nu funcționează simultan, sînt expuse și posibilitățile noi privind determinarea regimului preferabil, prognoza siguranței elementului ce va funcționa intermitent sau aprecierea siguranței elementului care a funcționat cu intermitență din datele statistice asupra defectărilor.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 973—985, 1971

P. CONSTANTIN

65.011.5

SINTEZA FUNCȚIEI DE TRANSFER A CALCULATOARELOR NUMERICE SPECIALIZATE PENTRU CORECȚIA SISTEMELOR AUTOMATE NUMERICE OPTIMALE

În această se face o adaptare a metodei lui I. Tîpkin pentru sinteza corecției discrete din sistemele cu impulsuri la sinteza funcției de transfer a calculatoarelor numerice folosite ca dispozitive de corecție în sistemele automate numerice optimale.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 987—997, 1971

M. VARTOLOMEI

681.142:62.011.56

ASUPRA UNOR METODE DE ELABORARE A ALGORITMILOR DE CONDUCERE PRIN CALCULATOR

În lucrare sînt expuse metode numerice pentru simularea comportării obiectelor dinamice continue, precum și utilizarea lor în elaborarea algoritmilor de conducere prin calculator. Materialul cuprinde, pe lîngă dezvoltările teoretice necesare, unele aplicații și exemple.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 999—1010, 1971

AL. PAP

620.9.338.061

LA CONDUITE EFFICIENTE DE LA GESTION UNITAIRE DE L'APPROVISIONNEMENT EN COMBUSTIBLE DE L'ÉCONOMIE NATIONALE

On envisage les aspects les plus importants de la conduite efficiente unitaire de l'approvisionnement en combustible de l'économie nationale, au niveau des possibilités actuelles de dotation en équipement de transmission des informations et d'interprétation automatique des données.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 697—711, 1971

SORA MANEA, N. LICIU 620.9

COMPARAISON CONCERNANT LA PRÉVISION DE LA CONSOMMATION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

En utilisant la méthode des comparaisons internationales, on établit des corrélations entre la consummation d'énergie électrique et le développement économique. On calcule le degré de sûreté de la liaison, ainsi que les limites de confiance pour les coefficients des équations de régression.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 713—729, 1971

C. COROIU 662.661

LES PROCESSUS PYROLYTIQUES POUR LA COMBUSTION DES PARTICULES DES COMBUSTIBLES SOLIDES

On présente les résultats concernant les processus pyrolytiques s'ajoutant à la combustion des particules des combustibles solides de structures humique et métaplastique.

Les courbes de chauffage soumises à la pyrolyse reproduisent les courbes de chauffage des particules durant leur combustion dans les enceintes, chauffées jusqu'à 500, 700, 900, 1100°C, dans des conditions aérodynamiques quasi stationnaires.

Considérant la structure chimique on a développé un modèle mathématique des processus pyrolytiques des combustibles ayant une structure humique.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 731—748, 1971

В. ГИЯ, Н. ЛЕМНЯНУ, К. ЖИАНУ 621.69

ИССЛЕДОВАНИЕ НА МОДЕЛЯХ ВВИДУ УЛУЧШЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГОРЕЛОК

На основе экспериментальных результатов, полученных на моделе одной вихревой горелки, выведен расчет аэродинамических сопротивлений горелки и предложен метод расчета устройства для измерения расхода воздуха с помощью аэродинамического профиля, вмонтированного в корпус горелки.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 749—757, 1971

L. COSTEA, D. SECARĂ 621.694

METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE FLOW RATE CHARACTERISTICS OF TURBULENCE CHAMBER AND PERIPHERIAL RETURN ATOMIZERS

The paper presents a method for the determination of the flow rate characteristics of turbulence chamber atomizers where the load adjustment is achieved through the variation of the liquid returned from the turbulence chamber.

The determination of the flow rate characteristics may be performed either directly with the aid of an electronic computer or by using the graph presented in the paper.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 759—765, 1971

BOGDAN BARBESCU 621.436

EINE BERECHNUNGSMETHODE DER STRÖMUNG DURCH DIE STOßTURBINE DES AUFGELADENEN DIESELMOTORS

Für die Berechnung des Dieselmotor-Turboladers ist die Bestimmung zweier Grundgrößen notwendig: des peripherischen Wirkungsgrads und der Arbeit der Turbine. Bei stoßbetriebener Turbine sind diese Größen während eines Auslaßzyklus als Funktion des Geschwindigkeitverhältnisses u/c_1 veränderlich. Man stellt eine Berechnungsmethode der Gasströmung aus dem Zylinder durch Auslaßleitungen und Turbine dar, mittels derer die gesuchten Größen erzielt werden.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 767—777, 1971

N. STOICA 621.43.044

SUR UN OPTIMUM DES DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES DES CHAMBRES DE COMBUSTION DU PISTON

On présente les résultats des expériences faites à l'aide de 12 différents types de chambres de combustion dans le piston en corrélant l'architecture des chambres avec les performances du moteur.

On établit l'existence d'un optimum des caractéristiques de géométrie.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 779—792, 1971

A. TIMOTIN, I. R. CIRIC 538.69

ON THE INTERACTION OF A MAGNET IN A FLUID WITH EXTERNAL FIELD

The authors establish expressions for calculating the interaction energy and co-energy between a magnet with rigid permanent magnetization and linear temporary magnetization, placed in a fluid, and an external magnetic field. The material of the magnet and that of the fluid may have different magnetic permeabilities but independent of field and may be non-homogeneous. These expressions are useful for determining the forces and couples exercised by an external magnetic field on permanently magnetized bodies.

For illustrating the manner of using the formulas, the couple exercised on a uniformly magnetized ellipsoid immersed in a fluid and in the presence of an initially homogeneous external magnetic field is calculated. The expression of the apparent magnetic moment of this ellipsoid situated in the external magnetic field is also given.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 793—806, 1971

C. I. MOCANU 621.3:621.356.52

THE TRANSIENT PROXIMATY EFFECT BETWEEN TWO PARALLEL SLABS

Two conducting slabs, parallel and series connected are characterized in a transient state with skin effect by three canonical schemes whose elements have constant resistances and inductances. The schemes which include parallel P, series S and chain L connected elements are independent of the modes of current excitation. They are used in the analysis of the proximity effect with skin effect.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 807—829, 1971

F. SPINEI

621.3.025.1:621.3.018.7

THE STEADY-STATE OF NETWORKS WITH NONINERTIAL ELEMENTS, HAVING PLECEWICE LINEAR CHARACTERISTICS, FOR SINUSOIDAL INPUTS

This paper gives an method of analysis for RL, RC networks, containing nonlinear noninertial elements with piecewice linear characteristics for sinusoidal inputs; the periodic steady-state is considered as successive transient states, having the same initial conditions after one period.

Two theorems are presented concerning the influence of the initial conditions on the periodic steady-state.

An example of the calculation and the experimental proof are presentare.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 851—872, 1971

W. SZABO

621.317.43.017.3

CONTRIBUTION À LA DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES CARACTÉRISTIQUES DES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES EN COURANT ALTERNATIF

On examine un pont de mesure à comparateur magnétique de courant, ayant des caractéristiques métrologiques supérieures. On analyse la sensibilité, la convergence et les erreurs de ce pont.

La dernière partie contient une étude expérimentale comparative pour le mesurage des pertes magnétiques avec les différents circuits-pont.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 873—890, 1971

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.0,25.3.0,13

L'ÉTUDE DES HARMONIQUES D'ESPACE AUX MOTEURS LINÉAIRES À CHAMP MOBILE

On étudie des harmoniques d'espace qui apparaissent aux moteurs linéaires à champ mobile, sur les stators desquels il y a des enroulements avec un nombre impair des pôles, les pôles marginaux étant demi-bobinés. Dans la partie centrale complétement bobinée, la courbe résultante de la force magnétomotrice est une fonction périodique, à laquelle on peut appliquer une décomposition en série de Fourier. Dans les parties marginales, dans lesquelles la courbe ne représente pas une fonction périodique on a appliqué une méthode qui permet d'obtenir les harmoniques d'espace.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 907—921, 1971

MARIUS PREDA, PAUL CRISTEA

621.311.161

THE SOLUTION OF ELECTRIC NETWORKS INTERCONNECTION PROBLEM BY MEANS OF THE TREE — COTREE INCIDENCE MATRIX

The work presents a methods of analysing complex electric networks by dividing them into component multipoles, based on cuting the network tree into subtrees. The network and multipoles topology is characterized by essential tree — cotree incidence matrix, with a minimum number of elements. Thus, it is possible to analyse more complex networks by means of a computer with a given memory compacity.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 923—939, 1971

CR. VASILIU

621.396

QUADRIPÔLE SYMÉTRIQUE ET DÉSÉQUILIBRÉ EN TREILLIS

On détermine les propriétés du quadripôle symétrique et déséquilibré en treillis et on présente quelques applications pratiques de ce quadripôle.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 961—971, 1971

AL. GHIȚĂ

62.50 : 519.2

L'INFLUENCE DU FONCTIONNEMENT À INTERMITTENCE SUR LA SURETÉ DE FONCTIONNEMENT

On présente les principales applications du modèle mathématique du fonctionnement à intermittence.

On expose de nouvelles possibilités concernant la détermination du régime préférentiel, la prévision de sûreté de l'élément fonctionnant avec intermittence, ou l'estimation de la sûreté de l'élément qui a fonctionné avec intermittence, calculée par rapport aux données statistiques concernant les déréglages.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 973—985, 1971

P. CONSTANTIN

65.011.5

LA SYNTHÈSE DE TRANSFERT DES CALCULATRICES NUMÉRIQUES SPÉCIALISÉES POUR LA CORRECTION DES SYSTÈMES AUTOMATES NUMÉRIQUES OPTIMISÉS

Cet article contient l'adaptation de la méthode de I. Tipchin utilisé pour la synthèse des compensateurs des systèmes échantillonnés à la synthèse de la fonction de transfert des calculatrices numériques utilisées comme compensateurs dans les systèmes numériques optimisés.

La condition de l'erreur stationnaire est remplacée par la condition du régime transitoire fini, qui est généralisée. Quelques relations de calcul sont corrigées et d'autres sont plus clairement justifiées.

On utilise la transformation z au lieu de la transformation D.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 987—997, 1971

M. VARTOLOMEI

681.142:62.011.56

ON SOME METHODS FOR ELABORATING COMPUTER CONTROL ALGORITHMS

This paper presents numerical methods for the simulation of the behaviour continuous dynamic objects behavior, as well as their application to the ellaboration of computer control algorithms.

Some examples and applications are given.

St. cerc. energ. electr., tom. 21, nr. 4, p. 999—1010, 1971

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. V. GHIA, **Recirculaţia gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicaţii industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 238 p., 16,50 lei.

D. F. LĂZĂROIU, **Maşini electrice cu inerţie redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoşi**, 1969, 268 p. 22 lei.

CONSTANTIN ŞORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii şi arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de şoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU şi AL. FRANSUA, **Tratat de maşini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafaţă la metale şi aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

1972 AUG 1 01

I. P. Informaţia c. 2912

43 821

Lei 40.—